FONDO PIZZOFALCONE

32-4-22

BIBLIOTECA PROVINCIALE
Armadio XXII
Palchetto
Num° d'ordine 4-813

Digitized by Google

Digitized by Google

SE VEND

CHEZ MME V^E COURCIER,

IMPRIMEUR-LIBRAIRE POUR LES SCIENCES,

Rue du Jardinet-Saint-André-des-Arcs.

A PARIS.

3 Priv
XXI
302

PAPPI ALEXANDRINI
MATHEMATICÆ COLLECTIONES.

Digitized by Google

Digitized by Google

648818

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICAE COLLECTIONES

A FEDERICO COMMANDINO VRBINATE

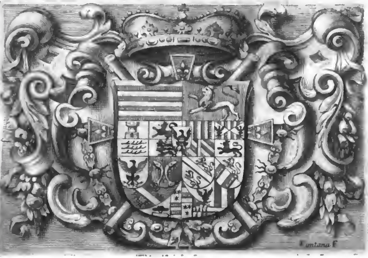
In Latinum conuerſæ, & Commentarijs illuſtratæ.

In hac noſtra editione ab innumeris, quibus ſcatebant mendis, & præcipuè in Græco contextu diligenter vindicatæ.

ET SERENISSIMO PRINCIPI

LEOPOLDO GVLIELMO ARCHIDVCI AVSTRIAE, &c.

DICATAE.



BONONIÆ Ex Typographia HH. de Duccijs. M.DC.LX.

SVPERIORVM PERMISSV.

NAPOLI BIBLIOTECA M. RIPA

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



Google

SERENISS.MO PRINCIPI

LEOPOLDO GVLIELMO
ARCHIDVCI AVSTRIÆ

Magno Teutonici Ordinis Magiſtro

Belgij, & Burgundiæ Gubernatori emerito

Auguſtiſsimi Imperatoris LEOPOLDI Primi Regnantis Patruo fortunatiſsimo, &c.

FELICITATEM, VICTORIAS, TRIVMPHOS.

Diuturnis Virorum Sapientum Votis, & precibus, è tumulo excitatus in Lucem, & Vitam, liber hic Pappi Alexandrini, horoſcopante Sereniſsimi nominis Tui clariſsimo ſydere, renaſci debuit, Archidux Inuictiſsime Leopolde. Tu ſcilicet ille es, qui doctorum hominum laboribus tamquam ſydus affulges. Tu ille es, quo Patre rediuiuus iſte Græci partus ingenij gloriari potuiſſet potius quam Patrono; In aliorum enim pectoribus ſedem, in tuo Auguſtale ſuum Matheſis collocauit. Nec ſanè abſq; iucundæ voluptatis fructu (audeo dicere) erudito huic Volumini benigno ſemel impertieris obtutu ſupercilium illud, cuius auguſtam planè maieſtatem ſubditi Populi venerantur, hoſtes Religionis,

R. OFFICIO ORIENTALE NAPOLI BIBLIOTECA M. RIPA

& Auſtriacæ Domus perhorreſcunt: Nam res egregiè geſtas, & præclara Virtutis Tuæ monumenta, quam ſuſpexit Belgium, Germania iterum ſuſpicit, reuocabit in mentem. Si enim oculis occurrent lineæ in longum extenſæ; occurret menti victoriarum tuarum curſus nullibi interruptus, nullo pugnæ infelicis exitu definitus. Si angulos intuebere; videbis anguſtias, quibus armatam hæreſim concluſiſti, non gloriam tuam, quæ longè, latèq; diffuſa, iiſdem, quibus terrarum Orbis, limitibus continetur. Si circulos aſpicies; recordaberis quoties gladij Tui mucrone, tamquam circino, deuictis perduellibus locum circumpſeris vbi degerent, quò ſe militaribus ornamentis ſpoliati reciperent: Quoties eoſdem obſidionali corona, orbe veluti ferreo, Auſtriacæ ditionis Vrbes, & caſtra circumuallantes perculeris, atque diſieceris. Sic Brema à te Cæſarearum Copiarum Præfecto arctiſsimis obſidionis vinculis exoluta; ſic Haſsia effuſiſsimis populationibus diuexata; ſic per plurimarum arcium expugnationem expugnata, & fracta Bannieri, cæterorumq; coniuratorum audacia ante Tuæ cogitationis obtutum verſabitur. Exinde deduceris in Belgium; ſtatimq; Cortracum, Dixmunda, reliquæ Vrbes hoſtium manibus ereptæ, ſed in primis obuium fiet Armenterium, Gubernationis initio, cùm vix in Prouinciam illam pedem intuliſſes, tam celeriter occupatum, vt exclamare poſses abſquè iactantiâ, Veni, Vidi, Vici. Si hiſce in paginis machinę ſubijcientur aſpectui, quibus pondera attolluntur; offeret ſe ſe ipſa tibi mens Tua, quâ, velut Archimedeo vecte, tot Populos, tot Prouincias regendo moues, & imperando: Hoc tamen vno abſimilis Archimedi, quod locus tibi non eſt exquirendus vbi conſiſtas; Auſtriaca enim Virtus, & Fortuna, ſiue inter Pacis otia, ſiue inter Bellorum tumultus, ſiue Mari, ſiue degat in Terris, atq; verſetur, conſiſtit vbiquè, vbiquè centrum habet, in quadro vbiquè ſtat immobiliter collocata. Quòcumquè demum te vertas propriæ libertatis aſſertorem Prouinciæ, Victorem hoſtes

ſtes, Propugnatorem Religio, Hæreſis, & Impietas Profligatorem, inconcuſſum Columen Fides, Fulcimentum ingens, & Decus Domus Auſtriaca, Orbis vniuerſus illum Te agnoſcet, & admirabitur, quem vt ad Auguſtiſsimum Leopoldum nominis, & ſanguinis affinitate, ita conſortio dignitatis proximè videt accedere cuius ſcilicet Herculeis humeris Romani culmen incumbit Imperij.

Dabis igitur non confidentiæ meæ, ſed præſtantiſsimis dotibus Tuis, dabis Humanitati veniam, & Clementiæ Tuæ, Sereniſsime Princeps, quod Italus ego eruditum hoc tributum offerre præſumpſerim. Vectigales tibi Vrbes ferro reddidiſti, Athenæa reddis ſapientià. Auguſtis itaquè manibus, admirando fędere gladium volumini ſociantibus, ſe ſe Mathematicæ Collectiones præbent conſouendas. Licebit in poſterum fortunatum hunc librum appellare, qui diuturno, ac penè dixerim, ſepulchrali ſquallore deformatam faciem, Tui nominis nitidiſsimà luce detergit; me verò fortunatiſsimum, cuius laboribus Patrocinij ſui radijs tam ſerenum Sydus affulſit.

Celſitudinis Tuæ Sereniſs.

Addictiſs. atq; Obſequentiſs. Seruus

Bononiæ Kalendis Maij 1659.

Carolus Manoleſsius.

CANDIDO LECTORI.

HABES, candide Lector, Pappi Alexandrini Mathematicas collectiones à Federico Commandino in Latinam linguam translatas, & commentarijs illuſtratas, iamdiu tibi promiſsas, & fortaſſe a te deſideratas. Quod nunc habeas, & diutius illas morari non coactus fueris, id totum Franciſco Mariæ Sereniſsimo Vrbini Duci, acceptum referre debes: is enim tua, & Commandini cauſa, quia illius Hæredes nunquam hucuſque in harum impreſsione concordes fuerunt, ſuis hortationibus, & impenſis, vt ederentur curauit. Quod huic operi Primus, & Secundus liber deſint, edaci rerum tempori, non Commandini negligentiæ eſt adſcribendum: tantam enim diligentiam in illis perquirendis adhibuit, quanta forſan in reperiendis tot alijs antiquorum Mathematicorum libris illi opus fuit: non tamen propterea quod ita ſit, timeas, te ex eo parùm in Geometria profecturum, & operam in illius lectione ponendam perditurum: nam niſi ego decipior, & Commandinus ipſe decipiebatur, contrarium experiere. Si hoc opus non ita, vt alia ab eodem Authore edita expolitum videbitur, mortem, quæ illum nobis nimis properè ſurripuit, &, ne ſummam illi imponeret manum, impediuit, accuſa; non illum, nec eius Hæredes; nam licet tu primo aſpectu forſitan ab eis, vt nonnulli ante impreſsionem cupiebant, deſideres, vt onus libri corrigendi, & poliendi alicui mandauiſſent, & non tibi reſeruaſſent: tamen re maturius perſpecta, cognoſces eos, quamuis id commodè facere potuiſſent, quia non deerant viri Geometriæ periti, qui hanc curam ſuſcepiſſent, prudenter iudicaſſe, cum conſenſerint magis tibi, & Commandino expedire, ſi, vt repertus eſt liber, nulla ne addita quidem, nec dempta ſyllaba, imprimeretur. Quod igitur ita factum fuit, æqui bonique conſule, & libenter librum lege, & cum tibi Authoris labores profuiſſe perſpicies, gratias pro illo Diuinam Miſericordiam implorando, referre non detrectabis. Vale.

LE-

Digitized by Google

LECTORI MATHESEOS STVDIOSO

CAROLVS MANOLESSIVS.

Fidem meam dudum in Galilæi operibus tibi oppigneratam vt liberare incipiam, Pappi Mathematicas profero Collectiones, in quibus emaculandis qualem, quantamuè inſumpſerim operam facilè tibi periculum prioris illius cum mea hac editione facienti innoteſcet. vſus ſiquidem labore, & iudicio Virorum tum Græcæ linguæ, tum Mathematicarum, quos Studiorum Mater Bononia educat, peritiorum effeci vt deterſæ ſint mendæ propè innumeræ, quibus Græcus vndique ſcatebat contextus; & (quod caput eſt) reſtituti litterarum Characteres in figuris quamplurimis perperam diſpoſitis, qui quantum operi adderent difficultatis nemo alium demonſtrationum, nuperrimè licet, initiatus eſt qui neſciat. Latina quoque ſeu Verſio, ſeu Commentatio diligentiſsima interpunctione quantum fieri potuit ab amphibologico ſenſu eſt vindicata; adeò vt emaculatior, aut diligentior editio nulla fieri poſſe hac noſtra exiſtimem. Sed id anteænium eſto. Iam tum menti obuerſantur Apollonij Conica, Archimedis Opera, vt Trigonum priſcorum ſummorum in Matheſi Virorum perficiam. Hiſce addam Neotericos primæ notæ Auctores, Guidonem Vbaldum è Marchionibus Montis, Federicum Commandinum, Lucam Valerium, Bonauenturam Caualerium, Benedictum Caſtellum, quorum Opera vel cæpere formis noſtris iterum viuere, vel partum ſecundum iiſdem ab Typis præſtolantur. Opus (ſat ſcio) ingens eſt, cum non modo impreſſos horum labores reuulgare audeam, verum & optima M. SS. (ſi qua mihi nanciſci dabitur) ſim diuulgaturus: quarè omnes probos Viros qui gemmas haſce poſsident enixè oro, atque obteſtor, vt eas tranſcribendi mihi faciant poteſtatem, de vniuerſa ſcilicet Mathematica diſciplina penes litterarium Orbem æternùm optimè promerituri. Vale, benigne Lector, hiſque laboribus noſtris interim fruere.

Vidit

Digitized by Google

Vidit D. Iuuentius Torti Clericus Regularis S. Pauli Pœnitentiarius in Metropolitana Bononienſi; pro Illuſtriſs. ac Reuerendiſs. D. Hieronymo Boncomp. Archiepiſcopo, & Principe.

Vidit Ouidius Montalbanus Philoſophiæ, & Legum Doctor, &c. pro Reuerendiſs. Pater Fr. Gulielmus Focus Inquiſit. Bonon.

Imprimatur.

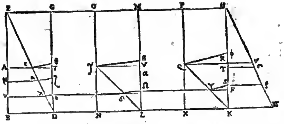
Fr. Ioan. Thom. Vicarius S. Off. Bonon.

Digitized by Google

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM LIBER TERTIVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

QVICVMQVE ea, quæ in Geometria inueſtigantur, diligentius expendere volunt, ò Cratiſte, omne problema appellari exiſtimant, in quo aliquid faciendum, & conſtruendum proponitur. Theorema vero, in quo aliquibus poſitis conſequens ad ea, & omnino contingens conſideratur, cum antiquorum alij problemata omnia, alij theoremata eſſe dixerint. Qui igitur theorema proponit, ſciens quodammodo conſequens eius, putat queſtione dignum, & non aliter recte proponat. Qui vero proponit problema, ſiquidem indoctus eſt, & omnino rudis, quamquam proponat id, quod conſtrui quodammodo non poſſit, dignus venia eſt, & culpa vacat. quærentis enim officium eſt, & hoc determinare, & id, quod fieri, & quod minime fieri poteſt. & ſi fieri poteſt, quando, & quomodo, & quotupliciter fieri poſſit. Quòd ſi quis imperite proponat, cum mathematicas ſcientias profiteatur, non eſt extra culpam. Nuper quidam eorum, qui mathematicas ſcientias profitentur, per tuas problematum propoſitiones imperite nobis determinarunt, de quibus, & ſimilibus oportebat nos ad tuam & ſtudioſorum vtilitatem in tertio libro collectionum mathematicarum demonſtrationes afferre. Primum igitur problema quidem, qui magnus Geometra videbatur, inſcite determinauit. etenim datis duabus rectis lineis duas medias proportionales in continua analogia inuenire, ſeſe dixit per planorum contemplationem. voluitque vir ille nos, cum conſtructionem ab ipſo factam diligenter expendiſſemus, de ea reſpondere. Quæ quidem hoc modo ſe habet.



Sint duæ rectæ lineæ A B A C ad rectos inter ſe angulos: & a puncto B ducatur B D
ipſi A C parallela: ponaturque ipſi A B æqualis B D, & iungatur D C quæ ipſi B A in E
occurrat. a puncto autem E ducatur E H parallela ipſi A C; producanturque B D: &
a puncto D ducatur D G parallela B E & ipſi B D æquales ponantur D N, N L, L X, X K.
deinde per puncta N L, X K. ducantur N O, L M, X P, K H ipſi B E parallelę: & ponatur
K R æqualis B A, ſeceturque bifariam in puncto S: & vt K H ad H S, ita fiat S H ad H T.
vt autem, S H ad H T, ita T H ad H φ; & a recta linea X P auferatur Q X æqualis A B.
iunganturque Q K Q φ. atque a puncto S ipſi Q φ parallela ducatur S ψ. a puncto au-
A tem ψ ducatur ψ Ω parallela K X. & ſit vt L M ad M Ω, ita Ω M ad M α, vtque Ω M ad
M α, ita α M ad M β, & ab ipſa O N auferatur N γ æqualis A B: iunganturque γ L γ β.
Deinde a puncto Ω ipſi β γ parallela ducatur Ω δ, & a δ ipſi L N parallela δ ε, & vt D G
B ad G ε, ita ſit ε G ad G ζ. vt autem ε G ad G ζ, ita ζ G ad G θ iunganturque θ C, & ipſi
θ C parallelę ducantur ζ κ, ε λ. poſtremo ducantur a punctis κ λ ipſis A C B D parallelę
κ μ, λ ν. oſtendendum eſt ipſarum A C, B D medias proportionales eſſe μ κ, ν λ.

Hęc igitur ille conſcribens mihi tradidit, non continentia demonſtrationem propo-
ſiti problematis. Sed quoniam, & Hieronymus philoſophus, & alij complures ex eius
amicis, qui mihi cogniti erant, voluerunt me de propoſita conſtructione interim re-
ſpondere, eum ille demonſtrationem facere promiſiſſet. hæc habui nunc, quę dicerem.
Eum ſcilicet non recte, ſed perperam conſtructione vſum fuiſſe, bipartito enim ſecans
rectam lineam R K in S, & vt K H ad H S, ita faciens S H ad H T; conſtituit in eadem
proportione, & T H ad H φ. neceſſe autem omnino eſt neque illum, neque nos pun-
ctum ſectionis in tertia proportione, velut φ inuenire. Hac igitur dubitatione ad cau-
ſam eius conſequente, oſtendit ſe non intelligere hoc conſequens. nam cum determi-
C nari non poſſit ſectionis punctum, vt φ in tertia proportione, niſi prius ponatur propor-
tio, quam habet K H ad H R, hoc eſt B E ad E A, non ſolum ipſe conatur quærere, quod
inueniri non poteſt, ſed etiam nos cenſet. Itaque poſita proportione, quam K H habet
ad H R; hoc eſt B E ad E A, & data H K, datur minor recta linea tertiæ proportionis.
datum autem eſt punctum H, ergo & alterum extremum minimæ rectæ lineæ eſt da-
tum, quod vel inter H R, vel inter R T cadere manifeſto conſtat. At punctum T etiam
cadere inter R S demonſtrabimus. & prius punctum φ aliquando quidem cadere inter
H R, aliquando autem inter R T iuxta poſitionem proportionis, quam habet K H data
ad H R. ponatur enim primum data proportio K H ad H R, hoc eſt B E ad E A, vel B A ad
A C dupla. proportio igitur, & K H ad H R eſt ea quam habent duo ad vnum, videlicet
quattuor ad duo. quare & proportio K H ad H S eſt, quam habent quattuor ad tria:
atque eſt vt K H ad H S. videlicet, vt quattuor ad tria, ita S H ad H T, hoc eſt ita 3 ad
D 2$\frac{1}{4}$. Vt autem 3 ad 2$\frac{1}{4}$, ita 2$\frac{1}{4}$ ad aliā quandam. Si igitur ita fiat, erit ad minorem, quam
ſint 2, hoc eſt, quam ſit H R, ita vt minor recta linea tertiæ proportionis, & omnium
minima minor ſit, quam H R; & ſectionis punctum vt φ inter H R cadat. Sed ſit data
E proportio quadrupla. ergo ipſius K H ad H R proportio eſt, quam habent 8 ad 2:
& proportio K H ad H S, quam habent 8 ad 5. eſt autem vt 8 ad 5, ita 5 ad 3$\frac{1}{8}$: &
vt 5. ad 3$\frac{1}{8}$, ita 3$\frac{1}{8}$ ad minorem, quam ſint 2. quare rurſus tertiæ proportionis
ſectio inter H R cadit. ponatur deinde proportio K H ad H R quintupla. ergo pro-
portio K H ad H R eſt, quam habent 10 ad 2. & proportio K H ad H S, quam ha-
bent 10. ad 6. Sed vt 10 ad 6, ita 6 ad 3.$\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{10}$. hoc eſt ad 3$\frac{3}{5}$ & vt 6 ad 3$\frac{3}{5}$ ita 3$\frac{3}{5}$ ad ma-
iorem, quam 2. atq; eſt H R 2. cadit igitur ſectionis punctum tertiæ proportionis inter
R T. & manifeſtum eſt omnes quidem proportiones, quæ ſunt minores quadrupla face

re ta-

re talem ſectionem inter R H; quæ vero maiores quintupla facere ſectionis punctum inter R T, quemadmodum, & lemma huiuſmodi proportionis vtile premiſimus. Itaque quoniam oſtendimus ſectionis punctum vt φ aliquando cadere inter H R, aliquando inter R T, quod ab eo animaduerſum non eſt ob eam, quam diximus, cauſſam. ipſe autem dicit, propoſitum oſtendit, ſiue punctum φ ſit inter H R, ſiue inter R T: illud ante omnia conſiderare oportet. Vbicumque ſumat punctum φ ſiue infra R, ſiue ſupra, non eſſe, vt S H ad H T, hoc eſt vt K H ad H S, ita & T H ad H R. Si igitur dixerit, fiat vt K H ad H S, ita S H ad H T, & T H ad H R, ipſe per ſeſe redarguitur, ſumens quæſitum vt con- F
ceſſum; protracta enim X K, ipſique XK facta æquali K π, & iuncta π H, atque per pun- G
cta S T R ductis parallelis ipſi K π, factum erit, quod quæritur. & perſpicuum eſt quo pacto hoc ſequatur. Erat namque & vt K π ad S ρ, ita S ρ ad T σ, & T σ ad R υ. æqualis au- H
tem eſt K π ipſi B D, & K R ipſi B A, & B E ipſi K H, ita vt & A C ſit æqualis R υ, & duarum B D, A C, hoc eſt duarum K π, R υ inuente ſint duæ mediæ proportionales S ρ, T σ, quod fieri non poteſt: nimirum recta linea exiſtente H K, & puncto in ipſa R. non enim per contemplationem eam, quæ in plano fit inter R K, duo puncta velut T S ſumi poſſunt, ita vt ſit ſicut K H ad H S, ſic S H ad H T, & T H ad H R. & quamquam ſumat φ pro S, tamen problema fieri nequit. quod natura ſolidum eſt. quare, & ipſe ſciens quæſitam vt conceſſum ſumi, non auſus eſt dicere alterum minimæ rectæ lineæ terminum eſſe punctum R. ſupra vero, hoc eſt inter R H ſumens ipſum ad φ reliquam conſtructionem complet, vt vult. & nihilominus imprudens in difficultatem ab initio propoſitum delabitur, non enim quod pluribus agens falſa ſcribere voluerit; vt quoſcumque in errorem induceret, ſed quod in ipſis rationes non rectæ concludentes afferat, vt oſtendam prius in corrupto, ac ſano modo percurrens id, quod proponitur. deinde reprehendens eius poſitionem non recte ſumptam. Quoniam igitur data eſt proportio K H K
ad H R, atque eſt data K H (hoc enim ponere oportet) data erit & H R, & reliqua R K. Sed & S R, quæ dimidia eſt ipſius R K erat autem & R H data tota igitur H S data erit quare, & data proportio K H ad H S. atque eſt vt K H ad H S, ita S H ad H T. & data eſt S H, vt oſtenſum fuit, ergo & H T erit data. Eadem ratione data erit & H φ quare & data differentia rectarum linearum H R, H φ: & inuentum eſt φ inter H R, ſicut & per numeros demonſtratum iam fuit. Et quoniam data eſt differentia φ R & R Q recta linea coniungens, quæ eſt æqualis X K, datum erit ſpecie & magnitudine triangulum orthogonium φ Q R. angulus igitur R φ Q eſt datus, qui eſt æqualis angulo exteriori K S ψ. ergo & producta Ω ψ ad F datum erit S F ψ triangulum orthogonium, & ſpecie, L
& magnitudine, quoniam enim data eſt vtraque ipſarum R K, A Q data erit & Q K & M
proportio Q K ad K ψ eſt data; quod eadem ſit datæ proportioni φ K ad K S. quare & data ψ K. ſed & ψ S eſt data, ſiquidem & vt φ K ad K S, ita φ Q ad ψ S. & oſtenſa eſt data φ Q data igitur & ψ S. erat autem, & angulus ψ S K datus. ergo & triangulum ψ S F orthogonium ſpecie & magnitudine dabitur; quare & ψ F parallela ipſi X K & in directum ipſi ψ ω. data igitur & ω L æqualis F K. & quoniam H K eſt æqualis M E, minor autem ω L, quam S R. etenim ω L eſt æqualis ipſi K F, atque eſt vt K H ad H S, ita S H ad H T, & T H ad H φ vt autem L M ad M ω, ita ω M ad M α, & α M ad M β erit M β maior, quã H φ. etenim & hoc deinceps demõſtrabitur. ergo & reliqua β L minor eſt, quam φ K. Rurſus quoniam data eſt ω L, cum oſtenſa ſit æqualis ipſi F K datę; data autem & L M, quòd & K H: erit proportio L M ad M ω data: atque eſt, vt L M ad M ω, ita & ω M ad M α: & data eſt ω M, ergo & M α, dabitur. Eadem ratione dabitur quoque M β quare, & punctum β, eſt datum; quod poſitum ſit vbi vult, vel inter V M, vt nunc eſt, vel inter V α, nempe recta linea V L æquali poſita vnicuique ipſarum K R, A E, Q X, Γ N. Si enim dicit β cadere in V, quæſitum nihilominus, vt conceſſum ſumit. apparet namque rurſus in recta linea M L poſitione data, & puncto aliquo in ipſa dato V ſumere inter L V duo puncta ω, α, & facere vt L M ad M ω, ita ω M ad M α, & α M ad M V; quod nullus ipſorum concedit. Hoc enim & antiqui quærentes dubitarunt, per plana inuenire, vt etiam demonſtrabo illorum verba apponens. & ipſe nihil habet dicere, quod hoc refellat. cum dicamus: Si V neceſſario eſt ſectionis punctum tertiæ proportionis, N
oſtende neque inter V α, neque inter M V cadere poſſe. etenim nos in principio oſtendimus punctum φ cadere & ſupra R & infra. cadit namque iuxta poſitionem propoſitionis. Similiter igitur reſolutione procedente ex eo, quod datur triangulum V, β, Γ, ſpecie & magnitudine, quamuis β ſectionis punctum cadat inter V α. dato autem & δ, ω, ε, triangulo quemadmodum ſupra, & data δ, ε, dabitur enim proportio D G ad G ε. hoc eſt proportio, ζ G ad G θ & nullo modo rurſus D G ad G E, cum æquales ponantur, & nunc K R, hoc eſt A B ipſi D, τ, quamquam θ velit cadere inter, ζ, τ, nihil enim ha-

Digitized by Google

bet dicere, quod refellat; audiens a nobis, oſtende neque inter τ, G, neque inter τ, ζ, cadere. Si autem ex conceſſione ſimpliciter velit huiuſmodi ſectionis punctum eſſe in τ, quæſitum etiam nunc vt conceſſum ſumit. Quod ſi ipſi non concedatur ſectionem eſſe in puncto τ, quoniam neque R concedimus in recta linea K H demonſtrationem facere, & ſi aliquod aliud inter ε G ſumere velit, vt ζ. ipſe non nouit, quomodo deceptus θ ſumit. Sed vt vult, ponatur ſeparabiie eſſe ſecundum τ, & coniungens θ, c, ducenſque ipſi c, θ parallelas, ζ, κ, ε, λ, per κ, λ, vero ipſi A C parallelas. κ μ, λ ν, oſtendit ſe non intellexiſſe problema. etenim recta linea θ c non facta parallela ipſi B G angulus c θ G obtuſus quidem eſt, puncto θ inter G τ, cadente, acutus autem θ cadente inter τ ζ, namque angulus ad τ, rectus eſt, ſecundum quem dumtaxat problema efficitur. Quod ſi quis concedat, quemadmodum ſupra diximus, in recta linea D G poſitione data, & puncto dato τ, ſumere duo puncta, velut ε, ζ, ita vt quam proportionem habet D G ad G, ε, habeat ε G ad G ζ, & ζ G ad G τ. hoc autem non dato, quod propoſitum eſt ab eo per plana inueniri nõ poterit; vt etiam per numeros ipſos congruenter reſolutioni, ijs, qui velint, perſuadere licebit, vtentibus tabula Ptolemæi de rectis lineis in circulo datis. Sed de hoc dubitare vna cum alijs ſatius erat, quam ita inuenire, Nos autem ea, quæ ſuperius poſita ſunt, nunc oſtendemus.

COMMENTARIVS.

A Et ſit vt L M ad M Ω, ita Ω M ad M α] *Græcus codex mendoſe habebat.* καὶ ἔσω ὡς λ μ πρὸς μ ω, οὕτως ἡ ω μ πρὸς μ θ *cum legendum ſit* πρὸς μ α.

B Et ipſi θ c parallelæ ducantur, ζ, κ, ε, λ. poſtremo ducantur a punctis κ, λ ipſis A C, B D parallelæ κ μ, λ ν. oſtendendum eſt ipſarum A C, B D medias proportionales eſſe μ κ, ν λ,] *Græcus codex* καὶ ἄχθωσαν τῇ θ Π παράλληλοι αἱ, ζ κ ε α, καὶ ἀπὸ τῶν κ α ταῖς α γ, β α παράλληλοι αἱ κ μ α ν δεῖξαι, *&c.* αἱ μ κ ν α. *Sed legendum* καὶ ἤχθωσαν τῇ θ γ παράλληλοι αἱ, ζ κ ε ν, καὶ ἀπὸ τῶν κ λ ταῖς α γ β δ παράλληλοι αἱ κ μ, λ ν δεῖξαι αἱ μ κ, ν λ.

C Niſi prius ponatur proportio, quam habet K H ad H R, hoc eſt B E ad E A] *Græcus codex* μὴ πρότερον ὑποτεθέντος τοῦ λόγου ὃν ἔχει ἡ κ δ πρὸς κ ρ τουτέστι τοῦ ὃν ἔχει ἡ κ πρὸς την β α. *Sed legendum puto ex ijs, quæ deinceps ſequuntur.* ὃν ἔχει ἡ κ θ πρὸς θ ρ τουτέστι τοῦ ὃν ἔχει ἡ β ε πρὸς την ε α.

D Vt autem 3 ad 2 ¼, ita 2 ¼ ad aliam quamdam] *Græcus codex* ὡς δὲ καὶ τὰ γ πρὸς τὰ δύο καὶ δ, οὕτως αὐτὰ τὰ β δ πρὸς ἄλληλα. *Sed legendum* πρὸς ἄλλην τινα.

E Et proportio K H ad H S, quam habet 10. ad 6.] *Græcus codex* καὶ τῆς κ θ ἄρα πρὸς την θ σ λόγος ἐστιν, ὃν τὰ ε πρὸς τὰ ς. *Sed legendum* ὃν τὰ ι πρὸς τὰ ς.

F Ipſe per ſeſe redarguitur, ſumens quæſitum vt conceſſum] *Græcus codex* αὐτόθεν ἐλέγχεται τὸ ζητούμενον ἐν ὁμολογούμενον λαβὼν *lege* τὸ ζητούμενον ὡς ὁμολογούμενον λαβών.

G Atque per puncta S T R ductis parallelis ipſi K π factum erit quod quæritur] *Græcus codex hoc loco, & infra corruptus erat, quem nos reſtituimus.*

H Erat namque & vt K π ad ς ρ, ita ς ρ ad T σ] *Sequitur hoc ex 4. ſexti elementorum ob triangulorum ſimilitudinem.*

K Quoniam igitur data eſt proportio K H ad H R.] *Græcus codex* ἐπεὶ τοίνυν δοθεῖσα ἐστιν ὁ τῆς κ θ πρὸς θ ρ *lege* ἐπεὶ τοίνυν δοθείς ἐστιν ὁ τῆς κ θ πρὸς θ ρ.

L Angulus igitur R φ χ eſt datus, qui eſt æqualis angulo exteriori K S Ψ] *Græcus codex* δοθεῖσα ἄρα ἡ ὑπὸ ρ φ γωνία καὶ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ κ σ φ ἐκτὸς γωνίᾳ. *Sed legendum* δοθεῖσα ἄρα ἡ ὑπὸ ρ φ χ γωνία. καὶ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ κ σ Ψ ἐκτὸς γωνίᾳ.

M Ergo & producta A Ψ ad F datum erit S F Ψ triangulum orthogonium ſpecie, & magnitudine] *Græcus codex* ἐκβληθείσης ἄρα, *&c.* τῷ εἴδει οὕτως. *Legendum arbitror* τῷ εἴδει καὶ μεγέθει, *quod ex ijs, quæ ſequuntur manifeſto apparet.*

N Si N neceſſario eſt ſectionis punctum tertiæ proportionis] *Græcus codex* ἐν τῷ ε ἐστὶν ἐξ ἀνάγκης τὸ τῆς τομῆς σημεῖον τοῦ τρίτου λόγου. *Sed pro ε ego libenter ponerem β. hoc eſt N Vt nos vertimus.*

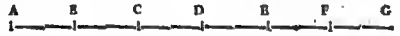
THEO-

Digitized by Google

THEOREMA PRIMVM, PROPOSITIO I.

Sit quædam recta linea A G diuiſa in partes æquales ad puncta B C D E F. Dico vt A C ad C B, ita eſſe B C ad ipſius C B dimidiam: & vt A D ad D B, ita B D ad D C, & tertiam ipſius C B: vt autem A E ad E B, ita B E ad E C, & ipſius C B quartam: & vt A F ad F B, ita B F ad F C, & quintam C B: Denique vt A G ad G B, ita B G ad G C, & ipſius C B ſextam.

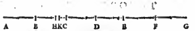
Perſpicuum autem eſt numeris ſemper hoc pacto aſſumptis, vt datus rectarum linearum æqualium numerus a puncto A ad numerum vnitate minorem, ita eſſe numerum vnitate minorem ad alium adhuc eo minorem vnitate, & particulam ipſius C B, quæ datæ rectarum linearum æqualium multitudini reſpondeat.



COMMENTARIVS.

Dico vt A C ad C B, ita eſſe B C ad ipſius C B dimidiam] *Vt enim* A C *ad eius dimidiam* C B, *ita &* B C *ad eius dimidiam.* A

Et vt A D ad D B, ita B D ad D C, & tertiam ipſius C B] *Fiat enim vt* A B *ad* B D, *ita* B H *ad* H D. *erit componendo, vt* A D *ad* D B, *ita* B D *ad* D H; *& quarum partium* A D *eſt 9, earum* D B *eſt 6: &* D H *4. ergo* B H *eſt 2, &* H C *1. Vt igitur* A D *ad* D B, *ita* B D *ad* D C *&* C H, *hoc eſt ipſius* C B *tertiam.* B

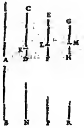


Vt autem A B ad B B, ita B B ad B C, & ipſius B B quartam] *Rurſus fiat vt* A B *ad* B B, *ita* B K *ad* K B: *quare & componendo, vt* A B *ad* B B, *ita erit* B B *ad* B K. *Quarum vero partium* A B *eſt 16, earum* B B *eſt 12, &* B K *9. ergo* B K *erit 3, &* K C, *1. Vt igitur* A B *ad* B B, *ita* B B *ad* B C, *&* C K, *videlicet quartam ipſius* C B. *eodem modo, & reliqua demonſtrabantur.* C

THEOREMA II. PROPOSITIO II.

Sint æquales rectæ lineæ, A, B; & C D minor, quàm vtraque ipſarum A B; maior vero, quàm N: fiatque vt A ad C D, ita C D ad E F, & E F ad G H: vt autem B ad N, ita fiat N ad P, & P ad R. Dico ipſam R, quàm G H minorem eſſe.

Quoniam enim C D maior eſt, quam N; ponatur ipſi N æqualis C K. ergo vt A ad C K, ita B ad N. Rurſus quoniam vt A ad C D, ita C D ad E F; fiat vt A ad C K, ita C K ad E L. eſt autē & vt B ad N, ita N ad P: atq; eſt A quidē ipſi B æqualis; C K vero æqualis N. ex æquali igitur vt A ad E L, ita B ad P. ideoque E L ipſi P æqualis erit. Eadem ratione, cum ſit vt A ad C D ita C D ad E F, & E F ad G H; erit & vt A ad C K, ita C K ad E L, & E L ad minorem, quàm G H ſit ad G M. Itaque quoniã vt C K ad E L, ita E L, ad G M: & vt N ad P, ita P ad R; eſt autem C K æqualis N, & E L æqualis P; erit G M ipſi R æqualis; ac propterea R minor, quam G H.

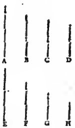


22 quinti
9

ALI.

ALITER

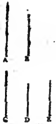
Sit A æqualis E, maior autem B, quàm F: & fiat vt A quidem ad B, ita B ad C, & C ad D. vt vero E ad F, ita F ad G, & G ad H. Dico D maiorem eſſe, quàm H.



Quoniam enim B maior eſt, quam F, & A ipſi E eſt æ-
8. quinti. qualis; habebit E ad A maiorem proportionem, quàm F ad E: & contra A ad B minorem habebit, quam E ad F. vt autem E ad F, ita F ad G, & vt A ad B, ita B ad C; ergo
11. quinti B ad C minorem habet proportionem, quam F ad G. & vt B ad C, ita C ad D. quare C ad D minorem proportionem habet, quam F ad G. Sed vt F ad G, ita G ad H. ergo C ad D minorem habet, quam G ad H. Quoniam igitur A ad B minorem habet proportionem, quam E ad F. B vero ad C minorem, quam F ad G; & C ad D minorem, quam G ad H; habebit ex æquali A ad D minorem proportionem, quam E ad H, vt deinceps oſtendetur, & ſunt A E inter ſe
10. quinti æquales. maior igitur eſt D quam H, quod demonſtrare oportebat.

THEOREMA III. PROPOSITIO III.

Habeat A ad B minorem proportionem, quam C ad D. Dico & permutando A ad C minorem proportionem habere, quam B ad D.



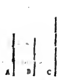
Fiat vt A ad B, ita C ad E maior igitur eſt E quam D. Et
16. quinti quoniam vt A ad B, ita C ad E; erit permutando, vt A ad C, ita B ad E. Sed B ad E minorem habet proportionem, quam
8. quinti B ad D. ergo & A ad C minorem proportionem habebit, quam B ad D.

THEOREMA IV. PROPOSITIO IV.

Hoc demonſtrato, habeat A ad B minorem proportionem, quàm D ad E: & B ad C proportionem minorem habeat, quàm E ad F. Dico ex æquali A ad C minorem habere proportionem, quàm D ad F.

Quoniam

Quoniam .n. A ad B minorem proportionem habet, quam D ad E; habebit permutando A ad D minorem proportionem, quam B ad E. Et eadem ratione B ad E minorem, quam C ad F. ergo rurſus permutando A ad C minorem habet proportionem, quam D ad F.



Quæ igitur me præmiſiſſe oportebat, hæc ſunt. Itaque omittens explicare & tibi, & iis, qui in geometria exercitati ſunt ea, quæ ille ſcripſit de conſtructione, & quæ nos obiecimus; optimum fore iudicaui, ſi exponerem quid antiqui de dicto problemate ſenſerint: & primum nonnulla dicerem de problematibus, quæ in geometria conſiderantur, inde ſumpto initio.



Problematum geometricorum antiqui tria genera eſſe ſtatuerunt, & eorum alia quidem plana appellari, alia ſolida, alia linearia. Quę igitur per rectas lineas, & circuli circumferentiam ſolui poſſunt, merito plana dicuntur; etenim lineæ, per quas eiuſmodi problemata ſoluuntur, in plano ortum habent. Problemata vero quæcunque ſoluuntur, aſſumpta in conſtructionem aliqua coni ſectione, vel pluribus, ſolida appellantur namque ad conſtructionem neceſse eſt ſolidarum figurarum ſuperficiebus, nimirum conicis vti. Reſtat tertium genus, quod lineare appellatur. Lineæ enim aliæ præter iam dictas in conſtructionem aſsumuntur, varium, & tranſmutabilem ortum habentes, quales ſunt helices, & quas græci τετραγωνίζουσας appellant, nos quadrantes dicere poſſumus, conchordes, & ciſſoides, quibus quidem multa, & admirabilia accidunt. Cum igitur tales ſint problematum differentiæ, antiqui geometræ problema ante dictum in duabus rectis lineis, quod natura ſolidum eſt, geometrica ratione innixi conſtruere non potuerunt, quoniam neque coni ſectiones facile eſt in plano deſignare. Inſtrumentis autem ipſum in operationem manualem, & commodam, aptamque conſtructionem mirabiliter traduxerunt, quod videre licet in eorum voluminibus, quæ circumferuntur, vt in Eratoſthenis meſolabo, in Philonis, & Heronis mechanicis, & catapulticis. Hi enim afferentes problema ſolidum eſſe, ipſius conſtructionem inſtrumentis tantum perfecerunt, congruenter Apollonio Pergæo, qui & reſolutionem eius fecit per coni ſectiones: alij per locos ſolidos Ariſtæi: nullus autem per ea, quæ proprie plana appellantur. At Nicomedes, & ratione illud fecit per lineam conchoidem, per quam & angulum tripartito diuiſit. Exponemus igitur quattuor eius conſtructiones vna cum quadam noſtra tractatione. Quarum prima quidem eſt Eratoſthenis, ſecunda Nicomedis, tertia Heronis, maxime ad manuum operationem accommodata, iis, qui Architecti eſse volunt. vltima autem eſt a nobis inuenta. ſolido enim quocunque dato, alterum ſolidum dato ſimile conſtruitur ad datam proportionem, ſi duabus datis rectis lineis, duæ mediæ in continua analogia aſsumantur, vt inquit Hero in mechanicis, & catapulticis.

ἐπίπεδα, στερεά, γραμμικά.

A Problemata plana.

Problemata ſolida.

B

C Coni ſectiones nõ facile eſt in plano deſignare.

COMMENTARIVS.

Problematum vero quæcumque ſoluuntur, aſsumpta in conſtructionem aliqua coni ſectione, vel pluribus, ſolida appellantur] *Græcus codex ſic habet, παραλαμβανομένης εἰς τὴν γένεσιν μιᾶς τῶν τοῦ κώνου τομῶν. ego libentius legerem παραλαμβανομένης εἰς τὴν κατασκευὴν μιᾶς τῶν τοῦ κώνου τομῶν.* A

Quales ſunt helices, & quas Græci τετραγωνίζουσας appellant] *Græcus codex mancus eſt, qui ſic habet, ὁποῖαι τυγχάνουσιν . . . . . καὶ τετραγωνίζουσαι. Forſaſſe autem legendum erit, ὁποῖαι τυγχάνουσιν αἱ ἕλικες, καὶ τετραγωνίζουσαι.* B

Quoniam neque coni ſectiones facile eſt in plano deſignare] *In Græco codice legitur. ἐπεὶ μὴ δὲ τὰς τοῦ κώνου τομὰς ῥᾴδιον ἐν ἐπιπέδῳ γράφειν ἦν. quæ vero ſequuntur ſupernacanea, & abolenda cenſeo. Vt pote librarij errore inſerta. ὡς δεῖ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ.* C

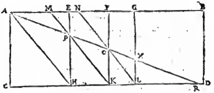
Solido enim quocumque dato, alterum ſolidum dato ſimile conſtituitur ad datam proportionem] *Græcum codicem ita corrigemus. στερεοῦ γὰρ παντὸς δεδομένου, ἕτερον στερεὸν ὅμοιον τῷ δοθέντι κατασκευάζεται πρὸς τὸν δοθέντα λόγον.* D

Digitized by Google

PROBLEMA I. PROPOSITIO V.

Duabus datis rectis lineis, duas medias proportionales in continua analogia inuenire.

VT ERATOSTHENES.



Sit plinthium compactum ABCD, & in ipſo triangula orthogonia æqualia ABH, MFK, NGL; quæ rectos angulos habeant ad puncta BFG: & triangulum quidem ABH affixum maneat, triangulum vero MFK moueatur in regulis AB, CD, ita vt MP in regula AB feratur, canalem per totum habente, & vertex K in CD; nempè canali per totam longitudinem excauato: Similiter & triangulum NGL in regulis AB, CD, per dictos canales moueatur. His igitur hoc modo præparatis, ſi quis velit cubum cubi duplum facere, aſſumens AC ipſius LX duplam, diſtrahenſque triangula MFK, NGL, quoad puncta AX in eadem recta linea conſtituantur, in qua triangulorum ſectiones PO, contingat rectam lineam APOX occurrentem ipſi CD in R; hoc enim neceſsario fieri oportet. Et ita quod propoſitum eſt, aſsequetur. Nam cum ſit, vt AC ad PH, ita AR ad RP, & AH ad PK, & HR ad RK, & PH ad OK, & PR ad RO, & PK ad OL; & KR ad RL, & OK ad LX; erunt linearum AC, LX, duæ mediæ PH, OK, in continua analogia; atq; eſt AC dupla LX. Cubus igitur, qui ſit ex AC duplus erit eius, qui ex PH cubi. Quòd ſi cubus ad cubum aliam quandam proportionem habeat, eandem habere oportet AC ad LX, & reliqua ſimili ratione conſtruentur. Ex quo perſpicue conſtat fieri non poſse, vt propoſitum per plana ſoluatur.

COMMENTARIVS.

A Et triangulum quidem ABH affixum maneat, triangulum vero MFK moueatur in regulis AB, CD] *Ex epiſtola Eratoſthenis, qua legitur in commentarijs Eutocij in ſecundum librum Archimedis de Sphæra, & Cylindro, apparet ipſum voluiſſe medium parallelogrammum, ſeu triangulum affixum eſſe, & manere, non primum. Sed res in idem recidit. nam etiam ſi vltimum maneat, & alia duo moueantur, idem planè continget. græcus autem codex corruptus eſt, & mancus, qui fortaſſe ita reſtituetur.* τὸ δὲ μ ζ ε τῶν κίνειν ἐχέτω ἐπὶ τῶν αβ, γδ κανόνων, *adſcribantur reliqua ex codice manuſcripto.*

B Nam cum ſit vt AC ad PH, ita AR ad RP, & AH ad PK, & HR ad RK] *Ex quarta propoſitione ſexti libri elementorum; ſunt enim triangula* ARC, PRH *inter ſe ſimilia, itemque ſimilia* ARH, PRK. *quare vt* AC *ad* PH, *ita* AR *ad* RP: *& vt* AR *ad* RP, *ita &* AH *ad* PK, *&* HR *ad* RK.

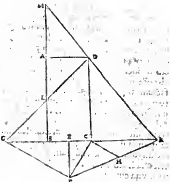
C Et PH ad OK, & PR ad RO, & PK ad OL, & KR ad RL, & OK ad LX] *Rurſus enim ſiunt triangula* PRH, ORK *ſimilia, & ſimilia* PRK, ORL, *Vt igitur* HR *ad* RK, *ita eſt &* PH *ad* OK, *&* PR *ad* RO. *Sed vt* PR *ad* RO, *ita* PK *ad* OL, *&* KR *ad* RL. *atque ob eandem cauſam, vt* KR *ad* RL, *ita* OK *ad* XL. *Ex quibus ſequitur per vndecimam quinti elementorum, vt* AC *ad* PH, *ita eſſe* PH *ad* OK, *&* OK *ad* XL.

VT NICOMEDES.

Duabus datis rectis lineis CD, DA; duæ mediæ in continua analogia, hoc modo aſſumuntur.

Com-

Compleatur A B C D parallelogrammum; & vtraque ipſarum A B, B C bifariam ſecetur in punctis L E: iunctaque L D producatur: & occurrat C B productæ in G; ipſi vero B C ad rectos angulos ducatur B F: & C F iungatur, quæ ſit æqualis A L. iungatur preterea F G, & ipſi parallela ſit C H. Quod cum angulus contineatur K C H, a dato puncto F ducatur F H K, quæ facit lineam H K ipſi A L, vel C F æqualem. hoc enim fieri poſſe per lineam conchoidem oſtenſum eſt. & iuncta K D producatur, occurratque ipſi B A productæ in puncto M. dico vt D C ad C K, ita eſſe C K ad M A, & M A ad A D. Quoniam enim B C bifariam ſecta eſt in E; & ipſi adijcitur C K; rectangulum B K C vna cum quadrato ex C E æquale eſt quadrato ex E K. commune apponatur ex E F quadratum. ergo rectangulum B K C vna cum



quadratis ex C E, E F; hoc eſt vna cum quadrato ex C F æquale eſt quadratis ex K E, 2. Sexti
E F, hoc eſt quadrato ex F K. Et quoniam vt M A ad A B, ita eſt M D ad D K; vt autem M D ad D K, ita B C ad C K; erit vt M A ad A B, ita B C ad C K, atque eſt ipſius A B dimidia A L & ipſius B C dupla C G. eſt igitur & vt M A ad A L, ita G C ad C K, ſed B C
vt G C ad C K, ita F H ad H K, propter lineas parallelas G F, C H. quare, & componendo D
vt M L ad L A, ita F K ad K H. Sed A L ponitur æqualis H K, quoniam & ipſi C F. ergo, & M L æqualis erit F K & quadratum ex M L quadrato ex F K æquale. eſt autem 2 Sexti. 6 ſecundi
quadrato ex M L æquale rectangulum B M A vna cum quadrato ex A L: & quadrato ex F K æquale oſtenſum eſt rectangulum B K C vna cum quadrato ex C F; quorum quidem quadratum ex A L eſt æquale quadrato ex C F; ponitur enim A L ipſi C F æqualis. ergo 14 Sexti.
reliquum B M A rectangulum æquale eſt reliquo B K C. vt igitur M B ad B K, ita C K ad 4. Sexti.
M A. Sed vt M B ad B K, ita D C ad C K. quare vt D C ad C K, ita eſt C K ad M A. vt autem M B ad B K, ita M A ad A D. ergo & vt D C ad C K, ita C K ad M A, & M A ad A D. 4. Sexti.

COMMENTARIVS.

Hoc enim fieri poſſe per lineam conchoidem oſtenſum eſt] *Quomodo illud per lineam conchoidem fiat, vide in quarto libro propoſitione 24. & apud Eutocium in commentarijs in ſecundum librum Archimedis de ſphera & cylindro.* A

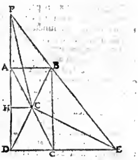
Et ipſius B C dupla C G] *Ob ſimilitudinem namque triangulorum D G C, L G B, vt D C ad L B, ita eſt C G ad G B. Sed A B hoc eſt D C dupla eſt ipſius L B. ergo & C G ipſius G B dupla erit, ac propterea etiam dupla ipſius B C.* B

Eſt igitur, & vt M A ad A L, ita G C ad C K] *Quoniam enim eſt vt M A ad A B, ita B C ad C K: & vt B A ad A L, ita C G ad B C; erit ex æquali in perturbata ratione, vt M A ad A L, ita G C ad C K.* C

Quare, & componendo, vt M L ad L A, ita F K ad K H, ſed A L ponitur æqualis H K, quoniam & ipſi C F. ergo & M L æqualis erit F K] *Ex ante dictis namque & vndecima quinti libri elementorum ſequitur, vt M A ad A L, ita eſſe F H ad H K. ergo & componendo, vt M L ad L A, ita F K ad K H, permutandoque vt M L ad F K, ita L A ad K H. ſed L A eſt æqualis K H, quare & M L ipſi F K æqualis erit.* D

VT HERO.

Quo autem modo poſſimus, duabus rectis lineis duas medias proportionales organicè inuenire, oſtendemus; quoniam problema hoc, vt etiam inquit Hero, ſolidum eſt. exponemus igitur demonſtrationem ad manuum operationes maximè accommodatam.



Sint enim datæ rectæ lineæ AF, BC ad rectos inter ſe angulos conſtitutæ, quarum oporteat duas medias proportionales, inuenire. Compleatur ABCD parallelogrãmum, & DC, DA producantur; iunganturque DB, AC: & aptetur regula ad punctum B, quæ quidem mota ſecet lineas CB, AF, quoad ea, quę a puncto G ducitur ad ſectionem CE. æqualis fiat illi, quæ ab eodem puncto G ad ſectionem AF ducitur. Itaque factum iam ſit, & regulæ poſitio ſit EBF, æquales autem BG, GF. Dico rectas lineas AF, CE medias pro-
A portionales eſſe ipſarum AB, BC. Quoniam enim pa-
B rallelogrammum ABCD rectangulum eſt, quattuor rectæ lineæ DG, GA, BG, GC, æquales ſunt inter ſeſe. & quoniam æquales ſunt DG, GA; & ducta eſt GF, rectangulum DFA vna cum quadrato ex AG æquale erit quadrato ex GF. Et eadem ratione rectangulum DEC vna cum quadrato ex CG, æquale eſt quadrato ex GE. & ſunt æquales FG, GE. ergo & rectangulum DFA vna cum quadrato ex AG erit æquale rectangulo DEC vna cum quadrato ex CG quorum quadratum ex CG eſt æquale quadrato ex GA.
14 Sexti reliquum igitur rectangulum DEC rectangulo DFA eſt æquale. ergo vt ED ad DF, ita
4 FA ad CE. vt autem ED ad DF, ita & BA ad AF, & EC ad CB. quare & vt BA ad AF, ita & FA ad CE; & EC ad CB, rectarum igitur linearum AB, BC medię proportionales ſunt AF, CE.

COMMENTARIVS.

A Quoniam enim parallelogrammum ABCD rectangulum eſt, quattuor rectæ lineæ DG, GA, BG, GC, æquales ſunt inter ſeſe] *Sunt enim trianguli* ABC *duo latera* CB, BA *æqualia duobus lateribus* BC, CD *trianguli* DCB, *& angulus ad* B *rectus æqualis recto ad* C. *ergo & baſis* AC *baſi* BD *æqualis erit. Sed* AGB *angulus eſt æqualis angulo* DGC, *quòd ſint*
15 Primi *ad verticem; & angulus* ABG *æqualis eſt angulo* CDG, *anguluſque* BAG *ipſi* DCG. *triangulum igitur* ABG *triangulo* CDG *ſimile; & vt* AB *ad* BG, *ita* CD *ad* DG: *& permutando vt* AB *ad* CD, *ita* BG, *ad* GD. *ergo* BG, GD *æquales ſunt. & eodem modo oſtendentur æquales* AG, GC. *vt igitur* BG *ad* GD, *ita* AG *ad* GC. *& componendo vt* BD *ad* DG, *ita* AC *ad* CG *rurſuſque permutando vt* BD *ad* AC, *ita* DG *ad* GC. *Sunt autem* BD, AC *æquales; quod oſtenſum fuit. ergo & æquales* DG, GC, *& propterea* BG, GA, *& omnes inter ſe æquales.*

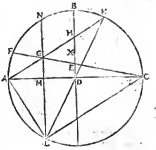
B Et quoniam æquales ſunt DG, GA; & ducta eſt GF; rectangulum DFA vna cum quadrato ex AG æquale erit quadrato ex GF] *Ducatur a puncto* G *ad* AD *perpendicu-*
4. Sexti *laris* GH. *erit triangulum* AGH *triangulo* DGH *ſimile: & vt* GH *ad* HA, *ita* GH *ad* HD. *ergo* AH *eſt æqualis* HD. *Et quoniam* AD *biſariam ſecta eſt in* H: *& ipſi adijcitur* AF, *re-*
6. Secũdi *ctangulum* DFA *vna cum quadrato ex* AH *æquale eſt quadrato ex* HF. *commune apponatur quadratum ex* GH, *rectangulum igitur* DFA *vna cum quadratis ex* AH, HG: *hoc*
47. Primi *eſt vna cum quadrato ex* AG *æquale erit quadratis ex* FH, HG, *videlicet quadrato ex* FG. *& ſimiliter ducta a puncto* G *ad* DC *perpendiculari, rectangulum* DEC *vna cum quadrato ex* CG *æquale oſtendetur quadrato ex* GE.

VT IPSE PAPPVS.

Cubus autem cubi non ſolum duplus inuenitur per ſubiectum inſtrumentum, quod a nobis excogitatum eſt, ſed & generaliter proportionem habens quamcumque imperatam.

Deſcrib

Deſcribatur enim ſemicirculus ABC: & a centro D ad rectos angulos ducatur DB; & moueatur regula circa A punctum, ita vt vnus quidem eius terminus clauulo quopiam ſuperponatur puncto A, reliqua vero pars circa clauulum, veluti circa centrum inter BC moueatur. His hoc modo conſtructis propoſitum ſit duos cubos inuenire, qui inter ſe datam proportionem habeant. Fiat proportio BD ad DE eadem, quæ proportio data; & iuncta CE producatur ad F. moueatur autem regula inter BC, donec pars eius interiecta inter lineas FE, EB æqualis ſit ei, quæ inter BE rectam lineam & circumferentiam BKC interijcitur. hoc enim tentantes ſemper, & regulam transferentes facile aſſequemur. factum igitur iam ſit, & regula poſitionem habeat AGHK, ita vt GH, HK inter ſe ſint æquales. Dico cubum factum ex linea BD ad cubum ex linea DH datam habere proportionem; videlicet quæ eſt BD ad DE.



Intelligatur enim circulus completus; iunctaque KD producatur ad L, & LG iungatur. parallela igitur eſt LG ipſi BD, propterea quòd & KH eſt 2. Sexti.
æqualis HG, & KD ipſi DL. Iungantur etiam AL, LC, Et quoniam angulus GAL in ſemicirculo rectus eſt; & perpendicularis AM: erit vt quadratum ex LM ad quadra- Cor. 8.
tum ex MA, hoc eſt, vt recta linea CM ad rectam MA, ita quadratum ex AM ad quadratum ex MG: etenim vt LM ad MA, ita eſt MA ad MG. ergo & vt quadratum ex A
LM ad quadratum ex MA, ita quadratum ex AM ad quadratum ex MG, & recta linea B
CM ad MA. communis apponatur proportio AM ad MG. ergo proportio compoſita ex proportione CM ad MA, & proportione AM ad MG, videlicet proportio CM ad C
MG, eadem eſt, quæ componitur ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG; & ex proportione rectæ lineæ AM ad MG. Sed proportio compoſita ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG, & ex proportione rectæ lineæ AM ad MG, eadem eſt, quam habet cubus, qui fit ex AM ad cubum, qui ex MG. ergo & CM ad MG
proportio, eadem eſt, quã cubus ex AM habet ad cubum ex MG. Sed vt CM quidem ad 4. Sexti.
MG, ita CD ad DE, hoc eſt BD ad DE. Vt autem AM ad MG, ita AD ad DH, hoc eſt BD ad DH. ergo & vt BD ad DE, quæ eſt proportio data, ita cubus ex BD ad eum, qui fit ex DH cubum: Si igitur fiat vt BD ad DH, ita DH ad aliam quampiam, vt DX; erunt rectarum linearum BD, DE duæ mediæ proportionales, DH, DX.

COMMENTARIVS.

Ergo & vt quadratum ex LM ad quadratum ex MA, ita quadratuum ex AM ad qua- A
dratum ex MG.] *ex 22. Sexti.*

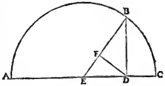
Et recta linea CM ad MA] *Rurſus enim quoniam angulus* ALC *in ſemicirculo eſt rectus* B
& perpendicularis LM, *erunt tres rectæ lineæ* CM, ML, MA *in continua analogia. quare vt* CM *ad* MA, *ita quadratum ex* CM, *ad quadratum ex* ML, *hoc eſt quadratum ex* LM *ad quadratum ex* MA.

Sed proportio compoſita ex proportione quadrati AM ad quadratum MG, & pro- C
portione lineæ AM ad MG eadem eſt, quam habet cubus, qui fit ex AM ad cubum, qui ex MG] *Priſmata namque omnia, & pyramides inter ſe proportionem habent compoſitam ex proportione baſium, & proportione altitudinum: quod nos in libro de centro grauitatis ſolidorum, propoſitione* XXI. *demonſtrauimus. Eſt enim cubus priſma quoddam, cuius baſis latus ipſius altitudini eſt æquale.*

SECVNDVM PROBLEMA HOC ERAT.

In ſemicirculo tres medietates ſumere.

 Hoc



Hoc autem quidam alius dixit, & ſemicirculum exponens ABC, cuius centrum E, aſſumenſque in recta linea AC quoduis punctum D & ab eo ad rectos angulos EC ducens DB, ipſam EB coniunxit. ad quam A a puncto D ducta DF perpendiculari, tres medietates ſimpliciter in ſemicirculo exponi aſſeruit. ipſam quidam EC mediam arithmeticam, DB geometricam, & BF harmonicam. At vero BD mediam eſſe inter AD, B DC in geometrica analogia, & EC mediam inter AD, DC in medietate arithmetica 8. Sexti. perſpicum eſt vt enim AD ad DB, ita eſt DB ad DC: & vt AD ad ſeipſam, ita exceſ-C ſus ipſarum AD, AE, hoc eſt AD, EC ad exceſſum EC, CD. Quo autem pacto FD media ſit in harmonica medietate, vel qualium rectarum linearum, non dixit, ſed tantum affirmauit tertiam eſſe proportionalem rectarum linearum EB, BD, ignorans ab ipſis BE, BD, BF, quæ ſunt in geometrica analogia, medietatem harmoni-D cam formari. oſtendetur enim a nobis inferius, duas EB, & tres DB, & vnam BF, coaceruatas efficere maiorem extremitatem harmonicæ medietatis; & duas BD, & vnam BF efficere mediam; vnam vero BD, & vnam BF, minimam. Sed primum de tribus medietatibus diſſerendum eſt; ſecundo loco de ijs, quæ in ſemicirculo, deinde de alijs tribus, quæ ipſis opponuntur ſecundum antiquos: poſtremo de quattuor medietatibus, quæ ſunt apud recentiores, ex eorum ſententia, & quo pacto vnaquæque decem medietatum per geometricam analogiam inueniri poſſit. vt & id quod propoſitum eſt, pluribus redarguamus.

DEFINITIONES.

μεσότης medietas: ἀναλογία analogia. Arithmetica medietas. Differt autem medietas ab analogia, nam ſiquid eſt analogia, hoc & medietas eſt; ſed non contra. medietates enim tres ſunt aritmetica, geometrica, & harmonica. Arithmetica quidem medietas dicitur, quando tribus exiſtentibus terminis medius vnum extremorum pari exceſſu quantitate ſuperat, & a reliquo ſuperatur, vt habet 6 ad 9 & ad 3, vel quando ſit vt primus terminus ad ſeipſum, ita primus exceſſus ad ſecundum. prima vero intelligere oportet ſuperantia.

Geometrica. Geometrica medietas, quæ proprie analogia dicitur; quando ſit vt medius terminus ad vnum extremorum, ita reliquus ad medium, vt habet 6 ad 12, & ad 3; & aliter quando ſit vt primus terminus ad ſecundum, ita primus exceſſus ad ſecundum.

Harmonica. Harmonica autem medietas eſt, quando medius terminus eadem parte E & ſuperat vnum extremorum, & a reliquo ſuperatur; vt habet 3 ad 2 & ad 6; vel quando ſit vt primus terminus ad tertium, ita primus exceſſus ad ſecundum, vt habent. 6 3 2.

His poſitis inueniemus ſimul tres medietates in minimis relictis lineis F numero quinque.

COMMENTARIVS.

A Ipſam quidem AC mediam arithmeticam] *Græcus codex* τὴν μὲν [illegible] *ſed mendoſe; legendum enim eſt* τὴν μὲν γ μέσην ἀριθμητικήν.

B Et EC mediam inter AD DC in medietate arithmetica perſpicuum eſt] *Et hoc loco Græcus*

Græcus codex mendoſus eſt, in quo legitur, ἡ δὲ δὶς τῆς ΑΔΔΓ. corrige ἡ δὲ ἐγ τῆς ΑΔΔΓ.

Et vt AD ad ſeipſam, ita exceſſus ipſarum AD, AB, hoc eſt AD, BC ad exceſſum EC, CD.] *Oſtendit* EC *mediam eſſe inter* AD DC *in medietate arithmetica ex definitione ipſius, eſt enim aritmetica medietas, vt ipſe inferius ſcribit, quando tribus exiſtentibus terminis medius vnum extremorum pari exceſſu ſuperat, & à reliquo, ſuperatur. vt habet 6 ad 9 & ad 3, vel quando ſit, vt primus ad ſeipſum ita primus exceſſus ad ſecundum, eſt igitur Vt* AD *ad ſeipſam, ita exceſſus primi, & ſecundi* AD, BC, *hoc eſt* AD, AB, *qui eſt* ED *ad exceſſum ſecundi, & tertij* BC, CD, *qui eſt idem* ED, *ſunt enim* AB EC *inter ſe æquales, cum* E *circuli centrum ponatur.* C

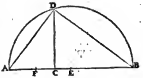
Oſtendetur enim a nobis inferius duas EB & tres DB &c:] *in 20. huius.* D

Harmonica autem medietas eſt, quando medius terminus eadem parte & ſuperat vnum extremorum & a reliquo ſuperatur, vt habet 3 ad 2 & ad 6] *Nam 3 ſuperat 2 dimidia parte ipſius 2, & ſeparatur a 6 itidem dimidia ipſius 6.* E

His poſitis inueniemus ſimul tres medietates in minimis rectis lineis numero quinque] *De his poſterius in xv. huius* F

PROBLEMA II. PROPOSITIO VI.

Oporteat autem primum datis rectis lineis AB, BC mediam in geometrica analogia inuenire.



Ducatur ad rectos angulos CD, & AB in puncto E bifariam ſecetur: circa centrum vero E per B circumferentia deſcripta ſecet eam, quæ ad rectos angulos ducta eſt in D; & coniungenti puncta BD æqualis auferatur BF, erit BF media, quam quærebamus. iuncta enim DA, rectum angulum continet cum BD, propterea quod vtraque ipſarum EB, EA æqualis eſt ei, quæ DE puncta coniungit: eſt autem & angulus ad C rectus, æquiangulum igitur ABD triangulum triangulo BCD: & ob id latera, quæ circa B communem ipſorum angulum, ſunt proportionalia. ergo vt AB ad BD, ita DB ad BC: linearum igitur AB, BC media eſt BD, & ipſi æqualis BF. A B

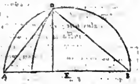
COMMENTARIVS.

Propterea quod vtraque ipſarum EB, EA æqualis eſt ei, quæ DE coniungit.] *eſt enim* ADB *ſemicirculi circumferentia, quæ rectum angulum comprehendit, ex 33. tertij libri elementorum.* A

Aequiangulum igitur eſt ABD triangulum triangulo BCD] *ex octaua ſexti elementorum.* B

PROBLEMA III. PROPOSITIO VII.

Datis rectis lineis AB, BF; minorem extremam ſumere.



Secetur AB bifariam in E, & circa centrum E per B circumferentia deſcribatur; quam circumferentia circa B centrum per F deſcripta ſecet in puncto D: & perpendicularis ducatur DC. facta eſt igitur BC tertia proportionalis ipſarum AB BF, quod ex antedictis in media proportionali demonſtrari facile poteſt.

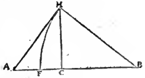
Et manifeſtum eſt ſi data analogiæ proportio dupla ſit, ita vt AB ſit quadrupla BC, quæ ipſi BD æqualis ponitur dimidia erit AB, videlicet BE. Et ſi proportio maior ſit, quam dupla, erit dimidia minor: Si vero minor, quam dupla, dimidia maior erit.

PRO-

PROBLEMA IV. PROPOSITIO VIII.

Datis rectis lineis FB, BC maiorem extremam inuenire.

Ducatur ad rectos angulos CH, quam circumferentia circa B centrum per F deſcripta ſecet in H, & ipſi BH iunctæ ad rectos angulos ducatur HA. ergo AB eſt tertia proportionalis ipſarum CB, BF, hoc enim ex ante demonſtratis perſpicue conſtat.



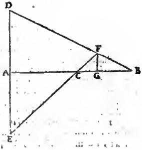
PROBLEMA V. PROPOSITIO IX.

A Datis rectis lineis AB, BC minorem extremam in harmonica medietate inuenire.

Rurſus ſint duæ rectæ lineæ AB, BC; & ad rectos angulos ipſi AB ducatur DAE, ita vt DA ſit æqualis AE: iunganturq; BD, ECF: & a puncto F ad CB perpendicularis ducatur FG. Dico vt AB ad BG, ita eſſe ipſarum AB, BC exceſſum ad exceſſum CB, BG. Quoniam enim eſt, vt

4. Sexti. AB ad BG, ita DA ad FG; hoc eſt AB ad FG: eſt enim AB ipſi AD æqualis: erit vt AB ad BG, ita AB ad FG. Sed vt AB ad FG ita AC ad CG: propterea quod triangula ACE, CFG æquiangula ſunt. vt igitur AB ad BG, ita AC ad CG. atq; eſt AC exceſſus rectarum linearum AB, BC. & CG exceſſus ipſarum CB BG. ergo vt AB BG, ita ipſarum AB BC exceſſus ad exceſſum CB BG.

B Hoc autem theorema vtile eſt ad harmonicam medietatem. prima enim eſt AB, ſecunda BC, tertia BG.

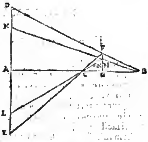


COMMENTARIVS.

A Datis rectis lineis AB, BC minorem extremam in harmonica medietate inuenire.

Propoſitionem hanc nos addidimus perſpicuitatis cauſſa, quemadmodum, & in iis, quæ ſequuntur.

Animaduertendum autem eſt Pappum non determinare magnitudinem rectarum linearum DA, AB *propterea quod vtcumq; ſumantur, ſiue maiores, ſiue minores, idem prorſus contingat neceſſe eſt. Sumantur enim aliæ duæ* KA AL, *ita tamen Vt inter ſe æquales ſint: & iuncta* KB, *quæ rectam lineam* FG *in puncto* M *ſecet, ducatur* LC. *Dico* LC *productam occurrere ipſi* FG *in* M. *Si enim fieri poteſt, occurrat in alio puncto, videlicet in* N. *Quoniam igitur demonſtrauimus, vt* AB *ad* BG, *ita eſſe* AC *ad* CG: *Vt autem* AB *ad* BG, *ita* KA *ad* MG: *& vt* AC *ad* CG, *ita* AL *ad* NG. *Ob ſimilitudinem triangulorum* ALC, CNG; *erit vt* KA *ad* MG, *ita* AL *ad* NG: *permutandoque vt* KA *ad*



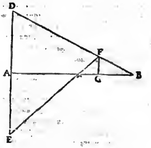
AL, *ita*

AL, ita MG ad GN. eſt autem KA æqualis AL. ergo & MG ipſi GN æqualis erit, ſed & inæqualis, quod fieri non poteſt. recta igitur linea LC occurrit FG in M. Quòd cum KB, LC inter ſe conueniant in FG ad punctum M, perpendicularis ab eo ducta in idem punctum G cadet. & omnia ſimiliter atque in ſuperioribus contingent.

Hoc autem theorema vtile eſt ad harmonicam medietatem] *Theorema pro problemate impropriè vſurpauit.* B

PROBLEMA VI. PROPOSITIO X.

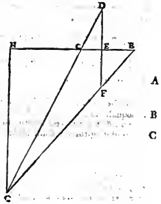
Datis rectis lineis AB, BG mediam in harmonica medietate inuenire.



Quod ſi extremis AB, BG datis mediam inquiramus, iungentes BD, & a puncto G ducentes GF ad rectos angulos GB, a puncto autem F ad B ducentes FCB, habebimus CB mediam inter AB, BG. & demonſtratio manifeſta eſt.

PROBLEMA VII. PROPOSITIO XI.

Datis rectis lineis CD, BE in harmonica medietate maiorem extremam inuenire.



Datis autem rectis lineis CB, BB maiorem extremam inueniemus, a puncto B ad rectos angulos ducentes DB, BF, iungenteſque BF, DC, & ad G producentes. quæ enim a puncto G ad BC protractam perpendicularis ducitur GH abſcindit HB æqualem ei, quam quærebamus; nam CD, BF vt ad partes G inter ſe conuenient. oportet enim ponere BB maiorem, quam BC.

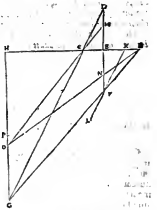
COMMENTARIVS.

A puncto B ad rectos angulos ducentes DE, BF] *Intelligendum autem DE, BF inter ſe æquales eſſe, vt in ſuperioribus.* A

Quæ enim à puncto G ad BC protractam perpendicularis ducitur GH abſcindit HB æqualem ei, quam quærebamus] *Vt enim HB ad BB, ita eſt HG ad BF, hoc eſt ad DB ei æqualem. Sed vt HG ad DE, ita eſt HC ad CB ob ſimilitudinem triangulorum CGH, CDB. Vt igitur HB ad BB, hoc eſt vt primus terminus ad tertium, ita HG ad CB, videlicet exceſſus primi, & ſecundi ad exceſſum ſecundi, & tertij.* B 4. Sexti.

Nam CD, BF vt ad partes G inter ſe conuenient. Oportet enim ponere BB maiorem, C

iorem, quàm E C] *In Græco codice legitur* δεῖ γὰρ ὑποτίθεσθαι τὴν β γ μείζονα τῆς β γ. *Sed puto legendum* τὴν β ε μείζονα τῆς ε γ. *quoniam in medietate harmonica tertius terminus maior eſt exceſſu, quo medius ipſum tertium ſuperat. Vt enim* H B *ad* B E, *ita* H C *ad* C E: *& permutando Vt* B H *ad* H C, *ita* B E *ad* E C. *Sed* B H *maior eſt, quàm* H C. *ergo &* B E, *quàm* E C *maior erit.*



15 primi. 4 primi. *Itaque a recta linea* B E *abſcindatur* E K *æqualis* C E, *& iuncta* K F *producatur ad* L. *erunt duæ* D E, E C 27 primi. 29 primi. *æquales duabus* F E, E K *& angulus* D E C *æqualis angulo* F E K. *ergo & baſis baſi, triangulumque* C D E *triangulo* K F E, *& reliqui anguli reliquis angulis æquales. angulus igitur* E F K *eſt æqualis angulo* E D C: *& ob id recta linea* K F L *parallela eſt ipſi* D C: *& duo anguli* C D F, D F L *duobus rectis ſunt æquales. quod cum ita ſit, duo anguli* C D F, D F G *erunt minores duobus rectis. at propterea rectæ lineæ* D C, B F *inter ſe ad partes* G *neceſſario conuenient. Vtcumque autem ſumantur rectæ lineæ* D E, E F *modo æquales ſint, idem continget. ſint enim aliæ duæ* M E, O N, *& ducta* B N *producatur vſque ad* H G *in* O, *iungaturque* M C. *Dico* M C *protractam occurrere ipſi* H G *in puncto* O. *Si enim fieri poteſt, occurrat in alio puncto, quod ſit* P. *Et quoniam vt* H B *ad* B E, *ita eſt* H C *ad* C E: *vt autem* H B *ad* B E, *ita* H O *ad* E N: *&* 4. Sexti. *vt* H C *ad* C E, *ita* H P *ad* E M, *erit* H O *ad* E N, *Vt* H P *ad* E M. *& permutando* H O *ad* H P; *vt* N E *ad* E M. *eſt autem* N E *æqualis* E M. *ergo &* H O *ipſi* H P *eſt æqualis. Sed & inæqualis, quod fieri non poteſt. conuenient igitur Vtraque* B N, M C *in* H G, *atque ad punctum* O. *quare perpendicularis ab eo ducta in idem punctum* H *cadit, & eadem quæ in ſuperioribus ſequentur.*

PROBLEMA VIII. PROPOSITIO XII.



Datis rectis lineis A B, C, mediam in arithmetica medietate inuenire.

Rurſus datis rectis lineis A B, C, quarum maior A B, mediam in æquali exceſſu inueniemus hoc modo. Ponatur ipſi C æqualis B D, & D A bifariam ſecetur in E: & ipſi B E ponatur æqualis F. conſtat igitur F rectam lineam eſſe quam quærebamus.

COMMENTARIVS.

Ponatur ipſi C æqualis B D, & D A bifariam diuiditur in E] *Græcus codex* κείσθω τῇ γ ἴση ἡ δ ε, καὶ ἡ δ α δίχα τετμήσθω τὸ ε κ. *Sed legendum erit hoc pacto, Vt arbitror,* κείσθω τῇ γ ἴση ἡ β δ, καὶ ἡ δ α δίχα τετμήσθω κατὰ τὸ ε.

PROBLEMA IX. PROPOSITIO XIII.



Datis rectis lineis F C maiorem extremam in medietate arithmetica inuenire.

Similiter autem ſi dentur F C, exceſſum earum addentes ipſi F habebimus rectam lineam ipſi A B æqualem.

PRO-

PROBLEMA X. PROPOSITIO XIV.

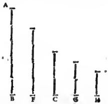


Datis rectis lineis AB, F, minorem extremam in arithmetica medietate inuenire.

Rurſus ſi AB, F datæ ſint, exceſſu earum ablato ab ipſa F, fiet C tertia linea.

PROBLEMA XI. PROPOSITIO XV.

Tres medietates ſimul in minimis rectis lineis numero quinque inuenire.



Sit igitur F media inter AB C in exceſſu æquali, erit rectarum linearum AB, F, C arithmetica medietas. Itaque ſiat vt F ad C, ita C ad G: & erit ipſarum F, C, G, medietas geometrica, quæ proprie analogia appellatur. Quòd ſi per ea quæ oſtenſa ſunt, datis rectis lineis CG, quarum maior ſit C, tertiam inueniamus H, ita vt ſit ſicut C ad H, ſic exceſſus ipſarum CG ad ipſarum GH exceſſum, erit & rectarum linearum CGH harmonica medietas. Eadem autem proportio eſt rectæ lineæ AB ad C, quæ eſt C ad H; qui ſunt extremi termini in arithmetica, & harmonica medietate. ergo quinque numero erunt minimæ rectæ lineæ, tres medietates continentes, quæ etiam inter ſe incommenſurabiles eſſe poſſunt. A

ALITER.

Idem in minimis numeris inuenire.

Simul autem & per quinque minimos numeros conſtituuntur in multiplicibus, ſuperparticularibus, & reliquis proportionibus. poſita nimirum vnitate indiuiſibili. In dupla enim proportione ipſius AB ad C, erunt minimi numeri facientes id, quod propoſitum eſt, 12, 9, 6, 4, 3. In tripla autem proportione. 18, 12, 6, 3, 2. & manifeſtum eſt quomodo oporteat & in alijs proportionibus minimos numeros trium medietatum inuenire. At ſi ſeorſum vnamquamque in tribus terminis exponere quis velit; ex ijs, quæ antedicta ſunt, illud perſpicue conſtat. In arithmetica quidem medietate erunt minimi numeri 3, 2, 1; in geometrica autem 4, 2, 1. Et minimi B
numeri datæ proportionis in æquemultiplices, & ſuperparticulares, & in reliquos C
tranſmutentur. Vt in proportione dupla AB ad C, quam habet 2 ad 1. ordinabimus pro 2, 4; & pro 1, 2: in exceſſu æqualis 2. & quoniam ipſorum medium eſt, quod & pari quantitate ſuperat, & ſuperatur, fiet recta linea F vnitatum trium media. proportio autem F ad C eſt ſeſquialtera, vt 3 ad 2, & cum eadem ſit C ad G, non faciet problema vnitate indiuiſibili manente. Omnia igitur ter multiplicentur, & fient pro 4 quidem 12, pro 3 vero 9, & pro 2, 6, & recta linea G D
fiet vnitatum 4, & H 3. ergo trium medietatum numeri erunt, 12, 9, 6, 4, 3.

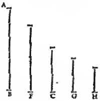
COMMENTARIVS.

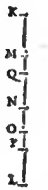


Eadem autem proportio eſt rectæ lineæ AB ad C, quæ eſt C ad H.] A
Exponatur recta linea KL *ipſi* AB *æqualis, quæ ſecetur in punctis* MNO *ita vt* LM *quidem ſit æqualis lineæ* F; LN *vero* C *æqualis, &* LO, *ipſi* G. *Quoniam igitur in lineis* KL, LM, LN *medietas arithmetica conſiſtit, erunt exceſſus* KM, MN *inter ſe æquales. & quoniam in ipſis* ML, LN, LO *conſiſtit geometrica medietas ſiue analogia, vt* ML *ad* LN, *ita erit* NL *ad* LO. *hoc eſt vt tota ad totam,*

 ita pars

16 quinti. *ita pars ad partem. ergo & MN reliqua ad reliquam NO, vt ML ad LN. Sed cum ML ſit maior, quàm LN, erit & MN quàm NO maior, ex demonſtratis a nobis ad ſextamdecimam quinti libri elementorum, abſcindatur a linea MN ipſa NQ, quæ ſit æqualis NO. vt autem ML ad LN, ita & omnes antecedentes MN, ML ad omnes conſequentes NO, LN,*
12 quinti. *ex duodecima quinti libri elementorum. Sed lineis MN, ML æquales ſunt KM ML, hoc eſt KL: ipſis vero NO NL ſunt æquales QN, NL, hoc eſt QL. Vt igitur KL ad LQ, ita ML ad LN & permutando vt KL ad LM, ita QL ad LN. ergo reliqua KQ ad MN reliquam erit vt KL ad LM. Sed vt MN ad NO, ita ML ad LN: quod ſuperius demonſtratum fuit. quare ex æquali vt KQ ad NO, hoc eſt ad QN, ita KL ad LN. Itaque fiat, vt KQ ad QN, hoc eſt vt KL ad LN, ita NO ad OP. erit componendo vt KN ad NQ, ita NP ad PO, permutandoq; vt KN ad NP, ita NQ ad PO hoc eſt NO ad OP. erat autem NO ad OP, vt KL ad LN. Vt igitur KL ad LN, ita KN ad NP. quare reliqua NL ad LP reliquam, vt KL ad LN, hoc eſt vt NO ad OP: ac propterea LP æqualis erit lineæ H; & vltimus terminus in harmonica medietate. Vt igitur KL ad LN, videlicet vt AB ad C, ita NL ad LP, hoc eſt C ad H. quod demonſtrare oportebat.*





B In geometrica autem 4 2 1] *Græcus codex ſic habet ἐπὶ δὲ τῆς γεωμετρικῆς ϛ γ β Sed mendoſe. non enim in his terminis 6 3 2 geometrica analogia conſiſtit. legendum autem puto ἐπὶ δὲ τῆς γεωμετρικῆς δ β α vel β γ α.*

C Et minimi numeri datæ proportionis in æque multiplices, & ſuperparticulares, & reliquos tranſmutentur] *In Græco codice legitur. καὶ τῶν κατὰ τὸν διδόμενον λόγον πυθμένων εἰς τοὺς ἰσάκις ἢ πολλαπλασίους, καὶ τοὺς ἐπιμορίους μεταλαμβανομένων, καὶ τοὺς λοιποὺς quamquam nonnulla deſiderari videantur. per πυθμένας autem intellige numeros in qualibet proportione minimos, qui ſunt veluti radices quædam, a quibus reliqui gignuntur. Diophantes ὑποστάσεις appellat, Videtur autem docere quo pacto inueniantur minimi numeri, tres medietates continentes.*

Si enim velimus primum terminum in arithmetica medietate ad vltimum, vt AB ad C proportionem habere duplam, ita faciemus. Primum exponentur minimi numeri in proportione dupla, qui ſunt 2 1. Sed quoniam inter hos non cadit numerus medius, pro 2 quidem 4, & pro 1, 2 accipiemus, quorum medius in arithmetica medietate eſt 3. oportet autem 2 ad alium numerum eam proportionem habere, quam habet 3 ad 2. videlicet ſeſquialteram, quod cum fieri non poſſit, vnitate indiuiſibili manente, neceſſe erit ad alios tranſire. eos igitur duplabimus, & erunt 8 6 4. Sed cum rurſus non detur tertius numerus in geometrica analogia, eoſdem triplabimus, vt ſint 12, 9, 6. & ſi fiat vt 9 ad 6, ita 6 ad alium, erit is numerus 4. tertius autem in medietate harmonica, & vltimus erit 3; nam vt 6 ad 3, ita exceſſus ipſorum 6, 4, qui eſt 2 ad exceſſum 4, 3; videlicet ad 1. At ſi velimus AB ad C triplam proportionem habere, exponentur minimi numeri eius proportionis, qui ſunt 3, 1, & horum dupli 6, 3, quorum medius eſt 4. vt autem 4 ad 2, ita 2 ad 1. cumque vlterius progredi non liceat, ad eorum duplos deueniemus, videlicet 12, 8, 4. in quibus tertius quidem numerus geometricæ medietatis datur qui eſt 2, tertius autem harmonica dari non poteſt. Itaque triplabimus, & fient 18, 12, 6. quartus autem erit 3, & vltimus 2. Numeri igitur trium medietatum in tripla proportione minimi erunt 18. 12. 6. 3. 2. & eodem modo in aliis.

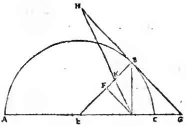
D Omnia igitur ter multiplicentur] *Græcus codex πάντα ἄρα τρῖς. lege τρίς.*

PROBLEMA XII. PROPOSITIO XVI.

In ſemicirculo tres medietates conſtituere.

Hæc igitur de tribus medietatibus ex antiquorum ſententia dicta ſint; At vero fieri poſſe, vt ſemicirculo etiam tres medietates in minimis rectis lineis numero ſex conſtituantur, ex his manifeſtum fiet.

Expo-



Exponatur enim ſemicirculus, habens ED perpendicularem, & EB eam, quæ ex centro, & rurſus perpendicularem DF. ducatur autem per B recta linea HG circulum contingens, productaq; ECG, ponatur ipſi BG æqualis BH, & DKH iungatur. Dico EK in harmonica medietate inter BE EF, mediam eſſe, quarum maxima BE, & EF minima. A B

Quoniam enim anguli ad BF recti ſunt, parallela eſt DF ipſi HG. atque eſt EGB triangulum triangulo EFD æquiangulum, & triangulum BHK triangulo KDF. vt igitur BE ad EF, ita BG ad FD. eſt autem BG æqualis BH. ergo & vt BE ad EF. ita BH ad DF. ſed vt BH ad DF, ita BK ad KF. atque eſt BK rectarum linearum BE EK exceſſus: & KF exceſſus ipſarum KE, EF. quare vt BE ad EF, ita exceſſus rectarum linearum BE EK ad ipſarum KE EF exceſſum. harmonicam igitur medietatem continent rectæ lineæ BE, EK, EF, quarum media EK, maxima BE, & EF minima. Oſtenſum autem eſt rectas lineas quidem AD, EC, CD arithmeticam medietatem continere. ipſas vero EG EC ED geometricam. tres igitur medietates in ſemicirculo ordinatæ ſunt. C D

COMMENTARIVS.

Habens ED perpendicularem] *Græcus codex ἔχον τὴν β δ καθ᾽ ἕκατον. lege ἔχον τὴν β δ κάθετον.* A

Et DKH iungatur] *Græcus codex καὶ ἐπεζεύχθω ἡ κ θ. lege ἡ δ κ θ.* B

Et triangulum BHK triangulo KDF.] *Græcus codex τὸ δὲ β θ κ τρίγωνον τῷ ε ζ δ. lege τῷ κ ζ δ.* C

Ipſas vero EG, EC, ED geometricam] *Eſt enim ex corollario octaua ſexti elementorum, EB, hoc eſt EC, media proportionalis inter EG ED.* D

Quoniam autem Nicomachus Pythagoreus, & quidam alij non ſolum de primis tribus medietatibus diſſeruerunt, quæ maxime vtiles ſunt ad antiquorum lectiones; ſed etiam de alijs tribus ex antiquorum ſententia; & inſuper de quatuor alijs, quæ à iunioribus inuentæ ſunt: conabimur etiam de ijs accurate, diligenterque conſcribere, veteres imitati, qui quidem a maiori termino ordientes; tres prædictas medietates expoſuerunt; a minori vero maiora metientes, tres alias, quæ a primis differunt.

DEFINITIONES.

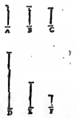
Quando enim ſit, vt tertius terminus ad primum, ita primi termini exceſſus ad exceſſum ſecundi, medietatem harmonicæ contrariam vocant. Quando autem ſit, vt tertius terminus ad ſecundum, ita primi exceſſus ad exceſſum ſecundi, medietas quinta appellatur, & geometricæ contraria; ſic enim nonnulli eam nominant. Quando denique ſit, vt ſecundus terminus ad primum, ita primi exceſſus ad exceſſum ſecundi, vocatur medietas ſexta; ſed & ipſa geometricæ contraria dicitur; ob contrariam rationem conſequentium, vt ex eorum ſententia ſex ſint medietates. A iunioribus autem, vt dixi, quatuor aliæ medietates inuentæ ſunt, aliqua ex parte vtiles; qui quidem & proprijs terminis vtuntur. exceſſum enim, quo primus terminus ſuperat ſecundum, primum exceſſum vocant; cum vero, quo ſecundus ſuperat tertium, ſecundum: & quo primus tertium ſuperat, tertium

Medietas. Quarta. Quinta. Sexta. Exceſſus primus. Secūdus. Tertius.

Medietas ſeptima. Octaua. Nona. Decima. analogia. Proportionis cuiuſq; principium æqualitas eſt. Geometrica medietas & ſeipſam, & alias medietates conſtituit.

appellant; intelligentes, vt etiam in principio diximus, pro primo termino maximum, pro ſecundo medium, & pro tertio minimum. Et quando ſit, vt tertius exceſſus ad primum, ita ſecundus terminus ad tertium; vocant ſeptimam medietatem. Quando ſit, vt tertius exceſſus ad primum, ita primus terminus ad ſecundum, octauam medietatem nominant. Quando ſit, vt tertius exceſſus ad primum, ita primus terminus ad tertium, nonam. Quando autem ſit vt tertius exceſſus ad ſecundum, ita ſecundus terminus ad tertium; decimam medietatem appellant. His igitur terminis poſitis ortus decem medietatum explicabimus & per geometricam analogiam, vt dictum eſt. Analogia autem ex proportionibus conſtat. At proportionis cuiuſque principium æqualitas eſt. Geometrica igitur medietas, cum ex æqualitate primum ortum habeat, & ipſa ſeipſam, & alias medietates conſtituit, oſtendens (quemadmodum diuiniſſimus Plato inquit) analogiæ naturam, cauſam harmoniæ omnibus; & rationalis, ordinatique ortus. Dicit enim vnũ vinculũ eſſe mathematum omnium. Cauſa autem ortus, & vinculum omnibus iis, quæ generantur eſt analogiæ diuina natura. Itaque decem medietatum conſtitutio per geometricam analogiam oſtendetur, hoc prius conſiderato.

THEOREMA V. PROPOSITIO XVII.



Sint tres termini proportionales A B C, & vtrique A C vna cum duobus B æqualis ponatur D: Vtrique autem B C æqualis ſit E, & ipſi C æqualis F. Dico D E F terminos proportionales eſſe.

Quoniam enim eſt, vt A ad B, ita B ad C, erit & componendo vt vterque A B ad B, ita vterque B C ad C. ergo & omnes antecedentes ad omnes conſequentes ſunt in eadem proportione, videlicet, vt vterque A B vna cum vtroque B C ad vtrumque B C, ita vterque B C ad C. & eſt vtrique A B vna cum vtroque B C æqualis D; vtrique autem B C æqualis E; & F ipſi C æqualis. tres igitur termini D E F proportionales ſunt in ea proportione, quã habet vterq; A B ad B.

PROBLEMA XIII. PROPOS. XVIII.



Geometricas medietates per analogiam inuenire.

Itaque ſi ponantur æquales A B C, fient D E F in dupla analogia. Vterque enim A C vna cum duobus B duplus eſt vtriuſque B C. Vterque vero B C ipſius C eſt duplus. At A B C in dupla analogia conſtitutis, ſi quidem A eorum maximus ſit, fient D E F in tripla analogia. Si vero ſit minimus in ſeſquialtera. Vterque enim A B ipſius B triplus eſt, ſi quidem
A A ſit duplus ipſius B; ſeſquialter vero ſi A ſit ipſius B dimidius. & ita a proportionibus, quæ deinceps ſunt, conſequentes, & multiplices, & ſuperparticulares inuenientur.
B & rurſus ſi vnitates ſint A B C, geometrica medietas, quæ eſt D E F in minimis numeris 4, 2, 1 conſiſtere dicetur.

COM-

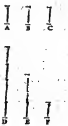
COMMENTARIVS.

Vterque enim A B ipſius B triplus eſt, ſiquidem A ſit duplus ipſius B, ſeſquialter A
vero ſi A ſit ipſius B dimidius] *In Græco codice ſic legitur.* καὶ γὰρ συναμφοτέρου α β γ τοῦ β τριπλάσιος μέν ἐστιν, ἢ διπλάσιος ἐστὶν ὁ β τοῦ α. ἡμιόλιος δὲ ὁ β α τοῦ β ἥμισυς ἐστιν. *Sed legendum videtur.* καὶ γὰρ συναμφότερος α β τοῦ β τριπλάσιος μέν ἐστιν, ἢ διπλάσιος ἐστὶν ὁ α τοῦ β, ἡμιόλιος δὲ ἢ α τοῦ β ἥμισυς ἐστιν. *Eſt enim* D *ad* E, *vt* A E *ad* B, *vel vt* B C *ad* C *ex iis, quæ ante demonſtrata ſunt. Poſtquam vero oſtendit ex analogia æqualitatis duplam analogiam generari, nunc declarat quomodo ex dupla fiat tum tripla, tum ſeſquialtera. Sint enim* A B C *in dupla analogia, ita vt* A *ſit* 4, B 2, C 1, *fiet* D 9, F 3, F 1. *in quibus tripla analogia conſiſtit. Sit rurſus* A 1, B 2, C 4, *erit* D 9 E 6 F 4; *in quibus eſt ſeſquialtera, Eodem modo ex tripla analogia gignitur & quadrupla, & ſeſquitertia. nam ſi* A B C *ponantur* 9, 3, 1 *fient* D E F, 16, 4. 1: *& ſi ponantur* 1, 3, 9. *fient* 16, 12, 9. *& ita ex quadrupla oritur quintupla, & ſeſquiquarta. & deinceps reliquæ tum multiplices, tum ſuperparticulares. Ex ſuperparticularibus vero & multiplices ſuperparticulares naſcuntur & ſuperpartientes. quippe cum ex ſeſquialtera* 9, 6, 4 *naſcatur dupla ſeſquialtera* 25, 10, 4; *ex qua rurſus fit tripla ſeſquialtera,* 49, 14, 4; *& deinceps aliæ. Ex ſubſeſquialtera vero* 4, 6, 9 *naſcitur ſuperbipartiens tertias* 25, 15, 9. *ex qua fit dupla ſuperbipartiens tertias.* 64, 24, 9. *deinde reliquæ. At ex ſeſquitertia* 16, 12, 9, *fit dupla ſeſquitertia* 49, 21, 9. *deinde tripla ſeſquitertia* 100, 30, 9. *deinde aliæ. Ex ſubſeſquitertia vero* 9, 12, 16 *fit ſupertripartiens quartas* 49, 28, 16. *ex qua dupla ſupertripartiens quartas* 121, 44, 16; *& reliquæ. Ex quibus perſpicue apparet ipſam æqualitatis analogiam omnes alias, nimirum multiplices, ſuperparticulares, ſuperpartientes, multiplices ſuperparticulares, & multiplices ſuperpartientes generare.*

Et rurſus ſi vnitates ſint A B C geometrica medietas, quæ eſt D E F in minimis numeris 4, 2, 1, conſiſtere dicetur] *Sunt enim* 4, 2, 1 *minimi numeri in dupla analogia, quemadmodum &* 9, 3, 1, *in tripla. &* 16, 4, 1. *in quadrupla, & reliqui, de quibus diximus. quippe quòd* A B C *vnitates ponuntur. In græcis codicibus ſequitur harmonica medietas, Sed quoniam geometrica, & ſeipſam & reliquas generat. vt dictum eſt, videtur deſiderari arithmetica medietas, quæ fortaſſe intercidit, quemadmodum, & ſeptima. Nos igitur eam, vt fieri poterit ſupplere aggrediemur.* B

PROBLEMA XIV. PROPOSITIO XIX.

Arithmeticam medietatem per analogiam conſtituere.

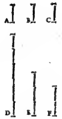


Exponantur tres termini proportionales A B C, & duobus quidem A, & duobus B, & vni C æqualis ſit D. Vni vero A, vni B; & vni C ſit E æqualis; & vni C æqualis F. Dico D E F arithmeticam medietatem conſtituere. Vt enim duo A, duo B, & vnus C ſunt ad ſeipſos, hoc eſt vt D ad ſeipſum, ita A B ad ſeipſos. Sed A B ſunt exceſſus, quo duo A, duo B, & vnus C ſuperant A B C; hoc eſt ipſorum D E exceſſus: ſuntque iidem A B exceſſus, quo A B C ſuperant ipſum C, hoc eſt exceſſus E F, ergo vt D ad ſeipſum, ita D E exceſſus ad exceſſum E F. Quando autem ſit, vt primus terminus ad ſeipſum, ita primus exceſſus, ad exceſſum ſecundum, arithmetica medietas eſt. Quòd ſi A B C vnitates ponantur, minimi numeri 5, 3, 1 eam continebunt.

PROBLEMA XV. PROPOSITIO XX.

Harmonicam medietatem per analogiam conſtituere.

Harmonica medietas per analogiam ita conſtituetur, Ponantur tres termini A
propor-



B proportionales ABC, & duobus quidem A, & tribus B &
vni C ſit æqualis D. duobus autem B & vni C ſit E æqua-
lis, & vni B & vni C æqualis F. Dico DEF harmonicam
conſtituere medietatem. Quoniam enim proportionales
C ſunt ABC, erunt vt duo A vna cum B ad B, ita duo B vna
cum C ad C. & omnes ad omnes, videlicet vt duo A vna
D cum tribus B & vno C ad BC, hoc eſt vt D ad F, ita duo
A vna cum B ad B. Sunt autem duo A vna cum B exceſ-
ſus, quo duo A vna cum tribus B, & vno C ſuperant duos
B, & vnum C, hoc eſt exceſſus ipſorum DE: & vnus B ex-
ceſſus eſt, quo duo B, & vnus C ſuperant BC, hoc eſt ex-
ceſſus EF. Quando autem ſit, vt D ad F, ita exceſſus DE
ad EF exceſſum; medietas harmonica eſt. & manifeſte patet, ſi ABC vnitates
E ponantur, eam conſiſtere in minimis numeris 6, 3, 2.

COMMENTARIVS.

A Harmonica medietas per analogiam ita conſtituetur] *In Græcis codicibus hæc leguntur, quæ nos omittenda cenſuimus, tamquam ſupervacanea, & ab alio aliquo inſerta.* καὶ τῆς ἰσότητος ἐν τῇ τάξει τῆς ἀναλογίας διαφόρως κἀνταῦθα καὶ τοῖς ἑξῆς παραλαμβανομένης.

B Et duobus quidem A, & tribus B, & vni C ſit æqualis D] *Græcus codex.* καὶ δύο μὲν τοῖς δ, καὶ τρισὶ τοῖς δύο. *Sed corrige.* καὶ δύο μὲν τοῖς α, καὶ τρισὶ τοῖς β.

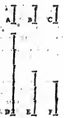
C Ita duo B vna cum C ad C, & omnes ad omnes, videlicet vt duo A &c.] *Græcus codex.* οὕτω δύο οἱ δύο μετὰ τοῦ γ πρὸς τὸν γ, καὶ πάντες πρὸς πάντας δύο ὁ ε α. *Sed legendum,* οὕτω δύο οἱ β μετὰ τοῦ γ πρὸς τὸν γ, καὶ πάντες πρὸς πάντας δύο οἱ α.

D Ita duo A vna cum B ad B] *Græcus codex* οὕτω δὲ ὁ α μετὰ τοῦ β πρὸς τὸν β. *lege* οὕτω δύο οἱ α μετὰ τοῦ β πρὸς τὸν β.

E Et manifeſte patet, ſi ABC ſimiliter vnitates ponantur, eam conſiſtere in minimis numeris 6, 3, 2.] *Græcus codex* καὶ δῆλον ὅτι λέγει τὰ μὲν &c. *lege* καὶ δῆλον ὅτι λέγοι τ' ἂν ἐν.

PROBLEMA XVI. PROPOSITIO XXI.

Harmonicæ contrariam medietatem per analogiam conſtituere.

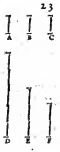


Harmonicæ contraria medietas ex analogia ſic conſtituetur. Poſitis terminis proportionalibus ABC, duobus quidem A, & tribus B, & vni C æqualis ſit D. duobus vero A, & duobus B, & vni C ſit E æqualis: & vni B & vni C æqualis F. Dico DEF medietatem dictam efficere. Rurſus enim ſimiliter atque in iis, quæ oſtenſa ſunt, vt D ad F, ita erunt duo A vna cum B ad B. & ſunt duo A vna cum B exceſſus, quo duo A, & duo B & vnus C ſuperant vnum B, & vnum C, hoc eſt exceſſus EF. Vnus autem B exceſſus eſt, quo duo A, & tres B, & vnus C ſuperant duos A, & duos B, & vnum C, hoc eſt exceſſus DE. Vt igitur F ad D, ita DE exceſſus ad exceſſum EF, quod pertinet ad medietatem harmonicę contrariam. perſpicuum autem eſt, ſi ABC vnitates ponantur, medietatem eam in minimis numeris conſtitui 6, 5, 2. & figura eſt eadem.

PROBLEMA XVII. PROPOSITIO XXII.

Quintam, & geometricæ contrariam medietatē per analogiā conſtituere.

Quinta medietas ex analogia in hunc conſtituetur modum. Exponantur tres propor-



proportionales termini A B C, & vni quidem A, & tribus B, &
vni C, æqualis ſit D; vni autem A, & duobus B, & vni C
æqualis E; ſitque F vni B, & vni C æqualis. Dico D E F quin-
tam medietatem conſtituere. Quoniam enim ob analogiam
eſt vt A vna cum B ad B, ita B vna cum C ad C; erit & vt
vterque autecedens A B vna cum vtroque B C ad vtrumque A
conſequentem B C, hoc eſt vt E ad F, ita vterque A B ad B.
Eſt autem vterque A B exceſſus, quo vnus A, & duo B, & vnus
C ſuperant vnum B, & vnum C. hoc eſt exceſſus E F; & B.
eſt exceſſus, quo vnus A, & tres B, & vnus C ſuperant vnum B
A, & duos B, & vnum C; hoc eſt exceſſus D E. Vt igitur F
ad E, ita D E exceſſus ad exceſſum E F, quod quintæ medieta- C D
ti accidit & dicetur conſiſtere in minimis numeris, 5, 4, 2.
cum A B C vnitates ponentur. figura autem eadem erit.

COMMENTARIVS.

Erit & vt vterque antecedens A B &c.] *Græcus codex* ἴσαι καὶ συναμφότερος. *Sed legendum* ἴσαι καὶ ὡς συναμφότερος. A

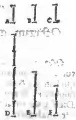
Hoc eſt exceſſus E F] *Græcus codex* τουτέστιν ἡ τῶν δ ε ὑπεροχή. *corrige* τουτέστιν ἡ τῆς ε ζ ὑπεροχή. B

Hoc eſt exceſſus D E] *Græcus codex* τουτέστιν ἡ τῆς ε ζ ὑπεροχή. *lege* τουτέστιν ἡ τῆς δ ε ὑπεροχή. C

Vt igitur F ad E, ita D E exceſſus ad exceſſum E F] *Græcus codex* ὡς ἄρα ὁ ε πρὸς τὸν ζ, οὕτως ἡ τῆς δ ε ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς ε ζ ὑπεροχήν, *Sed legendum vt opinor* ὡς ἄρα ὁ ζ πρὸς τὸν ε, οὕτως ἡ τῆς δ ε ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς ε ζ ὑπεροχήν. *Quoniam enim ex antedictis ſequitur, vt* E *ad* F, *ita eſſe* E F *exceſſus ad exceſſum* D E, *erit & conuertendo vt* F *ad* E, *ita exceſſus* D E *ad* E F *exceſſum. Eodem modo & in ſequenti problemate concludit.* D

PROBLEMA XVIII. PROPOSITIO XXIII.

Sextam, & geometricæ contrariam medietatẽ per analogiã conſtituere.



Sexta medietas ex analogia ſic conſtituetur. Exponatur
eadem analogia terminorum A B C; & vni quidem A, & tri-
bus B, & duobus C ſit æqualis D. Vni vero A & duobus B,
& vni C æqualis E: & ſit F exceſſus, quo vterque A B ſupe-
rat C. Dico D E F propoſitam efficere medietatem. Quoniam
enim per analogiam eſt, vt A vna cum duobus B ad vtrum-
que A B, ita B vna cum duobus C ad vtrumque B C: & om-
nes antecedentes ad omnes conſequentes in eadem ſunt pro-
portione. vt A & tres B & duo C ad vtrumque A B vna cum A
vtroque B C, hoc eſt vt D ad E; ita B vna cum duobus C ad
vtrumque B C. & eſt B quidem vna cum duobus C exceſsus,
quo A vna cum duobus B & vno C ſuperat exceſsum, quo B
vterque A B ipſum C ſuperat; hoc eſt exceſsus E F. Vterque autem B C eſt exceſsus,
quo A vna cum tribus B, & duobus C ſuperat ipſum A vna cum duobus B, & vno
C, hoc eſt D E exceſsus. Vt igitur E ad D, ita D E exceſsus ad exceſsum E F. Quare C
D E F ſextam medietatem efficiunt. quæ quidem ſimiliter conſtituitur in minimis
numeris 6, 4, 1. ſi A B C vnitates ponantur. Et eſt eadem figura.

COMMENTARIVS.

Et eſt B quidem vna cum duobus C exceſsus, quo A vna cum duobus B, & vno A
C ſuperat exceſsum, quo vterque A B ipſum C ſuperat] *Eſt enim* B *vnà cum duobus*
C, *& vnà*

c, & vna cum exceſſu, quo vterque AB *ſuperat* C *æqualis ipſi* A *vna enim duobus* B, *& vno* C, *vt mox oſtendetur. quare ſequitur vt* B *vna cum duobus* C *ſit exceſſus, quo* A *vna cum duobus* B *& vno* C *ſuperat exceſſum, quo vterque* AB *ſuperat* C. *Illud autem ſic patet. nihil enim aliud eſt exceſſus, quo* AB *ſuperat* C, *niſi* AB *dempto ab eis* C. *ergo ſi* AB *vna cum duobus* C, *& cum* AB *dematur* C *relinquentur duo* B *vna cum* C *&* A, *hoc eſt* A *vna cum duobus* B *& vno* C, *Græcus autem codex ita habet*, τῆς ὑπεροχῆς, ἧ ὑπερέχει συναμφότερος ὁ α β μετὰ τοῦ συναμφοτέρου τοῦ β γ. *Sed legendum puto*, τῆς ὑπεροχῆς, ἧ ὑπερέχει συναμφότερος ὁ α β τοῦ γ.

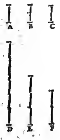
B Vterque autem BC eſt exceſſus, quo A vna cum tribus B, & duobus C ſuperat ipſum A vna cum duobus B & vno C] *Græcus codex* συναμφότερος δὲ ὁ β γ ὑπεροχή ἐστιν, ἧ ὑπερέχει ὁ α μετὰ τριῶν τῆς δύο, καὶ δύο τῆς τριῶν ἑνὸς τοῦ α, καὶ δύο τῆς δύο, καὶ ἑνὸς τοῦ γ. *Sed mendoſe, corrigendus enim eſt hoc modo.* συναμφότερος δὲ ὁ β γ ὑπεροχή ἐστιν, ἧ ὑπερέχει ὁ α μετὰ τριῶν τῶν β, καὶ δύο τῶν γ, ἑνὸς τοῦ α, καὶ δύο τῶν β, καὶ ἑνὸς τοῦ γ.

C Vt igitur E ad D, ita DE exceſsus ad exceſsum EF.] *Conuertendo ſcilicet. Oſtenſum enim eſt, vt* D *ad* E, *ita eſſe exceſſum* EF *ad exceſſum* DE.

Sequens problema intercidit in græcis codicibus, quod nos ne quid deſideretur ſupplere tentauimus in hunc modum.

PROBLEMA XIX. PROPOSITIO XXIV.

Septimam medietatem per analogiam conſtituere.



Exponantur tres proportionales termini ABC, & vni quidem A, duobus B, & duobus C ſit D æqualis: vni vero A, vni B, & vni C ſit æqualis E, & vni B, & vni C æqualis F. Dico DEF ſeptimam medietatem conſtituere. eſt enim vt E ad F, ita ABC ad BC. Sed ABC ſunt exceſsus, quo vnus A, duo B, & duo C ſuperant BC, hoc eſt DF exceſsus. & BC ſunt exceſsus, quo vnus A duo B, & duo C ſuperant ABC, hoc eſt exceſsus DE. Vt igitur E ad F, ita DF exceſsus ad exceſsum DE, quod ad ſeptimam pertinet medietatem. Conſtituitur autem ea in minimis numeris 5, 3, 2. Si ABC vnitates ponantur.

PROBLEMA XX. PROPOSITIO XXV.

Octauam medietatem per analogiam conſtituere.



Octaua autem medietas ex analogia hoc modo conſtituetur. Exponantur proportionales termini ABC: & duobus quidem A, & tribus B, & vni C æqualis ſit D. vni vero A, & duobus B, & vni C ſit E equalis; & duobus B, & vni C equalis F. Dico DEF octauam medietatem conſtituere. Quoniam enim per analogiam, vt duo A vna cum B ad vtrumque AB, ita duo B vna cum C ad vtrumque BC; & omnes ad omnes, vt duo A, & tres B, & vnus C ad vnum A, & duos B, & vnum C, hoc eſt vt D ad E, ita duo A vna cum B ad vtrumque AB.
A & ſunt duo A vna cum B exceſſus, quo duo A, & tres B, & vnus C ſuperant duos B, & vnum C, hoc eſt exceſsus ipſorum
B DF: vterque autem AB eſt exceſsus, quo duo A, & tres B, & vnus C ſuperant vnum A, & duos B & vnum C, hoc eſt DE exceſsus. Vt igitur D ad E, ita exceſsus DF ad DE exceſsum: quod octauam me-
C dietatem efficit; quæ quidem contineri dicetur in minimis numeris 6, 4, 3. cum ABC vnitates ponantur.

COMMENTARIVS.

Ita duo A vna cum B ad vtrumque AB] *Græcus codex οὕτως δύο οἱ α μετὰ τοῦ β πρὸς συναμφότερον τὸν ζ ε. lege πρὸς συναμφότερον τὸν α β.* A

Vt igitur D ad E, ita exceſſus DF ad DE exceſſum. *Græcus codex καὶ ὡς ἄρα ὁ δ πρὸς τὸν ζ, ἡ τοῦ δ ε ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς α ζ ὑπεροχήν. Sed corrigendum, vt opinor, καὶ ὡς ἄρα ὁ δ πρὸς τὸν ε, ἡ τῆς δ ζ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς δ ε ὑπεροχήν.* B

Quæ quidem contineri dicetur in minimis numeris 6, 4, 3.] *Græcus codex καὶ λέγοιτ' ἂν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς τοῖς κ δ γ. lege ς δ γ. qui numeri harmonicam quoque medietatem continent. Vt enim primus ad tertium, ita primus exceſſus ad ſecundum.* C

PROBLEMA XXI. PROPOSITIO XXVI.

Nonam medietatem per analogiam conſtituere.



Nona medietas ex analogia ita conſtituetur. Poſitis enim ABC proportionalibus, vni quidem A, & duobus B, & vni C æqualis ſit D. vni vero A, & vni B, & vni C ſit E æqualis. & vni B & vni C æqualis F. Dico DEF nonam continere medietatem. Quoniam enim eſt, vt vterque AB ad B, ita vterque BC ad C. & omnes ad omnes. Vt A vna cum duobus B, & vno C ad vtrumque BC, hoc eſt vt D ad F, ita vterque AB ad B. Sed vterque AB eſt exceſſus, quo vnus A, & duo B, & vnus C ſuperant vtrumque BC, hoc eſt OF exceſſus; B vero eſt exceſſus, quo vnus A, & duo B, & vnus C ſuperant vnum A, & vnum B, & vnum C, hoc eſt exceſſus DE. Vt igitur D ad F, ita DF exceſſus ad exceſſum DE. quod nonæ medietatis proprium eſt. & continent ipſam minimi numeri 4, 3, 2 ſi ABC vnitates ſimiliter ponantur: atque eſt eadem figura.

PROBLEMA XXII. PROPOSITIO XXVII.

Decimam medietatem per analogiam conſtituere.



Decima medietas ex analogia hoc modo conſtituetur. Rurſus poſitis tribus proportionalibus ABC, ſit ipſis quidem ABC æqualis D; ipſis vero BC ſit E æqualis, & ipſi C æqualis F. Dico DEF decimam medietatem conſtituere. Quoniam enim eſt, vt vterque BC ad C, hoc eſt vt E ad F, ita vterque AB ad B. & eſt vterque AB exceſſus, quo ABC ſuperant ipſum E, hoc eſt DF exceſſus. B vero exceſſus, quo BC ſuperant C; hoc eſt exceſſus EF. eſt igitur vt E ad F, ita DF exceſſus ad exceſſum EF, quod decimæ medietati accidit. & conſtituunt ipſam minimi numeri 3, 2, 1. poſitis nimirum ABC vnitatibus. A B

COMMENTARIVS.

Quoniam enim eſt, vt vterque BC ad C.] *Græcus codex ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς συναμφότερος α β πρὸς τὸν γ, lege β γ πρὸς τὸν γ.* A

B vero exceſſus, quo BC ſuperant C.] *Græcus codex ἡ δὲ β ἧ ὑπερέχουσιν οἱ α β γ τοῦ γ. lege οἱ β γ τοῦ γ.* B

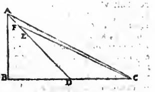
Exponuntur autem commoditatis cauſſa, & numeri deinceps, a quibus vnuſquiſque terminus analogiæ multiplicatus ſingulas medietates conſtituit. & apponuntur minimi numeri, qui eas continent: vt in tabula ſextæ medietatis. primus quidem ordo, 1, 3, 2. Significat primum analogiæ terminum ſemel ſumptum, & ſecundum ter, & tertium bis ſumptum, coacervatos primum medietatis terminum complere. Secundus tabulæ ordo 1, 2, 1, ſignificat primum analogiæ terminum ſemel, & ſecundum bis, & tertium ſemel ſumptum complere ſecundum terminum medietatis: tertius autem ordo in alijs quidem medietatibus ſimpliciter, vt deſcriptum eſt, compoſitus; propriè autem in hac 1, 1, 1, vti ante diximus, ſignificat tertium medietatis terminum fieri ab exceſſu, quo primus terminus analogiæ ſemel ſumptus, & ſecundus item ſemel, coacervati tertium terminum ſemel ſumptum ſuperant. at numeri, qui ſunt in tabula 6, 4, 1, ipſam continent medietatem. Vt enim ſecundus terminus ad primum, hoc eſt vt quattuor vnitates ad ſex, ita exceſſus primi, & ſecundi, hoc eſt exceſſus, quo ſex vnitates ſuperant quattuor, videlicet vnitates duæ ad exceſſum ſecundi, & tertij termini, quo ſcilicet quattuor vnitates vnam ſuperant, hoc eſt vnitates tres. Vtraque enim vtriuſque proportio ſubſeſquialtera eſt. nam quattuor vnitates ad ſex, & duæ ad tres eandem habent proportionem, nimirum ſubſeſquialteram. Similia & in alijs tabulis intelligentur,

Medietates	1	2	3	Minimi numeri continentes medietates.		
Arithmetica.	2 1	3 2 1	1 1 1	6	4	2
Geometrica.	1	2 1	1 1 1	4	2	1
Harmonica.	2	1 2 1	1 1 1	6	3	2
Contraria.	1 1	1 2 1	1 1 1	6	5	2
5	1 4	1 4 1	1 1 1	5	4	2
6	1 1 1	1 4 1		6	4	1
7	7 . Atticus.			7	4	3
8	2 1 1	3 3 2		6	4	3
9	1 1	2 4 1		4	3	1
10		1 1		3	2	1
11	7					

PRO-

PROBLEMA XXIII. PROPOSITIO XXVIII.

Tertium problema erat huiuſmodi.

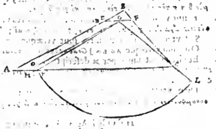


Sit triangulum orthogonium ABC rectum angulum habens ad B, & ducatur quædam recta linea AD: ponatur autem DE ipſi AB æqualis, & EA bifariam ſecta in F; iunctaque FC, ducere duo latera DF FC intra triangulum, maiora vtriſque ſimul BA AC, quæ ſunt extra. Et id quidem manifeſtum eſt. Quoniam enim CF FA hoc eſt CF FB maiores ſunt, quàm CA: æqualis autem DB ipſi AB; erunt CF FD duabus CA AB maiores. Satius autem erat illud in hunc modum proponere.

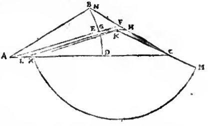
Triangulo orthogonio quouis dato ABC, ſumere aliquod punctum intra triangulum, & ab ipſo rectas lineas ducere: vnam quidem, quæ ſecet BC; aliam vero, quæ ad C tendat, ita vt vtræque ſimul maiores ſint ijs, quæ ſunt extra. Vt ſcilicet cum is, qui proponit, lineam AD duxerit vtcumque, feceritque DE æqualem ipſi AB; & ſecuerit bifariam AE in F, oſtendat punctum F problema efficere. iuncta enim CF, duæ rectæ lineæ CF FD duabus, quæ ſunt extra CA AB maiores erunt. Sed hoc quomodocumque proponere quis velit, infinite oſtendi poſse manifeſtum eſt. Non inopportunum autem videtur generalius de eiuſmodi problematibus diſſerere, à paradoxis Erycemi, quæ circumferuntur, initium facientes.

PROBLEMA XXIV. PROPOSITIO XXIX.

In omni triangulo præterquam in æquilatero, & æquicruri baſim latere minorem habente, fieri poteſt, vt in baſi intra conſtituantur duæ rectæ lineæ æquales ijs, quæ ſunt extra, ſimul ſumptæ.



Sit prius triangulum non æquicrure ABC, quod habeat AB maiorem, quàm BC, & ſecentur vtræque ſimul AB, BC bifariam in D: & inter DB ſumatur quoduis punctum E; ipſi vero AC parallela ducatur EF, in qua ſumpto quouis puncto G ducatur GH parallela ipſi AB, & iuncta GC producatur. Itaque quoniam EB, BF maiores ſunt, quam EF; & CF, FG maiores, quam CG, erunt vtræque EB, BC vna cum GF maiores vtriſque FF GC. communis auferatur FG, ergo & vtræque EB, BC vtriſque EG GC maiores ſunt: & multo maiores, quam GC. Sit vtriſque EB, BC æqualis GL: & circa centrum G per L deſcribatur circuli circumferentia LKO, quæ vtramque CH, HG ſecabit, propterea quod AE. hoc eſt HG maior ſit vtriſque EB, BC, hoc eſt GL. iungatur KG. Dico vtraſque HG, GK, vtriſque AB, BC equales eſse; quod quidem manifeſte conſtat. eſt enim GH ipſi AE æqualis, & KG æqualis GL, videlicet vtriſque EB, BC: & hoc infinite fieri poteſt. Sit deinde triangulum æquicrure ABC, habens AB quidem ipſi BC æqualem, AC vero maiorem vtraque ipſarum, & circa centrum A per B deſcribatur circuli circumferentia BED; & ducatur recta linea quidem AEF ſecans BC extra circuli circumferentiam: ſumaturque in linea BF quoduis punctum G, & ipſi AC parallela ducatur GH. ſumpto autem in linea GH puncto K, ducatur KL parallela AF; iunctaq; KC ad M producatur: & ipſi BG æqualis abſcindatur BN. erit igitur AG, hoc eſt KL æqualis vtriſq; AB, BN, & reliqua NC minor, quam KL. Et quoniam HF, FG maiores ſunt,



H res ſunt, quam HG; & CH, HK maiores, quam KC; erunt vtręque CF FG vna cum HK maiores vtriſque KC, GH. communis auferatur HK. ergo reliquę, videlicet vtręque CF, FG maiores ſunt vtriſque CK, KG. cõmunis apponatur AG. vtræque igitur AF, FC ſunt maiores ipſis
K AG, GK, KC. Sed vtriſque AF,
L FC maiores ſunt vtræque AB, BC. ergo AB, BC ipſis AG, GK, KC maiores ſint neceſse eſt. quarum vtræque AB, BN ipſi AG ſunt æquales. reliqua igitur NC maior eſt vtriſque GK, KC,
M & multo maior, quam KC. Itaque ipſi NC æqualis ponatur KM: & circa centrum
N K per M deſcripta circuli circumferentia ſecet CL in X, & iungatur KX. Dico vtraſque LK, KX vtriſque AB, BC æquales eſse. quod quidem perſpicue apparet. eſt enim KL æqualis vtriſque AB, BN: & KX ipſi KM, hoc eſt ipſi NC æqualis. & hoc infinite fieri poteſt.

COMMENTARIVS.

A Propterea quod AB, hoc eſt HG maior ſit vtriſque EB, BC] *Eſt enim ex 34. primi Elementorum HG æqualis ipſi AB: & eſt AB maior vtriſque FB, BC, quòd AD ſit dimidia vtrarumque ſimul AB, BC, hoc eſt vtriſque DB, BC æqualis.*

B Iungatur KG] *Intellige circuli circumferentiam LKO ſecare KH in puncto K.*

C Et KG æqualis GL] *Sunt enim a centro ad circuli circumferentiam.*

D Et hoc infinite fieri poteſt] *Nam rectę lineæ DB, EF infinite ſecari poſſunt.*

E Erit igitur AG, hoc eſt KL æqualis vtriſque AB, BN] *Græcus codex ἴσαι οὖν ἡ α β. Sed legendum ἴσαι οὖν ἡ α η. eſt enim AB æqualis AB, quòd a centro ad circumferentiam & ipſi EG æqualis ſ ſita eſt FN. ergo AG, hoc eſt LK vtriſque AB BN eſt æqualis.*

F Et reliqua NC minor, quam KL] *poſuimus enim AB, BC inter ſe æquales eſſe, Quòd cum KL ſit æqualis vtriſq; AB, BN, maior erit, quam BC, & multo maior, quam NC.*

G Et quoniam HF FG quidem maiores ſunt, quam HG] *Græcus codex, καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν θ κ ε τῆς μείζονες εἰσίν. lege αἱ μὲν θ ζ η.*

H Erunt vtræque CF FG vna cum K maiores vtriſque KC GH] *Græcus codex συναμφότεροι ἄρα αἱ η γ ζ η. lege συναμφότεροι ἄρα αἱ γ ζ η.*

K Sed vtriſque AF FE maiores ſunt vtræque AB C] *Ex 21 primi libri elementorum.*

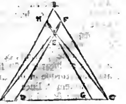
L Quarum vtræque AB BN] *Græcus codex ὧν συναμφότερος ἡ α β μ, Sed legendum ἡ α β ν.*

M Et circa centrum K per M deſcripta circuli circumferentia ſecet CL in X] *Quoniam enim NC, hoc eſt KM minor eſt, quam KL; circuli circumferentia ipſam CL inter L & C ſecabit.*

N Dico vtraſque LK, KX vtriſque AB BC æquales eſſe] *Græcus codex λέγω δὴ ὅτι συναμφότερος ἡ λ κ ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ κ α β γ. lege ἡ λ κ ξ ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ α β γ.*

THEOREMA VI. PROPOSITIO XXX.

Quód ſi triangulum æquilaterum ſit, vel æquicrure, quod baſim habeat latere minorem, dico fieri non poſſe, vt intra ipſum conſtituantur rectæ lineæ æquales ijs, quæ ſunt extra: ſed intra minores erunt.



Sit enim ABC triangulum æquilaterum, vel æquicrure habens AC baſim minorem vtraque ipſarum AB BC: & intra conſtituantur aliquæ rectæ lineæ DE, EG. Dico eas minores eſse, quàm AB BC. Producatur DE vſque
16.primi ad F, & AF iungatur. Itaque quoniam æqualis eſt BAC angulus angulo BCA; erit angulus BCA maior ipſo FAC. Sed angulo BCA maior eſt

eſt angulus FDA. ergo FDA angulus angulo FAD multo maior erit; & ideo AF maior eſt, quàm FD. Et quoniam angulus AFB maior eſt, quàm BCA: & BCA ob A
hypoteſim non minor, quam ABC, erit AFB maior, quam ABF; & propterea AB quam AF maior. Sed AF maior oſtenſa eſt, quam FD. ergo AB quam FD eſt maior, B
& multo maior, quam ED. Similiter oſtendetur & BC maior, quam OE. minores C
igitur ſunt DE, BO ipſis AB, BC.

COMMENTARIVS.

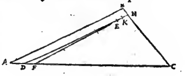
Et BCA ob hypotheſim non minor, quam ABC] *Si enim triangulum* ABC *æquilaterum ſit, angulus* BCA *æqualis eſt angulo* ABC: *ſi vero æquicrure, quod baſim habeat latere minorem, angulus* BCA *angulo* ABC *eſt maior: quippe cui maius latus ſubtenditur.* A

Similiter oſtendetur & BC maior, quam GE] *producta nimirum* GE *vſque ad* AB, *vt in punctum* H, *& iuncta* CH. B

Minores igitur ſunt DE EO ipſis AB, BC.] *Græcus codex* ἐλάσσονες ἄρα εἰσὶν αἱ γ δ *τῶν* α β, *corrige,* ἐλάσσονες ἄρα εἰσὶν αἱ δ ε ε η. τῶν α β β γ. C

PROBLEMA XXV. PROPOSITIO XXXI.

In quibus triangulis intra conſtituuntur rectę lineæ æquales ijs, quæ ſunt extra, in his & maiores intra conſtitui poſſunt ſimul ſumptæ.



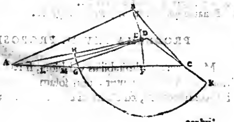
Sint enim in triangulo ABC lineæ DE EF æquales ipſis AB BC: & producatur vna ipſarum intra, vt DE vſque ad N; & inter EN ſumatur quodvis punctum K, iungaturque KF. erunt vtique DK, KF maiores, quam DE EF: & ideo maiores, quam ABC. Manifeſtum autem eſt etiam ſi intra triangulum ABC ſumatur punctum K, ita vt rectæ lineæ DF EF. ab ipſis DK KF contineantur, quemadmodum apparet in ſecunda figura; nihilominus idem continget. & vtroque modo infinite erit propoſitum.



PROBLEMA XXVI. PROPOSITIO XXXII.

Et cum hoc admirabile videatur ijs, qui geometricæ ignari ſunt, admirabilius erit, non ſolum vtramq; vtriq; æqualem eſſe, vel maiorem, ſed etiam ſingulas earum, quæ intra conſtituuntur ſingulis earum, quæ extra, & æquales, & maiores eſſe poſſe, quod ita oſtenditur. A

Sit triangulum ABC habens AB quidem non minorem BC; AC vero vtraque ipſarum maiorem: & circa centrum A per B deſcribatur circuli circumferentia BEF; ſumaturque inter ipſam, & rectam lineam BC quoduis punctum D; & AD, DC iungantur. Itaque quoniam AD maior eſt, quam AB, & prop-



ter hy-

pter hypotheſim maior, quam BC; DC vero, quam BC minor; ſi producentes DC vnamquamque ipſarum DH DK ipſi BC æqualem faciamus, circulus, qui circa centrum D per HK deſcribitur, rectam lineam AF ſecabit. ſecet in puncto G: & inter B AG quæuis puncta ſumantur LM. perſpicuum eſt iunctis LD DM, ſingulas ipſarum ſingulis AB, BC eſſe maiores.

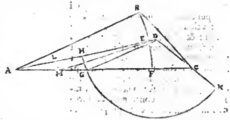
COMMENTARIVS.

A Non ſolum vtramque vtrique æqualem eſſe, vel maiorem] *Græcus codex τὸ μὴ μόνον συναμφότερον συναμφοτέρως. legendum vt opinor τὸ μὴ μόνον συναμφότερον συναμφοτέρω.*

B Perſpicuum eſt iunctis LD DM ſingulas ipſarum ſingulis AB BC eſſe maiores] *Græcus codex hoc loco mendoſus videtur, neque enim LD DM neceſſariò ſunt maiores ipſis AB BC, nam quamquam LD, vel DM ſit maior, quam BC, nulla eſt neceſſitas vt etiam ſit maior quam AB. præterea non video cur inter AG duo puncta ſumantur, cum vnum ſatis ſit, quare ita legendum ſuſpicor,* & inter AG quod vis punctum ſumatur L, perſpicuum eſt iuncta DL ſingulas ipſarum AD DL ſingulis AB BC maiores eſſe. *vel ſi placet etiam duo puncta ſumere, ita legemus,* & inter AG quæuis puncta ſumantur LM. perſpicuum eſt iunctis LD DM ſingulas ipſarum AD DL, vel AD DM ſingulis AB BC maiores eſſe.

PROBLEMA XXVII. PROPOSITIO XXXIII.

Quòd ſi velimus ſingulas ſingulis æquales eſſe, oportebit ponere AC maiorem, quam AB; & CB, quam BA minorem.



Sit enim, vt dictum eſt, & ſimiliter circumferentia BEF deſcribatur; ſumaturq; punctum D, & iungantur DA DC. producta autem DC ipſi BC æqualis ponatur DK; & circumferentia KGH eodem mo- A B do deſcripta. Secet rectam li- C neam AD in H, & AF in G. Quoniam igitur AB maior eſt, quam BC; erit & maior, quam DH. ponatur ipſi æqualis DL: & circa centrum D per L circumferentia deſcripta ſecet AG in M. Quare conſtat iunctis MD, DG, ſingulas ipſarum ſingulis AB BC æquales eſſe.

COMMENTARIVS.

A Secet rectam lineam AD in H, & AF in G.] *Græcus codex τεμνέτω τὴν α δ κατὰ τὸ θ, τὴν δὲ α ζ κατὰ τὸ ν. lege τεμνέτω τὴν α δ κατὰ τὸ θ, τὴν δὲ α ζ κατὰ τὸ η.*

B Quoniam igitur AB maior eſt, quàm BC] *Græcus codex ἐπεὶ δὲ μείζων ἡ α δ τῆς β γ. Ego legendum puto ἡ α β τῆς β γ.*

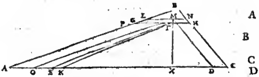
C Ponatur ipſi æqualis DL] *Videlicet ipſi AB.*

PROBLEMA XXVIII. PROPOSITIO XXXIV.

Multo autem admirabilius videbitur, ſi rectæ lineæ, quæ in baſi intra triangulum conſtituuntur, non ſolum æquales, vel maiores ſint lateribus continentibus, ſed etiam ad ea datam habeant proportionem.

Conſt

Conſtruantur enim rectæ lineæ EF FK ipſis AB BC æquales. quod quidem fieri poſſe in principio dictum eſt: & ſecentur vtræq; ſimul AB, BC bifariam in P: ipſi vero AC parallela ducatur GFH: & FE parallela ſit ipſi AB: ſitq; proportio BA ad AL eadem, quæ proportio data: & parallela ducatur LMN: & in LMN ſumatur pun-



A
B
C
D
E
ctum M, ita vt per ipſum ductæ MO MD ipſis BA BC parallelæ punctum F com- F G
prehendant. erit & vtrarumque AB BC, hoc eſt EF FK ad vtraſque AL, NC, hoc eſt H
ad OM MD proportio data. In triangulo igitur OMD intra exiſtentes EF EK ad re- K
ctas lineas OM MD quæ ipſas continent, datam habent proportionem. Sed quoniam
LMN debet cadere ſupra GFH, oportebit rectam lineam BA minorem eſſe, quàm du- L
plam ipſius AL. quare & proportio data neceſſario minor erit, quàm dupla. Con- M
ſtat autem quo maior ſit AB ipſa BC, & quo angulus B ſit obtuſior, eo rectas li- N
neas EF FK ad duplam proportionem magis accedere, & multo magis, ſi EF FK
non ſint æquales ipſis AB BC, ſed maiores. & adhuc magis ſi ducta perpendiculari O
MX, rectæ lineæ EF FK cum ipſis OM MX comparentur, poſſumus autem & alijs P
modis idem efficere. ſed vnus hic nobis ad oſtenſionem ſatis ſit.

COMMENTARIVS.

Quod quidem fieri poſſe in principio dictum eſt] *In 29 huius.*

Et ſecentur vtræque ſimul AB BC bifariam in P,] *Græcus codex mendoſus eſt,* A
qui ſic habet, καὶ τὸν μὲν π δίχα . . . . . συναμφότερον τῶν α β γ. *fortaſſe autem* B
legendum erit, quemadmodum in 29. καὶ τετμήσθω μὲν συναμφότερος ἡ α β γ κατὰ τὸ π. *quã-*
quam ſuperuacaneæ omnino eſſe videantur, neque enim rectæ lineæ EF FK *ipſis* AB BC *æquales*
conſtitui poſſunt, niſi prius AB BC *ſimul ſumptæ bifariam ſecentur, vt in 29. apparet.*

Ipſi vero AC parallela ducatur GFH] *hoc eſt ducatur per* F *ipſi* AC *parallela* GH. C
Græcus codex ἡ δὲ θ κ ζ παράλληλος ἤχθω τῇ α γ. *Sed corrigendum* ἡ δὲ κ ζ θ *&c.*

Sitque proportio BA ad AL eadem, quę proportio data] *Græcus codex corrigen-* D
dus eſt, in quo legitur καὶ τῷ δοθέντι λόγῳ ὁ αὐτὸς ἔστω ὁ τῆς α β πρὸς β λ. *lege* ὁ τῆς
β α πρὸς α λ.

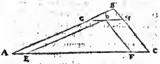
Et parallela ducatur LMN] *hoc eſt parallela ipſi* AC *Græcus codex* καὶ παράλληλος E
ἤχθω ἡ δ μ ν. *lege* ἡ λ μ ν, *vel* ἡ λ ν, *quod magis placet.*

Et in LMN ſumatur punctum M] *Græcus codex* καὶ ἐπὶ τῆς λ ζ ν. *lege* λ μ ν, *vel po-* F
tius λ ν.

Ita vt per ipſum ductæ MO MD ipſis BA BC parallelę punctum F comprehendant] G
Græcus codex ὥστε διὰ τοῦ τᾶις β α, β γ παραλλήλους ἀγομένας τὰς μ θ. μ δ περιλαμβάνειν
τὸ ζ. *corrige* ὥστε διὰ τοῦ μ τᾶις β α, β γ παραλλήλους ἀγομένας τὰς μ ο, μ δ περι-
λαμβάνειν τὸ ζ.

Erit & vtrarumque AB, BC. hoc eſt EF FK ad vtraſque AL NC, hoc eſt ad OM H
MD proportio data] *Vtraque enim latera* AB, BC *ad vtraque* OM MD *eandem habent*
proportionem, quam BA *ad* AL. *quod nos ſequenti lemmate demonſtrabimus.*

Sit triangulum ABC, *intra quod ſumpto quouis puncto* D, *ducantur ad baſim* DE, DF, *ita vt* DE *parallela ſit ipſi* BA, *&* DF *ipſi* BC: *& per* D *ducatur* GH *ipſi* AC *parallela; dico vtraque latera* AB, BC *trianguli* ABC *ſimul ſumpta ad vtraque latera ſimul* ED DF *trianguli* EDF *eandem proportionem habere, quam* BA *ad* AG. *Eſt enim* DE *æqualis ipſi* GA, *&* DF *æqualis* HC: *& vt* AB *ad*



34 primi elem.
EG, *ita* CB *ad* BH *ob triangulorum* ABC, GBH *ſimilitudinem, quare per conuerſionem ra-* 4. Sexti.
tionis, vt BA *ad* AG, *ita* BC *ad* CH: *& vt omnes ad omnes, ita vna ad vnam; videlicet* 12. quinti.
vt AB BC *ad* AG, HC, *hoc eſt ad* ED DF, *ita* BA *ad* AG.

In triangulo igitur OMD intra exiſtentes EF FK ad lineas OM, MD, quæ ipſas K

conti-

continent, datam habent proportionem] *Graecus codex ἐν ἄρα τῷ ο μ δ τριγώνῳ ἐντὸς οὖσαι αἱ ε ζ κ πρὸς τὰς α β γ περιεχούσας &c. lege πρὸς τὰς ο μ δ περιεχούσας.*

L Sed quoniam LMN debet cadere ſupra GFH] *niſi enim ſupra caderent rectæ lineæ* OM MD *ipſas* EF FK *non continerent.*

M Oportebit rectam lineam BA minorem eſſe, quam duplam ipſius AL] *Secentur vtraque* AB BC *ſimul ſumptæ bifariam in puncto* P; *erit* BA *minor, quàm dupla ipſius* AP. *recta autem linea* GFH *cadit ſupra* P, *alioqui non eſſent* EF FK *æquales ipſis* AB BC, *vt ex 29. huius conſtare poteſt & cum* LMN *cadat ſupra* GFH, *neceſſe eſt* BA *ipſius* AL *multo minorem eſſe quàm duplam.*

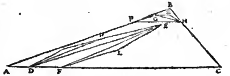
N Conſtat autem quo maior ſit AB ipſa BC, & quò angulus B ſit obtuſior, eò rectas lineas EF FK ad duplam proportionem magis accedere] *quò enim* AB *magis ſuperat* BC, *eò punctum* P *magis accedit ad* A, *& proportio* BA *ad* AL *augeri poteſt, vt ad duplã propius accedat. Quò autem angulus* B *obtuſior eſt, eò maior fit baſis adeo vt rectæ quidem lineæ* EF FK *augeantur, ſi non æquales eſſe debent; rectæ vero ipſas continentes* OM, MX *minuantur; nempè ducta* MX *perpendiculari, quæ minor eſt, quàm* MD. *vt in ſubiecta figura apparet, manentibus enim lateribus* AB, BC *ſi angulus obtuſior ſit, augetur quidem baſis* AC; *perpendicularis vero ad baſim ducta imminuitur. Quando autem hoc facere volimus, oportebit punctum* M *ita ſumere, vt ducta perpendicularis* MX *punctum* F *intra triangulum* OMX *comprehendat.*

O Et multo magis ſi EF FK non ſint æquales ipſis AB BC, ſed maiores] *hoc eſt rectæ lineæ* EF FK *cum ipſis* OM MD *comparatæ ad duplam proportionem magis accedent, ſi eas non æquales ipſis* AB BC, *ſed maiores efficere voluerimus. In quibus enim triangulis intra conſtituuntur rectæ lineæ æquales ijs, quæ ſunt extra, in his & maiores intra conſtitui poſſunt, vt demonſtratum eſt in 31. huius.*

P Et adhuc magis, ſi ducta perpendiculari MX, rectæ lineæ EF FK cum ipſis OM MX comparentur] *hoc eſt accedent* EF FK *adhuc magis ad duplam proportionem, ſi ducta perpendiculari* MX *non amplius cum* OM MD, *ſed cum ipſis* OM MX *comparentur. Græcus codex καὶ μᾶλλον ἐπὶ καθέτου ἀχθείσης τῆς μ ξ πρὸς τὰς ο μ ξ συγκρινόμενα. forte legendum erit καὶ μᾶλλον καθέτου ἀχθείσης τῆς μ ξ πρὸς τὰς ο μ ξ συγκρινομέναι, vel hoc modo καὶ μᾶλλον ἐν καθέτου ἀχθείσης τῆς μ ξ πρὸς τὰς ο μ ξ συγκρίνομεν.*

PROBLEMA XXIX. PROPOSITIO XXXV.

Non ſolum autem in trianguli baſi rectæ lineæ intra conſtituuntur, vtræque ſimul maiores ijs, quæ ſunt extra, ſed etiam in quadrilatero duæ tribus maiores, & tres item maiores tribus, & ſimiliter in alijs, quæ plura habeat latera, poſſunt quotquot intra conſtitui maiores quotquot ijs, quæ ſunt extra.



Si enim ſit triangulũ ABC, in quo conſtituantur rectæ lineæ DE EF maiores, quam AB BC; & ducatur quæuis linea PH ſupra E; erunt DE

A EF maiores ipſis AP, PH, HC in quadrilatero APHC & ſi

B C aliqua inflectatur, vt DKE, tres ſimul DK KE EF maiores erunt tribus AP PH HC. Si vero inflectatur PGH; rurſus erunt duæ DE EF; itémque tres DK KE EF maiores quattuor AP PG GH HC in quinquelatero, & ſi inflectatur ELF, erunt & quattuor DK KE EL LF maiores, quàm quattuor AP PG GH HC. At ſi inflectatur PGZH, & ad plura puncta, quam CZ, & ipſorum KD inflexio fiat, idem planè continget, atque hoc infinite, quotquot proponat quis intra, quotquot ijs, quæ ſunt extra maiores eſſe, eodem modo conſtruetur.

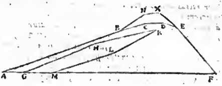
COMMENTARIVS.

Erunt DE EF maiores ipſis AP, PH, HC.] *Nam tres lineæ* AP, PH, HC, *minores ſunt duabus* AB, BC; *quòd* PB BH *ipſi* PH *ſunt maiores ex 20. primi libri elementorum.* A
Si vero inflectatur PGH] *Græcus codex mancus eſt, quem nos ita reſtituendum cenſuimus.* B
Rurſus erunt duæ DE EF, itemque tres DK, KE, EF maiores quattuor AP, PG, GH HC] *Sunt enim* PG, GH *adhuc minores ipſis* PB, BH *ex 21. primi libri elementorum.* C

PROBLEMA XXX. PROPOSITIO XXXVI.

Fieri autem poteſt, vt & quæ intra continentur, quotquot ijs, quæ extra, ſimul ſumptæ omnes ſint æquales.

Si enim conſtituantur, vt demonſtratum eſt, OH, HK, KL, LM maiores ipſis AB, BC, CD, DE, EF. & inflectatur BNXE æque maior ipſa BCDE. factum iam erit, quod proponebatur.



A

B

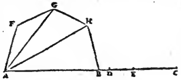
COMMENTARIVS.

Si enim conſtituantur] *Græcus codex* κατασκευσθεισῶν γὰρ μείζων ὅσων δὴ τῶν α β. *forte legendum* μείζων ἴσων τῶν α β. A
Et inflectatur BNXE æque maior ipſa BCDE. factum iam erit, quod proponebatur] *Hoc eſt inflectatur* BNXE, *ita vt ſit æqualis ipſi* BCDE, *& exceſſus, quo* GHKLM *ſuperat* ABCDEF. *atque illud quidem facile fiet ex ijs, quæ ſequuntur.*

PROBLEMA XXXI. PROPOSITIO XXXVII.

At facile eſt à duobus punctis BE inflectere BNXE generaliter cuicumque datæ lineæ æqualem, quæ datum numerum habeat earum, quæ inflectuntur.

Sint enim data puncta AB: & recta linea magnitudine data AC, maiorque AB: & diuidatur BC in quotcunque rectas lineas BD, DE, EC vna minores, quam ſit numerus earum, quæ inflectuntur, & AFG quidem inflectatur adeo, vt ſuperet AG quantitate lineæ BD. hoc enim facile fieri poteſt. AGH vero inflectatur, vt ſuperet AH quantitate DE, & AHB ſuperet AB ipſa EC. numerus igitur rectarum linearum AF, FG, GH, HB eſt æqualis dato, & quæ ex omnibus conſtat, eſt ipſi AC æqualis: etenim hoc ex conſtructione ipſa intelligere haud difficile erit; & quod infinite fieri poteſt.



A

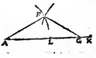
B

COMMENTARIVS.

[Et diuidatur BC in quotcumque rectas lineas BD, DE, EC vna minores, quam ſit A

numerus earum, quæ inflectuntur] *Si enim quattuor ſint, quæ inflecti debent, diuidatur* BC *in tres partes; ſi quinque in quatuor. & ita in alijs. Græcus codex ita habet* καὶ ὑπὸ τῶν β γ &c. μία ἐλάσσονα, *lege* ἐλάσσονας,

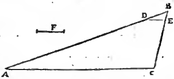
B Et AFG quidem inflectatur, adeo vt ſuperet AG quantitate lineæ BD. hoc enim facile fieri poteſt] *ſit enim recta linea* AG, *cui adiiciatur* GK *ipſi* BD *æqualis, &* AK *vtcumque in puncto* L *ſecetur. deinde ex centro* A, *& interuallo* AL *deſcribatur circulus. & rurſus ex centro* G *& interuallo* KL *deſcribatur alius circulus, qui priorem in puncto* F *ſecet: iunganturque* AF, FG, *erit inflexa linea* AFG *æqualis ipſi* AK. *& ob id rectam lineam* AG *quantitate* GK, *hoc eſt* BD *ſuperabit. illud vero infinite fieri poſſe perſpicuum eſt, quòd ipſa* AH *itidem infinite ſecetur. Græcus codex corruptus eſt, in quo ita legitur* καὶ ἡ μετ α ζ ζ η. *lege* καὶ ἡ μετ α ζ η.



C Numerus igitur rectarum linearum AF, FG, GH, HB eſt æqualis dato, & quæ ex omnibus conſtat eſt ipſi AC æqualis: etenim hoc ex conſtructione ipſa intelligere haud difficile erit] *ſint enim data puncta* AB, *à quibus inflectere oporteat quattuor rectas lineas, ita vt ſimul ſumptæ ſint æquales ipſi* AC *datæ: neceſſe autem eſt* AC *maiorem eſſe, quàm* AB. *Diuidatur,* BC *in tres partes quomodocumque* BD, DE, EC. *& à duobus punctis* AB, *vt dictum eſt, inflectatur* AHB *ita vt ſuperet* AB *quantitate* EC, *& rurſus à duobus punctis* AH *inflectatur* AGH *vt ſuperet* AH *quantitate* DE. *poſtremo à punctis* AG *inflectatur* AFG *ſuperans* AG *ipſa* BD. *dico rectas lineas* AF, FG, GH, HB *datæ rectæ lineæ* AC *æquales eſſe; ſunt enim* AF, FG *æquales ipſis* AG, BD, *&* AG, GH *æquales ipſis* AH, DE: *&* AH, HB *æquales* AB, EC. *quare ſublatis vtrinque communibus* AG, AH, *relinquentur* AF, FG, GH, HB *æquales ipſis* AB, BD, DE, EC *hoc eſt lineæ* AC.

PROBLEMA XXXII. PROPOSITIO XXXVIII.

Fieri etiam poteſt vt parallelogrammum inueniatur, in cuius baſi intra conſtituantur duæ rectæ lineæ tribus continentibus æquales, atque etiam maiores. hoc prius demonſtrato.



A B Sit AB data maior BC quam in proportione. ducere DE parallelam, & facere vt AD ad vtraſque DE, BC in

C D data ſit proportione. Factum iam ſit. quoniam AB data maior eſt BC, quam in proportione, erit proportio ipſius AB ad BC vna cum data, quæ ſit F. eadem autem eſt proportio & AD ad

E vtraſque DE, BC. ergo & reliquæ BD eadem erit ad exceſſum ipſarum F, DE. ſed

F F eſt data. data igitur DE. & ideo poſitione data. quare ſi AB maior ſit quam

G dupla ipſius BC, poterimus ducere DE parallelam, & facere vt AD vtrarumque DE, BC ſit dupla.

COMMENTARIVS.

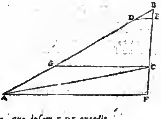
A Sit AB data maior BC quam in proportione] *magnitudo magnitudine dato maior eſt, quam in proportione, quando ablato dato reliquum ad idem proportionem habeat datum, vt Euclides in libro datorum definiit. & ſimiliter magnitudo magnitudine dato minor eſt quam in proportione, quando appoſito dato totum ad idem proportionem habeat datam.*

B Ducere DE parallelam, & facere vt AD ad vtraſque DE, BC in data ſit proportione] *hoc eſt ducere* DE *parallelam ei, quæ puncta* AC *coniungit, videlicet baſi trianguli* ABC.

C Factum iam ſit] *reſolutio eſt problematis.*

D Quoniam AB data maior eſt BC, quam in proportione, erit proportio ipſius AB ad BC vna cum data, quæ ſit F] *ſit* AB *maior* BC *quàm in proportione, data linea* AG, *iungaturque* GC; *& per* A *ducatur* AE *ipſi* GC *parallela, habebit* GB *ad* BC *proportionem datam ex definitione: vt autem* GB *ad* BC, *ita* AB *ad* BE. *reliqua igitur* AG *ad reliquam* CE *erit vt* AB *ad* BE. *Et eſt data* AG, *quare &* CE *data erit. ex quibus ſequitur vt-*

Digitized by Google

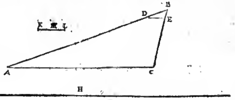


tur vt A B *ad* B C *vna cum data* C F *proportionem datam habeat. quam vero nos* C F *dicimus, ipſe vno tantum elemento* F *expreſſit.*

Eadem autem eſt proportio A D ad vtraſque D E, B C] *expoſitione ſcilicet.* 2 datorũ.

Ergo & reliquæ B D eadem erit ad exceſſum ipſarum F, D E] *quoniam enim vt* A B *ad* B C *vna cum* F, *ita eſt* A D *ad* B C *vna cum* D E, *erit reliqua* B D *ad id quod relinquitur, demptis* B C *&* D E *ab ipſis* B C, *&* F, *hoc eſt dempta* D E *ab* F, *vt* A B *ad* B C *vna cum* F, *quare* B D *datam habebit proportionem ad exceſſum, quo ipſam* F D E *excedit.* 19 quinti

Sed F eſt data, data igitur D E, & ideo poſitione data] *obſcure nimis, & anguſte hoc explicaſſe videtur Pappus, ex quibus non facile appareat, quo loco* D *ipſam* A B *ſecet non enim compoſitionem, & fortaſſe non integram reſolutionem appoſuit. quamobrem nos vt ea, quæ deſiderari videntur, ſuppleamus. pro viribus enitemur.*

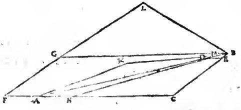


Ponatur iam factum eſſe, & ſit ipſi D E æqualis K M. quoniam igitur A B data maior eſt B C, quam in proportione, habebit A B ad B C vna cum alia aliqua data, quæ ſit K L eandem proportionem. Sed & eandem habet A D ad vtraſque D E, B C, hoc eſt K M, B C. ergo reliqua B D ad reliquam M L eandem proportionem habeat neceſſe eſt. vt autem C A ad A B, ita eſt B D ad D E. triangula enim A B C, D B E inter ſe ſunt ſimilia ob lineas parallelas, & vt D E ad M L, ita fiat alia quæpiam, in qua H ad C A. erit ex æquali in perturbata ratione vt H ad A B, ita D E, hoc eſt K M ad M L.

Compoſitio reſolutioni congruens erit. fiat enim H ad A C in data proportione; & diuidatur K L in puncto M, ita vt K M ad M L eam proportionem habeat, quam H ad A B. Rurſus vt C A ad A B, ita fiat K M ad aliam, quæ ſit B D; & a puncto D ipſi A C parallela ducatur D E. Dico A D ad vtraſque D E, B C in data proportione eſſe. nam cum D E parallela ſit ipſi A C, triangula A B C, D B E inter ſe ſimilia erunt: & vt C A ad A B, ita B D ad D E. Sed & ita erat K M ad eandem D E. ergo D E ipſi K M eſt æqualis. Præterea vt H ad A B, ita facta eſt K M ad M L, hoc eſt D E ad M L: & vt B A ad A C, ita B D ad D E. quare ex æquali in perturbata ratione vt H ad A C, ita B D ad M L. & ideo D E ad M L eſt in data proportione. Itaque quoniam vt A B ad B C, & K L ita eſt D B ad M L, erit & reliqua A D ad reliquas K M, & B C, hoc eſt D E, B C, vt A B ad B C, & K L. ergo A D ad vtraſque D E, B C in data proportione erit. quod ipſum facere oportebat.

PROBLEMA XXXIII. PROPOSITIO XXXIX.

Exponatur huiuſmodi triangulum A B C, ita vt A B maior ſit, quam dupla B C: ſitque A C ipſius B C dupla. & ducatur D E parallela, quæ faciat ad duplam vtrarumq; D B, B C: ipſius vero D E dupla ponatur F A in recta linea A C: & parallelogrammum



compleatur. Quoniam igitur FA quidem dupla eſt DB, AC vero dupla GB, erit tota FC hoc eſt GB dupla vtrarumque DB, BC: & propterea ipſi AD æqualis. & quoniam AD maior eſt, quam dupla BC, ducatur DH ipſius BC dupla. ergo DH eſt æqualis ipſis GF, BC. oſtenſa autem eſt DA æqualis GB. rectæ igitur lineæ AD, DH ipſis FG, GB, BC ſunt æquales. atque eſt parallelogrammum FO, BC. Conſtat præterea
A AD, DH maiores eſſe poſſe ipſis FG, GB, BC. & ſumpto aliquo puncto K rectæ lineæ AK, KD, DH multo maiores erunt iis, quæ ſunt extra. At ſi quo illæ maiores
B ſunt, inflectatur GLB eodem ipſo maior, quàm GB; erunt & AK, KD, DH æquales ipſis FG, GL, LB, BC in quinquelatero, & in alijs, quæ plura latera habent, idem ſeruabitur modus, quemadmodum & in ijs, quæ in quouis quadrilatero conſtituuntur, prius demonſtratum fuit.

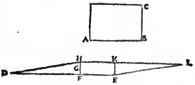
COMMENTARIVS.

A Conſtat præterea AD, DH maiores eſſe poſſe ipſis FG, GB, BC] *Si enim inter* D, *&*
21 primi. B *aliud punctum ſumatur, vt* M, *&* AM, MH *iungantur, erunt hæ maiores, quam* AD, DH, *videlicet quam* FG, GB, BC. *Ipſe vero Pappus illud punctum ſimiliter eodem elemento* D *notauit.*

B At ſi quo ille maiores ſunt, inflectatur GLB eodem ipſo maior, quam GB, erunt & AK, KD, DH æquales ipſis FG, GL, LB, BC] *hoc eſt ſi inflectatur* GLB, *quæ ſuperet* GB *eadem quantitate, qua rectæ lineæ* AK, KD DH *ſuperant ipſas* FG, GB, BC.

PROBLEMA XXXIV. PROPOSITIO XL.

Ex ijs, quæ ante dicta ſunt, & hæc ſequuntur.



Dato ſpacio parallelogrammo fieri poſſe vt alterum parallelo-
A grammum inueniatur, quod quidem ſit propoſita pars dati pa-
B rallelogrammi; vnumquodque autem latus vniuſcuiuſque lateris ſit multiplex ſecundum datos numeros. Sit enim parallelogrammum ABC, & ſumatur vtraque ED, DF
C D multiplex vtriuſque AB, BC ſecundum numeros datos, & ipſi DE ad rectos angulos ducatur EK, propoſita vero pars parallelogrammi AC contineatur DEK; perque K ipſi DE parallela ducatur HKL: & circa centrum D per F circumferentia FGH deſcrip-
E F ta rectam lineam HKL in puncto H ſecet: iunctæque DH parallela ducatur EL. Iam ex conſtructione conſtat ipſum parallelogrammum DL datam partem eſſe parallelogrammi AC: vnumquodque autem ipſius latus vniuſcuiuſque eſſe multiplex ſecundum numeros datos.

COMMENTARIVS.

A Quod quidem ſit propoſita pars dati parallelogrammi] *hoc eſt vel dimidia, vel tertia, vel alia quæcumque imperata ſit.*

B Vnumquodque autem latus vniuſcuiuſque lateris ſit multiplex ſecundum datos numeros] *Vt exempli gratia* DE *ſit ipſius* AB *dupla, &* DF *vel dupla, vel tripla, vel vtcumque multiplex ipſius* BC; *non ſolum autem multiplex, ſed & quamcumque datam proportionem habens.*

C Et ipſi DE ad rectos angulos ducatur EK] *Græcus codex* καὶ ἤχθω ἡ δε πρὸς ὀρθὰς ἡ εκ. *lege* καὶ ἤχθω τῇ δε.

D Propoſita vero pars parallelogrammi AC contineatur DEK] *hoc eſt pars propoſita dati parallelogrammi* AC *ad lineam* DE *applicata latitudinem faciat* EK, *ita vt rectangulum* DEK *dictæ parti ſit æquale. Græcus codex* καὶ ἀπειλήφθω τὸ ὑπὸ δεθκ τὸ ἐπιταχθὲν μέρος τοῦ αγ παραλληλογράμμου. *Sed corrige* τὸ ὑπὸ δεκ.

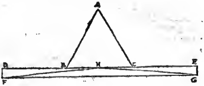
Iunctæque

Iunctęque DH parallela ducatur BL] *Græcus codex* καὶ ἐπιζευχθεῖσαι τῇ δ θ παράλληλοι ἤχθω ἡ ε λ, *lege* καὶ ἐπιζευχθείσῃ τῇ δ θ παράλληλος ἤχθω ἡ ε λ. E

Iam ex conſtructione conſtat ipſum parallelogrammum DL datam partem eſſe parallelogrammi AC] *Græcus codex* δηλονότι ἐκ τῆς κατασκευῆς ὅτι αὐτὸ μὲν τὸ δ λ παραλληλόγραμμον τοῦ δοθέντος μέρος ἐστὶ τοῦ α γ ὀρθογωνίου *ſed fortaſſe legendum* δῆλον ἐκ τῆς κατασκευῆς ὅτι αὐτὸ μὲν τὸ δ λ παραλληλόγραμμον τὸ δοθὲν μέρος ἐστὶ τοῦ α γ παραλληλογράμμου. F

PROBLEMA XXXV. PROPOSITIO XLI.

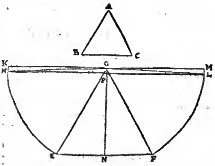
Rurſus triangulo dato minus triangulum inuenitur habens vnumquodque laterum vnoquoque latere maius.



Sit enim triangulum ABC: & producatur baſis BC ex vtraque parte; ponaturque ipſi quidem AB æqualis BD, ipſi vero AC æqualis CE; & ad rectam lineam DE triangulo ABC æquale parallelogrammum DO applicetur: & ſumpto quouis puncto H in linea BC iungantur FH, HG. quoniam igitur AB æqualis eſt BD, erit DH maior, quam BA. & ſimiliter oſtendemus EH quàm AC maiorem eſſe. eſt autem & FG maior quam BC. ergo tres lineæ HF, FG, GH maiores ſunt ipſis AB, BC, CA. & quoniam parallelogrammum DO duplum eſt trianguli FHG, & triangulo ABC æquale, erit ABC triangulum, quod minora latera habet, triangulo FGH maius.

PROBLEMA XXXVI. PROPOSITIO XLII.

Hoc quidem inter admirabilia numeratur. fiet autem admirabilius, ſi triangulum inueniatur, quod ſit pars dati trianguli, & vnumquodque latus vniuſcuiuſque lateris multiplex ſit ſecundum datos numeros, vt in parallelogrammo ante dictum eſt.



Sit enim triangulum ABC: & aliud triangulum EFG conſtituatur, habens vnumquodque latus vniuſcuiuſque lateris trianguli ABC multiplex ſecundum datos numeros, vel etiam maius quam multiplex: & circa centrum G per E quidem circumferentia deſcribatur EHK, per F vero circumferentia FLM: & per G ipſi EF parallela ducatur KGM; a puncto autem G ad EF perpendicularis agatur GN: ſitque pars propoſita trianguli ABC, quę KM, & GP continetur: & ipſi KM parallela ducatur HPL, & A HG, GL iungantur. Patet igitur ex conſtructione triangulum HGL minus eſſe, quam B dimidium ſumptæ partis trianguli ABC, nam HL minor eſt, quam KM. & vnumquodque latus ipſius vniuſcuiuſque lateris trianguli ABC multiplex ſecundum datos C numeros, vel etiam maius, quam multiplex etenim HL maior eſt, quam EF.

COM

COMMENTARIVS.

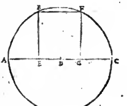
A Sitque pars propoſita trianguli ABC, quæ KM, GP continetur] *hoc eſt ſit rectangulum, quod KM, GP continetur, æquale dictæ parti trianguli ABC. Græcus codex.* καὶ ἔστω τὸ ἐπιταχθὲν μέρος τοῦ α β γ τριγώνου τοῦ ὑπὸ κ μ η π. *lege* τὸ ὑπὸ κ μ, η π. *quæ vero ſequuntur* τοῦτο γὰρ προδέδεικται *nos conſulto omiſimus. neque enim hoc a Pappo ante demonſtratum eſt, ſed ex elementis petitur.*

B Patet igitur ex conſtructione HGL triangulum minus eſſe, quàm dimidium ſumptæ partis trianguli ABC] *eſt enim rectangulum, quod* HL, GP *continetur, minus contento* KM, *&* GP, *quod* HL *minor ſit, quam* KM *ex quintadecima tertij libri elementorum. triangulum autem* HGL *dimidium eſt eius, quod* HL, *&* GP *continetur. ergo triangulum* HGL *minus eſt dimidio rectanguli ex* KM, *&* GP; *hoc eſt minus dimidio ſumptæ partis trianguli* ABC.

41. primi.

C Et vnumquodque latus ipſius vniuſcuiuſque lateris trianguli ABC vel multiplex ſecundum datos numeros, vel maius quam multiplex] *quoniam enim trianguli* EGF *latera multiplicia facta ſunt laterum trianguli* ABC *ſecundum datos numeros, erunt & trianguli* HGL *latera vel multiplicia ſecundum datos numeros, vel etiam maiora, quam multiplicia: nam latera quidem* HG, GE *inter ſe æqualia ſunt, vtpote quæ a centro ad circumferentiam ducuntur; & eadem ratione latera* LG, GF *æqualia. latus vero* HL *maius eſt latere* EF *ex eadem 15. tertij elementorum. Græcus codex* ἑκάστη δὲ αὐτοῦ πλευρὰ ἑκάστης τῆς τοῦ α β γ μείζων ἢ πολλαπλασία κατὰ τοὺς δοθέντας ἀριθμοὺς *legendum autem* ἑκάστη δὲ αὐτοῦ πλευρὰ ἑκάστης τῆς τοῦ α β γ ἢ πολλαπλασία κατὰ τοὺς δοθέντας ἀριθμοὺς ἢ μείζων ἢ πολλαπλασία.

PROBLEMA XXXVII. PROPOSITIO XLIII.



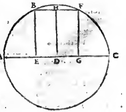
A In data ſphæra polyhedra deſcribere, præmittuntur autem hæc.

Sit in ſphæra circulus ABC, cuius diameter AC, & centrum D. & propoſitum ſit in circulo aptare rectam lineam parallelam diametro AC, & æqualem
B rectæ lineæ datæ, quæ quidem non ſit maior ipſa diametro. Ponatur dimidio datæ rectæ lineæ æqua-
C lis ED; & ipſi AC diametro ad rectos angulos ducatur EB, & eidem parallela BF, quæ datæ rectæ lineę æqualis erit. Eſt enim dupla ipſius ED, & æqualis EG, nimirum ducta FG ipſi EB parallela.

COMMENTARIVS.

A In data ſphæra polyhedra deſcribere. præmittuntur autem hæc] *In Græco codice* εἰς δοθεῖσαν σφαῖραν ἐγγράψαντε πολύεδρα. *lege* ἐγγράψαι τὰ πολύεδρα *in ijs vero, quæ ſequuntur, vereor ne aliquid deſit, vt ita legatur* προγράφεται δὲ τάδε ἔστω ἐν σφαίρᾳ κύκλος.

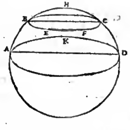
B Ponatur dimidio datæ rectæ lineæ æqualis ED] *Græcus codex* κείσθω ἡ δοθεῖ σα ἴση ἡ ε δ. *Sed mendoſe. legendum enim erit* κείσθω τῇ ἡμισείᾳ τῆς δοθείσης ἴση ἡ ε δ.



C Et eidem parallela BF, quæ datæ rectæ lineæ
28. primi. æqualis erit] *ducatur a puncto* D *ad* BF *perpendicu-*
3. tertij. *lari* DH, *erit ea parallela ipſi* EB, *& lineam* BF *bifariam ſecabit in* H. *ergo* BH *eſt æqualis* HF: *& ideo tota* FB *dupla ipſius* BH, *hoc eſt ipſius* ED, *quod cum*
9. quinti. *data recta linea etiam ſit dupla* ED, *erit* BF *datæ rectæ lineæ æqualis.*

PROBLEMA XXXVIII. PROPOSITIO XLIV.

Sint in ſphæra paralleli circuli AKD, BEFC, & per puncta BC ducta recta linea ſit circuli diameter. propoſitum autem ſit ducere diametrum circuli AKD ipſi BC diametro parallelam. A



Ducatur per puncta BC planum ad circulum rectum, quod faciat ſectionem circulum maximum ABCD. ergo ABCD circulus tranſibit per B
polos ipſorum, & circulum quoque AKD bifariam ſecabit. iuncta igitur recta linea AD diameter eſt ipſi BC parallela. & id quidem manifeſtum eſt. C
ſecetur namque circumferentia BC bifariam in puncto H. & quoniam HA eſt æqualis D
HD, ex polo enim ſunt, quarum HB eſt æqualis HC, erit & reliqua AB reliquæ E
CD æqualis; diameter igitur AD diametro BC eſt parallela. F G

COMMENTARIVS.

Ipſi BC diametro parallelam] *Græcus codex παράλληλον τῇ ἐπὶ τὰ β γ διαμέτρῳ, quæ verba nos ita vertenda duximus, & infra in aliquot locis.* A

Quod faciat ſectionem circulum maximum ABCD] *Græcus codex καὶ ποιήσει τὸ μὲν α β γ δ μέγιστος κύκλος. corrige καὶ ποιήσει τομὴν α β γ δ μέγιστον κύκλον.* B

Ergo ABCD circulus tranſibit per polos ipſorum, & circulum quoque AKD bifariam ſecabit] *Ex 13. primi libri ſphæricorum Theodoſii. Græcus codex α β γ δ ἄρα ἥξει διὰ τῶν πολλῶν αὐτῶν. corrige διὰ τῶν πόλων αὐτῶν.* C

Iuncta igitur recta linea AD diameter eſt ipſi BC parallela, & id quidem manifeſtum eſt] *Græcus codex ὁ ἄρα ἐπὶ τὰ α β ἐπιζευγνυμένη διαμετρός ἐστι τῇ ἐπὶ τὰ β γ παράλληλος, ἔστι δὲ φανερόν. Sed legendum ὁ ἄρα ἐπὶ τὰ α δ.* D

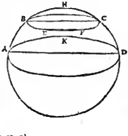
Et quoniam HA eſt æqualis HD, ex polo enim ſunt] *Græcus codex ἐπεὶ ἴση ἡ θ α τῇ θ δ ἴση ἐστὶν ἐκ πόλλων γάρ. corrige ἐκ πόλων γάρ, Vel ἐκ πόλου γάρ.* E

Erit & reliqua AB reliquæ CD æqualis] *illud etiam per ſe patet ex 10. ſecundi libri ſphæricorum Theodoſii.* F

Diameter igitur AD diametro BC eſt parallela] *Ex 16. Vndecimi elementorum. Græcus codex παράλληλος ἄρα ἡ ἐπὶ τὰ α δ διαμέτρῳ τῇ ἐπὶ τὰ β γ διαμέτρῳ. corrige ἡ ἐπὶ τὰ α δ διαμέτρος.* H

PROBLEMA XXXIX. PROP. XLV.

Sed non ſit recta linea EF diameter, & propoſitum ſit ducere diametrum circuli AKD lineæ EF parallelam.



Ponatur vtraque EB, FC æqualis dimidio exceſſus, quo ſemicirculus circumferentiam EF excedit: & per BC ſimiliter deſcribatur circulus maximus ABCD. erit igitur AD diameter circuli AKD parallela ipſi EF; quoniam & ipſi BC eſt parallela. A B

COMMENTARIVS.

Et per BC ſimiliter deſcribatur circulus maximus ABCD] *Græcus codex καὶ διὰ τῶν β γ γεγράφθω ὁμοίως μέγιστος ὁ α β γ δ. corrige μέγιστος κύκλος α β γ δ.* A

Quo-

B Quoniam & ipſi BC eſt parallela] *Ex 9. vndecimi elementorum. Græcus codex ὅτι καὶ αὐτῶν παραλλήλας τῇ ἐπὶ τὰ β γ, leg. ὅτι καὶ αὐτὴ παράλληλος τῇ ἐπὶ τὰ β γ.*

THEOREMA VII. PROPOSITIO XLVI.

Sint in planis parallelis parallelæ rectæ lineæ AE CF, & in eiſdem planis ducantur AB, CD ad eaſdem partes plani per AE CF producti, quæ angulos BAE, DCF æquales faciant. dico rectas lineas AB, CD inter ſe parallelas eſſe. hoc eſt planum ductum per BAC facere in plano rectam lineam CD.



C D Si enim aliam ibi faciet lineam, continebit ea vna cum CF angulum æqualem angulo BAE. quod eſt abſurdum, æqualis enim ponitur BAE angulus angulo DCF.

COMMENTARIVS.

A Et in eiſdem planis ducantur AB, CD ad eaſdem partes plani per AE, EF producti, quæ angulos BAE, DCF æquales faciant] *Græcus codex καὶ ἐν τοῖς αὐτοῖς ἐπιπέδοις διήχθωσαν αἱ α β, γ δ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ διὰ τῶν α ε γ ζ ἐμβαλλομένου ἐπιπέδου, lege ἐκβαλλομένου ἐπιπέδου.*

B Dico rectas lineas AB, CD inter ſe parallelas eſſe, hoc eſt planum ductum per BAC facere in plano rectam lineam CD] *Idem enim eſt dicere rectas lineas AB, CD inter ſe parallelas eſſe, & ab eodem fieri plano. nam cum plana parallela ab aliquo plano ſecantur, communes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt ex 16. vndecimi libri elementorum.*

C Si enim aliam ibi faciet lineam, continebit ea vna cum CF angulum æqualem angulo BAE, quod eſt abſurdum] *Si enim planum per BAC ductum non faciet rectam lineam CD, ſed aliam quampiam, erit ea parallela lineæ AB ex 16. vndecimi iam dicta. & ex decima eiuſdem, cum CF angulum continebit æqualem angulo BAE, quod fieri non poteſt. ponebatur enim angulus DCF angulo BAE æqualis. Græcus codex mendoſus eſt, vt arbitror, qui ſic habet. ἐπὶς γὰρ ἑτέραν ποιήσει ἐκεῖ περιέξει μετὰ τῆς γ δ γωνίας ἴσον τῇ ὑπὸ β α γ ὅπερ ἐστιν. ego ita legerem εἰ γὰρ ἑτέραν ποιήσει ἐκεῖ, περιέξει μετὰ τῆς γ ζ γωνίαν ἴσην τῇ ὑπὸ β α ε ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον.*

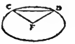
D Aequalis enim ponitur BAE angulus angulo DCF] *Græcus codex ἴση γάρ, ὑποχείσθω ἡ ὑπὸ β α ε τῇ ὑπὸ δ γ ζ puto legendum ἴση γὰρ ὑπόκειται, &c.*

THEOREMA VIII. PROP. XLVII.



Ex hoc & illud conſtat. Si in planis parallelis circuli ſint, vt inferius deſcripti, & in ipſis rectæ lineæ parallelæ AB, CD, quæ ad eaſdem partes centrorum EF ſimiles circulorum portiones abſcindant, recta quidem linea AE ipſi CF; recta vero BE ipſi DF parallela erit.

A B Ob ſimilitudinem enim portionum fiunt anguli AC inter ſe æquales; itemque æquales BD: & parallelæ AE, CF, & BE, DF in planis parallelis.



COMMENTARIVS.

A Recta quidem linea AE ipſi CF: recta vero BE ipſi DF parallela erit] *Græcus codex παραλλήλους ἔσται ἡ μὲν α θ τῇ γ ζ, ἡ δὲ β η τῇ δ ζ. lege ἡ μὲν α ε τῇ γ ζ, ἡ δὲ β ε τῇ δ ζ.*

Ob ſi-

Ob ſimilitudinem enim portionum fiunt anguli AC inter ſe æquales, itemque æquales BD. & parallelæ AE, CF, & BE, DF] *Similes enim circulorum portiones continentur ſimilibus circumferentijs, & rectis lineis, quæ eas abſcindunt, ut in propoſitis portionibus circumferentiæ* AB, CD *ſimiles ſunt, quibus æquales inſiſtunt anguli* AEB, CDF. *reliqui igitur anguli* AB *reliquis angulis* CD *ſunt æquales. & cum latera ſint æqualia, erit angulus* A *æqualis angulo* B, *& eadem ratione angulus* C *angulo* D *æqualis. ergo angulus* BAE *eſt æqualis angulo* DCF, *& angulus* ABE *æqualis ipſi* CDF. *itaq; cum* AB *parallela ſit* CD, *& angulus* BAE *ſit æqualis angulo* DCF, *erit ex antecedente* AE *ipſi* CF *parallela, &* BE *parallela* DF. *Græcus codex* ἴσαι γὰρ γίνονται διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τμημάτων ἴσαι α β καὶ αἱ β δ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις. καὶ παράλληλοι αἱ α ε γ ζ. καὶ β ε δ ζ ἐν παραλλήλοις ἐπιπέδοις. *corrigendum autem ut opinor.* ἴσαι γὰρ γίνονται διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τμημάτων αἵτε α γ, καὶ αἱ β δ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις, καὶ παράλληλοι αἱ α ε γ ζ, καὶ β ε δ ζ. B

THEOREMA IX. PROPOSITIO XLVIII.

Si vero rectæ lineę parallelæ, quę ſimiles circulorum portiones abſcindunt, non ſint ad eaſdem partes centrorum; quæ a centris ad terminos parallelarum, non ſimiliter poſitos ducuntur, parallelæ erunt. A

Oſtenditur enim hoc ſimiliter, atque in ſuperiori figura. B

COMMENTARIVS.

Si vero rectæ lineæ parallelæ, quæ ſimiles circulorum portiones abſcindunt] *Græcus codex* ἐὰν δὲ ἐπὶ τὰ ὅμοια τῆς τμημά τοῦ κύκλου, *&c. forte legendum* ἐὰν δὲ τὰ ὅμοια τμήματα τοῦ κύκλου. A

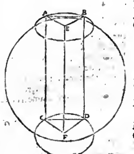


Oſtenditur enim hoc ſimiliter, atque in ſuperiori figura] *producantur enim* CF, DF *uſque ad circumferentiam in puncto* GH, *&* HG *iungatur. erunt trianguli* FGH *duo latera* GF, FH *æqualia duobus lateribus* CF, FD *trianguli* FCD. *& angulus* GFH *æqualis angulo* CFD. *ergo & baſis baſi, triangulumque triangulo, & reliqui anguli reliquis angulis æquales. cum igitur angulus* FGH *ſit æqualis angulo* FCD, *& angulus* FHG *angulo* FDC; *recta linea* HG *ipſi* CD *parallela erit: & circulorum portiones* HG, CD *inter ſe æquales erunt, & ſimiles. ergo* HG *portio ſimilis eſt portioni* AB, *ſuntque ad eaſdem partes centrorum: &* HG *parallela eſt ipſi* AB, *quoniam & ipſi* CD. *ſequitur igitur ex antecedenti rectam lineam* HF, *hoc eſt* DF *ipſi* AB, *&* GF, *hoc eſt* CF *ipſi* BE *parallelam eſſe.* B



THEOREMA X. PROPOSITIO XLIX.

Sint in ſphæra circuli æquales, & paralleli AB, CD: & ad eaſdem partes centrorum æquales, & parallelæ rectæ lineæ AB, CD. dico rectas lineas, quæ earum terminos AB, CD coniungunt, æquales, & parallelas eſſe, & ad plana circulorum perpendiculares. A B C



Manifeſtum autem eſt ex ijs, quæ prius oſtenſa ſunt iunctæ enim AE, CF parallelæ erunt, & ſunt, inter ſe æquales. ergo & AC, EF tum æquales ſunt, tum parallelæ. ſimiliter & EF, BD. eſt autem EF perpendicularis ad circulorum plana, etenim circa eoſdem polos ſunt; & recta linea per polos ipſorum du- D E F G

G rum ducta ad vtrumque eſt perpendicularis, & per eorum centra, & ſphęræ tranſibit, vt eſt in ſphæricis. rectæ igitur lineæ AC, FD & æquales ſunt, & parallelę
H inter ſeſe, atque ad plana circulorum perpendiculares.

COMMENTARIVS.

A Sint in ſphæra circuli æquales, & paralleli] *Graeus codex ἔστωσαν ἐν σφαίρα παράλληλοι κύκλοι. Sed videtur legendum. ἔστωσαν ἐν σφαίρα ἴσοι, καὶ παράλληλοι.*

B Et ad eaſdem partes centrorum æquales & parallelæ rectæ lineæ AB, CD] *Græcus codex καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῶν κέντρων ἴσαι, καὶ παράλληλοι, quibus hæc addenda videntur αἱ α β, γ δ.*

C Dico rectas lineas, quæ earum terminos ABCD coniungunt æquales, & parallelas eſſe] *Græcus codex ὅτι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰ πέρατα αὐτῆς τὰ γ δ. videtur legendum τὰ πέρατα αὐτῶν τὰ α β γ δ.*

D Iunctæ enim AE, CF parallelæ erunt] *Ex 47. huius.*

E Et ſunt inter ſe æquales] *Sunt enim ex centro circulorum.*

F Etenim circa eoſdem polos ſunt] *Ex prima ſecundi libri Sphæricorum Theodoſii.*

G Et recta linea per polos ipſorum ducta ad vtrunque eſt perpendicularis, & per eorum centra, & ſphęræ tranſibit] *Ex decima primi libri ſphæricorum.*

H Rectæ igitur lineæ AC, BD & æquales ſunt, & parallelæ inter ſeſe, atque ad
33. primi. plana circulorum perpendiculares] *Aequales quidem ſunt, & parallelæ inter ſe, quòd & æquales, & parallelas AB, CD coniungunt: perpendiculares vero ad circulorum plana hoc modo oſtendentur. Quoniam enim AC, EF parallelæ ſunt, atque eſt EF perpendicularis ad circulorum plana; erit AC ad plana eorundem perpendicularis ex 8. vndecimi elementorum. Rurſus quoniam AC, BD ſunt parallelæ, & AC perpendicularis ad circulorum plana, neceſſe eſt BD ad plana eorundem perpendicularem eſſe. Græcus codex καὶ αἱ α γ β δ ἄρα ἴσαι τε καὶ ὀρθαί εἰσι πρὸς τοῖς κύκλοις. Sed legendum cenſeo, vt propoſitioni reſpondeat. καὶ αἱ α γ β δ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοι, καὶ ὀρθαὶ πρὸς τοῖς κύκλοις.*

THEOREMA XI. PROPOSITIO L.

Non ſint autem ad eaſdem partes centrorum æquales & parallelæ AB, CD. Dico rectas lineas, quæ earum terminos coniungunt, & inter ſeſe, & ſphęræ diametro æquales eſſe.



Secent enim ſeſe in puncto G: & ad centra ducantur AE, GE: & DF, GF.
A Quoniam igitur AB eſt æqualis CD, & ipſas coniungunt AD, BC; erunt rectæ lineæ BG, GC inter
B ſe æquales. hoc enim manifeſte conſtat. ergo & AG æqualis eſt GD. Sed & AE ipſi DF eſt æqualis,
C ſunt enim ex centro æqualium circulorum: & eſt parallela; angulus igitur GAE ęqualis eſt angulo GDF. & baſis EG baſi GF. quare & AGE angulus eſt æqualis angulo DGF. communis apponatur EGD angulus. fient anguli AGE, EGD, qui ſunt æquales duobus rectis, ipſis EGD, DGF æquales, ergo & EGD, DGF duobus rectis æquales erunt; ac propterea EG, GF in eadem recta linea
D conſtituuntur. oſtenſa eſt autem EG æqualis GF,
E punctum igitur G ſphęræ eſt centrum, cum circuli æquales ponantur: lineęque AD, BC ipſius ſphærę diametri, & inter ſe æquales.

COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur AB eſt æqualis CD, & ipſas coniungunt AD, BC: erunt rectæ lineæ BG, GC inter ſe ęquales, hoc enim manifeſte conſtat] *Eſt enim angulus AGB æqualis*

ad verticem æqualis angulo CGD, *& angulus* DAB *angulo* ADC *æqualis ob lineas paral-* 15 primi
lelas: angulusque CBA *angulo* BCD. *triangulum igitur* AGB *triangulo* CGD *æquiangulum* 29 primi
eſt; & ideo vt AB *ad* BG, *ita* DG *ad* CG: *& permutando vt* AB *ad* CD, *ita* BG *ad* CG. 4 Sex.
& ſunt AB, CD *inter ſe æquales. ergo &* BG *ipſi* GC *æqualis erit. & eadem ratione* AG *ipſi* GD *æqualis demonſtrabitur. In Græco autem codice nonnulla interciderunt, quæ ego ita reſtituerem αι δ, ἄρα ε κ κ γ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. poſt quæ verba ſtatim ſequitur. τοῦτο γὰρ μικρόν ἐστι. Sed vel legendum eſt τοῦτο γὰρ φανερόν ἐστι. vel ita intelligendum, vt illud perfacile, & nullo negotio oſtendi poſſit.*

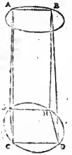
Ergo, & AG æqualis eſt GD] *quomodo hoc ſequatur iam diximus. Græcus autem codex mancus eſt, qui foreaſſe ſic reſtituetur. ὥστε καὶ ἡ δ η τῇ η α ἴση ἐστί.* B

Et eſt parallela] *parallela enim eſt* AE *ipſi* DF, *vt in 48. huius demonſtratum fuit.* C

Punctum igitur G ſphæræ eſt centrum, cum circuli æquales ponantur] *ex 6. primi libri ſphæricorum.* D

Lineæque AD, BC ipſius ſphæræ diametri, & inter ſe æquales] *cum enim* AD, BC *ſint ſphæræ diametri, neceſſariò æquales ſunt, ex quo ſequitur* AD, BC *& inter ſeſe, & ſphæræ diametro æquales eſſe, quod oſtendere oportebat.* E

THEOREMA XI. PROPOSITIO LI.



Si vero ad eaſdem partes iungantur AC, BD, æquales erunt inter ſeſe, & cum AB, CD rectos angulos continebunt. A B

Aptata enim in circulo recta linea GH ipſi CD æquali, & parallela, erit HG perpendicularis ad vtramque ipſarum GC, GA, & ad earum planum. quare & CD. rectus igitur eſt angulus ACD. ſimiliter & reliqui recti erunt. C D

COMMENTARIVS.

Si vero ad eaſdem partes iungantur AC, BD] *hoc eſt, ſi non interſecent ſeſe, vt proxime dictum eſt, ſed* A *cum* C, *&* B *cum* D *iungatur.* A

Aequales erunt inter ſeſe] *Hoc non demonſtrauit Pappus, quòd perſpicue appareat. nam cum rectas lineas* AB, CD *æquales, & parallelas ad eaſdem partes coniungant, & æquales, & parallelæ ſint, neceſſe eſt.* B

Aptata enim in circulo recta linea GH ipſi CD æqualis & parallela] *in eodem circulo, in quo eſt* CD, *aptetur ex altera parte recta linea* GH *ipſi* CD *æqualis, & parallela, vt ſit portio* GH *ſimilis portioni* CD; *& portioni* AB, *quæ eſt in oppoſito circulo ad eaſdem centri partes. quod quomodo fieri oporteat, nos in 48. huius oſtendimus.* C

Erit HG perpendicularis ad vtramque ipſarum GC, GA, & ad earum planum: quare & CD] *iunctis enim* AG, BH, CG, DH; *erunt* AG, BH, *ad circulorum plana perpendiculares, vt in 49. huius demonſtratum eſt. quare anguli* AGH, BHG *ſunt recti. ſed & recti ſunt* CGH, DHG, *quod in ſemicirculo ſunt, vt nos proxime demonſtrabimus. Cum igitur recta linea* GH *duabus rectis lineis* AG, GC *in communi ſectione ad angulos rectos inſiſtat, ducto etiam per ipſas plano ad rectos angulos erit, ex 4 vndecimi elementorum. quare ex 8 eiuſdem &* CD, *quæ ipſi eſt parallela. Eodem modo oſtendemus* CD *ad angulos rectos eſſe plano per* BH, HD *ducto, anguli igitur* ACD, BDC, CAB, DBA *omnes recti erunt. Græcus codex ἔσται ἡ θ η ὀρθὴ πρὸς ἑκατέραν τῶν θ γ α γ. Sed legendum πρὸς ἑκατέραν τῶν θ γ η α.* D

THEOREMA XIII. PROPOSITIO LII.

Si ſint in ſphæra rectæ lineæ parallelæ, quæ ipſarum terminos ex eadem parte coniungunt, æquales erunt inter ſeſe. Si vero etiam æquales ſint parallelæ, & illæ parallelæ erunt; & cum ſubiectis parallelis rectos angulos continebunt. A

 Illud

C Illud autem manifeſte patet. producto namque per lineas parallelas plano, fiet
D circulus in quo ſunt dictæ parallelæ. quæ eas coniungunt, cum ſint inæquales,
E trapezium faciunt. Si vero etiam æquales ſint parallelæ, quæ ipſas coniungunt, non amplius trapezium, ſed vel quadratum, vel altera parte longius, quod Græce ἑτερόμηκες dicitur, continent.

COMMENTARIVS.

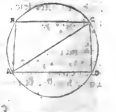
A Si ſint in ſphæra rectæ lineæ parallelæ] *Græcus codex ἐὰν ὦσιν αἱ σφαίρας παράλληλοι, lege ἐὰν ὦσιν ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι.*

B Quæ ipſarum terminos ex eadem parte coniungunt] *Græcus codex αἱ τὰ ὁμοταγῆ πέρατα τὰ αὐτῶν ἐπιζευγνύουσαι τὰ πέρατα ὁμοταγῆ ſi verbum verbo reddere vellemus, dicemus terminos eiuſdem ordinis, ſed nos ita vertere maluimus.*

C Producto namque per lineas parallelas plano, fiet circulus, in quo ſunt dictæ parallelæ] *Ex prima primi libri ſphæricorum Theodoſii, nam lineæ parallelæ in vno & eodem ſunt plano, ex earum definitione. quod tamen Vitellio in principio ſuæ perſpectiuæ demonſtrare aggreſſus eſt.*

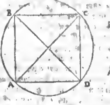
D Et quæ eas coniungunt cum ſint inæquales trapezium faciunt] *Ad horum explicationem ſequens Lemma præmittemus.*

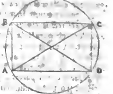
Rectæ lineæ parallelæ in circulo circumferentias æquales intra ſeſe concludunt.



Sit circulus ABCD *& in eo rectæ lineæ parallelæ* AD, BC.
29 primi. *Dico circumferentiam* AB *circumferentiæ* CD *æqualem eſſe. Iungatur enim* AC. *erit angulus* ACB *æqualis angulo* CAD. *Sed angulus quidem* ACB *circumferentiæ* AB *inſiſtit: angulus vero* CAD *circumferentiæ* CD, *circumferentia igitur* AB *circumferentiæ* CD. *eſt æqualis. in æqualibus enim circulis*
26 tertij. *æquales anguli æqualibus circumferentijs inſiſtunt.*

Itaque hoc demonſtrato, iungantur AB, CD. *erunt igitur eæ inter ſe æquales, quoniam & circumferentiæ. & ſi qui-*
29 tertij. *dem parallelæ inæquales ponantur, trapezium continebunt, vt in ſuperiori figura; ſi vero æquales, non trapezium, ſed vel quadratum, vel altera parte longius, quòd parallelas ad rectos angulos coniungant.*





Sint enim æquales AD, BC, *& iungantur* AC, BD, *quæ circuli diametri erunt; cum eius circumferentiam in partes æquales ſe-*
31 tertij. *cent. nam circumferentia* BC *eſt æqualis circumferentiæ* AD, *& circumferentia* AB *circumferentiæ* CD, *vt demonſtratum fuit. anguli igitur* ABC, CDA *in ſemicirculo recti ſunt, & ſimiliter recti* BCD, DAB. *Græcus codex καὶ αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς ἐξ ἀρχῆς παραλλήλους ἀνισοῦσαι τραπέζιον ποιήσουσιν. forte per ἀνισοῦσαι legendum eſt ἀνίσας.*

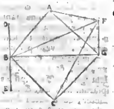
E Si vero etiam æquales ſint parallelæ, quæ ipſas coniungunt, non amplius trapezium, ſed vel quadratum, vel altera parte longius continent.] *Hunc locum nos reſtituimus, nam in Græco codice legitur ἂν δὲ καὶ ἴσαι ὦσιν αἱ παράλληλοι, αἱ ἐπιζευγνύουσαι αὐτὰς οὐκ ἔτι τραπέζιον, ἀλλ᾽ ἑτερόμηκες περιέξουσιν. lege ἀλλὰ τετράγωνον, ἢ ἑτερόμηκες περιέξουσιν. nihil enim prohibet, quo minus etiam quadratum conſtituatur.*

THEOREMA XIV. PROPOSITIO LIII.

A Sint in ſubiecto plano rectæ lineæ AB, BC, quæ cum DBE in eodem plano exiſtente æquales angulos contineant: & erigatur BF, ita vt cum vtraque AB, BC æquales faciat angulos. Dico FB ad DE perpendicularem eſſe.

Duca-

Ducatur ad ſubiectum planum perpendicularis FG; & ad ipſas AB, BC perpendiculares ducantur GA, GC; iunganturque FA, FC, GB. erunt FA, FC ad AB, BC perpendiculares. & cum anguli ABF, CBF ſint æquales, & AB, BC inter ſe æquales erunt. itemque æquales AF, FC, & AG GC. & angulus ABG æqualis angulo CBG. Sed & DBA angulus angulo EBC æqualis ponitur. ergo & totus æqualis toti. ac propterea OB ad DE eſt perpendicularis ad planum. recta igitur linea FB ad DE perpendicularis erit.



COMMENTARIVS.

Et erigatur BF, ita vt cum vtraque AB, BC æquales faciat angulos] *Erigatur adeo vt ſit ad planum inclinata.* A

Ducatur ad ſubiectum planum perpendicularis FG] *Græcus codex corruptus eſt, & mancus, qui fortaſſe ita reſtituetur.* ἤχθω ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον ὀρθὴ ἡ ζη. B

Et ad ipſas AB, BC perpendiculares ducantur GA, GC; iunganturq; FA, FC, GB. erunt FA, FC ad AB perpendiculares] *Quoniam enim FG perpendicularis eſt ad ſubiectum planum, etiam planum, quod per GF, FA ducitur, ad idem planum rectum erit. ergo FA ad AB eſt perpendicularis. Et eodem modo perpendicularis oſtendetur FC ad CB. Græcus codex etiam hoc loco corruptus, & mancus eſt, qui forte ita reſtituetur.* καὶ ἐπὶ τὰς αβ βγ ἡ ηα ηγ. αἱ ἄρα ἐπιζευχθεῖσαι ζα ζγ ὀρθαὶ ἔσονται ἐπὶ τὰς αβ βγ. C 18 vndecimi.

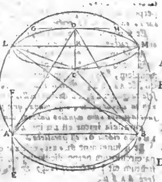
Et cum anguli ABF, CBF ſint æquales, & AB, BC inter ſe æquales erunt: itemque æquales AF, FC, & AG, GC.] *Ponuntur enim æquales anguli ABF, CBF, & angulus FAB rectus eſt æqualis recto FCB. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum ABF ſimile triangulo CBF. Vt igitur FB ad BA, ita FB ad BC. quare AB ipſi BC eſt æqualis. & eodem modo oſtendetur æqualis AF ipſi FC. Rurſus trianguli ABG duo latera GB, BA ſunt æqualia duobus lateribus GB, BC trianguli CBG, & angulus GAB rectus æqualis recto GCB. ergo ex ſeptima ſexti libri elementorum triangulum ABG triangulo CBG ſimile erit, & AG ipſi GC æqualis. Græcus codex ita, vt opinor, corrigetur.* καὶ διὰ τὸ ἴσας εἶναι τὰς αβζ γβζ γωνίας ἴσαι ἔσονται, καὶ αἱ αβ βγ· καὶ ζα ζγ καὶ ηα ηγ. D

Et angulus ABG æqualis angulo CBG] *Quod triangula ABG, CBG ſunt ſimilia, vt oſtenſum eſt.* E

Eſt autem & FG perpendicularis ad planum; recta igitur linea FB ad DE perpendicularis erit] *Cum FG ſit perpendicularis ad ſubiectum planum, & planum, quod per FG, GB tranſit, ad illud rectum erit, ex quo ſequitur, vt FB ad BE, hoc eſt ad DE ſit perpendicularis.* F 18 vndecimi.

PROBLEMA XL. PROPOSITIO LIV.

In data ſphæra pyramidẽ deſcribere.



Sit iam deſcripta, & ſint angulorum puncta, quæ ab ipſa efficiuntur in ſuperficie ſphæræ ABCD. ducatur autem per A recta linea EF ipſi CD parallela, quæ cum AC, AD æquales angulos continebit: videlicet vtrumquemque duarum tertiarum recti, in eodem, in quo ipſæ exiſtens plano. & erecta eſt AB faciens cum AC, AD æquales angulos. ergo per ea, quæ ante demonſtrata ſunt, BF perpendicularis erit ad AB, & ſphæram continget. Si enim per DA, AC planum producatur, faciet circulum, in quo triangulum æquilaterum ADC deſcribitur, atque eſt ipſi CD parallela EF. recta igitur li-

nea EF

E nea EF circulum contingct. quare & ipſam ſphæram. Itaque per rectas lineas BF, AB productum planum ſectionem faciet in ſphæra circulum, cuius diameter AB, propterea quod ad contingentem BF ſimiliter eſt perpendicularis. & ſi per
F D ipſi AB parallela ducatur GH, ſphæram continget, & ad ipſam perpendicularis
G H erit CD. Si vero per GH, GD planum producatur circulum faciet, cuius diameter CD, æqualem, & parallelum circulo diametrum habenti AB, parallelæ enim ſunt
K EF, CD, & AB, GH. ducatur per K centrum ipſi CD ad rectos angulos LM. parallela igitur eſt LM ipſi AB. & ſi iungantur BL, BM, erit BM quidem ad vtramque
L ipſarum AB, LM, & ad plana circulorum perpendicularis: BL vero ſphæræ erit diameter, quod antea demonſtratum eſt. Et quoniam iuncta MC quadratum ex LM
M quadrato ex MC eſt duplum, erit & quadratum ex BC duplum quadrati ex CM. &
N O rectus eſt angulus BMC. ergo BM eſt æqualis MC: & propterea quadratum ex LM
P quadrati ex MB duplum. quadratum igitur ex BL ſeſquialterum eſt quadrati ex LM.
Q eſt autem data BL ſphæræ diameter. data igitur erit & LM diameter circuli. qua-
a datorū. re & AB; circulique poſitione dati; & data ABCD puncta.

R Compoſitio autem manifeſta erit. Oportebit namque in ſphæra deſcribere duos circulos æquales, & parallelos, ita vt diameter ſphæræ poteſtate ſeſquialtera ſit
S vniuſcuiuſque eorum diametri. & duas diametros ducere parallelas AB, LM, quemadmodum docuimus. atque per centrum ipſi LM ad rectos angulos ducatur CD, vt ABCD ſint puncta angulorum ipſius pyramidis. At demonſtratio reſolutioni contrario modo reſpondebit: eritque ſimul demonſtratum ſphæræ diametrum lateris pyramidis poteſtate ſeſquialteram eſſe.

COMMENTARIVS.

A Quæ cum AC, AD æquales angulos continebit, videlicet vnumquemque duarum
29 primi. tertiarum recti] *Nam cum recta linea* EAF *parallela ſit ipſi* CD, *erit angulus* DAF *æqualis angulo* ADC: *& angulus* CAE *ipſi* ACD. *Sed anguli* ADC, ACD *in triangulo æquilatero inter ſe æquales ſunt, continentque duas tertias recti, ergo & vnuſquiſque angulorum* DAF, CAE *duas recti tertias continebit.*

B Et erecta eſt AB æquales angulos faciens cum AC AD] *Sunt enim anguli quoque* BAC, BAD *duarum tertiarum recti.*

C Ergo per ea, quæ ante demonſtrata ſunt EF perpendicularis erit ad AB] *videlicet in antecedente.*

D Atque eſt ipſi CD parallelæ EF, recta igitur linea EF circulum continget, quare & ipſam ſphæram] *Quoniam enim* EF *parallela eſt ipſi* CD, *ſi a puncto* A *ipſi* EF *ad rectos angulos ducatur* AK, *ſecabit ea* CD *bifariam, atque ad angulos rectos, & per centrum tranſibit quare* EF *circulum & propterea ipſam ſphæram contingat neceſſe eſt; ex 16 tertij libri elementorum, & 17 primi libri conicorum Apollonij.*

E Itaque per rectas lineas BF, AB productum planum ſectionem faciet in ſphæra circulum, cuius diameter AB, propterea quod ad contingentem EF ſimiliter eſt perpendicularis] *Recta enim linea circulorum contingens ad diametrum eſt perpendicularis. ex eadem 16 tertij libri elementorum.*

F Et ſi per D ipſi AB parallela ducatur GH ſphæram continget] *Continget enim circulum factum a plano per* GH, DA *ducto, in quo eſt triangulum* DAB.

G Et ad ipſam perpendicularis erit CD] *Ex antecedente ſcilicet.*

H Si vero per GH, CD planum producatur circulum faciet, cuius diameter CD, æqualem, & parallelum circulo diametrum habenti AB: parallelæ enim ſunt BF, CD, & AB, GH] *Sequitur illud ex 15. vndecimi elementorum etenim duæ rectæ lineæ ſeſe tangentes* BF, AB *duabus rectis lineis ſeſe tangentibus* CD, GH *parallelæ ſunt, & non in eodem plano. ergo plana, quæ per ipſas ducuntur parallela erunt. circuli autem ſunt æquales cum æquales habeant diametros* ABCD.

K Parallela igitur eſt LM ipſi AB] *Ex 9. vndecimi libri elementorum. Vtraque enim* LM, AB *eidem* GH *eſt parallela.*

L Et ſi iungantur BL, BM, erit BM quidem ad vtramque ipſarum ABLM, & ad plana circulorum perpendicularis; BL vero ſphæræ erit diameter, quod antea demonſtratum eſt] *Videlicet in 49. & 50. huius. Græcus codex καὶ ἐπιζευχθῶσιν αἱ β γ β μ lege β λ β μ.*

M Et quoniam iuncta MC quadratum ex LM quadratum ex MC eſt duplum] *Iunggantur*

gantur

gantur MC, CL, *quæ inter ſe æquales ſunt, & ideo quadratum ex* MC *quadrato ex* CL *eſt æquale. quadratum autem ex* LM *æquale eſt duobus quadratis ex* MC, CL, *cum angulus* MCL *in ſemicirculo ſit rectus. ergo quadratum ex* LM *quadrati ex* MC *duplum erit. Græcus codex* ἐπεὶ τῆς τὸ ἀπὸ τῆς λ μ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ω μ γ ἐπιζευχθείσης, *Forte legendum* ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς λ μ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς μ γ. pe.primi.

Erit & quadratum ex BC duplum quadrati ex CM] *Eſt enim* BC *ipſi* AB, *videlicet ipſi* LM *æqualis. Græcus codex* ἔσται καὶ τὸ ἀπὸ τῆς β γ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς γ β. *lege* ἀπὸ τῆς γ μ. N

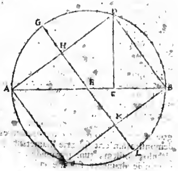
Et rectus eſt angulus BMC] *Nam cum* BM *ſit perpendicularis ad planum circuli* DMCL, *& ad omnes rectas lineas, quæ ipſam contingunt, in dicto plano rectos efficit angulos.* O

Ergo BM eſt ęqualis MC, & propterea quadratum ex LM quadrati ex MB duplum.] *Eſt enim quadratum ex* BC *æquale duobus quadratis ex* BM, MC, *& eſt duplum quadrati ex* MC, *vt oſtendimus. quadratum igitur ex* BM *quadrato ex* MC *eſt æquale. ideoque quadratum ex* BC, *hoc eſt quadratum ex* LM. *quadrati ex* MB *duplum erit. Græcus codex* ὥστε διπλάσιον ὁ ἀπὸ λ μ. *lege* ὥστε διπλάσιον τὸ ἀπὸ λ μ. P

Quadratum igitur ex BL ſeſquialterum eſt quadrati ex LM] *Rurſus enim quoniam rectus eſt angulus* BML, *erit quadratum ex* BL *æquale duobus quadratis ex* BM, ML, *quorum quadratum ex* LM *duplum eſt quadrati ex* MB. *ergo quadratum ex* BL *quadrati ex* LM *ſeſquialterum erit. Græcus autem codex reſtituendus eſt.* ἡμιόλιον ἄρα τὸ ἀπὸ β λ τοῦ ἀπὸ λ μ. καὶ ἐστι δοθεῖσα ἡ β λ διάμετρος τῆς σφαίρας. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ λ μ τοῦ κύκλου διάμετρος. Q

Oportebit namque in ſphæra deſcribere duos circulos æquales, & parallelos, ita vt diameter ſphæræ poteſtate ſeſquialtera ſit vniuſcuiuſque eorum diametri] *Quomodo hoc efficiatur ipſe non docet, ſed nos breuiter explicabimus.* R

Sit enim ſphæra, cuius centrum E, *ſeceturque plano per* E *ducto; vt ſit ſectio maximus circulus* ABD: *& iungatur* AEB, *quæ circuli diameter erit. Itaque ſecetur* AB *in* C, *ita vt* AC *ſit dupla ipſius* CB, *& per* C *ipſi* AB *ad rectos angulos ducatur* CD, *iunganturque* AD, DB. *erunt triangula* ABD, ADC *inter ſe ſimilia, & vt* BA *ad* AD, *ita* DA *ad* AC. *quare vt prima ad tertiam, ita quadratum, quod fit a prima ad quadratum, quod a ſecunda; hoc eſt vt* BA *ad* AC, *ita ex* BA *quadratum ad quadratum ex* AD. *eſt autem* BA *ſeſquialtera* AC, *cum ipſius* CB *ſit tripla. ergo & quadratum ex* BA *quadrati ex* AD *ſeſquialterum erit. Compleatur parallelogrammum* ADBF: *& per* E *ipſis* AF, BD *parallela ducatur altera diameter* GHEKL, *vt ſecet* AD *in* H, *&* FB *in* K. *Si igitur ſphæra ſecetur per* HK *duobus planis ad diametrum* GL *rectis, erunt ſectiones circuli æquales, & paralleli: & vnius quidem diameter erit* AD, *centrum* H, *& polus* G: *alterius vero diameter* FB, *centrum* K, *& polus* L. *cum enim* GL *per centrum ducta ſecet* AD, FB *ad angulos rectos, & biſariam ſecabit. ergo in ſphæra deſcripti ſunt duo circuli æquales & paralleli, ita vt diameter ſphæræ poteſtate ſeſquialtera ſit vniuſcuiuſque eorum diametri, quod facere oportebat.*



Cor.8.Sexti.
4.Sexti.
Co.20.Sexti.

Et duas diametros ducere æquidiſtantes AB, LM, quemadmodum docuimus] *Deſcribantur igitur in ſphæra duo circuli, vt dictum eſt, & per polos eorum ducto plano, fiet ſectio maximus circulus, cuius & circulorum parallelorum communes ſectiones ſint* AB, LM. *erunt hæ circulorum diametri inter ſe æquales, & parallelæ, vt in ſphæricis demonſtratum eſt. Deinde per centrum circuli, cuius diameter* LM, *atque ipſi ad angulos rectos ducatur* CD. *Dico* ABCD *eſſe puncta angulorum ipſius pyramidis in ſphæra deſcriptæ.* S

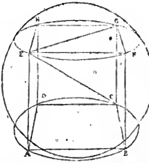
Iungatur enim BL, *quæ diameter erit ipſius ſphæræ, vt ſuperius demonſtratum eſt in 50. huius. Et quoniam quadratum diametri ſphæræ ſeſquialterum eſt vniuſcuiuſque quadratorum ex* AB, LM, *erit quadratum ex* BL *ſeſquialterum quadrati ex* LM: *& eſt angulus* BML *rectus. ergo quadratum ex* LM *quadrati ex* MB *eſt duplum. Sed & duplum eſt quadrati ex* MC; *eſtque angulus* BMC *rectus. quadratum igitur ex* BC *duplum eſt quadrati ex* BM. *& propterea quadratum ex* BC *æquale quadrato ex* LM: *& recta linea* BC

ipſi

ipſi LM, *hoc eſt ipſi* AB *æqualis. Eodem modo oſtendetur* CA *æqualis* AB. *ergo triangulum* ABC *æquilaterum eſt. rurſus quoniam quadratum ex* LM *duplum eſt quadrati ex* MF, *& duplum quadrati ex* MO *iuncta, angulusque* BMO *rectus, ſequitur, ut etiam quadratum ex* BD *ſit duplum quadrati ex* BM. *& ob id recta linea* BO *æqualis* LM, *videlicet ipſi* AB. *Non aliter oſtendetur* AD *æqualis* AB. *eſt autem* CD *ipſi* AB *ęqualis, cum ſint æqualium circulorum diametri. triangula igitur* ABC, ADB, BDC, COA *æquilatera ſunt, & inter ſe ęqualia, ex quibus pyramis ipſa conſtat. ergo pyramis in ſphęra deſcripta eſt, cuius quidem anguli ſunt* ABCO, *ut proponebatur.*

PROBLEMA XLI. PROPOSITIO LV.

In data ſphæra cubum deſcribere.



A Sit iam deſcriptus: & ſint in ſuperficie ſphęrę puncta angulorum ipſius ABCD, EFGH: & per ea producantur plana, quæ facient ſectiones circulos æquales, & parallelos, B etenim quadrata cubi, quæ in ipſis æqualia, & parallela ſunt. Iungatur CE ſphęrę C diameter, & EG. Quoniam igitur quadratum ex GE duplum eſt quadrati ex GH, hoc eſt quadrati ex GC, & eſt angulus CGE rectus, erit quadratum ex CE quadrati ex EG ſeſquialterum: datum autem eſt quadratum ex CE. ergo & quadratum ex EG datum erit. atque eſt AG diameter circuli EFGH. quare & circulus ipſe, circulusque ABCO, & quadrata, quæ in ipſis, & puncta angulorum cubi dabuntur.

D Compoſitio quoque manifeſta erit. oportet enim in ſphęra deſcribere duos circulos parallelos, quorum diametri æquales ſint, & earum ſphæræ diameter poteſtate ſit ſeſquialtera. deinde in vno ipſorum deſcribere quadratum ABCD: & re- E ctæ lineæ BC in altero parallelam, & æqualem ducere FG, quemadmodum antea F generaliter cuicumque datæ æqualem ducere oſtendimus. & ab ipſa quadratum G EFGH complere, atque ita cubum habere deſcriptum. demonſtrabitur enim con- H gruenter reſolutioni BFGC quadratum eſſe, & reliqua, quæ ſequuntur; ſimulque demonſtratum erit ſphæræ diametrum poteſtate triplam eſſe lateris ipſius cubi, & circulos eoſdem, tum pyramidis, tum cubi angulos continere. ſiquidem in ipſa pyramide diameter ſphæræ cuiuſcumque circulorum diametri poteſtate erat ſeſquialtera.

COMMENTARIUS.

A In data ſphæra cubum deſcribere] *Grӕcus codex* εἰς τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν κύκλον ἐγγράψαι. *lege* κύβον ἐγγράψαι.

B Etenim quadrata cubi, quæ in ipſis æqualia, & parallela ſunt] *Græcus codex.* καὶ γάρ τὰ ἐν αὐτοῖς τετράγωνα τὸν του κύβου. *legendum puto* τοῦ κύβου.

C Iungatur CE ſphęrę diameter] *Græcus codex.* καὶ ἴσαι ἐπεζευγμέναι ἡ γ ε, *ſed legendum, vt arbitror,* καὶ ἴσω ἐπεζευγνύμενη ἡ γ ε.

D Oportet enim in ſphæra deſcribere duos circulos parallelos, quorum diametri æquales ſint; & earum ſphæræ diameter poteſtate ſit ſeſquialtera.] *hoc eſt oportet in ſphæra deſcribere duos circulos æquales & parallelos, ita vt diameter ſphæra uniuſcuiuſque eorum diametri poteſtate ſit ſeſquialtera, quod quomodo fiat, nos proxime oſtendimus.*

E Et rectæ lineæ BC in altero circulo parallelam & æqualem ducere FG] *Primum enim ex 45 huius ducemus in altero circulo diametrum parallelam ipſi* BC *deinde ex 43. in eodem circulo aptabimus* FG *diametro quidem parallelam, ipſi vero* BC *æqualem.*

F Quemadmodum antea generaliter cuicumque datæ æqualem ducere oſtendimus] *In 43.*

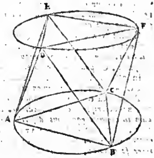
In 43. huius. oportet tamen datam rectam lineam diametro non eſſe maiorem.

Atque in cubum habere deſcriptum] *Græcus codex.* καὶ ἔχειν τὸν κύκλον ἐγγεγραμμένον. *lege* τὸν κύβον. G

Demonſtrabitur enim congruenter reſolutioni BFGC quadratum eſſe & reliqua, H quæ ſequuntur] *iungantur* CE, EG, *erit* CE *ipſius ſphæræ diameter ex 50. huius: & EG diameter circuli ex ijs, quæ demonſtrauimus in 52. huius. angulus autem* CGE *eſt rectus, nam* CG, BF *perpendiculares ſunt ad plana circulorum, ex 49. huius, quare & ad omnes* 3. defin. *rectas lineas, quæ in eis ipſas contingunt. Cum igitur quadratum ex* CE *ſeſquialterum ſit* vnd. *quadrati ex* EG, *& quadratum ex* EG *duplum quadrati ex* FG: *ſitque angulus* CGF *rectus: erit quadratum ex* CE, *quadrati ex* FG *triplum Rurſus quadratum ex* CE *cum ſeſquialterum ſit quadrati ex* EG; *erit quadrati ex* GC *triplum. quadratum igitur ex* FG *quadrato ex* GC *eſt æquale: & recta linea* FG *æqualis ipſi* GC. *Sunt autem* FB, GC *inter ſe æquales, & anguli* CGF, BFG *recti. ergo* BFGC *quadratum erit, & eadem ratione* AEFB, ABHD, DHGC *quadrata demonſtrabitur. Cubus igitur conſtitutus eſt in data ſphæra, quod facere oportebat.*

PROBLEMA XLII. PROPOSITIO LVI.

In data ſphæra octaedrum deſcribere.



Deſcriptum iam ſit. ſintque puncta angulorum ipſius in ſuperficie ſphæræ ABC, DEF: & plana, quæ per ea ducuntur, circulos faciant ABC, DEF. Quoniam igitur a puncto D in ſuperficiem ſphæræ æquales rectæ lineæ incidunt DA, DB, DE, DF, erunt puncta AE. A FB in eodem plano: etenim quæ a centro ſphæræ ad ipſa ducuntur, æquales ſunt: & ſunt B æquales inter ſe AB, AE, BF, FE, & in circulo. quadratum igitur AEFB, & EF ipſi AB C parallela. Similiter & DE parallela eſt BC, & D DF ipſi AC. circuli igitur paralleli ſunt, & æquales inter ſe, quoniam & quæ in ipſis triangula æquilatera ſunt æqualia. Et cum in E ſphæra æquales, & paralleli circuli ſint, atq; F in ipſis rectæ lineæ æquales, & parallelæ AB, EF, quæ non ſunt ad eaſdem partes centrorum, G erit iuncta AF diameter ſphæræ, & AB, FB cum AB, EF rectos angulos continebunt; vt ante demonſtratum fuit. ſunt autem æquales AE, EF. ergo quadratum ex AF quadrati ex FE eſt duplum. Sed cum quadratum diametri circuli DEF ſit ſeſquitertium H quadrati ex EF, erit quadratum ex AF quadrati diametri circuli DEF K ſeſquialterum. data igitur eſt diameter, & circulus, quare & ABC, & puncta, quæ ab ipſis fiunt.

Compoſitio autem manifeſta erit. oportet enim ſimiliter in ſphæra deſcribere L duos circulos æquales, & parallelos, quorum vniuſcuiuſque diametri ſphæræ diameter M poteſtate ſit ſeſquialtera. & in altero quidem ipſorum deſcribere triangulum æquilaterum ABC; in altero autem ducere rectam lineam EF ipſi AB æqualem, & parallelam. & ab ipſa triangulum DBF deſcribere. atque ita octaedrum habere conſtitutum. ſimul vero demonſtrata eſt ſphæræ diameter poteſtate dupla lateris octaedri. conſtatque ad pyramidis, cubi, & octaedri deſcriptionem eoſdem aſſumi circulos, quorum polyedra in eandem ſphæram accommodantur: & eundem circulum cubi quadratum, & octaedri triangulum comprehendere.

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur à puncto D in ſuperficiem ſphæræ æquales rectæ lineæ cadunt A DA, DB, DB, DF, erunt puncta AB, FB in eodem plano] *erunt enim in plano circuli, cuius polus eſt* D, *ex poli definitione apud Theodoſium in primo libro ſphæricorum.*

B Etenim quæ à centro ſphæræ ad ipſa ducuntur æquales ſunt] *Ex lineis, quæ à centro ad ea puncta ſuperficiei ſphęrę ducuntur, oſtendere p·ſſumus, communem ſectionem ſphęrę, & plani illius, quod per dicta puncta tranſit, circulum eſſe, quemadmodum in prima propoſitione primi libri ſphęricorum Theodoſii.*

C Similiter & DE parallela eſt BC, & DF ipſi AC] *rurſus enim quoniam à puncto A ęquales rectę lineę AB, AC, AD, AC in ſphæra ſuperficiem cadunt, erunt puncta BCDE in circumferentia eiuſdem circuli, cuius polus eſt A: & ſunt inter ſe ęquales BC, CE, ED, DB. ergo BCED quadratum erit, & DE ipſi BC parallela. Eadem quoque ratione ſumpto B polo, DF ipſi AC parallela demonſtrabitur.*

D Circuli igitur paralleli ſunt] *ex 15. vndecimi libri elementorum, quippe cum non ſolum duę rectę lineę ſeſe tangentes duabus rectis lineis ſeſe tangentibus parallelę ſint, ſed etiam tres, quę non ſunt in eodem plano.*

E Erit iuncta AF diameter ſphæræ] *ex 50. huius.*

F Et AB, FB cum AB, FB rectos angulos continebunt] *ex 51. huius, quamquam hoc etiam aliter pateat. nam puncta ABFE in circumferentia eiuſdem circuli eſſe, & quadratum continere ſupra demonſtratum eſt.*

G Sed cum quadratum diametri circuli DEF ſit ſeſquitertium quadrati ex EF] *eſt enim quadratum ex EF triplum quadrati eius, quæ ex centro circuli, vt demonſtratum eſt in duodecima tertijdecimi libri elementorum. Sed quadratum diametri circuli eſt eiuſdem quadruplum. ergo quadratum diametri ad quadratum ex EF eſt, vt quattuor ad tria, hoc eſt ipſius ſeſquitertium.*

H Data igitur eſt diameter, & circulus] *cum enim data ſit proportio diametri ſphęrę ad diametrum circuli; ſitque data ſphęrę diameter, & diameter circuli dabitur, ac propterea ipſe circulus.*

K Quare & ABC, & puncta, quæ ab ipſis fiunt] *Gręcus codex* ὥστε καὶ ὁ α β γ. καὶ ἀπ' αὐτῶν σημεῖα *fortaſſe autem legendum erit* ὥστε καὶ τὸ α β γ, *vt per α β γ. triangulum intelligatur. Dato namque circulo, datur & triangulum ęquilaterum in ipſo deſcriptum, & puncta, quę ab eius angulis efficiuntur.*

L In altero autem ducere rectam lineam EF ipſi AB æqualem & parallelam] *ex 43. & 45. huius, ita tamen vt EF ad alteras centri partes aptetur.*

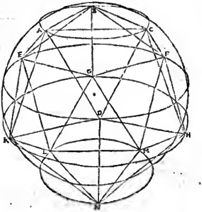
M Atque ita octaedrum habere, conſtitutum] *iunctis videlicet DA, AB, BC, CF, FB, BD deſcriptum erit octaedrum. triangula enim ęquilatera ABC, DEF ęqualia ſunt, cum in circulis ęqualibus deſcribantur. Et quoniam in circulis ęqualibus, & parallelis ABC, DEF ſunt rectę lineę AB, EF ęquales, & parallelę, non tamen ad eaſdem partes centrorum, erunt iunctę AF, BE ipſius ſphęrę diametri ex 50. huius, & ex 51. AB, BF inter ſe ęquales, & cum AB, EF rectos angulos continebunt; quadratum igitur ex AF æquale eſt duobus quadratis ex AB, BF, eſt autem duplum quadrati ex AB, vt ſuperius oſtenſum fuit; ergo & ipſius quadrati ex BF duplum erit. & ob id quadrata ex AB, BF inter ſe ęqualia, & ęquales rectæ lineę AB, BF. Sed AB eſt ęqualis BF. quare omnes AB, BF, FB, BA inter ſe ęquales erunt. Rurſus quoniam BC, DE ęquales ſunt, & parallela, & non ad eaſdem partes centrorum, erunt iuncta BE, CD diametri ſphæra. & eodem modo BC, CE, ED, DB inter ſe æquales oſtendentur. poſtremo cum AC, DF æquales, & parallelę ſint, ſimiliter demonſtrabimus CA, AD, DF, FC æquales eſſe. ergo ſequitur triangula ABD, DAE, ACE, ECF, CBF, FBD æquilatera eſſe, & ipſis ABC, DBF æqualia, ex quibus octaedrum conſtat. Octaedrum igitur in data ſphæra conſtitutum eſt, quod feciſſe oportebat.*

PROBLEMA XLIII. PROPOSITIO LVII.

In data ſphæra icoſaedrum deſcribere.

Sit iam deſcriptum: & in ſuperficie ſphæræ ſint puncta angulorum ipſius ABC, DBF, GHK, LMN. Itaque quoniam a puncto B ad ſuperficiem cadunt rectæ lineæ AB, BC, BF, BG, BB inter ſe æquales, puncta ACFGB in vno erunt plano: etenim
A quę a centro ſphærę ad ipſa ducuntur, æquales ſunt. & æquales inter ſe AC, CF, FG, GE, EA, & ſunt in circulo. æquiangulū igitur eſt ABGFC pentagonum. ſimiliter, &
B pentagona KBBCD, DHFBA, AKLGB, AKNHC, CHMGB, æquilatera ſunt, & æquiangula, & in vno plano ſita. atque erit AC quidem ipſi EF iunctæ parallela, EF

vero



vero parallela KH, & KH ipſi LM,
quoniam LGFHM pentagonum eſt. C D
Eodem modo oſtendentur rectæ
lineæ coniungentes puncta BC, ED,
GH, LN parallelæ eſſe, & itidem
parallelæ, quæ puncta BA, FD, GK, E
MN coniungunt. Similiter & circulus circa ABC puncta æqualis, & parallelus oſtendetur circulo qui eſt circa LMN; æqualia enim & ſimilia in ipſis triangula ſunt ABC, LMN. Circuli vero, qui circa puncta DEF, KGH ęquales ſunt, F
& paralleli, ſiquidem triangula, G
quæ in ipſis æqualia, & æquilatera ſunt, vnumquodque enim latus pentagoni angulum ſubtendit. Quoniam igitur circuli in ſphæra circa DEF, KGH æquales ſunt, & in ipſis æquilaterorum triangulorum latera parallela BF, KH, quę non ſunt ad eaſdem centrorum partes; erit recta linea coniungens FK diameter ſphęræ: & angulus FBK rectus; quod ante demonſtratum eſt. Et quoniam pentagonum eſt GEACF, ſi recta linea EF extrema, ac media ratione ſecetur: erit maior eius portio AC. ergo EF ad AC eam proportionem habet, quam latus hexagoni ad decagoni latus: & vtraſque poteſt FK, propterea quòd BK ipſi AC eſt æqualis. habebit igitur FK diameter ſphæræ ad EF proportionem eandem, quam pentagoni latus ad latus hexagoni: ad AC vero, eandem quam pentagoni latus ad latus decagoni. atque eſt data ſphæræ diameter. ergo & vtraque EF, AC data erit, & ob id quæ ex centro circulorum, quæ ſunt poteſtate tertia pars rectarum linearum EF, AC. & circuli ipſi, & qui item eis ſunt æquales, & paralleli iuxta puncta angulorum ipſius polyedri.

non ſunt ad eaſdem centrorum partes; K
ræ: & angulus FBK rectus; L
num eſt GEACF; M
eius portio AC. N

Compoſitio autem manifeſta erit. oportebit enim exponere duas rectas lineas, ad quas diameter ſphæræ eam proportionem habeat, quam pentagoni latus ad latus hexagoni, & ad latus decagoni. & in ſphæra duos circulos deſcribere, quorum O
quæ ex centro ſint poteſtate tertia pars dictarum linearum, vtraque vtriuſque, vt circuli DEF, ABC: & ad alteras partes centri ſphęræ deſcribere circulos æquales ipſis, & parallelos KGH, LMN: & in vnoquoque triangulo aptare latera parallela P
AC, EF, KH, LM ad oppoſitas centri partes: & omnia triangula ſimiliter iuxta polygoni angulos deſcribere. & demonſtratio ex ipſa reſolutione in promptu erit. Q
Simul vero deprehenſum eſt ſphæræ diametrum poteſtate triplam eſſe lateris pentagoni in circulo DEF deſcripti. etenim KF ad FE eam proportionem habet, quam pentagoni latus ad latus hexagoni. At FE ad latus hexagoni in eodem circulo deſcripti habet eam proportionem, quam latus trianguli ad hexagoni latus: atque eſt latus trianguli poteſtate triplum lateris hexagoni. Tripla eſt igitur poteſtate KF ſphæræ diameter ad latus pentagoni in circulo DEF deſcripti.

COMMENTARIVS.

Etenim quæ a centro ſphæræ ad ipſa ducuntur, æquales ſunt] *Gracus codex καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Sed legendum vt opinor καὶ γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, quemadmodum in antecedente.* A

Similiter & pentagona KBBCD, DHFBA, &c.] *Corrigendus Græcus codex, vt ex noſtra verſione apparet.* B

Atque erit AC quidem ipſi EF iunctæ parallela] *Hoc nos demonſtrauimus in libro de centro grauitatis ſolidorum propoſitione prima. in Græco codice deſideratur παράλληλος, vt ita legendum ſit καὶ ἔσται ἡ μὲν α γ τῇ ε ζ ἐπιζευχθείσῃ παράλληλος.* C

EF vero parallela KH] *Vtraque enim ipſi AC eſt parallela.* D

Similiter & circulus circa ABC puncta æqualis, & parallelus oſtendetur circulo, E

 qui

qui circa LMN, qualia enim & ſimilia in ipſis triangula ſunt ABC, LMN] *Sunt enim* AC, LM *inter ſe parallela, quòd ſint parallela eidem* KH. *& eadem ratione parallela* CB, LN. *ergo quæ per ipſas tranſeunt plana, parallela ſunt, propiereaque circulus* ABC *circulo* LMN *eſt parallelus. æqualis autem eſt, cum triangulum* ABC *æquale & ſimile ſit triangulo* LMN. *Eodem modo æquales, & paralleli oſtendentur circuli circa* DHF, KGH.

9. vndec. 15

F Erit recta linea coniungens FK ſphæræ diameter] *ex* 50. *huius.*

G Et angulus FEK rectus] *ex* 51. *huius.*

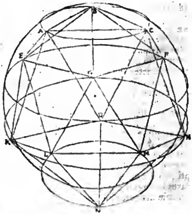
H Et quoniam pentagonum eſt GEACF, ſi recta linea EF extrema, ac media ratione ſecetur, erit maior eius portio AC. ergo EF ad AC eam proportionem habet, quam latus hexagoni ad decagoni latus] *Sit recta linea* EF *extrema, ac media ratione ſecta in puncto* X, *ita vt* FX *ſit maior portio. erit* FX *æqualis lateri pentagoni, hoc eſt æqualis ipſi* AC *ex octaua tertij decimi libri elementorum. producatur* EF *vſque ad* O, *vt* FO *ſit æqualis* FX.



tota EO *ſecta erit extrema, ac media ratione; atque eius maior portio erit* EF, *ex quinta eiuſdem. Sit deinde* PR *latus hexagoni, &* RS *latus decagoni in eodem circulo deſcripti. rurſus ex nona eiuſdem erit* PS *extrema, ac media ratione ſecta in puncto* R, *&* PR *erit maior portio ipſius. Quoniam igitur duæ rectæ lineæ* EO, PS *extrema, ac media ratione ſecantur, erit* EF *ad* FO, *vt* PR *ad* RS. *Sed* PR *ad* RS *eam proportionem habet, quam hexagoni latus ad latus decagoni. ergo &* EF *ad* FO, *hoc eſt ad* AC *eandem proportionem habebit. Græcus codex* ἡ ἄρα ε α πρὸς τὴν α γ λόγον ἔχει *lege* ἡ ἄρα ε ζ πρὸς τὴν α γ.

Ex vlti. 14. elem. vel ex 44 quinti libri Pappi.

K Et vtraſque poteſt FK, propterea quod EK ipſi AC eſt æqualis] *Quoniam enim angulus* FEK *rectus eſt, quadratum ex* FK *eſt æquale duobus quadratis ex* FE, EK, *hoc eſt* FE, AC. *eſt enim* EK *ipſi* AC *æqualis. Græcus codex* διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν τῇ α γ. *lege* τὴν ε κ τῇ α γ.



L Habebit igitur FK diameter ſphæræ ad EF proportionem eandem, quam pentagoni latus ad latus hexagoni] *latus namque pentagoni poteſt & hexagoni, & decagoni latus in eodem circulo deſcriptorum ex* 10. *tertij decimi elementorum.*

M Ad AC vero eandem, quam pentagoni latus ad latus decagoni] *Nam cum ſphæræ diameter* FK *ad* EF *proportionem habeat eandem, quam pentagoni latus ad latus hexagoni,* EF *vero ad* AC *eandem habeat, quam hexagoni latus ad latus decagoni, habebit ex æquali ſphæræ diameter ad* AC *eandem proportionem, quam pentagoni latus ad latus decagoni.*

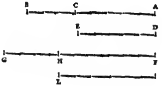
N Et ob id quæ ex centris circulorum, quæ ſunt poteſtate tertia pars rectarum linearum EF, AC] *Eſt enim latus trianguli æquilateri poteſtate triplum eius, quæ ex centro circuli, ex* 12. *eiuſdem. Græcus codex.* ὥςαι καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων τρίτον μέρος ἴσαι δυνάμει τῆς ε ζ α γ. *lege* τρίτον μέρος ἴσαι δυνάμει τῆς ε ζ α γ.

O Et in vnoquoque triangulo aptare latera parallela AC, EF, KH, LM ad oppoſitas centri partes, & omnia triangula ſimiliter iuxta polygoni angulos deſcribere] *Verbi gratia in circulis* DEF, ABC *ita triangula aptabimus, vt trianguli* DEF *latus* EF *parallelum ſit lateri* AC *trianguli* ABC, *& ad oppoſitas centri partes ſtatuatur, deinde iungemus* AB, EP, AD, DC. *& eodem modo in reliquis faciemus.*

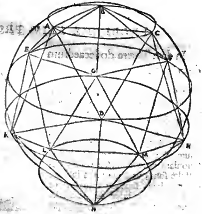
P Et demonſtratio ex ipſa reſolutione in promptu erit] *Habet enim* DE *latus trianguli in circulo* DEF *deſcripti ad* AE *latus trianguli deſcripti in circulo* ABC *eam proportionem,*

tionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni; Sed quam proportionem habet latus hexagoni ad latus decagoni, in eodem circulo deſcriptorum, eandem habet recta linea, quæ pentagoni æquilateri, & æquianguli angulum ſubtendit ad ipſum pentagoni latus, vt deinceps oſtendetur. ergo DE *pentagoni angulum ſubtendit, cuius latus eſt* AB. *& propterea* DA, AE *ſunt eiuſdem pentagoni latera ipſi* AB *æqualia. Eadem ratione &* DF *pentagoni angulum ſubtendit: eruntque* DC, CF *eius latera æqualia ipſi* AB. *Rurſus cum* EF *pentagoni angulum ſubtendat, erunt* EB, BF *eidem æqualia. atque ideo omnia triangula æquilatera, & inter ſe æqualia erunt. Non aliter ad oppoſitas partes centri ſphæræ ex triangulis* KGH, LMN *oſtendemus reliqua triangula æquilatera, & æqualia eſſe, ex quibus icoſaedrum ipſum conſtat. Icoſaedrum igitur in data ſphæra deſcriptum eſt, quod fecisse oportebat.*

Quod autem poſitum eſt, ſic oſtendetur.

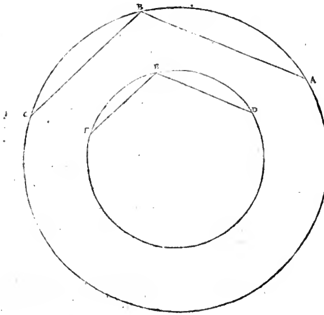


Sit latus hexagoni AB, *& latus decagoni* DE: *ſitque* FG *recta linea, quæ pentagoni cuiuſpiam æquilateri, & æquianguli angulum ſubtendat, &* KL *ſit pentagoni latus. Dico* FG *ad* KL *eandem proportionem habere, quam habet* AB *ad* DE. *Secentur* AB, FG *extrema, ac media ratione in punctis* CH, *vt maiores ipſarum portiones ſint* AC, FH. *erit* AC *quidem ipſi* DE *æqualis, ex iis, quæ nos demonſtrauimus in tertio decimo libro elementorum ad propoſitionem nonam.* FH *vero æqualis erit ipſi* KL *ex octaua eiuſdem libri. Quoniam igitur* AB, FG *extrema, ac media ratione ſecantur, erit vt* AB *ad* AC, *ita* FG *ad* FH *ex vltima quarti decimi libri elementorum. Sed* DE *eſt æqualis* AC, *&* KL *ipſi* FH. *ergo* FG *ad* KL *eandem proportionem habebit, quam* AB *ad* DE. *quod oſtendere oportebat.*

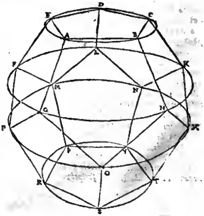


Simul vero deprehenſum eſt ſphæræ diametrum poteſtate triplam eſſe lateris pentagoni in circulo DEF. deſcripti, etenim KF ad FE eam proportionem habet, quam pentagoni latus ad latus hexagoni.] *Deſcribatur circulus* ABC, *cuius ea, quæ ex centro æqualis ipſi* EF: *& in ipſo latus pentagoni* AB, *& latus hexagoni* BC. *erit* AB *æqualis* KF *diametro ſphæræ, &* BC *æqualis* EF. *deſcribatur etiam circulus* DBF, *cuius ea, quæ ex centro ſit poteſtate tertia pars ipſius* BF, *& rurſus in ipſo latus pentagoni* DB *& hexagoni* EF, *habebit* AB *ad* BC *proportionem eandem, quam* DB *ad* EF. *Sed latus* BC *eſt poteſtate triplum lateris* EF. *ergo & latus* AB, *hoc eſt ſphæræ diameter* KF *poteſtate tripla erit ipſius* DB *lateris pentagoni in circulo* DEF *deſcripti.*

PRO:



PROBLEMA XLIV. PROPOSITIO LVIII.

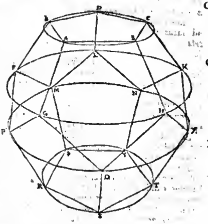


In data ſphæra dodecaedrum deſcribere.

Deſeriptum ſit, & puncta angulorum ipſius ſint A B C D E, F G H K L, M N X O P, R S T Y Φ, erit vtique E D parallela ipſi F L iunctæ; A E vero
A ipſi F G: & ita reliquæ. ergo & planum ductum per A B C D E parallelum eſt plano per F G H K L ducto. Quoniam autem iunctæ O A X C parallelæ ſunt, vtraque enim ipſi B H eſt parallela, ſuntque æquales: & ipſæ O X, A C inter ſe parallelæ erunt. quare & S T, B D, itemque
B S R, C D, & reliquæ: plana inſuper omnia, quæ per ipſas ducuntur parallela ſunt. Intelligantur igitur circuli per ipſa deſcripti inter ſe paralleli. erit circulus quidem circa

A B C D E

ABCDE æqualis ei, qui circa RSTYΦ, nam pentagona in ipſis deſcripta æqualia ſunt: circulus vero circa FGHKL æqualis ei, qui circa MNXOP; cum pentagona ſunt C
æqualia. atque eſt CL parallela XY, vtraque enim ipſi KN eſt parallela. puncta igitur LCXY in vno erunt plano. & ipſa iungentes æquales ſunt: quòd pentagonorum D
æqualium angulos ſubtendant, ſunt autem in circulo. ergo LCXY quadratum eſt. & E G
ob id recta linea XL iuncta poteſtate dupla eſt ipſius LC, hoc eſt ipſius FL, & angulus F
XLF rectus; in æqualibus enim circulis æquales, & parallelæ ſunt OX, FL: quadratum igitur ex FX triplum eſt quadrati ex FL. & eſt FX ſphæræ diameter ex ijs, quæ ante H
demonſtrauimus, neque enim OX, FL ſunt ad eaſdem partes centrorum. quare diameter ſphæræ ad FL eam proportionem habebit, quam trianguli latus ad latus hexa- K
goni in circulo FGHKL deſcriptorum. habet autem FL ad trianguli latus proportionem eam, quam pentagoni latus ad latus trianguli. ergo ex æquali diameter ſphæræ L
ad latus trianguli eandem proportionem habebit, quam pentagoni latus ad latus hexa- M N
goni. habet autem & FL ad ED proportionem eam, quam latus hexagoni ad decagoni latus. etenim FL extrema, ac media ratione ſecta, maior eius portio eſt ED, proptereaquòd pentagoni angulum ſubtendit, cuius latus ED. Sed vt FL ad ED ita trianguli latus in circulo FGHKL ad latus trianguli in circulo ABCDE deſcripti. ergo & trianguli latus ad latus trianguli proportionem habebit eandem, quam latus hexagoni ad latus decagoni. habebit igitur ſphæræ diameter ad latus triãguli in circulo ABCDE deſcripti eandem proportionem, quã pentagoni latus ad latus decagoni. ideoque trianguli latus in vtroq; circulo datum erit. quare & quę ex centro circulorum, quæ ſunt poteſtate tertia pars dictorum laterum: & circuli ipſi, & qui eis æquales ſunt, & paralleli iuxta puncta, quæ in ipſis angulorum polyedri. O Q R



Oportet igitur in compoſitione duas rectas lineas exponere, ad quas diameter ſphęrę eam proportionem habeat, quam pentagoni latus ad latus hexagoni, & ad latus decagoni; quas etiam in icoſaedro expoſuimus: & deſcribere duos circulos parallelos in ſuperficie ſphærę ad eaſdem partes centri locatos, vt FGHKL, ABCDE, quorum quę ex centris poteſtate ſunt tertia pars expoſitarum rectarum, vtraque vtriuſque. & alios duos circulos his ęquales, & parallelos ad alteras partes cẽtri ſphęrę, vt MNXOP, RSTYΦ & aptare latera pentagonorum ED, FL, OX, ST inter ſe parallela, ab ipſiſque pentagona deſcribere, per quę polygoni anguli conſtituentur. manifeſtum autem eſt ex conſtructione, circulos continentes dodecaedri angulos eoſdem eſſe, qui angulos icoſaedri continent. & pręterea eundem circulum comprehendere triangulum icoſaedri, & pentagonum dodecaedri in eadem ſphęra deſcriptorum.

COMMENTARIVS.

Et ita reliquę] *Hoc eſt* AB *ipſi* GH *parallela*, BC *ipſi* HK, *&* CD *ipſi* KL. A

Et ipſę OX, AC inter ſe parallelę erunt] *Græcus codex* καὶ αἱ ἐπὶ τὰ ο α ξ γ ἄρα παράλληλοι. *lege* καὶ αἱ ἐπὶ τὰ οξ, α γ ἄρα παράλληλοι. B

Atque eſt CL parallela XY.] *Græcus codex* καὶ ἔστιν ἡ ἐπὶ γ λ παράλληλος τῇ ἐπὶ τὰ ξ ν, *lege* ἐπὶ τὰ ξ υ. C

Puncta igitur LCXY in vno erunt plano] *Ex 2. vndecimi. Græcus codex,* ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ ἔσται τὰ λ γ ξ ν *lege* λ γ ξ υ. D

Quod pentagonorum æqualium angulos ſubtendant] *Græcus codex* ἴσων γὰρ τετραγώνων ὑπο τείνουσιν γωνίας. *lege* ἴσων γὰρ πενταγώνων, E

Sunt

F Sunt autem in circulo] *Nam ſi per puncta* LCXY *planum ducatur, ſectio circulus erit ex prima ſphæricorum Theodoſii.*

G Ergo LCXY quadratum eſt] *Quæ enim æquales, & parallelas rectas lineas in circulo contingunt, cum ipſis rectos continent angulos, ex 52. huius. Græcus codex.* τετράγωνος ἄρα ἡ λ γ ξ υ *lege* τετράγωνον ἄρα τὸ λ γ ξ υ.

H Et angulus KLF eſt rectus, in ęqualibus enim circulis æquales, & parallelę ſunt OX, FL] *Ex 51. huius.*

K Et eſt XF ſphęrę diameter ex iis, quę ante demonſtrauimus. neque enim OX, FL ſunt ad eaſdem partes centrorum] *Ex 50. huius. Græcus codex* οὐ γὰρ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῶν κέντρων ἐστιν. αἱ ο ζ ζ λ. *lege* αἱ ο ξ ζ λ.

L Quare diameter ſphæræ ad FL eam proportionem habebit, quam trianguli latus ad latus hexagoni in circulo FGHKL deſcriptorum) *Eſt enim trianguli æquilateri latus poteſtate triplum eius, quæ ex circuli centro, hoc eſt lateris hexagoni, ex 12. tertijdecimi libri elementorum. Græcus codex* ἕξει οὖν ἡ τῆς &c. πρὸς ἑξαγώνου ὡς τῶν ζ η θ κ λ κύκλων ἐγγεγραμμένων. *lege* ὡς τὸν ζ η θ κ λ κύκλον ἐγγεγραμμένον,

M Habet autem FL ad trianguli latus proportionem eam, quam pentagoni latus ad latus trianguli) *Eſt enim* FL *pentagoni latus in circulo* FGHKL. *quare ad latus trianguli, quod in eodem circulo deſcribitur, eam proportionem habet, quam pentagoni latus ad latus trianguli.*

N Ergo ex æquali diameter ſphæræ ad trianguli latus eandem proportionem habebit, quam latus pentagoni ad latus hexagoni) *In perturbata ſcilicer proportione. intellige autem latus trianguli in circulo* FGHKL *deſcripti.*

O Habet autem & FL ad ED proportionem eam, quam hexagoni latus ad latus decagoni) *Græcus codex.* ἐπεὶ δὲ καὶ τῆς ζ λ λόγος τὴν ε δ, ὃν ἡ τὸν ἑξαγώνου πρὸς τὴν τοῦ τριγώνου. *ego ita legendum puto.* ἔχει δὲ καὶ ἡ ζ λ πρὸς τὴν ε δ λόγον, ὃν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πρὸς τὴν τοῦ δεκαγώνου.

P Etenim FL extrema, ac media ratione ſecta, maior eius portio eſt ED, propterea quòd pentagoni angulum ſubtendit, cuius latus ED) *Quomodo hoc ſequatur, diximus in antecedente. Græcus codex,* ὧν πλευρὰ ἡ ε λ. *lege* ὧν πλευρὰ ἡ ε δ.

Q Sed vt FL ad ED, ita trianguli latus in circulo FGHKL ad latus trianguli in circulo ABCDE deſcripti. ergo & trianguli latus ad latus trianguli proportionem habebit eandem, quam latus hexagoni ad latus decagoni) *Hoc eſt vt latus pentagoni in circulo* FGHKL *ad latus pentagoni in circulo* ABCDE, *ita & trianguli latus in*
R *circulo* FGHKL *ad latus trianguli in circulo* ABCDE. *Sed pentagoni latus ad latus pentagoni eam proportionem habere oſtenſum eſt, quam latus hexagoni ad latus decagoni. ergo & trianguli latus ad latus trianguli eandem habebit proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni. Græcus codex mancus eſt, qui ita habet.* ἕξει ἄρα &c. ὃν ἡ τοῦ ἑξαγώνου *adde* πρὸς τὴν τοῦ δεκαγώνου.

S Habebit igitur ſphæræ diameter ad latus trianguli in circulo ABCDE deſcripti eandem proportionem, quam pentagoni latus ad latus decagoni) *Ex æquali ſcilicet, quemadmodum nos ſupra docuimus.*

T Et aptare latera pentagonorum ED, FL, OX, et inter ſe parallela; ab ipſiſque pentagona deſcribere, per quæ polygoni anguli conſtituentur) *Quoniam igitur latus trianguli in circulo* FGHKL *ad latus trianguli in circulo* ABCDE *deſcripti, habet eam proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni, habebit & latus pentagoni in circulo* FGHKL *ad latus pentagoni in circulo* ABCDE, *videlicet* GH *ad* AB *eandem proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni. Sed quam proportionem habet hexagoni latus ad latus decagoni, eandem habet recta linea, quæ angulo pentagoni æquilateri, & æquianguli ſubtenditur ad pentagoni latus, vt ſupra oſtenſum eſt. ergo* GH *ſubtenditur angulo pentagoni, cuius latus eſt* AB. *& ſunt* GO, OH *pentagoni latera, ipſi* AB *æqualia. Quod cum plani* AGOHB, *& ipſius ſphęræ communis ſectio ſit circulus, erit circumferentia* GOH *dupla circumferentiæ* AB. *& ſimiliter circumferentiæ* AG, BH *ſimul ſumptæ duplæ erunt eiuſdem* AB *circumferentia. & ſunt æquales; propterea quòd* AB, GH *inter ſe parallelæ ſunt. ergo & rectæ lineæ* AG, BH *æquales erunt ipſi* AB, *& pentagonum æquilaterum, & æquiangulum erit* AGOHB, *ipſi* ABCDE *æquale. Eodem modo & reliqua pentagona æqualia oſtendentur, tum quæ ad pentagonum* ABCDE *adhærent, tum quæ ex altera parte centri ſphæra adhærent ad ipſum* RSTY. *Dodecaedrum igitur in data ſphæra conſtitutum eſt, quod feciſſe oportuit.*

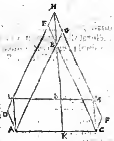
T Et preterea eundem circulum comprehendere triangulum icoſaedri, & pentagonum dodecaedri in eadem ſphæra deſcriptorum) *Hoc ſeorſum demonſtratum eſt in 2. quarti decimi elementorum; & ab ipſo Pappo in 48. quinti libri.*

TERTII LIBRI FINIS.

PAPPI
ALEXANDRINI
MATHEMATICARVM COLLECTIONVM
LIBER QVARTVS.
CVM COMMENTARIIS
FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

SI ſit triangulum ABC, & ab ipſis AB, BC deſcribantur quæuis parallelogramma ABED, BCFG, & rectæ lineæ DEFG producantur ad H, iungaturq; HB: fient parallelogramma ABED, BCFG æqualia parallelogrammo contento ACHB, in angulo, qui vtriſque BAC, DHB ſit æqualis. A



Producatur enim HB ad K, & per AC ipſi KH parallelæ ducantur AL, CM, & LM iungatur. Itaq; quoniam parallelogrammum eſt ALHB, erunt AL, BH æquales, & parallelæ. Similiter æquales, & parallelæ MC, HB: ergo & LA MC æquales, & parallelæ ſint, neceſſe eſt, & propterea LM AC: parallelogrammum igitur eſt ALMC in angulo LAC: hoc eſt in angulo æquali vtriuſq; BAC, DHB. eſt enim angulus DHB ipſi LAB æqualis, & quoniam DABE parallelogrãmum eſt æquale parallelogrãmo LABH, etenim in eadem baſi AB, & in eiſdem parallelis AB, DH conſiſtit, parallelogrammum autem LABH parallelogrãmo LAKN eſt æquale, cum ſit in eadem baſi LA, & in eiſdem parallelis LA, HK: erit parallelogrammum ADEB æquale parallelogrammo LAKN. & ob eandem cauſſam parallelogrammum BGFC parallelogrammo KNMC. parallelogramma igitur DABE, BGFC parallelogrãmo LACM æqualia ſunt, hoc eſt ei, quod ACHB continetur, in angulo LAC, qui eſt æqualis vtriuſque BAC, BHL. atque hoc multo vniuerſalius eſt, quam quod in triangulo rectangulo de quadratis in elementis demonſtratur. B 34 30 primi. 31 C 35 primi. D

COMMENTARIVS.

Et ab ipſis AB BC deſcribantur quæuis parallelogramma] *Græcus codex. καὶ ἀπὸ τῶν αβ βγ ἀναγραφῇ τυχόντα ὁμοία παραλληλόγραμμα. lege τυχόντα παραλληλόγραμμα.* A

Itaque quoniam parallelogrammum eſt ALHB] *Græcus codex ἐστὶ παραλληλόγραμμον τὸ, lege ἐστι.* B

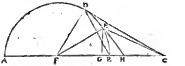
H Et quo-

C Et quoniam OABE parallelogrammum] *Graecus codex ϰ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ δαβε παραλληλόγραμμον. lege τὸ δαβε παραλληλόγραμμον.*

D Atque hoc multo vniuerſalius eſt, quam quod in triangulo rectangulo de quadratis in elementis demonſtratur] *Videlicet in 47. primi lib. elementorum. idem etiam demonſtratur in 31. ſexti libri de alijs figuris ſimilibus. ſed illud in triangulo rectangulo tantum, hoc in omni triagulo. illud de quadratis tantum vel figuris ſimilibus, hoc vniuerſe de omnibus parallelogrammis etiam inter ſe diſſimilibus.*

THEOREMA II. PROPOSITIO II.

Sit ſemicirculus in recta linea AB, rationalem habens diametrum: & ei, quæ eſt ex centro æqualis, & ipſi AB in directum ſit BC; contingens au-
A tem CD: & circumferentia BD bifariam ſecetur in puncto E, & CE iungatur. Dico CE irrationalem eſſe, quæ minor appellatur.



Sumatur enim centrum ſemicirculi, quod ſit F, & iungantur FD, FE. Itaq; quoniam angulus FDC eſt rectus, erit in ſemicirculo deſcripto in recta linea FC, cuius centrum B. iunctaq; BD, fiet triãgulum æquilaterum BFO. ergo angulus OFB eſt duæ tertiæ recti, & angulus EFB recti tertia. Ducatur a pun-
B cto E ad AB diametrum perpendicularis EG. æquiangulum igitur eſt CFD triangulũ
4. ſexti. triangulo EFG; atque eſt vt FC ad CD, ita EF ad FG. quadratum autem ex FC ſeſ-
C quitertium eſt quadrati ex CD. ergo & quadratũ ex EF quadrati ex FG ſeſquitertium erit; habebitque quadratum ex BF ad quadratum ex FG proportionem eam, quam 16 ad 12; ſed proportio quadrati ex CF ad quadratum ex FB eſt, quam habet 64 ad 16. quadratum igitur ex CF ad quadratum ex FG eſt, vt 64 ad 12. Sit FB quadrupla ipſius BH. atque eſt ipſius BF dupla FC. quare proportio CF ad FH eſt vt 8 ad 5, & proportio FH ad HC vt 5 ad 3. proportio igitur quadrati ex CF ad quadratum ex FH erit, vt 64 ad 25. oſtenſum autem eſt quadratum ex CF ad quadratum ex FG ita eſſe, vt 64 ad 12. ergo & quadratum ex HF ad quadratum ex FG eſt vt 25 ad 12. proptereaque HF, FG rationales ſunt potentia ſolum commenſurabiles: & HF plus poteſt, quam FG quadrato rectæ lineæ ſibi incommenſurabilis longitudine. eſtq; tota FH com-
D mẽſurabilis rationali AB. apotome igitur quarta eſt GH, rationalis autem FC, & ip-
E F ſius dupla. ergo recta linea, quæ poteſt id, quod bis continetur FC, GH, irrationalis eſt, quę minor appellatur. Sed & CE poteſt id, quod bis FC, GH continetur. quare CE eſt minor. At vero CE poſſe id, quod bis continetur FC, GH, ex his manifeſtum erit. Iun-
G gatur EH. Et quoniam quadratum ex CE æquale eſt quadratis ex EH, HC vna cum eo,
H quod bis CH, HG continetur. & ſunt quadrata ex EH, HF æqualia & quadrato ex EG, & ei, quod bis continetur FH, HG. eſt igitur vt quadratum ex CE ad quadrata ex EH HC vna cum contento bis CH, HG, ita quadrata ex EH, HF ad quadratum ex EF vna cum eo, quod bis FH, HG continetur. & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia, & qua-
K dratum ex CE æquale eſt quadratis ex EH HC, & ei, quod bis CH, HG continetur. quadrata igitur ex CE, EH, HF æqualia ſunt quadratis ex EH, HC, EF, & contento bis CH HG vna cum contento bis FH, HG, hoc eſt ei, quod bis CF, HG continetur. commune
prima ſecundi. auferatur quadratum ex EH. ergo reliqua quadrata ex CE, HF ſunt æqualia quadratis ex EF, HC vna cum eo, quod bis continetur CF, HG. quorum quadratum ex FH eſt æquale quadratis ex EF, HC. eſt enim quadratum ex FH 25, quadratum vero ex HC eſt 9, & quadratum ex EF 16. reliquum igitur quadratum ex EC eſt æquale ei, quod bis FC, GH continetur.

COMMENTARIVS.

A Dico CE irrationalem eſſe, quæ minor appellatur] *Graecus codex ſic habet. [illegible] ἡγε lege ὅτι ἡγε.*

Aequi-

Aequiangulum igitur eſt CFD triangulum triangulo BFG] *Quoniam enim angulus* B
DFC eſt dua tertia recti, & rectus BDC erit DCF recti tertia. atque eſt BFG item tertia re-
cti. angulus igitur DCF eſt æqualis angulo BFG angulusque FDC rectus æqualis recto FGB,
quare, & reliquus reliquo æqualis, & triangulum CFD triangulo BFG æquiangulum.

Quadratum autem ex FC ſeſquitertium eſt quadrati ex CD] *Eſt enim CF ipſius FD* C
dupla & idcirco quadratum ex CF quadruplum eſt quadrati ex FD. Sed cum angulus FDC ſit
rectus, erit quadratum ex CF quadratis ex FD, DC æquale. ergo quadratum ex FC quadrati
ex CD ſeſquitertium eſt. quod ad illud eam proportionem habeat, quam 4. ad 3. 47. primi

Apotome igitur quarta eſt HG] *Ex 4. tertiarum definitionum decimi libri elem.* D

Rationalis autem FC; & ipſius dupla] *Eſt enim FC æqualis diametero AB, quæ ratio-* E
nalis ponitur: atque eſt rationalis ipſius dupla, nimirum ipſi commenſurabilis ex 6. definitio-
ne decimi libri.

Ergo recta linea, quæ poteſt id, quod bis continetur FC, GH irrationalis eſt, quæ mi- F
nor appellatur] *ex 95. decimi libri element. Nam quod bis continetur FC, GH eſt æquale*
contento dupla ipſius FC, quæ itidem eſt rationalis, ut ipſa GH apotome quarta. Græcus codex
ἡ ἄρα δυναμένη τὸ ὑπὸ ζγηθ ἄλογός ἐστι, λέγε ἡ ἄρα δυναμένη τὸ δὶς ὑπὸ ζγηθ.

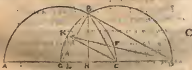
Et quoniam quadratum ex CE æquale eſt quadratis ex EH, HC vna cum eo, quod bis G
CH, HG continetur] *Ex 12. ſecundi libri elementorum.*

Et ſunt quadrata ex BH, HF æqualia & quadrato ex BF, & ei, quod bis continetur H
FH, HG] *Ex 13. eiuſdem libri.*

Et vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia] *Ex 12. quinti libri elementorum.* K

THEOREMA III. PROPOSITIO III.

Sit ſemicirculus in recta linea AC rationalem habens diametrum, & A
ei, quæ ex centro æqualis ſit CD, ſitque contingens DB, & angulus
CDB bifariam ſecetur recta linea DF. Dico DF eſſe exceſſum, quo quæ B
ex binis nominibus excedit eam, quæ cum rationali medium totum
efficit.



Sumatur enim centrum ſemicirculi,
quod ſit G; iungaturque BG, & in ipſa
GD ſemicirculus GB deſcribatur, & pro-
ducatur DFK. æqualis igitur eſt BK cir- C
cumferentia circumferentiæ KG. duca-
tur ad ipſam AC perpendicularis KL. Et
quoniam BG eſt latus hexagoni, erit KL
lateris hexagoni dimidia; producta enim
duplam circumferentiæ KG ſubtendit. ergo BG ipſius KL eſt dupla; hoc eſt CK dupla D
ipſius KL. atque eſt angulus LC rectus. quadratum igitur ex KC ſeſquitertium eſt qua-
drati ex CL: hoc eſt quadratum ex DC quadrati ex CL. ergo DC, CL rationales ſunt E
potentia ſolum commenſurabiles: & DC plus poteſt, quam CL quadrato rectæ lineæ
ſibi commenſurabilis longitudine: & maior DC commenſurabilis eſt rationali AC. er- F
go DL ex binis nominibus eſt prima. rationalis autem GD. recta igitur linea, quæ po- G
teſt ſpacium contentum GD, DL irrationalis eſt, quæ ex binis nominibus appellatur: H
poteſt autem ipſum DK. quoniam enim triangulum GDK æquiangulum eſt triangulo K
DKL, erit vt GD ad DK ita KD ad DL. ergo DK ex binis nominibus eſt. Et quoniã angu-
lus BGC eſt duæ tertiæ recti, & BG eſt æqualis GC, erit triangulum BGC æquilaterum.
ducatur perpendicularis BH; dupla igitur eſt GC, hoc eſt DC ipſius CH. Oſtenſum eſt
autem quadratum ex DC quadrati ex CL ſeſquitertium. ergo quadratum ex LC tri-
plum eſt quadrati ex CH. ac propterea LC, CH rationales ſunt potentia ſolum com-
mẽſurabiles: & LC plus poteſt, quam CH quadrato rectæ lineæ ſibi longitudine incom-
menſurabilis; minuſque nomen CH comenſurabile eſt rationali AC. quare LH apoto- L M
me eſt quinta. oſtenſum autem eſt rectangulũ, quod DG, LH continetur, quadrato ex
KF æquale eſſe, atque eſt LH quidem apotome quarta, DG vero rationalis, ergo KF eſt N
quæ cum rationale medium totum efficit, & oſtenſa eſt DK ex binis nominibus; quare
DF eſt exceſſus, quo quæ ex binis nominibus excedit eam, quæ cum rationali medium
totum efficit.

COMMENTARIVS.

A Sit ſemicirculus in recta linea A C] *Græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet. ἡμικύκλιον τὸ ἀπὸ τῆ α γ. lege ἐπὶ τῆς α γ.*

B Dico D F eſſe exceſſum, quo quæ ex binis nominibus excedit eam, quæ cum rationali medium totum efficit.] *Græcus codex οὕτως ἡ δ ζ. legendum ὅτι ἡ δ ζ.*

C Aequalis igitur eſt B K circumferentia circumferentiæ K G] *Græcus codex mancus eſt qui in hunc modum reſtituetur ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ β κ περιφέρεια τῇ περιφέρειᾳ κ η.*

D Quadratum igitur ex K C ſeſquitertium eſt quadrati ex C L.] *quomodo hoc ſequatur ſuperius dictum eſt.*

E Et D C plus poteſt, quàm C L quadrato rectæ lineæ ſibi commenſurabilis longitudine] *Græcus codex καὶ ἡ δ γ τῆς γ λ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ lege τῷ ἀπὸ συμμέτρου.*

F Ergo D L ex binis nominibus eſt prima] *ex prima ſecundarum diffinitionum decimi libri elementorum.*

G Recta igitur linea, quæ poteſt ſpacium contentum G D, D L irrationalis eſt, quæ ex binis nominibus appellatur] *ex 55 decimi libri elementorum.*

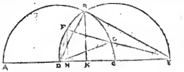
H Quoniam enim triangulum G D K æquiangulum eſt triangulo D K L] *ex 8 ſexti elementorum. Græcus codex διὰ γὰρ τὸ ἰσογώνιον εἶναι τὸ η δ κ τρίγωνον τῷ η λ κ τριγώνῳ lege τῷ δ λ κ τριγώνῳ.*

K Erit vt G D ad D K, ita K D ad D L] *ex 4 ſexti libri elementorum. ex quibus, & ex 17 eiuſdem libri ſequitur quadratum ex D K rectangulo G D L æquale eſſe.*

L Quare L H apotome eſt quinta] *ex quinta tertiarum definitionum decimi libri poſt hæc in Græco codice multa leguntur, quæ cum ſuperuacanea viſa ſint, nos conſulto omiſimus.*

M Oſtenſum autem eſt rectangulum, quod D G L H continetur quadrato ex K F æquale eſſe] *Vbi hoc oſtenſum ſit nondum comperi, niſi fortaſſe ipſe oſtenderit in ſuperioribus, quod tamen non apparet. nos autem illud ipſum oſtendere ſequenti lemmate nitemur.*

Sint duo ſemicirculi A B C, D B E: ſitque A D æqualis ipſi D C: & ſumpto in circumferentia B D quouis puncto F, ducatur E F, quæ circumferentiam B C ſecet in G. & à punctis F B ad A C perpendiculares ducantur F H, B K. Dico rectangulum, quod E D H K continetur, quadrato ex F G æquale eſſe.



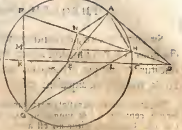
Iungantur D B, D G, quæ inter ſe æquales erunt, cum ſint à centro ad circumferentiam. Et quoniam B D media proportionalis eſt inter E D, D K ex corollario 8 ſexti elemento-
37. Sexti. *rum, erit quadratum ex B D, hoc eſt quadratum ex D G rectangulo E D K æquale, & eadem ratione iuncta D F, quadratum ex F D æquale eſt rectangulo E D H. quod cum angu-*
47. primi. *lus D F G ſit rectus, quadratum ex D G æquale eſt duobus quadratis, quæ fiunt ex D F, F G. re-*
Prima ſecundi. *ctangulum autem E D K eſt æquale duobus rectangulis, rectangulo ſcilicet E D H, & ei quod E D, H K continetur. quorum rectangulum quidem E D K oſtenſum eſt æquale quadrato ex D G, rectangulum vero E D H æquale quadrato ex D F, reliquum igitur rectangulum. quod continetur E D, H K reliquo quadrato ex F G æquale erit, quod oportebat demonſtrare.*

N Ergo K F eſt quæ cum rationali medium totum efficit] *ex 96 decimi libri elementorum.*

THEOREMA IV. PROPOSITIO IV.

Sit circulus A B C, cuius centrum E, diameter B C, & recta linea contingens A D, quæ cum B C in puncto D conueniat. Ducatur autem D F, & A iuncta A E producatur ad G, & F K G & G L H iungantur. Dico K E ipſi E L æqualem eſſe.

Factum



Factum iam ſit, & ipſi KL parallela ducatur HXM. ergo MX eſt æqualis XH. ducatur etiam a puncto E ad FH perpendicularis EN. æqualis igitur eſt FN ipſi NH. erat autem & MX æqualis XH. ergo NX ipſi FM eſt parallela. & angulus HNX æqualis eſt angulo NFM, hoc eſt angulo HAX. & in circulo ſunt puncta ANXH. eſt igitur angulus ANH æqualis angulo AXH, videlicet angulo AEL. & propterea in circulo ſunt puncta AENF; rectus eſt enim vterque angulorum BAD END. B C D E F G H K L M N

Componetur autem ſic. Quoniam vterque angulorum EAD, END eſt rectus, puncta ADEN in circulo erunt. æqualis igitur eſt angulus AND angulo AED. Sed angulus AED eſt æqualis angulo AXH propterea quòd parallelæ ſunt ED, XH. ergo in circulo ſunt ANXH puncta: & angulus HAX angulo HNX eſt æqualis: angulus autem HAX æqualis eſt angulo HFM. ergo FM ipſi NX eſt parallela. & eſt FN æqualis NH. quare & MX ipſi XH æqualis erit: eſtque vt XG ad GE, & ita XM ad EK, & HX ad LE. vt igitur XM ad EK, ita HX ad LE. & permutando. æqualis autem eſt MX ipſi XH. ergo & KE ipſi EL eſt æqualis. O P Q R S

COMMENTARIVS.

Dico KE ipſi EL æquale eſſe] *Græcus codex ἔτος ἴση ἐστὶν, ἡ ε κ τῇ ε λ. ſed forte legendum erit ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ε κ τῇ ε λ.* A

Factum iam ſit] *hoc eſt ponatur* KE *æqualis* EL. B

Ergo MX eſt æqualis XH] *ob ſimilitudinem triangulorum* MGX, KGE; *&* XGH, EGL. C

Aequalis igitur eſt FN ipſi NH] *ex 3 tertij libri elementorum.* D

Ergo NX ipſi FM eſt parallela] *ex 2 ſexti elementorum. intelligatur autem iuncta* NX *Græcus codex ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ν ξ τῇ μ ζ. Sed legendo vt opinor παράλληλος ἄρα ἡ ν ξ τῇ μ ζ.* E

Et angulus HNX æqualis eſt angulo NFM] *Ex 29 primi elementorum.* F

Hoc eſt angulo HAX] *Sunt enim anguli* HAG, HFG *æquales, ex 21 tertij libri elementorum.* G

Et in circulo ſunt puncta ANXH] *Hoc eſt in circuli circumferentia. Quoniam enim anguli* HAX, HNX *æquales ſunt, erunt puncta* HANX *in circumferentia eiuſdem circuli, ex conuerſa 21 tertij libri elementorum.* H

Eſt igitur angulus ANH æqualis angulo AXH] *Nam cum puncta* HANX *ſint in circumferentia eiuſdem circuli, anguli* ANH, AXH *æquales erunt, ex 21 tertij element.* K

Videlicet angulo AEL] *ex 29 primi elementorum, quod* XH, EC *ſunt parallelæ.* L

Et propterea in circulo erunt puncta AEND] *Quippe cum anguli* AND, AED *æquales ſint.* M

Rectus eſt enim vterque angulorum EAD, END] *Ob id etiam puncta* AEND *erunt in circumferentia circuli, quod anguli* EAD, END *inter ſe ſint æquales, nempe recti.* N

Componetur autem ſic] *Hic incipit compoſitio, quam præcedere debet conſtructio eadem, quæ in reſolutione facta eſt.* O

Propterea quòd parallelæ ſint ED, XH] *Græcus codex διὰ τὰς παραλλήλους τὰς ε ξ θ, forte legendum διὰ τὰς παραλλήλους τὰς ε δ, ξ θ.* P

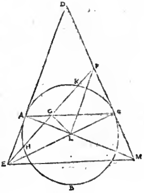
Angulus autem HAX eſt æqualis angulo HFM] *Ex 21. tertij elementorum, vnde ſequitur, vt* HNX *angulus angulo* HFM *ſit æqualis; & idcirco recta linea* FM *parallela ſit ipſi* NX. *Græcus codex ἀλλ' ἡ ὑπὸ θ α ξ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ θ ν ξ. Sed legendum τῇ ὑπὸ θ ζ μ.* Q

Eſtque vt XG ad GE, ita & XM ad EK, & HX ad LE] *Græcus codex καὶ ἔστιν ὡς ἡ ξ η πρὸς η ε, οὕτως ἡ μὲν ξ μ πρὸς ε κ τῇ δὲ θ ξ πρὸς λ ε. legendum autem. καὶ ἔστιν ὡς ἡ ξ η πρὸς η ε, οὕτως ἡ μὲν ξ μ πρὸς ε κ, ἡ δὲ θ ξ πρὸς λ ε.* R

Vt igitur XM ad EK] *Græcus codex καὶ ὡς ἄρα ἡ ξ μ πρὸς θ κ. lege πρὸς ε κ.* S

THEOREMA V. PROPOSITIO V.

Sit circulus ABC, & contingentes rectæ lineæ AD, DC; iungatur autem AC, &
A ducatur EF; ſitque EG æqualis GF. Di-
B co & HG ipſi GK æqualem eſſe.



Ducatur ipſi AC parallela EM: ſumaturque
C circuli centrum L. & iungantur LA, LF, LC, LM, LG. Quoniam igitur EG eſt æqualis GF,
D & MC ipſi CF æqualis erit. atque eſt ad an-
E gulos rectos ipſi CL. ergo LF eſt æqualis LM. & quoniam æqualis eſt AD ipſi DC, erit AE æqualis MC. eſt autem & AL ipſi LC æqualis, & angulus DAL rectus æqualis re-
4. primi. cto MCL, ergo & EL æqualis LM, hoc eſt LF.
F Sed EG æqualis eſt GF. eſt igitur GL ad EF
3. tertij. perpendicularis. quare HG ipſi GK æqualis erit.

COMMENTARIVS.

A Et ducatur EF, ſitque EG æqualis GF] *hoc eſt ducatur EF, ita ut EG ipſi GF ſit æqualis, Græcus codex καὶ ἐπιζεύχθω ἡ ε ζ. ἴσω ἴση ἡ ε θ τῇ η ζ. legendum καὶ ἐπιζεύχθω ἡ ε ζ. καὶ ἴση ἴση ἡ ε η τῇ η ζ.*

B Dico & HG ipſi GK æqualem eſſe] *ſecet enim recta linea EF circuli circumferentiam in punctis HK. Græcus codex ἔτι καὶ poſt quæ nonnulla deſiderantur. Ego ſic reſtituendum puto ὅτι καὶ ἡ θ η τῇ η κ ἐστὶν ἴση.*

C Quoniam igitur EG eſt æqualis GF, & MC ipſi CF æqualis erit] *ex 2 ſexti elementorum. nam in triangulo EFM recta linea EM ipſi AC eſt parallela.*

D Atque eſt ad angulos rectos ipſi CL. ergo LF eſt æqualis LM] *Quoniam enim recta linea MCF tangit circulum in puncto C, continebit LC cum ipſa angulos rectos ex 18. tertij; & ſunt trianguli LFC duo latera LC, CF æqualia duobus lateribus LC, CM trianguli*
8. primi. *LMC. ergo & baſis FL baſi LM æqualis erit.*

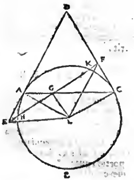
E Et quoniam æqualis eſt AD ipſi DC, erit AE æqualis MC] *primum horum patet ex 36 tertij libri elementorum, videlicet ex ſecundo corollario, nos ad ipſam addidimus. & cum recta linea EM parallela ſit ipſi AC, fiunt triangula ADC, EDM inter ſe ſimilia, quare ut AD*
4. ſexti. *ad DC, ita ED ad DM. æquales autem ſunt AD, DC ergo & ED, DM æquales erunt; a quibus ſi auferantur AD, DC, relinquetur AE ipſi MC æqualis.*

F Eſt igitur GL ad EF perpendicularis] *Aequalia enim ſunt, & ſimilia triangula EGL GLF, quæ ex æqualibus lateribus conſtant. ergo anguli ad G inter ſe æquales, & idcirco recti ſunt.*

THEOREMA VI. PROPOSITIO VI.

A Sit circulus ABC, & contingentes AD, DC; iungaturque AC; & ducatur EF, ut HG ipſi GK ſit æqualis. dico & EG ipſi GF æqualem eſſe.

Sumatur



Sumatur circuli centrum, quod ſit L. & EL, LA, LC, LO, LF iungantur. itaque quoniam rectus eſt vterque angulorum EAL, EGL, erunt puncta EAGL in circulo quare angulus GEL eſt æqualis angulo GAL rurſus quoniam rectus eſt vterque angulorum LGK, LCF, erunt puncta LGFC in circulo. æqualis igitur eſt angulus OCL, hoc eſt angulus GEL, angulo GFL. & propterea EL eſt æqualis LF, eſtque LG ad rectos angulos. ergo & EG ipſi GF æqualis erit.

COMMENTARIVS.

Dico EG ipſi GF æqualem eſſe] *Græcus codex οὕτως καὶ ἡ ε η τῇ η ζ ἐστιν ἴση Ego ſimiliter legerem ὅτι καὶ ἡ ε η τῇ η ζ ἐστὶν ἴση.* A

Erunt puncta EAGL in circulo] *Hæc nos addidimus quæ in Græco non erant, ſed tamen deſiderari videbantur.* B

Quare angulus GEL eſt æqualis angulo GAL] *Græcus codex ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν η λ γωνία &c. Ego totum hunc locum ita reſtituerem. ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ τῶν ε α λ ε η λ, ἐν κύκλῳ ἐστὶ τὰ ε α η λ σημεῖα. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν η ε λ γωνία τῇ ὑπὸ η α λ.* C

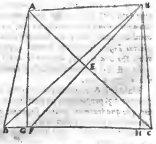
Rurſus quoniam rectus eſt vterque angulorum LGK, LCF, erunt puncta LGCF in circulo] *Græcus codex corruptiſſimus eſt, in quo ſic legitur. ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ τῶν λ η κ λ γ ζ κύκλων, ἐστὶ τὰ λ η γ ζ σημεῖα. ego ſic legendum arbitror ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ τῶν λ η κ λ γ ζ ἐν κύκλῳ ἐστὶ τὰ λ η γ ζ σημεῖα.* D

Aequalis igitur eſt angulus GCL, hoc eſt angulus GEL angulo GFL] *Eſt enim angulus GCL æqualis angulo GAL in triangulo æquicruri ALC. Sed angulo GAL æqualis erat angulus GEL. ergo anguli OCL, GEL inter ſe æquales ſunt. Græcus codex ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν η λ γ γωνία lege ἡ ὑπὸ τῶν η γ λ γωνία.* E

Si ſint tres circuli poſitione, & magnitudine dati, qui ſeſe contingant, & qui ipſos comprehendit circulus magnitudine datus erit. præmittuntur autem hęc.

THEOREMA VII. PROPOSITIO VII.

Sit quadrilaterum ABCD, rectum angulum habens ABC, & datam vnamquamque rectarum linearum AB, BC, CD, DA. oſtendendum eſt rectam lineam, quæ BD puncta coniungit, datam eſſe.

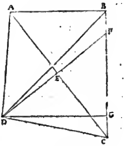


Iungatur AC, & perpendiculares ducantur, ad CD quidem recta linea AG; ad AC vero ipſa BEF. & data eſt in numeris vnaquæq; ipſarum AB, BC: anguluſque ABC eſt rectus, & perpendicularis BE. data igitur erit, & vnaquæque ipſarum AE, EC, AC, BE. rectangulum enim AEB cum ſit æquale quadrato ex BC eſt datum; & data AC. quare & AB, BC datæ erunt. Rurſus quoniam vnaquæque rectarum linearum AC, CD, DA eſt data: & eſt AG perpendicularis, data erit & vnaquæque ipſarum DG, OC. etenim exceſſus, quo quadratum ex AC ſuperat quadratum ex DA, ad rectam lineam CD applicatus datum fecit exceſſum, quo recta linea CO ipſam GD ſuperat, quod lemmate demonſtratum eſt, adeo vt DO GC, AO datæ ſit. Et quoniam triangulum AGC triangulo CBF æquiangulum eſt, vt F

GC ad

G C ad C B, ita erit & A C ad C F, & A G ad B F, atque eſt proportio G C ad C B data. datæ igitur erunt & C F, F E. Sed & ipſæ B E, E C. ergo & vnaquæque ipſarum F E, E C
G C D eſt data. ducatur ad C F perpendicularis B H. datæ igitur ſunt F H, H C, B H. quare
H & vtraque ipſarum D H, H B eſt data, angulus autem B H D eſt rectus, ergo & B D data erit.

ALITER.



Ducatur ad A C perpendicularis D E, & ad F pro-
K ducatur. Quoniam igitur data eſt vnaquæque rectarum linearum A D, D C, C A, & perpendicularis D E, vtraque etiam A E, E C erit data. & cum triangulum A B C triangulo C E F æquiangulum ſit, vt C E ad E F, ita erit C B ad B A. data eſt autem ipſius C B ad B A proportio, quare & proportio C E ad E F data erit. eſtque C E data. data igitur & E F. Sed & data D E, ergo tota D F erit data. Eadem ratione dabitur vtra-
L que ipſarum E F, F C. Vt enim A C ad C B, ita F C ad C E. & data eſt proportio A C ad C B, quare & proportio F C ad C E dabitur, & eſt data C E. data igitur erit & C F. Rurſus a puncto D ducatur perpendicularis D G. data eſt igitur vtraque ipſarum D G, G F. ergo vtraque B G, G D data. & angulus ad G eſt re-
M ctus, quare & B D data erit.

COMMENTARIVS.

A Et perpendiculares ducantur; ad C D quidem recta linea A G; ad A C vero ipſa B E F, & data eſt vnaquæque ipſarum A B, B C] *Græcus codex corruptus, & mancus eſt, qui ſic habet.* κ καθέτοι ἤχθωσαν ἐπὶ μὲν τ̃ γ δ ἡ α η, ἐπὶ δὲ τ̃ τ̃ α β γ. δοθεῖσα ἐστιν ἡ ἐν ἀριθμοῖς. *fortaſse vero ita reſtituetur* κ καθέτοι ἤχθωσαν, ἐπὶ μὲν τ̃ γ δ ἡ α η, ἐπὶ δὲ τ̃ α γ ἡ β ε ζ. κ ἑκάστη τῶν α β β γ δοθεῖσα ἐστιν ἐν ἀριθμοῖς, κ ὀρθή ἐστιν, &c. *illud vero* ἐν ἀριθμοῖς *idcirco appoſuit, vt intelligamus rectas lineas illas in numeris datas eſſe, nempe quas menſura quæpiam ſecundum numerum metitur notum.*

B Data igitur erit, & vnaquæque ipſarum A B, B C, A C, B E. rectangulum enim A C E cum ſit æquale quadrato ex B C, eſt datum, & data A C, quare & A E E C datæ erunt] *Data eſt enim* A C *ex penultima primi libri elementorum, quod datæ ſint* A B, B C, *rectum angulum continentes, & quoniam in triangulo orthogonio* A B C *ab angulo recto ad baſim per-*
8. Sexti. *pendicularis ducta eſt* B E, *fiunt triangula* A B E, E B C *ſimilia toti, & inter ſeſe. quare cum*
17. Sexti. *ſit vt* A C *ad* C B, *ita* B C *ad* C E, *erit rectangulum* A C E *quadrato ex* B C *æquale, datum autem eſt quadratum ex* B C, *quod & ipſa* B C, *& eſt* A C *data. ergo &* C E *data erit. Similiter &* A E *erit data. rectangulum namque* C A E *æquale eſt quadrato ipſius* A B. *Quod cum data ſint* A E, E C, *& quadrata earum data erunt. ergo & datum quadratum ex* B E. *Vtraque enim quadrata, quæ ex* B E, E C *æqualia ſunt quadrato ex* B C: *& vtraque ex* B E, E A *quadrata quadrato ex* A B *ſunt æqualia. Græcus codex* καὶ γὰρ τὸ ὑπὸ α γ ε ὂν τῷ ὑπὸ β γ γίνεται δοθὲν. *legendum autem.* κ γὰρ τὸ ὑπὸ α γ ε ἴσον ὂν τῷ ἀπὸ β γ γίνεται δοθὲν. κ δοθεῖσα ἐστιν ἡ α γ. ὥστε ἑκάστη τῶν α ε ε γ ἔσται δοθεῖσα.

C Et eſt A G perpendicularis] *Corrigendus Græcus codex, qui ſic habet.* κ κάθετός ἐστιν ἡ A H *lege* ἡ α η.

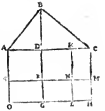
D Data erit & vnaquæque ipſarum D G, G C] *Demonſtratur hoc ſequenti lemmate. quamquam ex 13. propoſitione ſecundi libri elementorum demonſtrari poteſt; nam ſi dimidium exceſſus, quo quadrata ex* A C, C D *ſuperant quadratum ex* A D, *applicetur ad rectam lineam* C D *latitudinem facient ipſam* C G.

E Etenim exceſſus, quo quadratum ex A C ſuperat quadratum ex D A ad rectam lineam C D applicatus datum facit exceſſum, quo recta linea C G ipſam G D ſuperat, quod lemmate demonſtratum eſt] *Vbi hoc lemma ſit non vidi. Sed tamen nos illud idem demonſtrare aggrediemur.*

LEM.

LEMMA.

Sit triangulum ABC, cuius latus BC maius ſit latere AB; & a puncto B ad AC perpendicularis ducatur BD. Dico ſi exceſſus, quo quadratum ex CB ſuperat quadratum ex BA ad rectam lineam AC applicetur, latitudinem facere exceſſum, quo recta linea CD ipſam DA ſuperat.



Fiat enim ex recta linea AD quadratum ABFD, & ex recta linea DC quadratũ DGHC. deinde a recta linea DC abſciſſa DK ipſi AD æquali, per K ducatur KL parallela DG, & EF producatur ad M, vt rectam lineam KL in puncto N ſecet, & parallelogrammum ACHO compleatur. erit DN quadratum æquale quadrato DB, ac propterea gnomon KHF erit exceſſus, quo quadratum DH ſuperat quadratum DE. Sed parallelogrammum EG eſt æquale parallelogrammo GN, cum rectæ lineæ BF, FN ſint æquales: & parallelogrãmum GN æquale parallelogramo NC. ergo parallelogrammum BG ipſi NC æquale erit, & totum BH parallelogrammum gnomoni KHF æquale. Quoniam igitur quadrato ex AB æqualia ſunt vtraq; quadrata ex AD, DB, & quadrato ex BC æqualia quadrata ex BD, DC, ſublato communi quadrato ex BD, erit exceſſus, quo quadratum ex CD ſuperat quadratum ex DA idem, quo quadratum ex CB quadratum ex BA ſuperat. Sed quadratum ex CD ſuperat quadratum ex DA gnomone KHF, hoc eſt parallelogrammo BH. ergo parallelogrammum BH eſt exceſſus, quo quadratum ex CB ſuperat quadratum ex BA. qui quidem exceſſus applicatus ad rectam lineam EM, hoc eſt ad AC latitudinem efficit HM, hoc eſt HL, vel KC. atqui eſt KC exceſſus, quo recta linea CD ipſam DA ſuperat. patet igitur verum eſſe illud, quod proponebatur. 47. primi

Et quoniam triangulum AGC triangulo CEF æquiangulum eſt] *Eſt enim angulus* ACG *vtrique communis, & angulus* FEC *rectus æqualis recto* AGC. *quare, & reliquus reliquo æqualis.* F

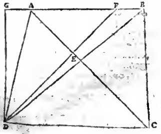
Datæ igitur ſunt FH, HC, BH] *Ex præmiſſo lemmate, quemadmodum ex* DG, GC, AG. G

Angulus autem BHD eſt rectus] *Græcus codex καὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ βθα corrige ἡ ὑπὸ βθδ.* H

Quoniam igitur data eſt vnaquæque rectarum linearum AD, DC, CA, & perpendicularis DE, erit, & vtraque ipſarum AE, EC data] *Hoc concludetur quemadmodum in antecedente. Græcus codex ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἑκάστη τῶν αδ, δγ γα, καὶ κάθετος ἡ δε, δοθεῖσα ἔσται ἑκατέρα τῶν αε εγ. lege καὶ ἑκατέρα τῶν αε, εγ.* K

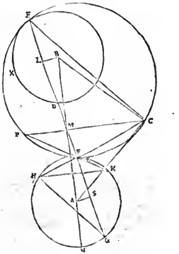
Et data eſt proportio AC ad CB. quare & proportio FC ad CE dabitur, & eſt CE data. data igitur & CF] *Cum autem* CF *data ſit. & tota* CB, *erit &* BF *data. In Græco codice multa deſiderari videntur; qui ſic habet. καὶ δοθεὶς ὁ τῆς αγ πρὸς γβ λόγος. ego hæc addenda cenſeo. δοθεὶς ἄρα καὶ ὁ τῆς ζγ πρὸς γε λόγος. καὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ γε. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ γζ.*

Quare & BD data erit] *Hoc modo propoſitum demonſtrabitur, quando recta linea* DE *producta cadit in* BC. *Quod ſi in* AB *cadat, vt in ſubiecta figura, erit triangulum* AEF *triangulo* ABC *ſimile, quare vt* AB *ad* BC, *ita* AE *ad* EF. *& eſt* AE *data. ergo &* EF. *Sed & data* DE. *& tota igitur* DF *data erit. vt autem* BC *ad* CA, *ita* EF *ad* FA. *& data eſt* EF. *quare &* FA. *Sed &* AB *data. ergo &* BF *dabitur. Rurſus a puncto* D *ad* AB *perpendicularis ducatur* DG *erunt* AG, GF, DG *data. ergo &* GB, *atque eſt angulus ad* G *rectus. &* BD *igitur data erit.*



THEOREMA VIII. PROPOSITIO VIII.

A Sint æquales circuli poſitione, & magnitudine dati, quorum centra
B C A B, & datum punctum C, perque C deſcribatur circulus C E F, contingens circulos, quorum centra A B. Dico ipſius diametrum datam eſſe.

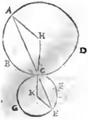


D Iungantur B F O, C F H, C M P, A B, C B, P F K,
E H K. ſit igitur G H ipſi C B parallela, propterea quod anguli ad verticem B F C, G F H æquales ſunt, & ſimiles circumferentiæ E F F, G K F; & triangulum C E F triangulo
F F H G æquiangulum. Eadem quoque ratione & H K ipſi P C eſt parallela, & æquales ſunt circuli, quorum centra A B. æqualis
G igitur eſt F G ipſi D E. ducantur perpendi-
H culares A S, B L. ergo A S ipſi B L eſt æqua-
K lis. quare & B M æqualis M A, & L M ipſi M S; duo enim triangula B L M, A S M duos angulos ad verticem æquales habent, & rectos angulos ad puncta L S. habent autem & vnum latus vni lateri æquale, & perpendiculare, videlicet B L ipſi A S. Et data eſt vnaquæque ipſarũ M L, L B, M S, S A, & ita F G, D B, & B L, L S. data igitur, & vtraque ipſarum B M, M A. Sed vtraq; A C C B eſt data. poſitione enim ſunt A B C puncta. quare triangulum A B C ſpecie eſt datum. ergo & data erit C M, perpendicularis ſcilicet a puncto C ad ipſam A B ducta. Et quoniam data eſt N R diameter circuli G H K, & data M A, erit & reliqua M R data. Rurſus quoniã datum eſt rectangulum N M R, datum erit, & ipſum G M F, hoc eſt E M F hoc eſt C M P. & data eſt C M. data igitur & C P. Itaq; cũ circulus cuius centrum A poſitione, ac magnitudine datus ſit, & data poſitione, ac magnitudine C P; ductæque ſint P F K, C F H, ita vt C F parallela ſit ipſi K H; data erit & diameter circuli circa triangulum C F P, hoc eſt C E F deſcripti.

COMMENTARIVS.

A Sint ęquales circuli poſitione, & magnitudine dati, quorum centra A B] *Circulos magnitudine datos hoc loco intelligere oportet, vt arbitror, quemadmodum ſupra, nempe quorum diametri in numeris dantur.*

B Et datum punctum C] *Vt data quoque ſint rectæ lineæ, quæ a puncto* C *ad circulorum centra* A B *pertinent.*



C Perq; C deſcribatur circulus C E F contingens circulos quorum centra A B] *Contingat dictos circulos in punctis* E F.

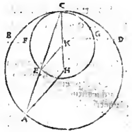
D Iungantur E F G, C F H, C M P, A B, C B, P F K, H K] *Iungantur* E P, C F, *& producantur, vt ſecent circulum, cuius centrum* A *in punctis* G H. *deinde iuncta* A B, *quæ ſecet rectam lineam* B F *in* M, *ducatur* C M P. *& rurſus iuncta* P F, *productaque ad* K, *iungatur* H K.

E Fit igitur G H ipſi C B parallela propterea, quod anguli ad verticem B F C, G F H æquales ſunt, & ſimiles circumferentiæ B P P, G K F, & triangulum B C F, triangulo F H G eſt æquiangulum] *Ad hoc demonſtrandum infraſcripto lemmate vtemur.*

LEM-

LEMMA.

Si duo circuli ſe mutuo, ſiue intus, ſiue extra contingant, recta linea, quæ per contactum ducitur, ſimiles eorum circumferentias abſcindit.



Sint duo circuli ABCD, EFCG, qui ſeſe in puncto C cõtingant: & per C ducatur recta linea AE vtrumque eorum ſecans. Dico circumferentiam ABC circumferentiæ EFC ſimilem eſſe. Sumantur enim circulorum centra HK, vt circuli ABCD centrum ſit H, circuli vero EFCG ſit centrum K, iunganturque HA, KE, & HK, quæ per contactum C tranſibit ex 11. & 12. tertij libri elementorum. Itaque quoniam angulus ACH eſt æqualis angulo ECK, & circa alios angulos, qui ad HK latera ſunt proportionalia, eſt enim AH æqualis HC, quod à centro ad circumferentiam, & EK ipſi KC, & reliquorum vterq; eſt recto minor: triangula AHC, EKC inter ſe ſimilia erunt, & angulus AHC, angulo EKC æqualis, circunferentia igitur ABC ſimilis eſt circumferentiæ EFC. & idcirco reliqua ADC reliquæ EGC ſimilis. atq; illud eſt quod oportebat demonſtrare.

Cum igitur circumferentia EPF ſimilis ſit circumferentiæ GKF, erit angulus ECF æqualis angulo FHG. Sed anguli ad verticem EFC, GFH ſunt æquales. reliquus igitur angulus CEF reliquo HGF æqualis erit. & triangulum triangulo æquiangulum. quare ex 28. primi ſequitur rectam lineam HG ipſi CE parallelam eſſe.

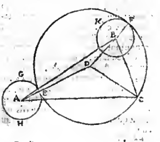
Eadem quoque ratione & HK ipſi PC eſt parallela] *Eſt enim ex ijs, quæ demonſtrata ſunt, circumferentia PF ſimilis circumferentiæ FK, & circumferentia CF ipſi FH. quare & angulus PCF angulo FHK eſt æqualis, anguluſque CPF angulo HKF; & qui ad verticem PFC ipſi HFK, & triangulum PFC triangulo FHK æquiangulum. recta igitur linea HK rectæ PC eſt parallela.* F

Aequalis igitur eſt FG ipſi DE] *Quoniam enim circumferentia EXD ſimilis eſt circumferentiæ EPF, atque eidem ſimilis eſt FKG circumferentia; erit & circumferentia EXD circumferentiæ FKG ſimilis, & ſunt æqualium circulorum. recta igitur linea FD rectæ FG æqualis erit.* G

Ergo AS ipſi BE eſt æqualis] *In circulo enim æquales rectæ lineæ æqualiter a centro diſtant.* H

Quare & BM eſt æqualis MA, & LM ipſi MS] *Nam cum angulus ad verticem EML ſit æqualis angulo AMS, & rectus angulus ad L æqualis recto ad S; erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile. Vt igitur LB ad SA, ita BM ad MA. Sed LB eſt æqualis SA. ergo & BM ipſi MA æqualis erit; & eadem ratione LM demonſtrabitur æqualis ipſi MS.* K

THEOREMA IX. PROPOSITIO IX.



Sit triangulum ABC, habens vnumquodque latus datum, & punctum intra D: & quo ſuperat AD ipſam DC, eo ſuperet CD ipſam DB; ſitque exceſſus datus Dico vnamquamque ipſarum AD, DC, DB datam eſſe.

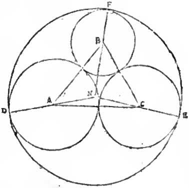
Quoniam enim exceſſus ipſarum AD, DC eſt datus, ſit exceſſui æqualis vtraq; ipſarum AE, BF. tres igitur rectæ lineæ BD, DC, DF inter ſe æquales ſunt. deſcribatur circa centrum D

circulus CEF. quare ex eo, quod antea diximus, data eſt DF. quarum BF eſt data. reliqua igitur BD data erit. Sed & ipſarum AD, DC; DC, DB exceſſus erit datus.
Lemmata igitur hæc ſunt. Illud autem eſt, quod imprimis quæritur.

THEOREMA X. PROPOSITIO X.

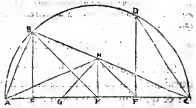
Sint tres circuli inæquales, qui ſeſe contingant, & datas habeant diametros, quorum centra ABC: & circa ipſos ſit circulus contingens DEF, cuius oporteat diametrum inuenire.

Sit autem ipſius centrum N: & centra ABC iungantur, AB, AC, CB, & præterea NAD, NBF, NCE ducantur. Itaque quoniam diametri circulorum, quorum centra ABC, datæ ſunt, fiet etiam vnaquæque ipſarum AB, BC, CA data, & differentiæ ipſarum AN, NC, NB datæ. ex eo igitur, quod ante deſcriptum fuit, data eſt AN, ſed & AD data, quare circuli DBF diameter dabitur, & hoc quidem vnum terminum habet. reliqua autem ſubſcribam.



THEOREMA XI. PROPOSITIO XI.

A Sit ſemicirculus ABC, & inflectatur CBA, ducaturque CD ita, vt CB ſit æqualis vtriſque ſimul AB, CD, & perpendiculares BE, DF ducantur. Dico AF ipſius BE duplam eſſe.



B Ponatur enim ipſi AE æqualis EG:
& BH æqualis AB, iunganturq; AH,
HG, HF: & ducta KH perpendiculari, iungatur BK. Quoniam igitur
CB æqualis eſt vtriſque AB, DC, quarum BH ipſi BA eſt æqualis, reliqua
HC reliquæ CD æqualis erit; ergo
quadratum ex CD eſt æquale qua-
C drato ex CH. quadratum autem ex
CD æquale eſt rectangulo ACF. re-
D ctangulum igitur ACF quadrato ex
GH eſt æquale, & ob id angulus FHC
E æqualis eſt angulo HAG. Rurſus quoniam rectangulum CAE æquale eſt quadrato ex
F AB, erit duplum rectanguli CAE, hoc eſt rectangulum CAG, æquale duplo quadrati
G ex AB, hoc eſt quadrato ex AH. angulus igitur HCF æqualis eſt angulo AHG. eſt
H autem & angulus HAG æqualis angulo FHC. ergo reliquus AGH reliquo HFC eſt æ-
K qualis ac propterea GH æqualis HF. & ducta eſt HK perpendicularis; quare FK ipſi
L KG æquali erit. Et quoniam vterque angulorum ABH, AKH rectus eſt, & quadrilate-
M rum ABH eſt in circulo, angulus BHA æqualis erit angulo BKA: angulus autem BHA
N eſt dimidia pars recti. ergo & dimidia recti eſt BKA. rectus autem BEK angulus. quare BE,

re BB, BK æquales ſunt. Sed ipſius BK dupla eſt AB, quoniã AB quidem eſt æqualis EG, FK vero æqualis KG. ſequitur igitur rectam lineam AF ipſius BB duplam eſſe quod demonſtrare oportebat. 6. primi.

COMMENTARIVS.

Sit ſemicirculus ABC, & inflectatur CBA, ducaturque CD, ita vt CB ſit æqualis vtriſque ſimul AB, CD] *Græcus codex magna ex parte mancus eſt, quem ita reſtituendum puto.* ἔστω ἡμικύκλιον τὸ α β γ, καὶ κεκλάσθω ἡ γ β α, καὶ διήχθω ἡ γ δ, καὶ ἔστω ἴση ἡ γ β συναμφοτέρῳ τῇ α β γ δ, καὶ κάθετοι ἤχθωσαν βη δζ. ὅτι ἡ α ζ διπλασίων ἐστὶ τῆς β η. A

Ponatur enim ipſi AE æqualis EG] *Græcus codex* καὶ κάσθω γάρ. *lege* κείσθω γάρ. B

Quadratum autem ex CD æquale eſt rectangulo ACF] *eſt enim* CD *media proportionalis inter* AC, CF. *nam ducta* AD *erit ex octaua ſexti elementorum triangulum* ADC *ſimile triangulo* CFD, *& vt* AC *ad* CD, *ita* DC *ad* CF. C

Et ob id angulus FHC æqualis angulo HAG] *Quoniam ob ſimilitudinem triangulorum* ADC, CFD, *vt* AC *ad* CD, *hoc eſt ad* CH, *ita* DC *ad* CF, *hoc eſt* HC *ad* CF. *erit triangulum* AHC *triangulo* HCF *ſimile ex 6 ſexti elementorum, cum circa eundem angulum, qui adeſt ad* C *latera proportionalia ſint, ergo & anguli angulis æquales, quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur.* D

Rurſus quoniam rectangulum CAB æquale eſt quadrato ex AB] *namque* AB *media proportionalis eſt inter* CA, AB *ex octaua ſexti elementorum.* E

Erit duplum rectanguli CAB, hoc eſt rectangulum CAG æquale duplo quadrati ex AB, hoc eſt quadrato ex AH] *ponitur enim* AE *æqualis* EG, *quare* AG *ipſius* AE *eſt dupla. & ſunt* AB, BH *æquales, angulusque* ABH *in ſemicirculo rectus, ergo quadratum ex* AH *duplum eſt quadrati ex* AE. F 45. primi.

Angulus igitur HCF æqualis eſt angulo AHG] *quoniam rectangulum* CAG *æquale eſt quadrato ex* AH, *vt demonſtrandum fuit,* AH *media proportionalis erit inter* CA, AG. *quare vt* CA *ad* AH, *ita* HA *ad* AG. *rurſus igitur triangulum* AHG *ſimile eſt triangulo* ACH, *& angulus* AHG *angulo* ACH *æqualis. Græcus codex mancus eſt, & ita reſtituendus.* ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῆς θ γ ζ γωνία τῇ ὑπὸ τῆς α θ η γωνία. G 17. ſexti. 6.

Eſt autem & angulus HAG æqualis angulo FHC] *ex eo, quod proxime demonſtratum eſt.* H

Ergo reliquus AGH reliquo HFC eſt æqualis] *hoc eſt reliquus angulus trianguli* AHG *æqualis reliquo trianguli* HCF, *vt etiam triangula* AHG, HCF *ſimilia ſint.* K

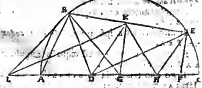
Ac propterea GH æqualis HF] *cum enim anguli* AGH, HFC *ſint æquales, & reliqui ex duobus rectis* HGF, HFC *æquales erunt, itemque æquales rectæ lineæ* GH, HF. L 6. primi.

Et quadrilaterum ABHK eſt in circulo] *Si enim circa diametrum* AH *circulus deſcribatur, per* BK *puncta tranſibit.* M 31. tertij.

Angulus BHA æqualis erit angulo BKA] *Quippe cum in eadem circuli portione conſiſtant.* N

THEOREMA XII. PROPOSITIO XII.

Sit ſemicirculus ABC, & inflectatur ABD, ſitque AB æqualis BD: ipſi vero BD ducatur ad rectos angulos DE, & BE iungatur; cui ad rectos angulos ducatur EF: ſitque centrum G; & vt AG ad GD, ita ſit DH ad HF, & iungatur HE. Dico angulum BED angulo DEH æqualem eſſe.



Ducatur a puncto G ad BE perpendicularis GK, & iungatur KD, ergo BK eſt æqualis KE, atque eſt angulus BDE rectus: tres igitur rectæ lineæ BK, KD, KE inter ſe æquales ſunt; & GK parallela eſt ipſi EF. Itaque quoniam angulus KBD eſt æqualis angulo DEH, atque eſt DK æqualis KE; erit angulus KDB æqualis angulo KBD, & 3. tertij. A 28. primi. B 5. primi. C 28. primi.

idcirco

idcirco LDE angulus ipſi DEH æqualis. & DK parallela eſt EH. Ducatur ipſi DE parallela KL, & CD ad L producatur, iungaturque BL. Quoniam igitur KL quidem ipſi DE parallela eſt: KG vero parallela EF, & KD ipſi EH, erit triangulum KLG

4. Sexti. æquiangulum triangulo EDF, & triangulum DKG triangulo HEF. quare vt LG ad GK, ita DF ad FE: & vt KG ad GD, ita EF ad FH; ergo ex æquali vt LG ad GD ita

D DF ad FH: & diuidendo vt LD ad DG, ita DH ad HF: ponebatur autem & vt DH ad HF, ita AO ad GD, vt igitur LD ad DG, ita DH ad HF, hoc eſt AG ad GD. quare LD ipſi

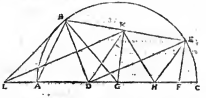
9. quinti. AG eſt æqualis. & ob id LA ipſi DG.

E Sed & AB eſt æqualis BD. ergo LB

F ipſi BG æqualis erit. At BG eſt æ-

G qualis vtriq; LD, AG. ergo BL ipſi

4. primi. LD. Quoniam enim KL parallela



5. primi. eſt DE, & DK ipſi KE, æqualis, erit BKE angulus æqualis angulo LKD. & quoniam BK æqualis eſt KD, & angulus BKE angulo DKL. erit & BL ipſi LD æqualis. Com-

H K poſitio vero reſolutioni congruens erit. Quoniam enim DK æqualis eſt KE, & angu-

L lus KDB angulo KED eſt æqualis, angulus autem KBD æqualis eſt angulo BKL: &

5. primi. angulus KDB ipſi DKL ob lineas parallelas KL, ED. ergo & BKL angulus eſt æqualis angulo DKL. Sed & BK æqualis eſt KD, baſis igitur BL baſi LD æqualis erit. quare

M & angulus LBD angulo BDA, hoc eſt angulo DAB, hoc eſt ABO. cõmunis auferatur angulus ABD, reliquus igitur LBA æqualis eſt reliquo DBG. Sed & BDG æqualis ipſi BAL. ergo duo triangula BDG, BAL duos angulos duobus angulis æquales habent, & latus AB æquale lateri BD, quare BG ipſi BL, & DG ipſi LA eſt æqualis, propterea q; LD ipſi AG. Itaque quoniam vt AG ad GD, ita ponitur eſſe DH ad HF, atque eſt AG æqualis LD, erit vt LD ad DG, ita DH ad HF: & componendo vt LG ad GD, ita DF

N O ad FH. eſt autem & vt LG ad GK, ita DF ad FE. & vt KG ad GD, ita EF ad FH.

P & angulus EFH eſt æqualis angulo KGD ob lineas parallelas EF, KG. ergo angulus

28 29 prim. EHF angulo KDG eſt æqualis: & idcirco recta linea KD rectæ EH parallela. angulus igitur KDE, hoc eſt KED angulo DEH æqualis erit.

COMMENTARIVS.

A Tres igitur rectæ lineæ BK, KD, KE inter ſe æquales ſunt] *Si enim centro K & interuallo KE circulus deſcribatur, tranſibit is per punctum D. ergo KD ipſi KE eſt æqualis.*

B Itaque quoniam angulus KED eſt æqualis angulo DEH & reliqua] *Hic incipit reſolutio. ponit enim illud, quod demonſtrare oportet.*

C Et idcirco KDB ipſi DEH eſt æqualis] *Græcus codex. ὅτι ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ γδε τῇ ὑπὸ δεη ἴση ἐστίν. lege τῇ ὑπὸ δεθ.*

D Et ob id LA ipſi DG] *Nempe ablata vtrique communi* AD.

E Ergo LB ipſi BG æqualis erit] *Quoniam enim AB eſt æqualis BD, erunt anguli BAD,*

5. primi. *BDA inter ſe æquales; & itidem æquales, qui ex duobus rectis relinquuntur BAL, BDG; ergo & baſis LB baſi BG eſt æqualis.*

F At BG eſt æqualis vtrique LD, AG] *Etenim LD oſtenſa eſt æqualis AG, & eſt AG ipſi GB æqualis; a centro namque ad circumferentiam ducuntur.*

G Quoniam enim KL parallela eſt DE, & DK ipſi KE æqualis, erit BKL angulus æqualis angulo LKD] *Aliter oſtendit BL, LD æquales eſſe, nam cum KL, DE ſint parallelæ, ſitque DK æqualis KE; erit angulus BKL æqualis angulo KED. Sed angulus KED eſt*

5 29 primi. *æqualis angulo KDE. hoc eſt angulo LKD. angulus igitur BKL angulo LKD eſt æqualis.*

H Angulus autem KED æqualis angulo BKL] *Græcus codex ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ κδε lege ὑπὸ κεδ.*

K Et angulus KDB ipſi DKL] *Græcus codex ἡ δὲ ὑπὸ κδε τῇ ὑπὸ βκλ lege τῇ ὑπὸ δκλ.*

L Ergo & BKL angulus eſt æqualis angulo DKL] *Græcus codex καὶ ἡ ὑπὸ βκλ τῇ κλδ lege τῇ ὑπὸ δκλ.*

M Ergo duo triangula BDG, BAL duos angulos duobus angulis æquales habent, & latus AB æquale lateri BD. quare BG ipſi BL, & DG ipſi LA eſt æqualis]. *Erit enim & reliquus angulus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile. quare vt AB ad BD*

ita

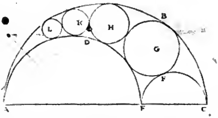
ita LB *ad* BG *&* LA *ad* DG. *eſt autem* AB *æqualis* BD. *ergo* [illegible]B *ipſi* BG, *&* LA *ipſi* DG *eſt æqualis.*

Eſt autem & vt LG ad GK, ita DF ad FB] *ex quarta ſexti elementorum. Nam cum* N
rectæ lineæ LK, DE *parallelæ ſint, itemque parallelæ* KG, BF, *erunt triangula* LKG, DBF *inter ſe ſimilia.*

Et vt KG ad GD, ita EF ad FH] *Eſt enim vt* LG *ad* GK, *ita* DF *ad* FB, *& conuertendo* O
vt KG *ad* GL, *ita* EF *ad* FD. *Sed vt* LG *ad* GD, *ita* DF *ad* FH. *ergo ex æquali vt* KG *ad* GD, *ita* BF *ad* FH.

Ergo angulus BHF angulo KDG eſt æquâlis] *Nam cum ſit vt* KG *ad* GD *ita* EF *ad* P
FH: *& angulus ad* G *ſit æqualis angulo ad* F: *erunt & reliqui anguli reliquis angulis æquales, ex 6. ſexti libri elementorum.*

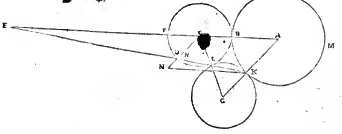
Circumfertur in quibuſdam libris antiqua propoſitio huiuſmodi.



Ponantur tres ſemicirculi ſeſe contingentes ABC, ADB, BFC: & in ſpacio inter ipſorum circumferentias intereiecto, quod ἄρβηλον vocant, deſcribantur quotcumque circuli, qui tum ſemicirculos, tum ſeſe mutuo contingant, vt circa centra GHKL; oſtendendum eſt perpendicularem quidem quæ ex centro G ad AC ducitur, diametro circuli circa G deſcripti æqualem eſſe. perpendicularem vero, quæ ab H ducitur, duplam eſſe diametri circuli circa H deſcripti: & quæ AK ducitur, triplam: & quæ deinceps, multiplices eſſe propriarum diametrorum iuxta numeros deinceps ſeſe vnitate ſuperantes, infinite facta circulorum deſcriptione. Sed prius lemmata nonnulla demonſtrabuntur.

THEOREMA XIII. PROPOSITIO XIII.

Sint duo circuli FB, BM circa centra AC, quæ ſeſe in B contingant, & eorum maior ſit BM, ſit præterea alius circulus KL circa centrum G, ipſos contingens in KL, & iungantur CG, AG quæ per KL tranſibunt, iunctaque KL, & producta ſecabit quidem circulum CB, rectæ vero lineæ, quæ per centra AC producitur, occurret; propterea quod trapezij AKLC latus AK maius eſt latere CL. occurrat autem in E, ſecans

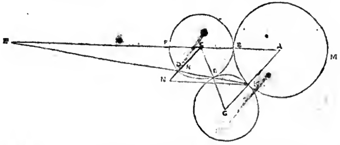


circulum in D. oſtendendum eſt vt AB ad BC, ita eſſe AE ad EC. Eſt autem manife- A
ſtum; iuncta CD etenim fiunt triangula CDL, LKG æquiangula, quæ angulos ad verticem æquales habent, & latera proportionalia, ita vt alterni anguli OCD, CGA ſint æquales, & ſit CD parallela ipſi AK. Vt igitur AE ad EC, ita AK ad CD, hoc eſt 4. ſexti.
ita AB ad BC.

Conuer-

Conuerſum quoque huius perſpicuum eſt. ſi enim ſit vt A B ad B C, ita A E ad E C, erit K D in eadem recta linea, in qua D E.

Parallela enim eſt A K ipſi C D. & vt A B ad B C, hoc eſt vt A E ad E C, ita A K ad C D In eadem igitur recta linea eſt K D, in qua D E. *Si* enim recta linea, quæ per K E ducitur non tranſeat per D, ſed per H, erit vt A B ad B C, ita A K ad B H, quod fieri non poteſt. ſimiliter neque extra D tranſibit, ſecans C D productam, vt in puncto N nam rurſus erit vt A B ad B C, ita A K ad C M, quod itidem fieri non poteſt. vt enim A E ad E C, ita eſt A K ad C D. vel hoc modo. Ducatur per K ipſi A B parallela K N. erit A C N K. parallelogrammum, & A K æqualis C N. Et quoniam vt A E ad E C, ita A K,



hoc eſt C N ad C D; erit diuidendo vt A C ad C E, ita N D ad D C; & permutando, vt A C, hoc eſt vt K N ad N D, ita E C ad C D. ſuntque circa æquales angulos, qui ad N C latera proportionalia. Simile igitur eſt triangulum E D C triangulo D N K. quare angulus E D C angulo N D K eſt æqualis. & eſt C N recta linea. ergo & K D E recta erit.
19. quinti. Dico præterea K E L rectangulum quadrato ex E B æquale eſſe. Quoniam enim vt A B
2. ſexti. ad B C, ita A E ad E C, hoc eſt ad C F; erit & reliqua B E ad reliquam E F, vt A B ad
D B C, hoc eſt vt K B ad B D. Sed vt K B ad B D, ita K E L rectangulum ad rectangulum
E L B D. vt autem B E ad B F, ita quadratum ex B E ad rectangulum B E F. atque eſt re-
F ctangulum L B D æquale rectangulo B E F. rectangulum igitur K E L quadrato ex B E æquale erit.

COMMENTARIVS.

A Etenim fiunt triangula C D L, L K G æquiangula, quæ angulos ad verticem æquales habent, & latera proportionalia, ita vt alterni anguli G C D, C G A ſint æquales: & ſit C D parallela ipſi A K] *Quoniam enim trianguli* C D L *angulus* C L D *eſt æqualis angulo* K L G *trianguli* L G K, *& circa alios angulos* D C L, L G K *latera proportionalia, immo vero æqualia, aliorum autem vterque eſt minor recto: triangula* C D L, L K G *æquiangula erunt, & angulus* G C D *angulo* C G A *æqualis. ergo recta linea* C D *recta* A K *parallela erit. Græcus codex* γίνεται γὰρ ἰσογώνια τὰ γ δ λ, λ κ η, τρίγωνα τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντα, ὥστε, ἴσας εἶναι τὰς ὑπὸ δ η γ, γ η α γωνίας ἐναλλάξ, καὶ παράλληλον τὴν γδ καὶ τῇ α κ, *lege* γίνεται γὰρ ἰσογώνια τὰ γ δ λ, λ κ η τρίγωνα τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας καὶ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντα. ὥστε ἴσας εἶναι τὰς ὑπὸ η γ δ, γ η α γωνίας ἐναλλάξ. καὶ παράλληλον τὴν γ δ τῇ α κ.

B Erit, & vt A B ad B C, ita A K ad C H, quod fieri non poteſt.] *Eſt enim vt* A B *ad* B C, *ita* A K *ad* C D. *quare* C H *ipſi* C D *eſt æqualis, pars videlicet toti, quod fieri non poteſt.*

C Et eſt C N recta linea. ergo & K D E recta erit] *Nam cum angulus* E D C *ſit æqualis angulo* N D K, *oppoſito vtrique communi* C D K: *erunt anguli* E D C, C D K *æquales* C D K, K D N. *Sed anguli* C D K, K D N *ſunt æquales duobus rectis, quod recta linea ſit* C D N. *ergo &* E D C, C D K *duobus rectis æquales erunt: & idcirco* E D K *recta linea erit.*

D Sed vt K E ad E D, ita K E L rectangulum ad rectangulum L E D] *Ex prima ſexti elementorum ſumpta nimirum* L G *communi altitudine. Græcus codex* ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ κ ε πρὸς ε δ, οὕτως

Digitized by Google

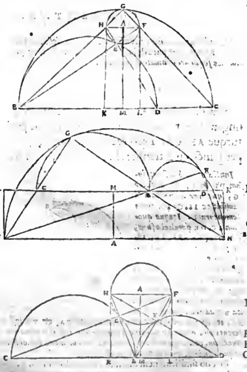
ε δ, ἤτοι τὸ ὑπὸ κ ε λ πρὸς τὸ ὑπὸ α ε, ε δ. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ λ ε δ. *& paulo poſt* πρὸς τὸ ἀπὸ β ε ζ. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ β ε ζ.

Vt autem BE ad EF, ita quadratum ex EE ad rectangulum BEF] *Ex lemmate in* E
23. decimi elementorum.

Atque eſt rectangulum LED æquale rectangulo BEF] *Ex 36. tertij elementorum, vi-* F
delicet ex primo corollario, quod nos in ipſam conſcripſimus.

THEOREMA XIV. PROPOSITIO XIV.

Sint duo ſemicirculi BGC, BED: & ipſos contingat circulus EFGH: a cuius centro A ad BC baſim ſemicirculorum perpendicularis ducatur AM. Dico vt MB ad eam, quæ ex centro circuli EFGH, ita eſſe in prima figura vtramque ſimul CB, BD ad earum exceſſum CD; in ſecunda vero, & tertia figura, ita eſſe exceſſum CB, BD ad vtramque ipſarum CB, BD.



Ducatur per A ipſi BC parallela HF. Quoniam igitur duo circuli BGC, EFGH ſeſe contingunt in puncto G, & eorum diametri BC, FH ſunt parallelæ, quæ per GHB, & quæ per GFC ducitur recta linea erit. Rurſus quoniã duo circuli BED, EFGH ſeſe in puncto B contingunt, & parallelæ ſunt eorum diametri HF, BD; recta linea erit tum quæ per FBB, tum quæ per HED tranſit. Ducantur etiam à puncto HF perpendiculares HK, FL. erit ob ſimilitudinem quidem triangulorum BOC, BHK, vt OB ad BG, ita HB ad BK; & rectangulum CBK æquale rectangulo OBK. ob ſimilitudinẽ vero triãgulorum BFL, BED, vt DB ad BB, ita FB ad BL & DBL rectangulum æquale rectangulo FBB. rectangulum autem OBH eſt æquale ipſi FBB. ergo & CBK rectangulum rectangulo DBL æquale erit. Quod ſi à puncto F perpendicularis ducta cadat in D, erit rectangulum CBK æquale quadrato ex DB. In prima igitur figura erit vt CB ad BD, ita LB ad BK, quare & vt vtraque CB, BD ad earum exceſſum CD, ita vtraq; LB, BK ad earum exceſſum KL. & eſt vtriuſque LB, BK dimidia BM, propterea quod KM eſt æqualis HA, ipſius vero LK dimidia eſt MK. vt igitur vtraque CB, BD ad DC, ita BM ad MK. In ſecunda autem & tertia figura, quoniam rectangulum CBK communiter oſtenſum eſt æquale rectangulo DBL, erit vt CB ad BD, ita LB ad BK, & componendo vt CD ad BD, ita

A B C 26. ſexti D E F G H 14. ſexti K

K BD, ita BK ad KB: quare & vt CD ad exceſſum CB, BD ita KL ad exceſſum LB, BK.
L atque eſt ipſius KL dimidia, quæ ex centro circuli EFGH pro LM. & BM dimidia ex-
M ceſſus LB, BK; quod LM ſit æqualis AF. ergo & vt MB ad eam, quæ ex centro circu-
N li BFGH, ita in prima quidem figura vtraque CB, BD ad exceſſum ipſarum CD: in ſe-
O cunda autem, & in tertia figura, ita exceſſus CB, BD ad vtramq; CB, BD, hoc eſt ad CD ex conuerſa ſcilicet ratione.

P Dico inſuper rectangulum contentum BK, LC quadrato ex AM æquale eſſe.

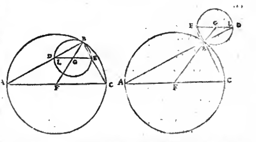
Q Ob ſimilitudinem enim triangulorum BHK, FLC. vt BK ad KH, ita eſt FL ad LC.
16. Sexti. & quod continetur BK, LC eſt ęquale contento HK, FL; hoc eſt quadrato ex AM.
R Quod cum ſit vt BC ad CD, ita BL ad LK, rectangulum contentum BC & KL, hoc eſt diametro circuli æquale erit contento BL & DC. & cum ſit vt BD ad DC, ita BK
S ad KL, rectangulum, quod continetur BD & KL, hoc eſt diametro circuli, rectangulo contento BK & DC æquale erit.

COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur duo circuli BGC, BFGH ſeſe contingunt in puncto G, & eorum diametri BCFH ſunt parallelæ; quæ per GHB, & quæ per GFC ducitur recta linea erit.] *Hoc nos ſequenti lemmate oſtendemus.*

LEMMA.

Sint duo circuli ABC, DBE circa centra FG, quæ ſeſe in puncto B contingant: & per FG ducantur diametri inter ſe parallelæ AFC, DGE, iunganturque AB, CB. Dico rectam lineam AB per punctum D, & rectam CB per punctum E tranſire. hoc eſt ADB, CEB rectas lineas eſſe.



Iuncta enim AB ſecet ipſam DB in L, & ducatur FG, quæ per contactum B tranſibit ex 11. & 12. tertij elementorum. Itaque quoniam AC, DB parallelæ ſunt, fient triangula ABF, LBG in-
29. primi. *ter ſe ſimilia. angulus enim BLG eſt æqualis angulo BAF & angulus LBG vel vtrique communis, vel ad verticem, ergo & reliquus reliquo æqualis. Vt igitur BF ad FA, ita BG ad GL. ſed vt BF ad FA, ita eſt BG ad GD. nam BF eſt æqualis FA, & BG ipſi GD, cum ſint à centro ad circumferentiam. quare ex 9. quinti ſequitur GL ipſi GD æqualem eſſe. & LD vnum, atque idem punctum, recta igitur linea eſt ADB. Eodem modo demonſtrabimus CEB rectam lineam eſſe; atque illud eſt, quod demonſtrare oportebat.*

B Erit ob ſimilitudinem quidem triangulorum BGC, BHK &c.] *Eſt enim angulus ad B, vel vtrique communis, vel ad verticem: angulus autem BGC in ſemicirculo rectus æqualis recto ad K. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile erit. triangula quoque BFL, BED ſimilia ſunt, cum angulus ad B ſit vtriſque communis, vel ad verticem & BED rectus æqualis recto qui ad L.*

Vt CB ad BO, ita HB ad BK.] *Græcus codex.* ὡς ἡ βγ πρὸς βη, οὕτως ἡ βθ πρὸς τὴν βκ. *lege* πρὸς τὴν βκ.

Rectan-

Rectangulum autem GBH eſt æquale ipſi FBE] *Ex 36. tertij libri elementorum in* D *prima, & tertia figura, in ſecunda verò ob ſimilitudinem triangulorum* BEH, BGF *erit vt* GB *ad* BF, *ita* EB *ad* BH.

Quod ſi a puncto F perpendicularis ducta cadat in D, erit rectangulum CBK æqua- E le quadrato ex DB] *Erit enim punctum* L *idem quod* D, *& recta linea* DB *eadem, quæ* BL.

In prima igitur figura erit vt CB ad BD, ita LB ad BK] *Quoniam rectangulum* CBK F *eſt æquale rectangulo* DBL, *vt* CB *ad* BD, *ita eſt* LB *ad* BK, *ex 14. ſexti elementorum: quare per conuerſionem rationis vt* BC *ad* CD, *ita* BL *ad* LK. *Sed vt vtraque* CB, BD *ad* CB, *ita vtraque* LB, BK *ad* LB. *ex æquali igitur vt* CB, BD *ad* DC, *hoc eſt ad earum exceſſum, ita* LB, BK *ad earum exceſſum* KL. *Vt autem* LB, BK *ad exceſſum* KL, *ita dimidia ipſarum* LB, BK *ad dimidium exceſſus* KL, *hoc eſt ita* BM *ad* MK, *vt oſtendetur: ergo vt* CB, BD *ad* DC, *ita* BM *ad* MK. *At vero* BM *dimidiam eſſe ipſarum* LB, BK *perſpicue conſtat. namque* LB *excedit* BK *magnitudine* KL, *& eius dimidia eſt* KM, *quæ ipſi* BK *addita totius dimidiam reddit.*

Quare vt vtraque CB, BD ad earum exceſſum CD, ita & vtraque LB, BK ad earum G exceſſum KL] *Græcus codex mancus eſt, quem ita reſtituendum puto.* ὥστε καὶ ὡς συναμφότερος ἡ γ β, β δ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν τὴν γ δ, οὕτως καὶ συναμφότερος ἡ λ β, β κ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν τὴν κ λ.

Propterea quod KM eſt æqualis HA, ipſius vero LK dimidia eſt MK] *eſt enim* KM *ipſi* H HA, *quæ eſt ex centro circuli* EFGH *æqualis, &* ML *æqualis* AF, *ergo ipſius* KL *dimidia eſt* KN, *quemadmodum & ipſius* HF *dimidia eſt* HA. *Græcus codex* διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν κ μ τῇ μ α. *ſed legendum puto.* τῇ μ λ, *vel potius* τῇ θ α.

Quare & vt CD ad exceſſum CB, BD, ita KL ad exceſſum LB, BK.] *Quoniam enim* K *vt* CB *ad* BD, *ita* LB *ad* BK, *erit per conuerſionem rationis, vt* CB *ad exceſſum* CB, BD, *ita* LB *ad exceſſum* LB, BK. *Vt autem vtraque* CB, BD *ad* CB, *ita vtraque* LB, BK *ad* LB. *ergo ex æquali vt* CB, BD, *hoc eſt vt* CD *ad exceſſum* CB, BD, *ita* LB, BK, *hoc eſt* LK *ad exceſſum* LB, BK. *ſed vt* LK *ad exceſſum* LB, BK, *ita dimidia* LK, *hoc eſt* LM *ad dimidium exceſſus* LB, BK, *hoc eſt ad* MB. *vt igitur* LM *ad* MB, *ita* CD *ad exceſſum* CB, BD. *& conuertendo vt* BM *ad* ML, *hoc eſt ad eam, quæ ex centro circuli* EFGH, *ita exceſſus* CB, BD *ad* CD.

Atque eſt ipſius KL dimidia, quæ ex centro circuli EFGH pro LM] *Nam* KL *eſt æ-* L *qualis ipſi* HF *diametro circuli* EFGH, *quare eius dimidia eſt* AF, *quæ ex centro eiuſdem circuli, hoc eſt* LM.

Et BM dimidia exceſſus LB, BK, quod LM ſit æqualis AF] *Abſcindatur à recta linea* M LM *ipſa* MN *æqualis* MB. *& cum* LM *ſit æqualis* MK, *&* NM *ipſi* MB, *erit, & reliqua* LN *æqualis* BK. *ergo* BN *eſt exceſſus, quo* LB *ipſam* LK *excedit, & eius dimidia eſt* BM. *Græcus codex.* διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν λ μ τῇ α κ. *lege* τῇ α ζ.

Ergo & vt MB ad eam, quæ ex centro circuli EFGH, ita in prima quidem figu- N ra vtraque CB, BD ad exceſſum ipſarum CD] *Hoc ſuperius concluſum eſt. Græcus codex* οὕτως ἡ μὲν τῆς πρώτης καταγραφῆς. *Sed legendum videtur* οὕτως ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης καταγραφῆς.

In ſecunda autem, & tertia figura, ita exceſſus CB, BD ad vtramque CB, BD hoc eſt O ad CD, ex conuerſa ſcilicet ratione] *Vt nos proximè oſtendimus.*

Dico inſuper rectangulum contentum BK, LM &c.] *Græcus codex* τα δ᾽ ὅτι καὶ τὸ P ὑπὸ τῆς β κ λ γ. *Sed forte legendum erit* λέγω ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ τῆς β κ λ γ *quemadmodum in antecedente.*

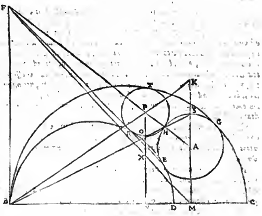
Ob ſimilitudinem enim triangulorum BHK, FLC] *Oſtenſum eſt ſuperius triangula* BGC, Q BHK *ſimilia eſſe. Sed triangulum* FLC *eſt ſimile triangulo* BGC, *quod angulus ad* C *vel communis ſit, vel ad verticem: angulus autem ad* L *rectus æqualis recto* BGC. *quare & triangulo* BHK *ſimile erit. & angulus* FCL *angulo* BHK *æqualis.*

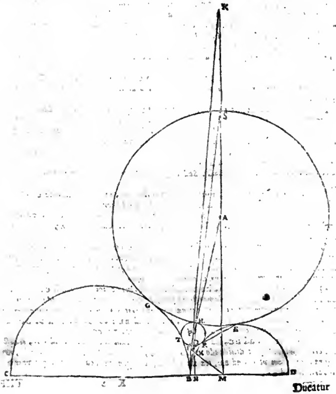
Quod cũ ſit vt BC ad CD, ita BL ad LK] *Quoniã enim rectangulũ* CBK *æquale eſt re-* R *ctangulo* DBL, *quod ſuperius demonſtratũ fuit, vt* CB *ad* BD, *ita eſt* LB *ad* BK *quare in prima figura ob conuerſionem rationis, vt* BC *ad* CD, *ita erit* BL *ad* LK. *In ſecunda vero, & tertia figura, erit conuertendo vt* DB *ad* BC, *ita* KB *ad* BL: *componendoque vt* DC *ad* CB *ita* KL *ad* LB: *& rurſus conuertendo vt* BC *ad* CD, *ita* BL *ad* LK.

Et cum ſit vt BD ad DC, ita BK, ad KL] *Quoniam enim vt* BC *ad* CD, *ita eſt* BL *ad* S BK *erit in prima figura diuidendo vt* BD *ad* DC, *ita* BK *ad* KL. *At in ſecunda, & tertia figura, quoniam vt* CB *ad* BD, *ita* LB *ad* BK, *componendo, conuertendoque vt* BD *ad* DC, *ita erit* BK *ad* KL.

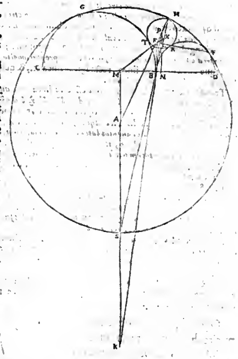
THEOREMA XV. PROPOSITIO XV.

Iiſdem poſitis deſcribatur circulus HRT, qui & ſemicirculos iam dictos,& circulum EGH contingat in punctis HRT, atq; a cẽtris AP ad BC baſim perpendiculares ducantur AM,PN. Dico vt AM vnà cum diametro circuli EGH ad diametrum ipſius, ita eſſe PN ad circuli HRT diametrum.





Ducatur



Ducatur ipſi BD ad re-
coroll. 16. tertij. ctos angulos BF, quæ ſemi-
circulum BGC continget,
& iuncta AP producatur in
F. Quoniam igitur per ea,
A quæ ante oſtenſa ſunt, vt
vtraque CB, BD ad exceſ
B ſum ipſarum CD, ita BM ad
eam, quæ ex centro circuli
BGH in prima figura, in ſe-
cũda vero,& tertia vt exceſ-
ſus ipſarũ ad vtramq; hoc eſt,
vt exceſſus CB, BD ad BD, ita
BM ad eam quæ ex centro
circuli BGH; & BN ad eam,
quæ ex centro circuli HRT.
quare & permutando vt MB
ad BN, ita AH ex centro cir-
culi BGH ad HP ex centro
C circuli HRT. Sed vt MB ad
BN, ita AF ad FP. iuncta
enim FM erit vt BM ad BN,
ita MF ad FX. & vt AP ad
FP, ita AH quæ ex centro
circuli EGH ad HP, quę ex
centro circuli HRT. circu-
los autem BGH, HRT cir-
culus quidem BRE contin-
git in punctis RE. ergo per
Theorema antecedens re-
cta linea, quæ puncta RB
coniungit, ſi producatur, ad
punctum F pertinebit, erit-
D que rectangulum BFR ęqua-
le quadrato ex HF. Sed qua-
drato ex PB æquale eſt re-
ctangulum BFR; quadratum igitur ex BP quadrato ex FH eſt æquale: & recta linea
BP ipſi FH æqualis, recta autem MA producta ſecat circumferentiam circuli BGH in
puncto S. & PN ſecat circumferentiam circuli HRT in puncto O. eſtque AH æqua-
lis AS, & PO æqualis PH. ergo recta linea, quæ iungit puncta OS per H tranſibit eſt
29.pr. E enim angulus HAS angulo HPO alterno æqualis. & triangulum AHS triangulo PHO
F æquiangulum. atque eſt APF recta linea, recta igitur linea eſt, & quæ per SHO, tran-
G H ſibit autem & per B; recta enim linea eſt HOB, propterea quod vt EF ad FH ita eſt OP
ad PH, cum æquales anguli ſint BFH, OPH in parallelis BF, OP. quod etiam in 13.
theoremate demonſtratum eſt. Iungatur præterea BP, & producatur, ita vt rectæ li-
K neæ MA productæ occurrat in K. Quoniam igitur vt MB ad BN, hoc eſt vt KB ad BP,
L M ita AF ad FP, & AH ad HP, erit & vt KB ad BP. ita AS ad PO, & SK ad PO & quo-
N O niam tota AK toti diametro circuli EGH eſt equalis: & vt MK ad KS, ita NP ad PO
P erit & vt MK ad KA, hoc eſt vt MA vna cum diametro circuli BGH ad diametrum ip-
ſius, ita NP ad circuli HRT diametrum: quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur per ea, quę ante oſtenſa ſunt] *In antecedente.*

B Ita BM ad eam, quæ ex centro circuli BGH in prima figura, in ſecunda vero, & tertia] *Vide ne Græcus codex mancus ſit in quo legeretur.* οὕτως ἡ ΒΜ ἐπὶ τῆς πρώτης καταγραφῆς, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ὡς ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν, *&c. Ego enim ita legerem* οὕτως ἡ ΒΜ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΒΗΘ κύκλου ἐπὶ τῆς πρώτης καταγραφῆς. ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας καὶ τρίτης, *&c. tertiam autem figuram nos addidimus, quæ in Græco codice non erat.*

C Sed vt MB ad BN, ita AF ad FP. iuncta enim FM erit vt MB ad BN, ita MF ad FX] *Iungatur* FM *ita vt rectam lineam* NP *in puncto* X *ſecet. erit ob ſimilitudinem triangulorum* MBF, MNX, *Vt* MB *ad* BN. *ita* MF *ad* FX. *Vt autem* MF *ad* FX, *ita* AF *ad* FP, *ob*

triangu-

triangulorum AFM, PFX *ſimilitudinem. ergo vt* MB *ad* BN, *ita* AP *ad* FP. *Sed vt* MB *ad* BN, *ita erit* AH *ex centro circuli* EOH *ad* HP *ex centro circuli* HRT. *Vt igitur* AP *ad* FP, *ita* AH *ex centro circuli* EGH *ad* HP *ex centro circuli* HRT.

D Sed quadrato ex PB æquale eſt rectangulum BFR] *Ex 36. tertij libri elementorum; recta enim linea* FB *contingit circulum* BRED, *&* FE *in punctis* R E *eundem ſecat.*

E Et triangulum AHS triangulo PHO æquiangulum.] *Ex 6. ſexti elementorum. ſunt enim circa æquales angulos* HAS, HPO *latera proportionalia.*

F Atque eſt APF recta linea, recta igitur linea eſt, & quæ per SHO ducitur] *Quomodo hoc ſequatur diximus in 13. huius.*

G Tranſibit autem, & per B] *Hoc eſt recta linea* OS, *quæ tranſit per* H, *vt demonſtratum eſt, tranſibit etiam per* B. *Græcus codex* ἥξει δὲ ϗ διὰ τοῦ β; *lege* διὰ τοῦ β.

H Recta enim linea eſt HOB, propterea quòd vt BP ad FH, ita eſt OP ad PH &c.] *Etenim oſtenſa eſt* BF *æqualis* FH. *atque eſt* OP *æqualis* PH, *quòd a centro ad circumferentiam. & cum circa æquales angulos latera proportionalia ſint, erunt triangula* BFH, OPH *inter ſe ſimilia, & vt* HF *ad* FB, *ita* HP *ad* PO *quare ſi* BH *non tranſiret per* O, *ſed per aliud punctum, ſequeretur totum parti æquale eſſe. quod fieri non poteſt.*

K Hoc eſt vt KB ad BP] *Ob ſimilitudinem videlicet triangulorum* KBM, PBN.

L Ita AF ad FP] *Quod ſuperius demonſtratum fuit.*

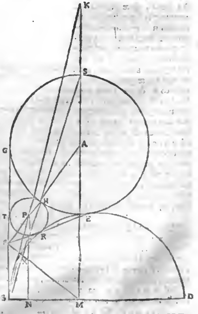
M Erit & vt KB ad BP, ita AS ad PO] *Erit enim vt* KB *ad* BP, *ita* AH *ad* HP, *hoc eſt ita* AS *ad* PO, *nam* HA, AS *æquales ſunt, itemque æquales* HP, PO.

N Et SK ad PO] *Ob ſimilitudinem triangulorum* KBS, PBO, *erit vt* KB *ad* BP, *hoc eſt vt*
9. quinti. AS *ad* PO, *ita* KS *ad* PO. *ergo* AS, SK *inter ſe æquales ſunt. In Græco codice legitur* καὶ ἡ σκ, σκ. *Sed legendum arbitror* καὶ ἡ σκ πρὸς πο.

O Et vt MK ad KS, ita NP ad PO] *Rurſus ob ſimilitudinem triangulorum* SBM, OBN, *itemque triangulorum* KBS, PBO *erit vt* SB *ad* BO, *ita* MS *ad* NO, *& ita* SK *ad* OP. *quare vt* MS *ad* NO, *ita* SK *ad* OP: *permutandoque vt* MS *ad* SK, *ita* NO *ad* OP. *& componendo vt* MK *ad* KS, *ita* NP *ad* PO.

P Erit & vt MK ad KA, hoc eſt vt MA vna cum diametro circuli EGH &c.] *Videlicet ad conſequentium dupla, vt* MK *ad duplam* KS, *hoc eſt ad* KA, *ita* NP *ad duplam* PO; *hoc eſt ad circuli* HRT *diametrum.*

Quòd ſi pro circumferentia ſemicirculi BGC ſit recta linea BG ad ipſam BD perpendicularis, nihilominus circa deſcriptos circulos eadem contingent.

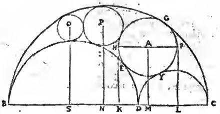


Deſcribatur enim circulus EGH circa centrum A, qui & circumferentiam BED, & rectam lineam BG contingat. in punctis EG. deinde circa P alius circulus HRT deſcribatur, contingens circulum EGH, circumferentiam BED, & rectam lineam in punctis HRT, & a centris AP ad BD baſim ductis perpendicularibus AM, PN fiant alia omnia, quę dicta ſunt, vt in quarta figura apparet. Quoniam igitur perpendiculari BG cõtingit circulos EGH, HRT, & ipſis AM, PN eſt parallela, erit BM æqualis ei, quæ ex centro circuli EGH, & BN æqualis ei, quæ ex centro circuli HRT quare vt MB ad BN, ita eſt AH ex centro circuli EGH ad PH ex centro circuli HRT. & ſimiliter atq; in ſuperioribus tandem oſtendemus, vt MA vna cum diametro circuli EGH ad ipſam diametrum, ita eſſe NP ad diametrum circuli HRT.

THEO-

THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVI.

His præmonſtratis, exponatur ſemicirculus BGC, & in baſi ipſius quoduis punctum ſumatur D. & in BD, DC ſemicirculi deſcribantur BED, DYC. deſcribantur etiam in loco inter tres circunferentias interiecto, qui ἄρβηλον appellatur, circuli quotcumque ſeſe mutuo, & ſemicirculos contingentes circa centra APO, a quibus ad BC perpendiculares ducantur AM, PN, OS. Dico rectam quidem lineam AM diametro circuli circa A deſcripti æqualem eſſe; ipſam vero PN duplam diametri circuli circa P; & OS diametri circa O triplam, & quæ deinceps propriarum diametrorum multiplices eſſe iuxta numeros ſequentes, qui ſeſe vnitate ſuperant.

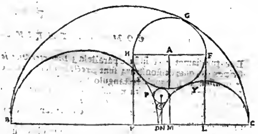


A

B

C

14. ſexti



Ducatur diameter HF ipſi BC parallela, & perpendiculares ducantur HK, FL erit ex ijs quæ demõſtrata ſunt, rectangulum CBK æquale rectangulo LBD, & rectãgulum BCL rectangulo KCD. & ob id vt BK ad KL, ita KL ad LC, quod vtraque proportio eadẽ ſit, quę BD ad DC, Quoniam enim rectãgulum CBK æquale eſt rectangulo LBD, vt CB ad BD, ita erit DB ad BK. & permutando vt CB ad BD ita LB ad BK, diuidendoque vt CD ad DF, ita LK ad KB. & conuertendo vt BD ad DC, ita BK ad KL. rurſus quoniam rectangulum BCL rectãgulo KCD eſt æquale, erit vt BC ad CK, ita DC ad CL. & permutando vt BC ad CD, ita KC ad CL. diuidendoque vt BD ad DC, ita KL ad LC. erat autem & vt BD ad DC, ita BK ad KL. ergo & vt BK ad KL, ita KL ad LC. & 17. ſexti.
propterea rectangulum, quod BK, CL continetur, quadrato ex KL eſt æquale. ſed antea oſtenſum eſt rectangulum contentum BK, CL æquale eſſe quadrato ex AM. recta D
igitur linea AM eſt æqualis KL, hoc eſt ipſi FH diametro circuli circa A deſcripti. Et quoniam vt AM vna cum FH ad FH, ita eſt PN ad diametrum circuli circa P deſcripti, quod etiam demonſtratum fuit; atque eſt AM vna cum FH dupla ipſius FH; erit in antecedente.
& PN diametri circuli circa P dupla. ergo PN vna cum diametro circuli circa P tripla eſt ipſius diametri, & eandem proportionem habet OS ad diametrum circuli E
circa O. recta igitur linea OS diametri circuli circa O eſt tripla, & ſimiliter perpendicularis circuli ſequentis diametri quadrupla erit. & perpendiculares, quæ deinceps ſunt, propriarum diametrorum multiplices inueniuntur iuxta numeros vnitate ſe inuicem ſuperantes, & hoc infinite contingit.

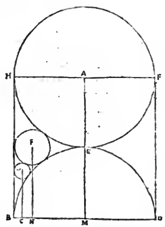
Si autem

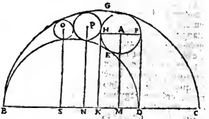
F Si autem pro circumferentijs B G C, D Y C ſint rectæ lineæ perpendiculares ad B D, vt apparet in tertia figura, circa deſcriptos circulos eadem contingent. namque a puncto A ad B D perpendicularis ducitur, per ſeſe diametro circuli circa A deſcripti fit æqualis. Quod ſi circumferentiæ B G C, B E D maneant pro circumferentia vero D Y C, vt in quarta figura, recta linea ponatur D F perpen-

G dicularis ad B C, quæ in numeris quadratam rationem habeat, erit perpendicularis ducta a puncto A commenſurabilis diametro circuli circa A deſcripti; ſin minus, incommen-

H ſurabilis. Generaliter enim quam proportionem habet B C ad C D lõgitudine, eandem poteſtate habet D F ad diametrum circuli circa A quod deinceps oſtendetur. vt ſi B C

K ſit longitudine quadrupla ipſius C D, erit D F, videlicet quæ a puncto A perpendicularis ducitur, longitudine dupla diametri circuli circa A: & perpendicularis, quæ a puncto P tripla, & quæ ab O quadrupla, & ita deinceps iuxta numeros conſequentes.





COMMENTARIVS.

A Ducatur diameter H F ipſi B C parallela] *Diameter videlicet circuli circa* A *deſcripti.*

B Erit ex ijs, quæ demonſtrata ſunt, rectangulum C B K æquale rectangulo E B D, & rectangulum B C L æquale rectangulo K C D] *In quartadecima huius.*

C Et ob id vt B K ad K L, ita K L ad L C, quod vtraque proportio eadem ſit, quæ B D ad D C.] *Hoc ipſe inſertus manifeſte oſtendit.*

D Sed antea oſtenſum eſt rectangulum contentum B K, C L æquale eſſe quadrato ex A M] *in 14. huius.*

E Ergo P N vna cum diametro circuli circa P tripla eſt ipſius diametri, & eandem proportionem habet O S ad diametrum circuli circa O] *rurſus quoniam eſt vt* N P *vna cum diametro circuli circa* P *ad ipſam diametrũ, ita* O S *ad diametrum circuli circa* O; *&* N P *vna cum diametro circuli circa* P *tripla eſt eiuſdem diametri erit, &* O S *diametri circa* O *tripla.*

F Si autem pro circumferentijs B G C, D Y C ſint rectæ lineæ perpendiculares ad B D, vt apparet in tertia figura circa deſcriptos circulos eadem contingent] *ſint rectæ lineæ* B H, D F *ad* B D *perpendiculares: & deſcribatur circulus* H E F *circa centrum* A, *ita vt ſemicirculi* B E D *circumferentiam, & lineas* B H, D F *contingat; ſitque eius diameter* H F *ipſi* B D

34.primi *parallela, erit* H F *æqualis* B D: *& a puncto* A *ducta perpendicularis* A M *æqualis erit ipſi* H F; *etenim ex duabus circulorum æqualium ſemidiametris* A E, E M *conſtabit. deinde in loco intermedio deſcribantur circuli quotcumque, qui tum ſeſe, tum circumferentias circulorum, tum rectam lineam* B H *contingant, vt circa centra* P O. *& ad baſim* B D *perpendiculares ducantur* P N, O S *Dico in his quoque idem, quod in ſuperioribus contingere. Quoniam enim ex ijs, quæ nos in antecedentem demonſtrauimus, vt* M A *vna cum diametro circuli circa* A *ad ipſam diametrum, ita eſt* P N *ad diametrum circuli circa* P; *atque eſt* M A *vna cum diametro circuli circa* A *dupla ipſius diametri: erit &* P N *dupla diametri circuli circa* P. *rurſus quoniam vt*

niam ut FN *vna cum diametro circuli circa* P *ad eandem diametrum, ita* OS *ad diametrum circuli circa* O; *erit* OS *diametri circuli circa* O *tripla: & ita in alijs.*

Quæ in numeris quadratam rationem habent] *hoc eſt quæ ad diametrum circuli circa* G
A *deſcripti proportionem habeat eandem, quam numerus quadratus ad quadratum numerum. Græcus codex* ἡ δ ξ ὀρθὴ πρὸς τὴν β γ τετραγωνικὸν ἐν ἀριθμοῖς λόγον ἔχουσα *vel legendum* ἡ δ ξ ὀρθὴ &c. λόγον ἔχουσα. *Vel aliqua deſiderantur, in ijs vero, quæ ſequuntur pro* δ ξ *vbique ſcribendum* δ ζ.

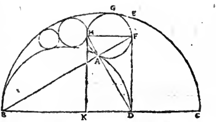
Generaliter enim quam proportionem BC ad CD longitudine, eandem poteſtate H
habet DF ad diametrum circuli circa A] *Græcus codex* καθόλου γὰρ ὃν ἔχει λόγον ἡ β γ πρὸς τὴν γ δ, τὸν τοῦ ἔχει τὸν λόγον δυνάμει ἡ δ ζ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ περὶ τὸ α κύκλου: *Ego addendum cenſeo* μήκει; *vt ita legitur.* καθόλου γὰρ ὃν ἔχει λόγον μήκει ἡ β γ πρὸς τὴν γ δ *&c.*

Vt ſi BC ſit longitudine quadrupla ipſius CD, erit DF &c.] *Si enim* BC *ad* CD *lon-* K
gitudine ſit vt 4. ad 1. erit & DF *ad* FH *vt 4. ad 1. longitudine vero vt 2. ad 1.*

THEOREMA XVII. PROPOSITIO XVII.

Quod autem poſitum eſt, ſequenti lemmate oſtendetur. Sint ſemicirculi BGC, BAD, & perpendicularis DF, & circulus contingens HGFA. Dico vt BC ad CD longitudine, ita eſſe poteſtate DF ad diametrum circuli HGFA.

Ducatur diameter HF. ergo A
rectæ lineæ ſunt FAB, HAD. & B
ducta perpendiculari HK, erit
ex iam demonſtratis rectangu- D
lum CBK quadrato ex BD æ-
quale. Vt igitur BC ad CD, ita E
BD ad LK; hoc eſt ad HF. Sed
vt BD ad HF, ita DA ad AH: &
vt DA ad AH, ita quadratum
ex DF ad quadratum ex FH. F
triangulum enim rectangulum
eſt HFD: & ad ſubtenſam perpendicularis ducitur FA. ergo & vt BC ad CD, ita quadratum ex FD ad quadratum diametri circuli HGFA.



COMMENTARIVS.

Ducatur diameter HF] *Diameter ſcilicet circuli contingentis, quæ ipſi* BC *ſit parallela.* A
Ergo rectæ lineæ ſunt FAB, HAD] *Hoc eſt* FAB *eſt vna, & eadem recta linea, & ſimi-* B
liter HAD, *quod apparet ex lemmate in 14. huius a nobis conſcripto.*

Erit ex iam demonſtratis rectangulum CBK quadrato ex BC æquale] *In quartade-* C
cima huius.

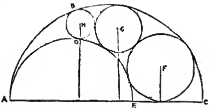
Vt igitur BC ad CD, ita BD ad DK] *Quoniam rectangulum* CBK *æquale eſt quadrato* D
ex BD, *erit vt* CB *ad* BD, *ad* BK *ita* DB, *quare per conuerſionem rationis, vt* BC *ad* CD, *ita* BD *ad* DK.

Sed vt BD ad HF, ita DA ad AH] *Ex 4. ſexti elementorum, propterea quod triangula* E
BAD, HAF *ſimilia ſunt.*

Et vt DA ad AH, ita quadratum ex DF ad quadratum ex FH] *Cum enim in triangu-* F
lo orthogonio HFD *ab angulo recto ad* HD *ſubtenſam perpendicularis ducta ſit* FA, *ſiunt*
triangula ſimilia toti & inter ſeſe. ergo vt DA *ad* AF, *ita* FA *ad* AH. *Sed vt* DA *ad* AF, 3. ſexti.
ita DF *ad* FH. *vt igitur* DA *ad* AH, *hoc eſt vt prima ad tertiam ita quadratum primæ ad quadratum ſecundæ, quadratum videlicet ex* DA *ad quadratum ex* AF; *hoc eſt quadratum ex* DF. *ad quadratum ex* FH *quare vt* DA *ad* AH, *ita quadratum ex* DF *ad id, quod ex* FH *deſcribitur quadratum.*

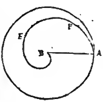
THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XVIII.

Ex iam dictis lemmatibus & illud demonſtratur. Sint ſemicirculi ABC, ADE, & deſcribantur circuli eorum circumferentias contingentes, vt circa centra FGH, & alij deinceps, qui ipſis cohæreant, quemadmodum in ſuperioribus. manifeſtum eſt: perpendicularem, quæ ab F ad AC ducitur, ei, quæ ex centro circuli circa F deſcripti æqualem eſſe. Dico perpendicularem a puncto G ductam eius, quæ ex centro circuli circa G eſſe triplam; perpendicularem vero ab H quintuplam, & quæ ſequuntur perpendiculares earum, quæ ex centris multiplices eſſe iuxta numeros deinceps impares:



Quoniam enim ante demonſtratum eſt, vt perpendieularis, quæ a puncto F ducitur vna eum diametro ad ipſam diametrum, ita eſſe perpendicularem a puncto D ad propriam diametrum. & eſt perpendicularis a puncto F vna cum diametro ipſius diametri ſeſquialtera, erit eius, quæ ex centro tripla. Rurſus quoniam, vt perpendicularis a puncto G vna cum diametro ad diametrum ', ita eſt perpendieularis ab H ad diametrum ipſius. perpendicularis autem a puncto G vna cum diametro ad diametrum proportionem habet eam, quam 5. ad 2. ergo & perpendicularis a puncto H ad diametro eandem habebit proportionem: ac propterea eius, quæ ex centro quintupla erit. Similiter, & aliæ perpendiculares earum, quæ ex centris multiplices iuxta numeros deinceps impares demonſtrabuntur.

Theorema de helice, ſeu linea ſpirali in plano deſcribenda, propoſuit quidem Conon Hamius geometra: Archimedes vero admirabili quidam aggreſſione demonſtrauit. Itaq; dicta linea eiuſmodi ortum habet.



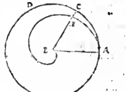
Sit circulus, cuius eentrum B, & ea quæ ex centro BA: moueaturque BA, ita vt punctum B maneat, & ipſum A æqualiter feratur in circuli circumferentia. Simul vero aliquod punctum ab ipſo B incipiens in recta linea BA feratur æqualiter vſque ad A. & in æquali tempore B permeet rectam lineam BA, & A ipſam circuli circumferentiam. Punctum igitur in ipſa BA motum ſecundum circulationem deſcribet lineam, qualis eſt BEFA. & eius quidem principium erit punctum B; principium circulationis BA; ipſa vero linea, helix, ſeu linea ſpiralis appellatur, cuius principale accidens eiuſmodi eſt.

THEOREMA XIX. PROPOSITIO XIX.

Si ad lineam ſpiralem quæpiam recta linea ducatur, vt BF, & producatur, erit vt tota circuli circumferentia ad circumferentiam ADC, ita recta linea AB ad rectam BF.

Hoc

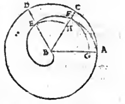
Hoc autem intelligi facile poteſt ex ortu ipſo, in quo enim tempore punctum A totam circuli circumferentiam permeat, in hoc, & B permeat rectam lineam BA: in quo autem A permeat circumferentiam ADC, in hoc & B rectam lineam BF: & ſunt motus ipſi ſibi ipſis æquales. ergo & inter ſe proportionales erunt.



THEOREMA XX. PROPOSITIO XX.

Sed & illud manifeſtum eſt, rectas lineas, quæcumque à puncto B ad ipſam ſpiralem ductæ angulos æquales continent, æqualiter ſeſe inuicem excedere.

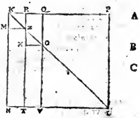
COMMENTARIVS.



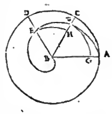
Sit circulus ADC, *& helix* BEFA, *ducanturque rectæ lineæ* BA, BFC, BED, *ita vt angulus* DBC *ſit æqualis angulo* CBA. *centro autem* B, *& interuallo* BF *deſcribatur circuli circumferentia* FG, *quæ rectam lineam* AB *in* G *ſecet. & eodem centro, interualloque* BE *rurſus deſcribatur circuli circumferentia* EH, *ſecans rectam lineam* BC *in* H. *erit* HF *exceſſus, quo* FB *ipſam* BE *excedit, &* GA *hoc eſt* FC *exceſſus, quo* AB *excedit* BF. *Dico* HF *ipſi* FC *æqualem eſſe. Quoniam enim eſt vt tota circumferentia ad circumferentiam* ADC, *ita recta linea* AB *ad rectam* BF; *erit per conuerſionem rationis, vt tota circumferentia ad circumferentiam* CA, *ita recta linea* AB *ad* CF *rectam. Rurſus quoniam vt tota circumferentia ad circumferentiam* AD, *ita recta* AB *ad rectam* DE; *erit per conuerſionem rationis, & tota circumferentia ad circumferentiam* DCA, *ita recta* AB *ad rectam* CH, *& conuertendo, vt circumferentia* DCA *ad totam circumferentiam, ita recta* CH *ad rectam* AB. *quare ex æquali, vt circumferentia* DCA *ad circumferentiam* AC, *ita recta* HC *ad ipſam* CF. *& diuidendo, vt circumferentia* DC, *ad circumferentiam* CA, *ita recta* HF *ad* FC *rectam. Sed circumferentia* DC *eſt æqualis circumferentiæ* CA, *quod & angulus* DBC *angulo* CBA. *ergo recta linea* HF *rectæ* FC *æqualis erit, quod oportebat demonſtrare.*

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXI.

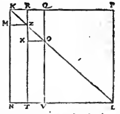
Quibus poſitis oſtendetur figuram contentam linea ſpirali, & recta, quæ eſt in principio circulationis, tertiam partem eſſe circuli ipſam comprehendentis.



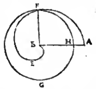
Sit enim, & circulus, & prædicta linea: & exponatur parallelogrammum rectangulum KNLP: ſumaturq; AC circumferentia, pars quædam circumferentiæ circuli: & ſumatur recta linea KR ipſius KP eadem pars. iungantur præterea CB, BA: & rectæ lineæ quidem KN parallela ducatur RT, ipſi vero KR parallela MZ, & circa B centrum deſcribatur circumferentia FG. Quoniam igitur eſt vt recta linea BA ad AG; hoc eſt BC ad CF, ita tota circuli circumferentia ad circumferentiam CA. hoc enim ſpiralis lineæ principale eſt accidens. Vt autem circuli circumferentia ad ipſam CA, ita PK ad



D KR: & vt PK ad KR, ita LK ad KZ, hoc eſt TR ad RZ. vt igitur BC ad CF, ita TR ad RZ: & per conuerſio-
E nem rationis. quare vt quadratum ex CB ad quadratum ex BF, ita quadratum ex RT ad id, quod ex TZ
F quadratum. Sed vt quadratum ex CB ad quadratum ex
G BF: ita ABC ſector ad ſectorem FBG. & vt quadratum ex RT ad quadratum ex TZ, ita cylindrus a parallelogrammo KT circa axem NT factus ad cylindrum à parallelogrammo MT circa eundem axem. Vt igitur ABC ſector ad ſectorem FBG, ita cylindrus a parallelogrammo KT circa axem NT, ad cylindrum a parallelogrammo MT circa eundem axem. Similiter quoque ſi circumferentiæ AC ponamus æqualem CD, ipſi autem KR rectæ lineæ æqualem ponamus RG, & eadem conſtruamus, erit vt DBC ſector ad ſectorem EBH, ita cylindrus a parallelogrammo RV circa axem TV ad cylindrum a parallelogrammo VX circa eundem axem. Simili ratione procedentes demonſtrabimus, vt totus circulus ad omnes figuras ex ſectoribus inſcriptas lineæ ſpirali, ita eſſe cylindrum a parallelogrammo NP circa axem NL ad omnes figuras ex cylindris ipſi cono, qui fit a triangulo KNL circa autem LN inſcriptus. & rurſus vt circulus ad omnes figuras ex ſectoribus circumſcriptas lineæ ſpirali, ita eſſe cylindrum ad omnes figuras ex cylindris eidem cono circumſcriptas. Ex quo manifeſtum eſt circulum ad eam figuram, quæ inter lineam ſpiralem, & rectam AB interijcitur, ita eſſe vt cylindrus ad conum. Circulus igitur triplus eſt prædictæ figuræ, quod demonſtrare oportebat.



Eodem modo demonſtrabimus. Si etiam ducatur quæpiam recta linea ad ſpiralem, vt BF, & per F circa B centrum, deſcribitur circulus: figuram contentam linea ſpirali FEB, & recta FB tertiam partem eſſe figuræ eius, quæ circumferentia circuli FGH, & rectis lineis FB, BH continetur.



COMMENTARIVS.

A Sumaturque AC circumferentia pars quædam circumferentiæ circuli] *Græcus codex* καὶ ἀπειλήφθω ἡ μὲν α β γ περιφέρεια μέρος ὂν τι τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας. *Videtur legendum* καὶ ἀπειλήφθω ἡ μὲν α γ περιφέρεια μέρος τι τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

B Iungantur præterea CB, BA] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν ὅτε γ β καὶ ἡ κ α *lege* αἵ τε γ β καὶ ἡ β α.

C Ipſi vero KR parallela MZ] *Iungatur enim* KL, *qua lineam* RT *in* Z *ſecet, & a puncto* Z *ipſi* KR *parallela ducatur* ZM.

D Hoc eſt TR ad RZ] *Vt enim* LK *ad* KZ, *ita* PL, *hoc eſt* TR *ipſi æqualis ad* RZ.

E Quare vt quadratum ex CB, ad quadratum ex EF, ita quadratum ad RT ad id, quod ex TZ quadratum] *Ex 22. ſexti elementorum, ſequitur enim per conuerſionem rationis, vt* CB *ad* BF, *ita eſſe* RT *ad* TZ.

F Sed vt quadratum ex CB ad quadratum ex BF, ita ABC ſector ad ſectorem FBG] *Circulus enim* ADC *ad* ABC *ſectorem eandem proportionem habet, quam quattuor anguli recti ad angulum* ABC *ex vltima ſexti elementorum: ſimiliter circulus, cuius circumferentia pars eſt* FG, *ad ſectorem* FBG *habet eandem proportionem, quam quattuor anguli recti ad angulum* FBG. *Sed cum anguli* ABC, FBG *ſint æquales, habebit circulus* ADC *ad ſectorem* ABC *eandem proportionem, quam alius circulus ad ſectorem* FBG. *& permutando circulus ad circulum eandem, quam ſector ad ſectorem. circuli autem inter ſe ſunt, vt diametrorum,* (duodecimi.) *vel ſemidiametrorum quadrata. ergo & ſectores ipſi. quare vt quadratum ex* CB *ad quadratum ex* BF, *ita erit ſector* ABC *ad* FBG *ſectorem.*

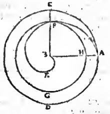
G Et vt quadratum ex RT ad quadratum ex TZ, ita cylindrus a parallelogrammo KT circa axem NT factus ad cylindrum a parallelogrammo MT circa eundem axem] *Cy-*

lindrus

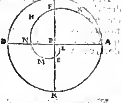
lindrus a parallelogrã no x t circa axem n t factus baſim habet circulũ, cuius ſemidiameter eſt k n, vel r t, & altitudinem n t: cylindrus autem factus a parallelogrammo m t circa eundem axem, baſim habet circulum, cuius ſemidiameter m n, vel z t, & altitudinem eandem. Hi igitur cylindri cum altitudinem eandem habeant, inter ſe ſunt, vt eorum baſes: baſes autem vt diametrorum, vel ſemidiametrorum quadrata. Vt igitur quadratum ex r t ad quadratum ex t z, ita cylindrus factus a parallelogrammo r t circa axem n t ad cylindrum a parallelogrammo m t circa eundem axem.

THEOREMA XXII. PROPOSITIO XXII.

Deinceps autem theorema circa eandem lineam notatione dignum conſcribemus. Sit enim & circulus prædictus in ortu, & linea ſpiralis eadem AF, EB. Dico iam ſi ducatur quæpiam recta linea, vt BF, eſſe figuram contentam tota linea ſpirali, & recta AB, ad eam quæ FEB, & BF recta continetur, vt cubus, qui fit à recta linea AB ad cubum, qui ab ipſa FB.



Deſcribatur enim circulus per F circa centrum B, qui ſit FGH. Itaque quoniam vt figura, quæ linea ſpirali AFCB, & recta AB continetur ad figuram contentam ſpirali FEB & recta FB, ita eſt ACD circulus ad figuram circumferentia FGH, & FB, BH rectis lineis contentam. vtrumque enim vtriuſque tertiam partem eſſe iam oſtenſum fuit. circulus autem ACD ad ſpacium contentum rectis lineis FB, FH & circumferentiam FGH proportionem habet compoſitam ex ea, quam habet ACD circulus ad circulum FGH, & ex ea, quam circulus FGH habet ad ſpacium rectis lineis FB, BH, & FGH circumferentia contentũ. Sed vt ACD circulus ad circulum FGH, ita quadratum ex AB ad quadratum ex BF: & vt circulus FGH ad dictum ſpacium, ita tota ipſius circumferentia ad circumferentiam FGH; hoc eſt ACD circuli circumferentia ad ipſam CDA, hoc eſt propter accidens ſpiralis lineæ, recta linea AB ad BF rectam; figura igitur, quæ linea ſpirali & recta AB continetur, ad contentam ſpirali, & recta BF proportionem habet compoſitam ex ea, quam habet quadratum ex AB ad quadratum ex BF, & ex ea, quam recta linea AB habet ad BF. hæc autem proportio eadem eſt, quam habet cubus ex AB ad eum, qui fit ex BF cubum. A



Ex hoc conſtat, ſi poſita linea ſpirali, & circulo circa ipſam, producatur AB ad D, & ad rectos angulos ipſi ducatur recta linea CFBEK, quarum partium vna eſt ſpacium contentum linea ſpirali BLE, & recta BE, earum illud quidem, quod continetur ſpirali NME & rectis NB, BE eſſe ſeptem, & quod continetur ſpirali FHN, & rectis FB, EN vndeuiginti: quod vero ſpirali AXF, & rectis AB, BF continetur triginta ſeptem. perſpicua enim hæc ſunt ex præoſtenſo theoremate. Et quarum AB recta eſt quattuor, earum ipſam quidem FB eſſe triũ, NB autem duarum, & BE vnius, quod etiam perſpicuum eſt ex accidente lineæ ſpiralis, & ex eo, quod circumferentiæ AC, CD, DK, KA, inter ſe æquales ſunt. B

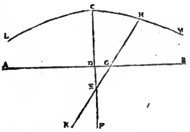
COMMENTARIVS.

A Hæc autem proportio eadem eſt, quam habet cubus ex AB ad eum, qui fit ex BF cubum] *Hoc nos oſtendimus in libro de centro grauitatis ſolidorum propoſitione 21.*

B Ex hoc conſtat, ſi poſita linea ſpirali, & circulo circa ipſam producatur AB ad D, &c.] *Quoniam enim tota circuli circumferentia in quatuor partes æquales diuiſa eſt per diametros AD, CK,*

AD, CK, quæ ſeſe ad rectos angulos ſecant, ſi AB ponatur eſſe partium quattuor, erit EF trium, NB duarum, & BE vnius. Quoniam igitur figura, quæ continetur linea ſpirali, & recta AB ad figuram linea ſpirali BLE & recta BE contentam, eſt vt cubus ex recta linea AB factus ad cubum ex ipſa BE; & cubus ex AB eſt partium 64. cubus autem ex BE partis vnius: quarum partium figura contenta linea ſpirali, & recta AB eſt 64. earum vnius eſt figura contenta linea ſpirali BLE, & BE recta. Rurſus quarum partium figura contenta linea ſpirali, & recta AB eſt 64. earundem 8. eſt figura, quæ linea ſpirali NMLFB, & NB recta continetur. quare figura contenta linea ſpirali NME, & rectis NB, BE eſt ſeptem, & ſimiliter quarum partium figura contenta linea ſpirali, & recta AB eſt 64. earum 27. eſt figura contenta linea ſpirali FHNMELE, & EF recta: figura igitur contenta ſpirali FHN, & FB, BN rectis lineis eſt partium 19. ergo reliqua figura, quæ ſpirali AXF, & rectis AB, EF continetur, erit partium 37.

Ad cubi duplationem excogitata eſt a Nicomede quædam linea, quæ huiuſmodi ortum habet.



Exponatur recta linea AB, cui ad rectos angulos ducatur CDF, & in ipſa CDF ſumatur aliquod punctum datum E. atque puncto E in eodem loco manente, recta linea CDEF feratur in recta ADB, per punctum E attracta, ita vt D ſemper in recta linea AB feratur, & non excidat. dum attrahitur ED, EF. Itaque huiuſmodi motu facto ex vtraque parte, manifeſtum eſt punctum C deſcribere lineam, qualis eſt LCM, cuius accidens eſt, vt ſi recta linea quæpiam a puncto E ductæ lineæ LCM occurrat, ipſam CD æqualem eſſe ei, quæ inter AB & LCM interijcitur. manente enim AB, & puncto E manente, quando D ad G ſe applicauerit, congruet recta CD cum GH, & C ad H ſe applicabit. ergo CD ipſi GH eſt æqualis. ſimiliter, & ſi alia quędam a puncto E ad lineam ducatur, erit ea, quæ inter lineam, & AB rectam interijcitur, ipſi CD æqualis. Vocatur autem, inquit, recta linea quidem AB, regula; punctum E polus: CD interuallum: quoniam huic æquales ſunt, quæ ipſi LCM occurrunt. linea vero LCM vocatur conchoides prima. nam & ſecunda, & tertia, & quarta exponitur, quæ ad alia theoremata vtiles ſunt.

At vero inſtrumentaliter poſſe lineam deſcribi, & ſemper ad regulam magis accedere, hoc eſt omnium perpendicularium, quæ ab aliquibus punctis lineæ LCM ad AB ducuntur, maximam eſſe CD; quæ autem ipſi propinquior eſt, ſemper remotiore eſſe maiorem. & ſi recta linea quædam inter regulam, & conchoidem cadat, producaturque, eam a conchoide ſecari Nicomedes ipſe demonſtrauit, & nos in Analemma Diodori, cum vellemus angulum tripartito ſecare, prædicta linea vſi ſumus.

COMMENTARIVS.

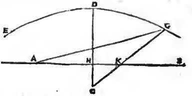
Nicomedes ipſe demonſtrauit] *Vide Eutocium in commentarijs in ſecundum librum Archimedis de ſphæra, & cylindro; vbi & hoc demonſtratur, & alia omnia fuſius explicantur.*

PROBLEMA I. PROPOSITIO XXIII.

Ex his autem manifeſtum eſt fieri poſſe, vt angulo dato, videlicet GAB, & puncto extra ipſum C, ducatur CG, ita vt KG, quæ interijcitur media inter lineam, & ipſam AB fiat æqualis rectæ lineæ datæ.

Duca-

Ducatur enim perpendicularis a puncto c ad AB, quæ ſit CH: & producatur, ſitque DH datæ rectæ lineæ æqualis: & polo quidem c, & interuallo dato, videlicet DH, regula autem AB deſcribatur linea conchoides prima EDG. occurrit igitur ipſi AG ex eo, quod dictum eſt, occurret in G, & iungatur CG. ergo & KG rectæ lineæ datæ æqualis erit.



Quidam vero commoditatis cauſſa aptantes regulam ad punctum c, ipſam vſque eò commouent, quo ad quæ interijcitur media inter AB rectam, & lineam EDG experientia fiat datæ rectæ lineæ æqualis. hoc enim exiſtente id, quod initio propoſitum eſt, demonſtratur. Dico autem, cubus cubi duplus inuenitur.

COMMENTARIVS.

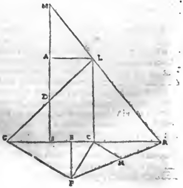
Inter AB rectam, & lineam EDG experientia fiat datæ rectæ lineæ æqualis] *Vide ne legendum ſit, inter* AB *rectam, & lineam* AG. *illud enim hoc pacto abſque linea conchoide perfici poteſt.*

PROBLEMA II. PROPOSITIO XXIV.

Sed prius duabus datis rectis lineis duæ mediæ in continua analogia aſſumuntur, quarũ Nicomedes quidem conſtructionem tantum expoſuit: Nos vero, & demonſtrationem conſtructioni accommodabimus; hoc modo.

Sint duæ rectæ lineæ CL, LA ad rectos inter ſe angulos, quarum oportet duas medias proportionales in continua analogia inuenire: compleaturque ABCL parallelogrammum; & vtraque ipſarum AB, BC in punctis DE bifariam ſecetur: & iuncta DL producatur, vt occurrat rectæ lineæ CB productæ in puncto G: ipſi autem BC ſit ad rectos angulos EF, & ducatur CF, quæ ſit æqualis AD: & iuncta FG ipſi parallela ſit CH. angulo autem exiſtente KCH a dato puncto F ducatur FHK, faciens HK ipſi AD, vel CF æqualem. (hoc enim per lineam conchoidem fieri poſſe iam oſtenſum eſt) & iuncta KL producatur, vt occurrat rectæ lineæ AB protractæ in puncto M. Dico vt LC ad CK, ita eſſe CK ad MA; & MA ad AL.

Quoniam enim BC bifariam ſecatur in E, & ipſi adijcitur CK; erit rectangulum BKC vna cum quadrato ex CB æquale quadrato ex BK. commune apponatur quadratum ex EF. rectangulum igitur BKC vna cum quadratis ex CF, EF, hoc eſt vna cum quadrato ex CF æquale eſt quadratis ex KE, EF, hoc eſt quadrato ex KF. Et quoniam vt MA ad AB, ita ML ad LK: vt autem ML ad LK: ita BC ad CK: erit, & vt MA ad AB, ita BC ad CK. atque eſt ipſius quidem AB dimidia AD: ipſius vero BC dupla CG. ergo & vt MA ad AD, ita erit GC ad CK. Sed vt GC ad CK, ita FH ad HK, propter lineas parallelas GF, CH. componendo igitur vt MD ad DA, ita eſt FK ad KH. æqualis autem ponitur AD ipſi HK, quoniam, & ipſi CF. ergo & MD ipſi FK æ-



qualis

qualis erit: & quadratum ex MD quadrato ex FK æquale. atque eſt quadrato quidem ex MD æquale rectangulum BMA vna cum quadrato ex AD. Sed quadrato ex FK æquale demonſtratum eſt rectangulum BKC vna cum quadrato ex CF. quorum quadratum ex AD æquale eſt quadrato ex CF, quòd AD ipſi CF æqualis ponatur. ergo & BMA rectangulum rectangulo BKC eſt æquale: & vt MB ad BK, ita KC ad MA, vt autem MB ad BK, ita LC ad CK. quare vt LC ad CK, ita MA ad AL. Vt igitur LC ad CK, ita erit CK ad MA, & MA ad AL.

PROBLEMA III. PROPOSITIO XXV.

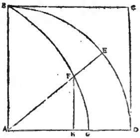
Itaque cum hoc demonſtratum ſit, perſpicuum eſt, quomodo oporteat dato cubo alium cubum in data proportione inuenire.

Sit enim data proportio, quam habet recta linea A ad B rectam: & ipſarum AB duæ mediæ proporti onales in continua analogia aſſumantur, videlicet CD. erit igitur vt A ad B, ita cubus qui fit ab A ad eum, qui a C cubum. hoc enim ex ipſis elementis manifeſte conſtat.



Ad circuli quadraturam aſſumpta eſt a Dinoſtrato, & Nicomede, & nonnullis iunioribus quædam linea, cui ab accidente, quod circa ipſam, nomen impoſitum eſt. Vocatur enim ab ipſis τετραγωνίζουσα hoc eſt linea quadrans. & ortum habet eiuſmodi.

Exponatur quadratum ABCD, & circa centrum A circumferentia BED deſcribatur, & moueatur AB quidem ita, vt punctum A maneat, & B feratur in BED circumferentia: BC vero ſemper parallela ſit ipſi AD ſecum ferens punctum B. in æquali autem tempore, & recta linea AB æquabiliter mota angulum BAD, hoc eſt punctum B circumferentiam BED percurrat, & BC ipſam BA lineam; hoc eſt B punctum in linea BA feratur. conueniet igitur BC cum AD; vbi primum vtræque AB, BC inter ſe congruent. Itaque tali motione facta, AB, BC in latione ſe inuicem ſecant ſecundum aliquod punctum quod ſemper vna cum ipſis transfertur; a quo quidem puncto deſcribitur quædam linea in loco intermedio inter BA, AD, & BED circumferentia, quæ ad eaſdem partes concaua habent, vt BFG. & videtur vtilis eſſe ad illud. nempe dato circulo quadratum ipſi æquale inuenire. Principale aut eius ſymptoma tale eſt. Si quæpiam recta linea ducatur ad circumferentiam, vt AFE, erit tota circumferentia BED ad ED circumferentiam, vt recta linea BA ad FH. hoc enim ex ipſo lineæ ortu manifeſtò apparet. Hæc autem linea ſpero iure ac merito non ſatisfacit propter hæc. Primum enim ad quod videtur vtilis eſſe, hoc in ſuppoſitione aſſumit, quomodo, inquit, fieri poteſt, vt duo puncta ab ipſo B principium motus capientia; hoc quidem in recta linea ad A, illud vero in circumferentia ad D in æquali tempore ſimul reſtituantur, niſi prius proportio rectæ lineæ AB ad circumferentiam BED cognita ſit? In hac enim proportione, et motuum velocitates ſint, neceſſe eſt. nam quo pacto arbitrantur ea ſimul reſtitui. velocitatibus temere, et nulla ratione vtentia? niſi forte quiſpiam dicat hoc caſu euenire, quod eſt abſurdum. Præterea terminus, quo ipſi vtuntur ad circuli

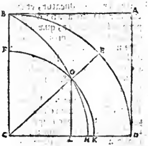


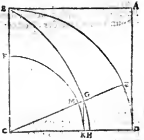
quadra-

quadraturam, videlicet quo loco punctum ſecet rectam lineam AD non inuenitur. Intelligantur enim quæ dicta ſunt in propoſita figura, quando rectæ lineæ CB, EA motæ ſimul reſtituuntur; congruunt rectæ lineæ AD, neque ſeſe amplius ſecant, ceſſat enim ſectio antequam ipſi AD congruant. quæ quidem ſectio terminus factus eſt lineæ, in quo cum ipſa AD recta linea conuenit: ni forte intelligamus lineam productam: quemadmodum poſuimus rectas lineas vſque ad ipſam AD. quod tamen ex eorum principijs non ſequitur. Sed vt cumque ſumatur punctum G, præcedere debet proportio circumferentiæ ad rectam lineam. niſi enim ea detur, illud fieri nequaquam poteſt. An oportet nos eorum, qui talem lineam inuenerunt, opinionem ſecutos, ipſam admittere, quæ quodammodo mechanica eſt, & ad multa problemata ipſis mechanicis conducit? Sed multo magis admittendum eſt problema, quod per ipſam demonſtratur.

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXVI.

Quadrato enim exiſtente ABCD, & circumferentia BED circa centrum C, & linea quadrante BHG facta, ſicuti dictum eſt, oſtenditur vt DEB circumferentia ad rectam lineam BC, ita eſſe BC ad ipſam CH.





Si enim non ita eſt, vel erit ad maiorem, quam CH, vel ad minorem. Sit prius ſi fieri poteſt ad maiorem videlicet ad CK: & circa centrum C deſcribatur circumferentia FGK, ſecans lineam in puncto G, & ducatur perpendicularis GL: iunctaq; CG ad E producatur. Quoniam igitur eſt vt DEB circūferentia ad rectā lineā BC, ita BC hoc eſt DC ad CK. vt autem DC ad CK, ita BED circumferentia ad circumferentiam FGK. vt enim circuli diameter ad diametrum, ita eius circumferentia ad circumferentiam. Quare conſtat cicumferentiam FGK rectæ lineæ BC æqualem eſse. Et quoniam propter accidens lineæ, vt BED circumferentia ad circumferentiam ED, ita eſt recta linea BC ad GL, erit vt circumferentia FGK, ad GK circumferentiam, ita BC ad GL. & oſtenſa eſt FGK circumferentia rectæ lineæ BC æqualis; æqualis igitur eſt circumferentia GK ipſi GL rectæ. quod eſt abſurdum. ergo non eſt vt circumferentia BED ad rectam BC ita BC ad maiorem, quam CH. Dico præterea neque ad minorem. Si enim fieri poteſt, ſit ad CK: & circa C centrum deſcribatur circumferentia FMK. & ad rectos angulos ipſi CD ducatur KG ſecans lineam quadrantem in G: & iuncta CG producatur ad E. Similiter iam dictis oſtendemus circumferentiam FMK rectæ lineæ BC eſſe æqualem. & vt BED circūferentia ad circūferentiā ED, hoc eſt vt circumferentia FMK ad MK, ita eſſe BC rectam ad rectam GK. ex quibus ſequitur circumferentiam MK rectæ lineæ KG æqualem eſſe. quod eſt abſurdum. non igitur erit vt circumferentia BED ad rectam BC, ita BC ad minorem, quam CH. oſtenſum autem eſt, neque ad maiorem. ergo vt circumferentia BED ad rectam BC, ita eſt BC ad ipſam CH. Sed & illud manifeſtum eſt, tertiam proportionalem ipſarum HC, CB circumferentiæ BED æqualem eſſe; & eius quadruplam æqualem circumferentiæ totius circuli.

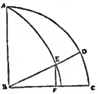
PROBLEMA IIII. PROPOSITIO XXVII.

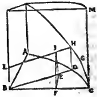
Itaque inuenta recta linea circumferentiæ circuli æquali, perſpicuum eſt quomodo oporteat, & ipſi circulo æquale quadratum facile, & nullo negotio conſtituere.

Etenim quod circuli ambitu, & ea, quæ ex centro continetur, duplum eſt ipſius circuli, vt Archimedes demonſtrauit.

PROBLEMA V. PROPOSITIO XXVIII.

Hic igitur lineæ ortus magis mechanicus eſt, vt dictum fuit, geometrice vero per locos, qui ad ſuperficies dicuntur, reſolui poteſt, hoc modo.





A Sit circuli quadrans poſitione
B datus ABC, & ducatur, vt contingit recta linea BD: & ad BC perpendicularis EF, quæ ad circumferentiam DC proportionem
C datam habeat. Dico punctum E
D ad lineam eſſe. Intelligatur enim a circumferentia ADC recti cy-
E lindri ſuperficies, & in ipſa linea ſpiralis deſcripta, quæ poſitione
F detur CGH, ſitque HD latus cy-
G lindri, & ad planum circuli perpendiculares ducantur EI, BL, videlicet ad rectos an-
H gulos erectæ, & per H ipſi BD parallela HL. Itaque quoniam proportio rectæ lineæ EF ad circumferentiam DC eadem eſt, quæ proportio CE, hoc eſt DH ad circumferentiam DC propter lineam ſpiralem, & data eſt proportio rectæ lineæ CE ad DC: & proportio EF ad DC erit data: ſuntque FE, EI poſitione, ergo & iuncta FI poſitione erit. & eſt ad BC perpendicularis. eſt autem FI in plano, quare & punctum I; atq; eſt in ſuperficie; fertur enim FL & per lineam ſpiralem HGC, & per LB rectam lineam, quæ & ipſa poſitione datur, cum ſit ſubiecto plano parallela. ad lineam igitur eſt punctum I, ergo & E. Hoc quidem vniuerſe reſolutum eſt. Si autem rectæ lineæ EF proportio ad DC circumferentiam eadem ſit, quæ rectæ BA ad circumferentiam ADC, prædicta linea quadrans efficitur.

COMMENTARIUS.

A Sit circuli quadrans poſitione datus ABC] *Sit enim B circuli centrum, & BA, BC ex centro circuli, & ADC quarta pars circumferentiæ ipſius.*

B Et ducatur vt contingit recta linea BD, & ad BC perpendicularis EF, quæ ad circumferentiam DC proportionem datam habeat] *Ex centro B ducatur vt cumque BD, & ſumpto in BD puncto E, ducatur ad BC perpendicularis EF, ita vt EF ad circumferentiam CD datam habeat proportionem, videlicet eam, quam recta linea AB habet ad circumferentiam ADC.*

C Dico punctum E ad lineam eſſe] *Hoc eſt punctum E eſſe in linea quadrante.*

D Intelligatur enim a circumferentia ADC recti cylindri ſuperficies] *Hoc eſt intelligatur cylindri recti quarta pars cuius baſis ſit circumferentia ADC, & altitudo CM ipſi AB æqualis.*

E Et in ipſa linea ſpiralis deſcripta, quæ poſitione detur CGH] *Deſcribetur autem linea ſpiralis in dicti cylindri ſuperficie, ſi intelligatur in linea CM punctum aliquod incipiens a C æqualiter ferri vſque ad M, & eodem tempore lineam CM rectam ad planum circuli permeare etc.*

re circumferentiam C D A *punctum etenim illud lineam ſpiralem deſcribet, cuius principale accidens eſt, vt ſumpto quouis puncto in ipſa, quod exempli gratia ſit* H, *ductaque* H D *ad planum perpendiculari, habeat* H D *ad circumferentiam* D C *eam proportionem, quam tota* C M *habet ad circumferentiam* C D A. *illud vero ita eſſe ex ipſo ortu manifeſtò apparet.*

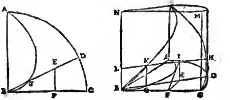
Sitque H D latus cylindri] *Hoc eſt ſit* D H *perpendicularis ad circuli planum, inſtar lateris cylindri. Græcus autem codex ſic habet* καὶ τ Λ τ͂ κυλίνδρυ ἡ θ δ. *Sed ſcribendum puto* καὶ πλευρὰ τ͂ κυλίνδρυ ἡ θ δ. F

Videlicet ad rectos angulos erectæ] *Græcus codex* ἀνεσαμέναι ὀρθαὶ, *quæ tamen mihi quodammodo ſuperuacanea videntur.* G

Et per H ipſi B D parallela H L] *Occurret autem* H L *rectæ* E I *in puncto* I, *quoniam* D H *eſt æqualis ipſi* E I, *quòd vtraque eidem* E F *ſit æqualis. Cum enim* D H *ad circumferentiam* D C *eandem proportionem habeat, quam tota* C M, *hoc eſt* A B *ad circumferentiam* A D C *propter lineam ſpiralem in cylindri ſuperficie deſcriptam, habeatque* E F *ad* D C *eandem proportionem, quam* A B *ad circumferentiam* A D C *expoſitione; habebit* D H *ad* D C *eandem proportionem, quam* E F *ad* D C, *ac propterea* D H *ipſi* E F, *hoc eſt ipſi* E I *æqualis erit.* H

PROBLEMA VI PROPOSITIO XXIX.

Poteſt etiam illud per lineam ſpiralem in plano deſcriptam reſolui ſimili ratione.



Sit enim rectę lineæ E F ad circumferentiam D C proportio eadem, quæ ipſius A B ad circumferentiam A D C. & in quo tempore recta linea A B circa B punctum mota pertranſit circumferentiã A D C, punctum, quod eſt in ea incipiens a B peruenit ad C, ipſius A B poſitionem aſſumens & faciat lineam ſpiralẽ B G A. A

eſt igitur vt A B ad B G, ita A D C circumferentia ad circumferentiam C D: & permutando vt B A ad circumferentiam A D C, ita B G ad C D circumferentiam. Sed & E F ad C D eandem proportionem habet. æqualis igitur eſt B G ipſi E F. ducatur ad planum perpendicularis G K, ipſi B G æqualis. ergo punctum K eſt in ſuperficie cylindrica; in qua eſt linea ſpiralis. ſed eſt etiam in ſuperficie conica. iuncta enim B K in conica fit ſuperficie, quæ per dimidium recti inclinata eſt ad ſubiectum planum, ducta per datum punctum B. ergo ad lineam eſt ipſum K. ducatur per K ipſi E B parallela L K I, & ad planum perpendiculares erigantur B L, E I in παντοειδῶν. igitur eſt ſuperficie L K I. fertur enim per rectam lineam B L, & per lineam ſpiralem poſitione datam. ergo K & I ſunt in ſuperficie. Sed & in plano. eſt enim F E ipſi B I æqualis, quoniam & ipſi B G. & ſit poſitione F I, F I quippe quod ad B C eſt perpendicularis. ad rectam igitur lineam eſt punctum I. ergo & B. & manifeſtum eſt, ſi angulus A B C ſit rectus, lineam quadrantem, de qua proxime dictum eſt, oriri. B 9. quinti C D E F

COMMENTARIVS.

Et in quo tempore recta linea A B circa B punctum mota pertranſit circumferentiam A D C, punctum quod in ea eſt, incipiens a B, peruenit ad C, ipſius A B poſitionem aſſumens] *Hæc pertinet ad deſcriptionem lineæ ſpiralis in plano, de qua ſuperius dictum eſt.* A

Eſt igitur vt A B ad B G, ita A D C circumferentia ad circumferentiam C D] *hoc lineæ ſpiralis in plano deſcriptæ peculiare eſt accidens, vt ipſe etiam aduotauit.* B

Ergo punctum K eſt in ſuperficie cylindrica in qua eſt linea ſpiralis] *recta enim linea à puncto* H, *quod eſt in ſuperficie cylindrica, & in linea ſpirali ducta æquidiſtanter ipſi* B D, *occurrit lineæ* G K *in puncto* K, *cum* G K *ſit æqualis ipſi* B G, *hoc eſt* L F, *& ob id ipſi etiam* D H. C

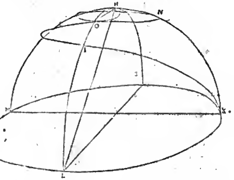
D Sed eſt etiam in ſuperficie conica] *ducatur à puncto* B *recta linea* BN *perpendicularis ad planum, & æqualis ipſi* BA: *& intelligatur recta linea* OP *æqualis* BC, *eandemque ipſi poſitionem habens, ita vt punctum* O *idem ſit quod* B, *&* P *idem quod* C. *Intelligatur præterea punctum aliquod incipiens ab* O *æqualiter ferri in linea* OP; *& in quo tempore punctum pertranſit* OP, *linea* BC *circa* B *mota percurrat circumferentiam* CDA, *ſimulque linea* OP *feratur duabus motionibus, vna quidem eleuando ſeſe à linea* BC, *continueque ipſi parallela, ita vt punctum* O *feratur in linea* BN: *altera vero, vt ſimul cum linea* BC *circumferatur, & in quo tempore punctum* O *ſe applicat ad* N, *linea* BC *vna cum* NO *ipſa pertranſeat circumferentiam* CDA. *deſcribet enim punctum illud lineam ſpiralem in conica ſuperficie, cuius vertex eſt* BON *in eaerit punctum* K. *principale autem eiuſmodi lineę ſpiralis accidens eſt, vt ſumpto quouis puncto in ipſa, velut* K, *& ab eo ducta* KG *perpendiculari ad planum, habeat* KG *ad circumferentiam* CD *proportionem eandem, quam tota* BN, *hoc eſt* BA *habet ad circumferentiam* CDA.

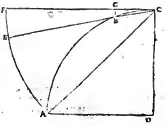
E Iuncta enim BK in conica fit ſuperficie, quæ per dimidium recti inclinata eſt ad ſubiectum planum] *nam cum* BG, GK *æquales ſint, & angulus* BGK *rectus, erit vterque angulorum* GKB, KBG *dimidius recti, ſuperficies autem coni inclinata eſt ad ſubiectum planum per angulum* KBG. *quare & per dimidium recti inclinata erit.*

F In πλεκτοειδεῖ igitur eſt ſuperficie LKI] *ſuperficierum πλεκτοειδῶν inferius mentionem facit. quæ autem ſint, & cur ita dicantur nuſquam me legiſſe memini, ſed vide ne legendum ſit. ἐν κυλινδροειδεῖ ἄρα ἐπιφανείᾳ ἡ* AKI, *hoc eſt in cylindrica igitur ſuperficie eſt* LKI. *ſuperius enim de cylindrica ſuperficie loquens eiſdem fere verbis vſus eſt.*

PROBLEMA VII. PROPOSITIO XXX.

A Quemadmodum in plano intelligitur facta linea ſpiralis, dum punctum fertur in recta linea, quæ circulum deſcribit, & præterea dum punctum fertur in vno latere ſuperficiem deſcribente, ita & in ſphæra conſequens eſt intelligere lineam ſpiralem deſcribi hoc modo.





Sit in ſphæra circulus maximus KLM
B circa polum H: atque a puncto H maximi circuli quarta pars deſcribatur HNK, & circumferentia HNK circa punctum H manens feratur in ſuperficie, vt ad partes LM, quo ad rurſus in eundem locum reſtituatur, a quo moueri cæpit. ſimul vero aliquod punctum in ipſa latum, videlicet ab H ad K conuertatur deſcribet vtique illud in ſuperficie lineam ſpiralem, qualis
C eſt ipſa HOIK. & quam proportionem habet maximi circuli circumferentia ex polo

H de-

H deſcripta ad circumferentiam KL, eandem habeat circumferentia LH ad ipſam HO. Dico ſi exponatur quarta pars maximi circuli in ſphæra deſcripti, cuius circumferentia ABC, & centrum D; iungatur CA; vt dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſuperficiem, quæ inter lineam ſpiralem HOIK, & circumferentiam HNK interijcitur, ita eſſe ABCD ſectorem ad circuli portionem ABC. ducatur enim recta linea circumferentiam contingens CEF, & circa centrum C per A deſcribatur circumferentia AEF. æqualis igitur eſt ABCD ſector ſectori AEFC: angulus enim ad punctum D duplus eſt anguli ACF, & quadratum, quod fit ex DA dimidium eſt eius, quod ex AC. Dico igitur, & vt E
iam dictæ ſuperficies inter ſe ſunt ita eſſe AEFC ſectorem ad portionem circuli ABC. F
& quæ pars eſt circũferentia KL totius circuli circumferentiæ, eadem pars ſit circumferentia FB ipſius FA. iungaturque BC. erit & circumferentia BC ipſius ABC eadem G
pars. quæ autem pars eſt KL totius circumferentiæ, eadem eſt & HO ipſius HOL. atque eſt æqualis HOL ipſi ABC. ergo HO ipſi BC eſt æqualis. Deſcribatur circa polum H circumferentia ON: & per B circa centrum C deſcribatur BG. Quoniam igi- H
tur vt ſuperficies ſphærica LKH ad ſuperficiem OHN, ita tota dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſuperficiem portionis ſphæræ, cuius ea, quæ ex polo eſt HO; vt autem dimi- K
diæ ſphæræ ſuperficies ad ſuperficiem portionis ſphæræ, ita eſt quadratum rectæ lineæ, quæ HL puncta coniungit ad quadratum eius, quæ coniungit HO: hoc eſt quadratum ex EC ad CD, quod fit ex CB quadratum: erit & vt ſector in ſuperficie ſphæræ LKH L
ad ſectorem OHN, ita ſector EFC ad ſectorem BGC. Similiter demonſtrabimus, & vt omnes in dimidia ſphæra ſectores æquales ſectori KLH. qui ſcilicet ſunt tota dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſectores circa lineam ſpiralem deſcriptos; reſpondenteſque ipſi NHO, ita eſſe omnes ſectores in AFC ipſi EFC æquales, hoc eſt totum AFC ſectorem ad ſectores deſcriptos circa portionem circuli ABC, qui ipſi BGC reſpondent. Eodem modo oſtendetur, & vt dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſectores inſcriptos lineæ ſpirali, ita eſſe ſectorem AFC ad ſectores portioni ABC inſcriptos. quare & vt dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſuperficiem, quæ inter lineam ſpiralem, & circumferentiam HNK interijcitur, ita erit ſector AFC, hoc eſt quarta pars circuli ABCD ad ABG portionem. Itaque concluditur ex hoc ſuperficiem, quæ inter lineam ſpiralem, & circumferentiam HNK interijcitur, portionis circuli ABC octuplam eſſe. quoniam & dimidiæ ſphæræ M
ſuperficies ſectoris ABCD eſt octupla. Superficies autem inter lineam ſpiralem, & baſim dimidiæ ſphæræ intericcta octupla eſt trianguli ACD. hoc eſt æqualis ei, quod a diametro ſphæræ fit, quadrato.

COMMENTARIVS.

Et præterea dum punctum fertur in vno latere, ſuperficiem deſcribente] *Hoc dictum eſt, propter lineam ſpiralem, quæ in ſuperficie conica, & cylindra deſcribitur. in quo enim tempore punctum latus coni, vel cylindri pertranſit, in eo & dictum latus fertur in ſuperficie coni vel cylindri, quoad rurſus in eundem locum, a quo moueri cæperat, reſtituatur.* A

Atque a puncto H maximi circuli quarta pars deſcribatur HNK] *Hoc eſt deſcribatur quarta pars circumferentiæ maximi circuli.* B

Et quam proportionem habet maximi circuli circumferentia ex polo H deſcripta ad circumferentiam KL, eandem habeat circũferentia LH ad ipſam HO] *Sit autem nunc circumferentia LH quadrupla circumferentiæ HO. quoniam poſita eſt tota maximi circuli circumferentia KLM circumferentiæ KL quadrupla.* C

Aequalis igitur eſt ABCD ſector ſectori AEFC: angulus enim ad punctum D duplus eſt anguli ACF, & quadratum, quod fit ex DA dimidium eſt eius, quod ex AC] *Quoniam enim circulus, cuius ſemidiameter AD dimidius eſt eius, cuius ſemidiameter AC. Sunt enim circuli inter ſeſe vt diametrorũ, vel ſemidiametrorum quadrata; erit quarta pars circuli, cuius ſemidiameter AD æqualis octauæ parti circuli, cuius ſemidiameter AC. Sed ABCD ſector eſt quarta pars circuli, cuius ſemidiameter AD, & ſector AEFC octaua pars eius, cuius ſemidiameter AC, etenim angulus ADC rectus eſt, & angulus ACF dimidius recti, cum ſit æqualis angulo CAD. quare ſequitur ſectorem ABCD ſectori AEFC æqualem eſſe.* D

Dico igitur, & vt iam dictæ ſuperficies inter ſe ſunt, ita eſſe AEFC ſectorem ad portionem circuli ABC] *Hoc eſt dico vt dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſuperficiem, quæ inter ſpiralem lineam HOIK, & circumferentiam HNK interijcitur, ita eſſe ABCD ſectorem hoc eſt ſectorem AEFC ipſi æqualem ad portionem circuli ABC.* E

Et quæ

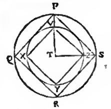
F Et quæ pars eſt circumferentia KL totius circuli circumferentiæ, eadem pars ſit circumferentia FE ipſius FA] *Sit autem circumferentia FE quarta pars ipſius FA circumferentiæ, quoniam & KL circumferentia eadem pars eſt circumferentiæ totius circuli.*

G Erit & circumferentia BC ipſius ABC eadem pars] *Quoniam enim eſt, ut circumferentia EF ad circumferentiam FA, ita angulus ECF ad FCA angulum: & vt angulus ECF ad FCA angulum, ita circumferentia BC ad circumferentiam CA: erit vt circumferentia EF ad circumferentiam FA, ita circumferentia BC ad CA circumferentiam. Sed circumferentia EF quarta part eſt circumferentiæ FA. ergo & circumferentia BC circumferentiæ CA eadem pars erit.*

H Quoniam igitur vt ſuperficies ſphærica LKH ad ſuperficiem OHN, ita tota dimidiæ ſphæræ, ſuperficies ad ſuperficiem portionis ſphæræ, cuius ea, quæ ex polo eſt HO] *Ex 15. quinti libri elementorum. eſt enim ſuperficies ſphærica LKH, hoc eſt ſector in ſuperficie ſphæræ LKH, quarta pars ſuperficiei dimidiæ ſphæræ, & ſector OHN portionis ſphæræ, cuius ea, quæ ex polo eſt recta linea HO, eadem pars. Græcus codex corruptus eſt, ut puto, qui ſic habet. ἡ ὅλη τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια ἧς ἡ ἐκ τοῦ πόλου ἐστὶν ἡ θο. Sed legendum erit ἡ ὅλη τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ τμήματος ἐπιφάνειαν ἧς ἡ ἐκ τοῦ πόλου ἐστὶν ἡ θο.*

K Vt autem dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſuperficiem portionis ſphæræ, ita eſt quadratum rectæ lineæ, quæ HL puncta coniungit ad quadratum eius, quæ coniungit HO, hoc eſt quadratum ex BC ad id quod fit ex CB quadratum] *Nam ſuperficies dimidiæ ſphæræ ex iis, quæ Archimedes demonſtrauit in primo libro de ſphæra, & cylindro propoſitione 31. dupla eſt circuli in ſphæra maximi, in quo quadratum deſcribitur, cuius latus eſt recta linea HL: & ſuperficies portionis ſphæræ cuius ea, quæ ex polo eſt recta linea HO, cum ſit æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt HO ex demonſtratis ab Archimede eodem in loco propoſitione 40. dupla eſt eius circuli, in quo quadratum deſcribitur, cuius latus eſt recta linea HO, ut mox demonſtrabitur. Quare vt ſuperficies dimidiæ ſphæræ, ad ſuperficiem portionis ſphæræ cuius ea, quæ ex polo eſt recta linea HO, ita eſt circulus in ſphæra maximus ad circulum, in quo*
1. duode. *quadratum deſcribitur, cuius latus eſt HO. Vt autem circulus ad circulum, ita eſt quadra-*
11. quinti. *tum ad quadratum. ergo Vt ſuperficies dimidiæ ſphæræ, ad ſuperficiem portionis ſphæræ cuius ea, quæ ex polo eſt HO, ita eſt quadratum rectæ lineæ HL ad quadratum rectæ HO.*

Sit circulus PQRS circa centrum T, cuius ſemidiameter ſit æqualis rectæ lineæ HO, & in eo quadratum PQRS. rurſus in quadrato PQRS deſcribatur alius circulus VXYZ, & in eo quadratum VXYZ. erit circulus PQRS circuli VXYZ
2. duode. *duplus, quoniam, & quadratum PQRS duplum eſt quadrati VXYZ, quod nos in commentariis in ſecundam propoſitionem duodecimi libri elementorum demonſtrauimus. Dico ſemidiametrum circuli PQRS æqualem eſſe lateri quadrati VXYZ, hoc eſt rectam lineam PT ipſi VX eſſe æqualem. quod quidem manifeſte patet. Quoniam enim quadratum ex PS æquale eſt duobus quadratis ex PT, TS, erit quadratum ex PS quadrati ex PT duplum. Sed eſt etiam duplum quadrati ex*



9. quinti. *VZ. ergo quadratũ ex PT æquale eſt quadrato ex VZ. & ob id recta linea PT rectæ VZ æqualis. Circulus autem PQRS eſt æqualis ſuperficiei portionis ſphæræ, cuius ea, quæ ex polo eſt recta linea HO. quare ſuperficies dictæ portionis dupla eſt eius circuli, in quo quadratum deſcribitur cuius latus eſt recta linea HO. quod oportebat demonſtrare. Græcus codex. πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ θον τὸ ἀπὸ τῆς εγ τετράγωνον. Sed corrigendum πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ θο, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς εγ τετράγωνον.*

L Erit & vt ſector in ſuperficie ſphæræ LKH ad ſectorem OHN, ita ſector EFC ad ſectorem BGC] *Sequitur ex iam dictis per 11. quinti elementorum, vt ſector in ſuperficie ſphæræ LKH ad ſectorem OHN, ita eſſe quadratum ex EC ad quadratum ex CB. Sed vt quadratum ex EC ad quadratum ex CB, ita eſt ſector EFC ad ſectorem BGC. quod nos ſupra demonſtrauimus. Vt igitur ſector in ſuperficie ſphæræ LKH ad ſectorem OHN, ita ſector EFC ad BGC ſectorem.*

M Quoniam, & dimidiæ ſphæræ ſuperficie ſectoris ABCD eſt octupla] *Eſt enim ſuperficies dimidiæ ſphæræ dupla maximi in ſphæra circuli, hoc eſt circuli eius, cuius quarta pars eſt ſector ABCD.*

N Hoc eſt æqualis ei, quod a diametro ſphæræ fit, quadrato] *Quadratum enim, quod fit a diametro ſphæræ duplum eſt quadrati, cuius latus eſt AC. triangulum autem ACD, huius*

ipſius

ipſius quadrati quarta pars eſt. ex quo ſequitur, quadratum diametri ſphæræ trianguli ACD *octuplum eſſe.*

Antiqui Geometræ datum angulum rectilineum tripartito ſecare volentes ob hanc cauſſam hæſitarunt. Problematum, quæ in Geometria conſiderantur, tria eſſe genera dicimus, & eorum alia quidem plana, alia ſolida, alia vero linearia appellari. Quæ igitur per rectas lineas, & circuli circumferentiam ſolui poſſunt, merito dicuntur plana; lineæ enim per quas talia problemata inueniuntur, in plano ortum habent. Quæcumque vero ſoluuntur, aſſumpta in conſtructionem aliqua coni ſectione, vel etiam pluribus, ſolida appellata ſunt, quoniam ad conſtructionem ſolidarum figurarum ſuperficiebus videlicet conicis vti neceſſarium eſt. Relinquitur tertium genus problematum, quod lineare appellatur; lineæ enim aliæ præter iam dictas in conſtructionem aſſumuntur, quę varium, & difficilem ortum habent, ex inordinatis ſuperficiebus, & motibus implicatis factæ. Eiuſmodi vero ſunt etiam lineæ, quæ in locis ad ſuperficiem dictis inueniuntur, & aliæ quædam magis variæ, & multæ a Demetrio Alexandrino ἐν ταῖς γραμμικαῖς ἐπιστάσεσι hoc eſt in linearibus aggreſſionibus, & a Philone Tyaneo ex implicatione πλεκτοειδῶν, & aliarum varij generis ſuperficierum inuentæ, quæ multa, & admirabilia ſymptomata continent. & nonnullæ ipſarum iunioribus dignæ exiſtimatæ ſunt, de quibus longus ſermo haberetur. Vna autem aliqua ex ipſis eſt, quæ & admirabilis a Menelao appellatur.

Ex hoc genere ſunt lineæ helices, & quadrantes, & conchoides, & ciſſoides. videtur autem quodammodo peccatum non paruum eſſe apud Geometras, cum problema planum per conica, vel linearia ab aliquo inuenitur. & vt ſummatim dicam, cum ex improprio ſoluitur genere, quale eſt in quinto libro conicorum Apollonij problema in parabola: & in libro de lineis ſpiralibus Archimedis: aſſumpta ſolida inclinatio in circulo. fieri enim poteſt, vt nullo vtentes ſolido problema ab ipſo deſcriptum inueniamus. Dico autem circumferentiam circuli in prima circulatione deſcriptam demonſtrare æqualem rectæ lineæ, quæ a principio lineæ ſpiralis ad rectos angulos ducitur ei, quæ eſt circulationis principium, & a recta linea ſpiralem contingente terminantur: Itaque cum huiuſmodi ſit problematum differentia, antiqui Geometræ problema iam dictum in angulo, quod natura ſolidum eſt, per plana inquirentes inuenire non potuerunt. nondum enim ipſis cognitæ erant coni ſectiones, & ob eam cauſſam hæſitarunt. Poſtea vero angulum tripartito diuiſerunt ex conicis, ad inuentionem infraſcripta inclinatione vtentes.

A Problematum genera tria. B Problemata plana. Problemata ſolida. Problemata linearia. Lineę in locis ad ſuperficiē dictis. Plectoides ſuperficies. Lineę helices, quadrantes, conchoides, & ciſſoides. C D στροφ- ίνους.

C O M M E N T A R I V S.

Problematum, quæ in Geometria conſiderantur, tria eſſe genera dicimus] *De his eadem ferè in tertio libro conſcripta ſunt.* A

Quæcumque vero ſoluuntur, aſſumpta in conſtructionem aliqua coni ſectione] B *Græcus codex* ὅσα δι' λύεται προβλήματα παραλαμβανομένης εἰς τὴν γένεσιν μιᾶς τῶν τοῦ κώνου τομῶν. *Nos corrigendum diximus* εἰς τὴν κατασκευήν.

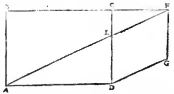
Fieri enim poteſt, vt nullo vtentes ſolido problema ab ipſo deſcriptum inueniamus] C *Vitellio enim in primo libro perſpectiuæ propoſitione 128. problema illud per rectas lineas, & circuli circumferentiam abſoluit.*

Dico autem circumferentiam circuli in prima circulatione deſcriptam, &c] *Græcus* D *codex* λέγω δὴ &c. τῇ πρὸς ὀρθὰς ἀγομένῃ εὐθείᾳ τῆς γενέσεως τῆς τε ἐκ ἐφαπτομένης τῆς ἕλικος. *Nos ex ipſo Archymede hunc locum reſtituimus. quam vero Archimedes* τὰν ἀρχὰν τᾶς περιφορᾶς, *Pappus* τὸ ἐκ τῆς γενέσεως *videtur appellare; tum hic, tum inferius propoſitione 35 Sed fortaſſe ſic legendum erit.* τῇ ἐκ τῆς γενέσεως καὶ περατουμένῃ ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης τῆς ἕλικος.

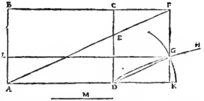
PROBLEMA VII. PROPOSITIO XXXI.

Dato parallelogrammo rectangulo ABCD, & producta BC, opus ſit ducere rectam lineam AE, & facere EF datæ rectæ lineæ æqualem. A

Factum



B Factum iam ſit, & ipſis EF, ED parallelæ ducantur DG, GF. Quoniam igitur data eſt EF, & eſt æqualis ipſi DG, erit etiam DG data: & datum eſt C punctum D. ergo G eſt ad circumferentiam circuli poſitione datam. Et D quoniam rectangulum BCD datum eſt. atque eſt æquale rectangulo contento EF, DB; datum erit, & quod BF, DB continetur, hoc eſt rectangulum BFG. E punctum igitur G eſt ad hyperbolen, ſed etiam ad circuli circumferentiam poſitione datam. ergo & ipſum G datum erit.



Componetur autem problema hoc modo. Sit datum parallelogrammũ ABCD: & recta linea M magnitudine data. fit autem ipſi æqualis DK, & per D quidẽ circa aſymptotos ABC hyperbole deſcribatur DGH; hoc enim deinceps oſtendemus: per K vero circa centrum D deſcribatur circuli circumferentia KG, ſecans hyperbolen in puncto G: & ducta OF ipſi DC parallela, iungatur FA. Dico BF rectę lineæ M æqualem eſſe. Iungatur enim GD, & ipſi KA parallela ducatur F GL. rectangulum igitur FGL, hoc eſt BFG ęquale eſt rectangulo CDA, hoc eſt FCD. G quare vt FB ad BC, videlicet vt CD ad DF, ita DC ad FG. ergo BD eſt ęqualis FG, & ideo 14. ſexti. 9. quinti. parallelogrãmum eſt DEFG, eſt igitur BF ipſi DG, hoc eſt DK, hoc eſt ipſi M æqualis.

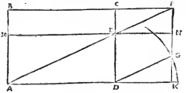
COMMENTARIVS.

A Et producta BC opus ſit ducere rectam lineam AB, & facere BF datę rectę linęę æqualem] *Hoc eſt producta BC opus ſit ducere rectam lineam AEF, quæ cum BC conueniat in puncto F, ita vt EF ſit datæ rectæ lineæ æqualis.*

B Et ipſis BF, BD parallelę ducantur DG, GF] *Græcus codex* καὶ ταῖς ε ξ, ξ δ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ δ η, η θ. *Sed legendum* καὶ ταῖς ε ζ, ε δ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ δ η, η ζ.

C Ergo G eſt ad circumferentiam circuli poſitione datam] *Nam ſi centro D, & interuallo DK circuli circumferentia deſcribatur, erit ea poſitione data: & per punctum G tranſibit.*

D Et quoniam rectangulum BCD datum eſt, atque eſt æquale rectangulo contento BF DB; datum erit, & quod EF, DE continetur, hoc eſt rectangulum BFG] *Ducatur per E recta linea MEN ipſi BCF parallela, erit ex 43. primi libri elementorum rectangulum ECB æquale rectangulo DEN, hoc* 1. ſecundi. *eſt ei, quod DB, CF continetur. Cum igitur rectangulo contento EI, DF æqualia ſint duo rectangula, videlicet rectangulum BC, DE contentum, hoc eſt ADE; & contentum CF, DB hoc eſt ECB ipſi æquale: erit totum rectangulum BCD æquale ei, quod EF, DE, hoc eſt quod BF, FG continetur. Græcus codex.* καὶ ἔστιν ἴσον τὸ ὑπὸ β ε, ζ δ. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ β ε ζ δ, τουτέστι τὸ ὑπὸ β θ η. *Sed ita legendum arbitror.* καὶ ἔστιν ἴσον τῷ ὑπὸ β ζ ε δ δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ β ζ ε δ τουτέστι τὸ ὑπὸ β ζ η.



E Punctum igitur G eſt ad hyperbolen] *Ex conuerſa 12. ſecundi libri conicorum Apollonij. ſequitur enim vt punctum G ſit ad hyperbolem eandem, in qua eſt punctum D. Græcus codex* τὸ η ἄρα πρὸς ὑπερβολὴν *ego legerem* πρὸς ὑπερβολῇ. *Vt alibi ſæpius.*

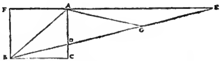
F Rectangulum igitur FGL, hoc eſt BFG ęquale eſt rectangulo CDA, hoc eſt BCD] *Ex 12. ſecundi libri conicorum Apollonij.*

G Quare vt FB ad BC, videlicet vt CD ad DB, ita DC ad FG] *Eſt enim vt FC ad CE, ita FE*

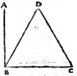
ita FB *ad* EA: *componendoque vt* FB *ad* BC, *ita* FA *ad* AB: *& ob ſimilitudinem triangulorum* CEF, AED, *vt* FE *ad* EA, *ita* CE *ad* ED. *& rurſus componendo vt* FA *ad* AB, *ita* CD *ad* DE. *Vt igitur* FB *ad* BC, *ita erit* CD *ad* DE. 2. ſexti. 11. quinti

PROBLEMA VIII PROPOSITIO XXXII.

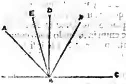
Hoc autem demonſtrato. datus angulus rectilineus tripartito ſecabitur in hunc modum.



Sit enim primum angulus acutus ABC, & ab aliquo puncto ducatur perpendicularis AC: completoq; parallelogrammo CF producatur FA vſque ad E. Cum igitur parallelogrammũ rectangulum ſit, ponatur inter FAC recta linea FD tendens in B, quæ duplæ ipſius AB ſit æqualis. hoc enim fieri poſſe iam demonſtratũ eſt. Itaque dati anguli ABC, dico tertiam partem eſſe EBC. ſecetur ED bifariam in puncto G, & AG iungatur. Tres igitur rectæ lineæ DG, GA, GE æquales ſunt: & DE dupla ipſius AG. Sed & ipſius AB eſt dupla. ergo BA eſt æqualis AG, & ABD angulus angulo AGD æqualis. angulus autem AGD eſt duplus anguli AED, hoc eſt ipſius DBC. Quod ſi angulum ABD bifariam ſecemus, erit angulus ABC tripartito ſectus.



Si vero datus angulus ſit rectus, aſſumemus quandam rectam lineam BC atque ab ipſa triangulum æquilaterum BDC deſcribemus. & angulum, quem ipſa DC ſubtendit, bifariam ſecantes, habebimus angulum ABC tripartito ſectum. At ſi angulus obtuſus ſit, ipſi BC ad rectos angulos ducatur BD: & anguli quidem DBC aſſumatur tertia pars DBF; anguli vero ABD itidem tertia pars aſſumatur EBD. hæc enim a nobis antedemonſtrata ſunt. ergo totius anguli ABC tertia pars erit EF. & ipſi EBF æqualem conſtituentes ad vtramque ipſarum AB, BC, datum angulum tripartito ſecuerimus.

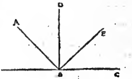


COMMENTARIVS.

Hoc enim fieri poſſe iam demonſtratum eſt] *In antecedente.*

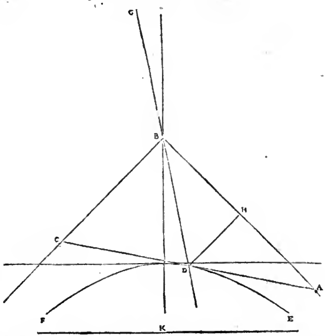
Tres igitur rectæ lineæ DG, GA, GE æquales ſunt] *Nam ſi centro* G *& interuallo* GE *circulus deſcribatur, tranſibit per puncta* AD *angulus enim* EAD *eſt rectus. ergo* DG, GE, GA *inter ſe æquales ſint, neceſſe eſt.*

Atque ab ipſa triangulum æquilaterum BDC deſcribemus] *Trianguli enim æquilateri angulus videlicet* DBC *duas recti tertias continet. ergo angulus* ABD *ipſius* ABC *tertia pars eſt.*



PROBLEMA IX. PROPOSITIO XXXIII.

Problema autem poſitum nunc reſoluemus.



Duabus rectis lineis A B, B C poſitione datis, & dato puncto D, per D circa aſymptotos A B, B C hyperbolen deſcribere. Factum iam ſit, ſitque hyperpole deſcripta E D F:
A & a puncto D ducatur A D C hyperbolem contingens, & diameter G B H. rectæ vero
B lineæ B C parallela ducatur D H. erunt igitur G D, D H poſitione datæ, & datũ punctũ H.
C Et quoniam hyperboles aſymptoti ſunt A B, B C, & contingens A C erit A D æqualis D B,
& quadratum, quod fit ab vtraque ipſarum æquale quartæ parti figuræ, quæ eſt ad G D.
D hæc enim in ſecundo libro conicorum demonſtrata ſunt. præterea quoniam C D eſt æ-
2. ſexti. qualis D A, erit & B H ipſi H A æqualis. & data eſt B H data igitur & H A: & datum pun-
E F ctum H. quare & A eſt datum, dataque poſitione A D C, & A C magnitudine ergo
G quadratum, quod fit ex A C eſt datum. & æquale eſt figuræ ad G D conſtitutæ. data
H K igitur erit, & dicta figura: & data C D, etenim dupla eſt ipſius B D magnitudine datæ,
cum datum ſit vtrumque punctorum B D. ergo rectum figuræ latus eſt datum. Itaque
L factum problema tale. Duabus rectis lineis poſitione, & magnitudine datis, videlicet
G D & recto latere, circa diametrum G D deſcribere hyperbolen, cuius ea, iuxta quam
M poſſunt, ſit recta linea K: & ductæ ordinatim ad G D parallelæ ſint rectæ lineæ A C
poſitione datæ. hoc autem reſolutum eſt in primo libro conicorum. Componetur au-
N tem hoc modo. Sint rectæ lineę A B, B C poſitione datæ, datumque punctum D: & ipſi
quidem B C parallela ducatur D H, ipſi vero B H æqualis ſit H A: iuncta A D in C producatur. iuncta deinde B D producatur: & ipſi B D ponatur æqualis B G. quadrato autem ex A C æquale ſit id, quod G D, & altera quadam recta linea K continetur: circa eaque diametrum G D, & rectum figuræ latus K deſcribatur hyperbole E D F, ita vt ductæ ad diametrum G D ipſi A C ſint parallelæ. ergo A C ſectionem contingit; atq;
9. ſecundi conic. Apol. 33. eſt A D æqualis D C, quoniam & B H ipſi H A. Conſtat præterea quadratum, quod fit ab vtraque ipſarum A D, D C quartam partem eſſe figuræ, quæ ad G D conſtituitur. rectæ igitur lineæ A B, B C hyperboles E D F aſymptoti ſunt. ergo per D circa datas rectas lineas, veluti circa aſymptotos hyperbole deſcripta erit.

COM-

COMMENTARIVS.

Et a puncto D ducatur ADC hyperbolen contingens] *Rectius, vt opinor, diceretur, & per punctum D ducatur ADC, &c.* A

Erunt igitur GD, DH poſitione datæ] *Ex 26. & 28. libri datorum Euclidis.* B

Et datum punctum H] *Ex 25. Datorum eiuſdem.* C

Hæc enim in ſecundo libro conicorum demonſtrata ſunt] *In poſitione tertia.* D

Et data eſt BH] *ex 26. Datorum.* E

Data igitur & HA] *Ex 2. Datorum.* F

Quare & A eſt datum] *Ex 27. Datorum.* G

Ergo quadratum, quod fit ex AC eſt datum] *Græcus codex* ὥστε καὶ τὸ δ γ δοθὲν ἔσται. *ego legerem* ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ α γ δοθὲν ἔσται.] H

Et æquale eſt figuræ ad OD conſtitutæ] *Eſt enim quadratum ex AD quarta pars quadrati ex AC, & itidem quarta pars figuræ, quæ ad GD conſtituitur. quadratum igitur ex AC figuræ ad GD conſtitutæ æquale erit.* K

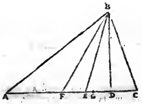
Ergo rectum figuræ latus eſt datum] *Ex 57. Datorum.* L

Cuius ea, iuxta quam poſſunt, ſit recta linea K] *Græcus codex,* ἧς παρ' ἣν δύνανται ἔστω ἡ λοιπὴ εὐθεῖα *ego legendum puto* ἡ κ εὐθεῖα. M

Hoc autem reſolutum eſt in primo libro conicorum] *videlicet in propoſitione 53.* O

PROBLEMA X. PROPOSITIO XXXIV.

Et aliter datæ circumferentiæ tertia pars abſcinditur ſine inclinatione A
per ſolidum locum huiuſmodi.



Sit recta linea poſitione data, quæ per AC ducitur: & a datis in ea punctis AC inflectatur ABC, quæ faciat angulum ACB duplum anguli CAB. Dico punctum B eſſe ad hyperbolen. Ducatur perpendicularis BD, & ipſi CD æqualis abſcindatur DE. ergo iuncta BE equalis erit BA, ponatur etiam ipſi DE æqualis EF. quare FC tripla eſt CD. ſit & AC ipſius CG tripla. datum igitur erit punctum G; & reliqua AF tripla ipſius GD. & quoniam quadratorum ex BE EF exceſſus eſt quadratum ex BD; eſt autem & rectangulum DAF eorundem exceſſus; rectangulum DAF, hoc eſt quod ter ADG continetur, quadrato ex BD æquale erit. ergo punctum B eſt ad hyperbolen, cuius tranſuerſum quidem latus figuræ ad axem conſtitutæ eſt AG, rectum vero ipſius AG tripla. Et manifeſtum eſt punctum C abſcindere ad verticem ſectionis rectam lineam CG, quæ eſt dimidia tranſuerſi lateris figuræ, videlicet ipſius AG. B C D E F G H K L M N

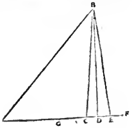
Compoſitio autem manifeſta eſt; oportebit enim rectam lineam AC ita ſecare, vt AG ſit dupla ipſius OC: & circa axem AG per O hyperbolen deſcribere, cuius rectum figuræ latus ſit ipſius AG tripla. & oſtenditur eam facere duplam angulorum proportionem, quam diximus. perſpicue etiam conſtat hyperbolen ita deſcriptam datæ circuli circumferentiæ tertiam partem abſcindere, ſi modo puncta AC termini circumferentiæ ponantur. O

COMMENTARIVS.

Et aliter datæ circumferentiæ tertia pars abſcinditur ſine inclinatione per ſolidum locum huiuſmodi] *Solidos locos appellare conſueuerunt Geometræ, quando lineæ per quas problema reſoluitur, à ſolidorum ſectione ortum habent, quales ſunt coni ſectiones, & aliæ nonnullæ. Vtitur autem hoc loco hyperbole. neque enim ab vno duntaxat puncto, ſed à* A

pluribus problemata efficitur, quod inferius perſpicue apparet. Græcus codex χωρίοις νεύσεως *ſed legendum* χωρὶς τῆς νεύσεως.

B Sit recta linea poſitione data, quæ per A C ducitur] *Hic incipit reſolutio problematis. in quo primum quæri videtur, datum angulum tripartito ſecare, quamquam ex eo, & data circuli circumferentia tripartito ſecari poſſit.*



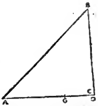
C Inflectatur A B C, quæ faciat angulum A C B duplum anguli C A B] *Græcus codex* κεκλάσθω ἡ α β γ διπλασίαν ποιοῦσα τὴν ὑπὸ α β γ γωνίαν τῆς ὑπὸ γ α β *legendum autem* κεκλάσθω ἡ α β γ διπλασίαν ποιοῦσα τὴν ὑπὸ α γ β γωνίαν τὴν ὑπὸ γ α β.

D Ducatur perpendicularis B D, & ipſi C D æqualis abſcindatur D E] *cum perpendicularis* B D *cadit inter* A *&* C, *vt in prima figura, abſcinditur* D E *ex parte* A; *cum vero cadit extra* C, *vt in ſecuda figura, abſcinditur ex altera parte: & ita intelligendum de linea* B F. *quòd ſi cadat in ipſum* C, *neque puncto* E, *neque puncto* F *ad demonſtrationem opus erit.*

E Ergo iuncta B E æqualis erit E A] *Quoniam enim* E D *eſt æqualis* D C, *&* B D *vtrique communis, angulique ad* D *recti; erit & baſis* B E *baſi* B C *æqualis,*

43. primi. *& angulus* B E C *æqualis angulo* B C E. *quare* B E C *eſt duplus anguli* B A E, *& eſt æqualis vtriſque* B A E A B E. *ergo & ipſi inter ſe ſunt æquales, & æqualia,*

6. primi. *quæ ipſis ſubtenduntur latera* E B, E A, *& ita quidem argumentabimur, cum perpendicularis* B D *cadit inter* A *&* C.



Cum autem extra cadit, vt in ſecunda figura, hoc modo. quare reliquus ex duobus rectis B E F *æqualis eſt angulo* B C A *& idcirco duplus anguli* B A E, *& alia, quæ ſequuntur. Sed cum perpendicularis cadit in* C, *ſequitur* A C, C B *inter ſe æquales eſſe. Cum enim angulus* A C B *duplus ſit anguli* B A C, *erit reliquus* A B C *ipſi* B A C *neceſſario æqualis.*

F Datum igitur erit punctum G] *Data enim erit magnitudine* C G *ex 2. datorum, & poſitione, data ſiquidem, & tota* A C. *Quod, cum datum ſit punctum* C, *etiam ipſum* G *dabitur ex 27. eiuſdem.*

G Et reliqua A F tripla ipſius G D] *Ex 19. quinti elementorum. At in ſecunda figura ſi quitur, hoc ex 12. eiuſdem. quoniam enim* A C *eſt tripla* C G, *&* F C *tripla* C D, *erunt omnes antecedentes* A C, C F *hoc eſt* A F *omnium conſequentium* G C, C D, *hoc eſt* G D *triplæ.*

H Et quoniam quadratorum ex B E, E F exceſſus eſt quadratum ex B D] *Facta eſt enim* F E *æqualis* B D; *quadratorum vero ex* B E, E F *exceſſus eſt quadratum ex* B D, *quod quadrata ex* B D, D E *quadrato ex* B E *ſint æqualia ex 47. primi libri elementorum. Græcus codex* καὶ ἔτι τὸ ἀπὸ β ε, ε ζ ὑπεροχὴ ἐστι. *Sed legendum puto,* καὶ ἔτι τῶν ἀπὸ β ε, ε ζ ὑπεροχὴ ἐστι τὸ ἀπὸ β δ.

K Eſt autem, & rectangulũ D A F eorundem exceſſus] *Nam cum recta linea* D F *bifariam ſecetur, in puncto* E, *atq; ei adjciatur* F A *erit rectangulũ* D A F *vna cũ quadrato ex* F E *æquale*

1. ſexti. *ei, quod fit ex* C A *quadrato, ex 6. ſecundi libri elementorum. ergo rectangulum* D A F *eſt exceſſus quo quadratum ex* A E, *hoc eſt quadratum ex* B E *ſuperat quadratum ex* E F. *Quare colligitur rectangulum* D A F *quadrato ex* B D *æquale eſſe. In ſecunda verò figura ita dicemus. Quoniam recta linea* F D *bifariam ſecatur in* E, *atque ei adjcitur* D A, *rectangulum* F A D *vna cum quadrato ex* D E *æquale eſt quadrato ex* E A, *& reliqua, quæ ſequuntur.*

L Rectangulum D A F, hoc eſt, quod ter A D G continetur, quadrato ex B D, æquale erit] *Quoniam* A F *tripla eſt ipſius* G D, *ſumpta communi altitudine* A D, *erit rectangulum* D A F *rectanguli* A D G *triplum. ergo quod ter continetur* A D G *rectangulo* D A F *æquale erit.*

M Ergo punctum B eſt ad hyperbolen cuius, &c. *Cum enim rectangulum* D A F, *hoc eſt quadratum ex* B D *triplum ſit rectanguli* A D G, *habebit quadratum ex* B D *ad rectangulum* A D G *proportionem eandem, quam figuræ rectum latus ad tranſuerſum. quare ex conuerſa 21. primi libri conicorum punctum* B *in hyperbola erit. At ſi perpendicularis cadit in* C, *vt in tertia figura, ita argumentabimur. Quoniam* A C *tripla eſt ipſius* C G, *habebit quadratum ex*

1. ſexti. A C, *hoc eſt quadratum ex* B C *ad rectangulum* A C G *triplam proportionem, nempe eam, quam*

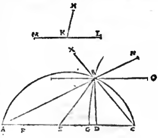
rectum

rectum figuræ latus habet ad tranſuerſum, ac propterea punctum B *in hyperbola ſit neceſſe eſt.*

Et manifeſtum eſt punctum C abſcindere ad verticem ſectionis rectam lineam CG, quæ eſt dimidia tranſuerſi lateris figuræ] *Facta eſt enim* AC *ipſius* CG *tripla. ergo* CG, *qua inter punctum* C *& verticem ſectionis interijcit tranſuerſi lateris figuræ dimidia erit.* N

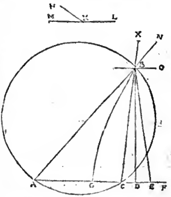
Compoſitio autẽ manifeſta eſt] *Sit recta linea* AC *poſitione, & magnitudine data, qua ita ſecetur in puncto* G, *vt* AG *ſit dupla ipſius* GC, *datus autem angulus recti ineus, quem tripartito ſecare oporteat, ſit* HKL: *& producta* LK *ad* M, *erit angulus* HKM *reliquus ex duobus rectis etiam datus. Itaque in data recta linea* AC *deſcribatur portio circuli capiens angulum dato angulo* HKM *æqualem: & circa axem* AG *per* G *deſcribatur hyperbole, cuius tranſuerſum quidem figuræ latus ſit* AG, *rectum vero ipſius* AG *triplum, & ſecet circuli circumferentiam in* B *deinde a puncto* B *ad* AC *perpendicularis ducatur; quæ vel cadet intra punctum* C, *vel extra, vel in ipſum* C. *cadat primum intra, vel extra, & ſit* BD. *& ipſius* DG *tripla ſit* AF, *&* FD *bifariam in puncto* E *ſecetur: iunganturque* AB, BE, EC *quadratum igitur ex* BD *ad rectangulum* GDA *eandem proportionem habet quam figuræ rectum latus ad tranſuerſum, ex 21. 1. lib. conicorum, & ideo quadratum ex* BD *triplum eſt rectanguli* GDA, *rectangulum autem* DAF *eſt eiuſdem triplum, quod* AF *tripla ſit ipſius* GD. *ergo rectangulum* DAF *quadrato ex* BD *æquale erit. Sed quadratum ex* BD *eſt exceſſus, quo quadratum ex* BC *ſuperat quadratum ex* ED *rectangulum autem* DAF *eſt exceſſus, quo quadratum ex* AE *ſuperat quadratum ex* EF, *hoc eſt quadratum ex* ED. *Eſt enim rectangulũ* DAF *vna cũ quadrato ex* EF *æquale quadrato ex* AE. *quare ſequitur, vt quadratũ ex* AE *quadrato ex* EB *ſit æquale ergo recta linea* AE *eſt æqualis* EB, *& angulus* ABE *angulo* BAE. *Cũ igitur* AE *ſit tripla ipſius* GC, *&* AF *tripla* GD *erit reliqua* FC *ipſius* CD *tripla. & ob id* FD *dupla* DC. *Sed eſt etiã dupla ipſius* ED. *ergo* ED, DC *æquales ſunt. ac propterea æquales inter ſe* EB, BC: *angulus* BCE *angulo* BEC *æqualis. Sed in prima figura angulus* BEC, *in ſecunda autem angulus* BEF *duplus eſt anguli* BAC. *angulus igitur* BCA *anguli* CAB *eſt duplus: ideoque circumferentia* AB *circumferentiæ* BC *dupla erit. Quod ſi perpendicularis cadat in punctum* C, *oſtendetur ſimiliter quadratum ex* BD *triplum rectanguli* GDA, *& cum* AC *ſit tripla* CG, *erit & quadratum ex* AC *rectanguli* GCA *triplum, quadratum igitur ex* AC *æquale eſt quadrato ex* CB: *& recta linea* AC *rectæ* CB, *anguluſque* ABC *angulo* BAC *æqualis. ergo angulus* BCA *rectus anguli* BAC *eſt duplus: & circumferentia* AB *dupla circumferentiæ* BC.

O



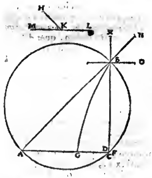
4. dator.

3. tertij element.



8. ſexti.

6. ſecundi lib.



5. primi.

vl. ſexti.

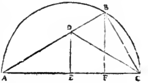
Itaque producantur AB, CB *in puncta* NX, *& per* B *ducatur* BO *ipſi* AC *parallela. Dico angulum* NBO *anguli* HKL *dati tertiam partem eſſe. Quoniam enim circuli portio* ABC *capit angulum æqualem dato angulo* HKM, *erit* ABC *angulus, hoc eſt* XBN *angulo* HKM *æqualis, ergo reliquus ex duobus rectis* NBC *eſt æqualis ipſi* HKL, *angulus autem* BCA, *hoc eſt* CBO *duplus eſt anguli* CAB, *videlicet ipſius* NBO,

vt de-

Vt demonſtratum fuit. angulus igitur NBO *tertia pars eſt anguli* NBC; *hoc eſt* HKL. *At ſi angulum* OBC *bifariam ſecuerimus, erit datus angulus* HKL *tripartito ſectus.*

ALITER.

Expoſuerunt nonnulli reſolutionem eius problematis, in quo quæritur angulum, vel circumferentiam tripartito ſecare ſine inclinatione. Sit autem proportio in circumferentia, nihil enim differt ſiue angulum, ſiue circumferentiam ſecemus.



Factum iam ſit, & circumferentiæ ABC tertia pars BC abſcindatur: & iungantur AB, BC, CA. angulus igitur ACB duplus eſt anguli BAC. ſecetur angulus ACB bifariam per rectam lineam CD: &
A perpendiculares DE, BF ducantur. ergo AD æqualis eſt DC; & propterea AB ipſi BC eſt æqualis.
B C datum igitur eſt punctum B. Itaque quoniam eſt vt AC ad CB, ita AD ad DB, videlicet AB ad BF; & permutando vt CA ad AE, ita erit BC ad BF: dupla autem eſt CA ipſius AE. ergo & BC ipſius BF eſt dupla: & ideo quadratum ex
D BC, hoc eſt quadrata ex BF, FC quadrupla ſunt quadrati ex BF. Cum igitur duo puncta BC ſint data; & ſit BF perpendicularis, ſitque proportio quadrati ex EF ad quadrata ex BF, FC; erit punctum B ad hyperbolen. Sed & ad circuli circumferentiam.
E ergo punctum B eſt datum. & compoſitio manifeſta eſt.

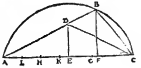
COMMENTARIVS.

A Ergo AD æqualis eſt DC, & propterea AB ipſi BC eſt æqualis] *Quoniam enim angulus* ACB, *qui eſt duplus anguli* CAB, *bifariam ſectus eſt recta linea* CD, *erit angulus* DAB *æqualis angulo* DCB, *anguli vero ad* E *vtrique recti ſunt. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum* ADE *triangulo* BDC *æquiangulum. Vt igitur* BD *ad* DA, *ita* ED *ad* DC. *quare* AD, DC *inter ſe æquales ſunt. & eodem modo* AB, BC *æquales oſtendentur.* (4. ſexti. 9. quinti.)

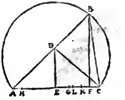
B Datum igitur eſt punctum B] *Ex 7. & 27. Datorum.*

C Itaque quoniam eſt vt AC ad CB, ita AD ad DB] *Ex 3. ſexti elementorum.*

D Cum igitur duo puncta BC ſint data, & ſit BF perpendicularis, ſitque proportio quadrati ex EF ad quadrata ex BF, FC; erit punctum B ad hyperbolen] *Demonſtratur hoc a Pappo ad finem ſeptimi libri propoſitione 237. Sed tamen nos id, quod propoſitum eſt,*
E *etiam aliter reſoluemus, componemuſque in hunc modum.*

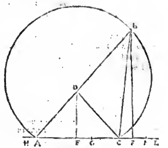


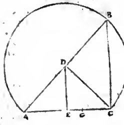
Conſtruantur eadem, quæ dicta ſunt, & ductis perpendicularibus DE, BF, ponatur ipſi quidem FE æqualis EH, ipſi vero CF æquales ſint FK, KL: & ſit AG dupla GC. Eodem quo ſupra, modo oſtendetur AL tripla GF, atque erit AH æqualis CF, & AL æqualis HK. Cum enim AE ſit æqualis EC, & HE ipſi EF, relinquetur AH æqualis FC, hoc eſt ipſi KL. quare in prima, & ſecunda figura, communi HL ablata, vel addita in tertia vero addita communi AK, erit AL ipſi HK æqualis. Itaque quoniam, vt ante demonſtratum eſt, quadrata ex BF, FC ſunt quadrupla quadrati ex FE, quadratum autem ex FH eſt eiuſdem quadruplum, quod FE ſit æqualis EH, erit quadratum ex FH æquale quadratis ex BF, FC. Sed in prima, & ſecunda figura quadrato ex FH æqualia ſunt quadrata ex FK, KH. vna cum duplo rectangulo FKH, hoc eſt vna cum rectangulo FLA: eſt enim LF dupla ipſius FK, & LA æqualis KH. quadrato autem ex KH, hoc eſt quadrato ex



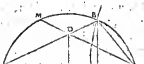
BA vna

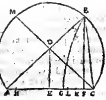
L A vna cũ rectãgulo F L A eſt æquale rectangulũ F A L. In tertia vero figura quadrato ex F H, hoc eſt quadrato ex L K æquale eſt rectãgulum L A F vna cũ quadrato ex F K, quippe cũ recta linea L F bifariam ſecetur in K, atq; ei addatur F A. ergo rectangulũ F A L vna cũ quadrato ex F K æquale eſt quadratis ex B F, F C. quorum quadratum ex F K eſt æquale quadrato ex F C. relinquitur igitur, vt rectangulum F A L quadrato ex B F ſit æquale. At rectangulum F A L æquale eſt ei, quod ter A F, F G continetur. quare ex iam demonſtratis conſtat punctum B eſſe in hyperbola: cuius tranſuerſum latus eſt A G, rectum vero ipſius A G tripla. Quod ſi a puncto B perpendicularis ducta cadat in C, vt in quarta figura, quoniã angulus A C B rectus duplus eſt anguli B A C: erit & A B C angulus angulo B A C, & recta linea B C ipſi C A æqualis. quadratum igitur B C æquale eſt quadrato ex C A. Sed quadratum ex C A triplum eſt eius, quod A C, C G continetur: eſt enim A C ipſius C G tripla. ergo vt quadrato ex B C triplum eſt rectanguli A C G. ac propterea punctum B ſimiliter eſt in hyperbola, cuius tranſuerſum latus A G, & rectum ipſius A G tripla. 3. ſecun. 6. ſecun.





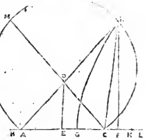
Et compoſitio manifeſta eſt] *Sit enim circumferentia* A B C *quam tripartito ſecare debemus. Itaque primo oportet rectam lineam* A C *ita ſecare, vt* A G *dupla ſit ipſius* G C. *Deinde circa axem* A G *per* G *deſcribere hyperbolen, cuius tranſuerſum latus ſit* A G *rectum vero ipſius* A G *tripla. Secet autem circuli circumferentiam in* B: *&* *a puncto* B *ducta perpendicularis* B F, *ſit ipſius* F G *tripla* A L, *&* F L *bifariam in* K *ſecetur. Rurſus* A C *ſecetur bifariam in* E, *ipſique* F E *ſit æqualis* E H, *& iunctis* A B, B C, *a puncto* E *attollatur perpendicularis, quæ rectam lineam* A B *ſecet in* D. *Et quoniam* A C *eſt tripla* C G, *&* A L *item tripla* G F, *ſequitur* L C *triplam eſſe* C F, *ideoq;* L F *duplam* F C, *&* L K, K F, F C *inter ſe æquales eſſe. quare ſimiliter atq; in ſuperioribus oſtendetur,* A H *æqualis* F C, *&* A L *ipſi* H K. *Quadratum igitur ex* B F *æquale eſt ei, quod ter* A F, F G *continetur, videlicet rectangulo* F A L. *rectangulum autem* F A L *in prima, & ſecunda figura æquale eſt rectangulo* F L A *vna cum quadrato ex* L A: *quod quidem eſt æquale duplo rectanguli* F K H. *vna cum quadrato ex* K H. *ergo quadratum ex* B F *eſt æquale duplo rectanguli* F K H, *& ei, quod ex* K H *quadrato. quare addito vtrique communi quadrato ex* F C, *hoc eſt ex* F K, *erunt quadrata ex* B F, F C *æqualia quadratis ex* F K, K H *vna cum duplo rectanguli* F K H. *Sed quadratis quidem ex* B F, F C *æquale eſt quadratum ex* B C; *quadratis vero ex* F K, K H *vna cum duplo rectanguli* F K H *æquale eſt, quod ex* F H *quadratum.*

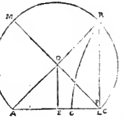




In tertia

In tertia autem figura cum quadratum ex BF *ſit æquale rectangulo* FAL, *addito vtrique communi quadrato ex* C, *hoc eſt ex* FK, *erunt quadrata ex* BF, FC *hoc eſt quadratũ ex* BC *æqualia rectãgulo* FAL *vna cum quadrato ex* FK: *hoc eſt*
6. ſecun. *æqualia quadrato ex* KA, *hoc eſt quadrato ex* FH. *Quadratum igitur ex* BC *quadrato ex* FH *eſt æquale, & recta linea* BC *æqualis rectæ* FH, *& ob id* BC *ipſius* FE *dupla. ergo vt* CA *ad* AE, *ita* BC *ad* FE: *& permutando vt* AC *ad* CB *ita* AE *ad* BF, *hoc eſt* AD *ad* DB. *quare angulus* ACD *angulo* DCB *eſt æqualis. At in quarta figura cum perpendicularis à puncto* B *cadit in* C, *erit propter hyperbolen quadratum ex* BC *triplum eius, quod* AC, CG *continetur. ſed quadratum ex* AC *eſt eiuſdem triplum, quod* AC *tripla ſit ipſius* CG. *ergo quadratum ex* AC *quadrato ex* CB *eſt æquale, & ipſa* AC *æqualis* CB. *Et quoniam* CE *eſt dimidia ipſius* AC, *erit & ipſius* BC *dimidia. Rurſus igitur, vt* CA *ad* AE, *ita eſt* BC *ad* CE: *& permutando vt* AC *ad* CB, *ita* AE *ad* EC *hoc eſt* AD *ad* DB; *quare angulus* DCA *angulo* DCB *eſt æqualis. & producta* CD *ad circumferentiam in* M, *erit circumferentia* CB *æqualis circumferentiæ* BM. *Quoniam igitur æquales ſunt* AB, BC, *&* DB *vtrique communis, angulique ad* B *recti, erit & baſis* AD *baſi* DC *æqualis, & triangulum* ADB *triangulo* DBC *ſimile ergo angulus* DAC *æqualis eſt angulo* DCA, *& circumferentia* CB *circumferentiæ* AM. *ſed etiam æqualis erat circumferentiæ* BM. *circumferentia igitur* ABC *in tres partes æquales* AM, MB, BC *ſecta eſt quod fecisſe oportuit.*

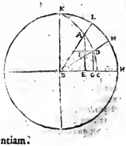




PROBLEMA XI. PROPOSITIO XXXV.

Datum quidem angulum, vel circumferentiam tripartito ſecare ſolidum eſt, vt ante oſtendimus, ſed datum angulum, vel circumferentiam ſecare in datam proportionem lineare eſt, & à iunioribus demonſtratum fuit: conſcribetur tamen à nobis dupliciter.

A Sit enim circuli KLH circumferentia LH, & oporteat ipſam in datam proportionem ſecare. Ducantur ad centrum rectæ lineæ LB, BH. & ipſi BH ad rectos angulos attollatur BK, per K vero linea quadrans KADC deſcribatur. & perpendicularis ducta AB ſecetur in F. ita vt AF ad FE datam proportionem habeat, in quam volumus angulum ſecare; & ipſi quidem BC parallela ſit FD.
B iungatur autem BD, & DG perpendicularis duca-
C tur. Quoniam igitur ob lineæ accidens eſt, vt AE ad DG hoc eſt ad FE, ita angulus ABC ad DBC angulum, erit diuidendo vt AF ad FE, hoc eſt vt data proportio, ita ABD angulus, ad angulum DBC, hoc eſt circumferentia LM ad MH circumferentiam.



AL I-

ALITER

Altero autem modo circuli AGC ſecatur circumferentia AC. D

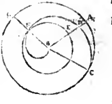
Ducantur enim ſimiliter ad centrum rectæ lineæ AB, BC, & per B linea ſpiralis deſcribatur BFDC, cuius recta linea; quæ in ortu ſumitur, ſit CB. proportio autem DB ad BB ſit eadem, quæ proportio data. & per B circa centrum B deſcribatur circuli circumferentia BF, quæ lineam ſpiralem in puncto F ſecet. iunctaque BF ad G producatur. eſt igitur propter lineam ſpiralem vt DB ad BF, hoc eſt ad BB, ita AGC circumferentia ad circumferentiam CG: & diuidendo, vt DB ad BB, ita circumferentia AG ad ipſam GC. At proportio DB ad BB eſt eadem, quæ proportio data. proportio igitur circumferentiæ AG ad GC eadem erit.

E

F

G

H



COMMENTARIVS.

Et oporteat ipſam in datam proportionem ſecare] *Vel legendum, & oporteat ipſam, vel angulum in datam proportionem ſecare, Vel illud ſubintelligendum, quod & ante propoſitum eſt, & in fine concluditur.* A

Iungatur autem BD] *Intelligendum autem rectam lineam* BD *produci ad circumferentiam in* M. B

Quoniam igitur ob lineæ accidens, eſt vt AB ad DO, hoc eſt ad FE, ita angulus ABC ad DBC angulum] *Eſt enim ob lineæ quadrantis accidens, vt circumferentia* LH *ad ipſam* HM, *ita recta linea* AB *ad* DG. *Vt autem* LH *ad* HM, *ita angulus* LBH *ad angulum* MBH. *ergo vt* AB *ad* DG, *hoc eſt ad* FE, *ita angulus* LBH *ad* MBH *angulum: & diuidendo.* C

Altero autem modo circuli AOC ſecatur circumferentia AC] *Si enim circumferentia* AC, *quam ſecare oporteat in datum proportionem.* D

Et per B linea ſpiralis deſcribatur BFDC, cuius recta linea, quæ in ortu ſumitur BC] *Sit linea ſpiralis in prima circulatione deſcripta quæ terminetur in puncto* C. *Græcus codex* καὶ γεγράφθω διὰ τοῦ β ἡ, βξ, δγ. *Sed ſcribendum* καὶ γεγράφθω διὰ τοῦ β ἡ ἕλιξ βζδγ. E

Proportio autem DE ad EB ſit eadẽ, quæ proportio data] *Secet enim recta linea* AB *lineam ſpiralem in* D, *& diuidatur* DB *in datum proportionem ad punctum* F. F

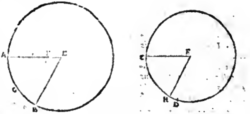
Eſt igitur propter lineam ſpiralem vt DB ad BF, hoc eſt ad BE, ita AGC circumferentia ad circumferentiam CG] *Ex 14. libri Archimedis de lineis ſpiralibus. Græcus codex* ὡς ἡ αβ πρὸς βζ *legendum autem* ὡς ἡ δβ πρὸς βζ. G

Proportio igitur circumferentiæ AG ad GC eadem erit] *Sed & angulus vel potius ſpacium* ABC *in datam proportionem ſecatur. Vt enim circumferetia* AG *ad circumferentiam* GC, *ita angulus* ABG *ad* GBC *angulum.* H

PROBLEMA XII. PROPOSITIO XXXVI.

Ex hoc manifeſtum eſt fieri poſſe, vt à duobus circulis inæqualibus æquales circumferentiæ abſcindantur.

Factum enim ſit, & abſciſſæ ſint æquales circũferentiæ AGB, CHD. ſit autem maior circa centrũ B. circumferentia igitur ſimilis ipſi CHD maior eſt, quàm AGB. ſit ipſi AGB ſimilis circumferẽtia CH. ergo proportio circumferentiæ AGB ad CH eſt data, eadem enim eſt, quam habent totæ circulorum



A

B

C

D

O circum-

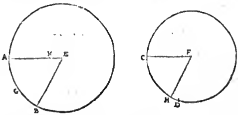
circumferentiæ, vel circulorum diametri. æqualis autem eſt circumferentia AGB ipſi
E CHD. proportio igitur CHD ad CH data eſt: & diuidendo quare circumferentiam
F CHD in datam proportionem ſecabimus, quemadmodum antea traditum eſt.

COMMENTARIVS.

A Factum iam ſit] *reſolutio eſt problematis.*

B Circumferentia igitur ſimilis ipſi CHD maior eſt, quam ACB] *ſit circulus circa centrum E maior circulo circa centrum F. Itaque cum circumferentia maioris circuli CHD æqualis ſit circumferentiæ AGB circuli maioris, ſi a circulo AGB abſcindamus circumferentiam ſimilem ipſi CHD, erit ea maior, quàm circumferentia AGB.*

C Sit ipſi AGB ſimilis circumferentia CH] *Græcus codex* ἴσο αὐ τῇ αηβ ὁμοία ἡ γλ. *ego legendum puto* ἴσω τῇ αηβ ὁμοία ἡ γθ.

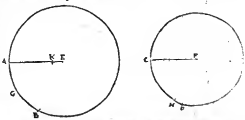


D Ergo proportio circumferentiæ AGB ad CH eſt data, eadem enim eſt, quam habent totæ circulorum circumferentiæ, vel circulorum diametri. *Iungantur AE, EB, CF, FH. quoniam igitur circumferentia AGB ſimilis eſt circumferentiæ CH, erit angu-*
7. quinti. *lus AEB æqualis angulo CFH. ergo quattuor anguli recti ad angulum AEB eandem habent proportionem quam ad angulum CFH. Vt autem quattuor recti ad angulum AEB, ita tota circuli E circumferentia ad circumferentiam AGB. & vt quattuor recti ad angulum CFH, ita*
11. quinti. *tota circuli F circumferentia ad circumferentiam CH. ergo vt tota circuli E circumferentia ad circumferentiam AGB, ita tota circuli F circumferentia ad circumferentiam CH, & permutando vt tota circuli E circumferentia ad totam circuli F circumferentiam, ita circumferentia AGB ad circumferentiam CH. Sed vt tota circuli E circumferentia ad totam circumferentiam circuli F, ita diameter circuli E ad diametrum circuli F. hoc eſt ita ſemidiameter*
15. quinti. *circuli E ad circuli F ſemidiametrum. illud autem a Pappo demonſtratum eſt in quinto libro propoſitione 11. & in octauo propoſitione 22.*

E Proportio igitur CHD ad CH data eſt, & diuidendo] *Sequitur enim ex antedictis circumferentiam AGB, hoc eſt CHD ipſi æqualem ad circumferentiam CH ita eſſe, vt ſemidiameter AE ad ſemidiametrum CF. fiat ipſi CF æqualis AK. erit circumferentia CHD ad circumferentiam CH, vt EA ad AK. & diuidendo circumferentia DH ad HC circumferentiam, vt EK ad KA. conuertendoque circumferentia CH. ad HD, vt AK, hoc eſt CF ad KE.*

F Quare circumferentiam CHD in datam proportionem ſecabimus, quemadmodum antea traditum eſt] *Hoc vt arbitror ad compoſitionem attinet.*

Sint circuli inæquales magnitudine dati circa centra EF: ſitque circulus E maior: & ſit circuli F circumferentia CHD, cui æqualem a circulo E abſcindere oportet. Iungatur CF, & ſit circuli E ſemidiameter AE, a qua abſcindatur AK æqualis ipſi CF. & cum data ſint AE, CF, erit & KE data, & data proportio CF, hoc eſt

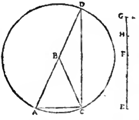


4. dator. *ipſius AK ad KE. Itaque circumferentiam CHD ex demonſtratis in datam proportionem ſecabimus*

buimus in puncto H; *ita vt* CH *ad* HD *eam proportionem habeat, quàm* AK *habet ad* KE: *&* *circumferentiæ* CH *ſimilis abſcindatur a circulo* E, *quæ ſit* AGB. *Dico circumferentiam* AGB *circumferentiæ* CHD *æqualem eſſe. Quoniam enim vt* AK *ad* KE, *ita eſt circumferentia* CH *ad* HD *circumferentiam: & conuertendo vt* EK *ad* KA, *ita circumferentia* DH *ad* HC: *componendoque vt* EN *ad* AK *hoc eſt ad* CF, *ita circumferentia* DHC *ad* CH. *vt autem* AB *ad* CF, *ita tota circuli* B *circumferentia ad totam circunferentiam circuli* F: *& vt tota circumferentia circuli* E *ad totam circuli* F *circumferentiam, ita circumferentia* AGB, *ad circumferentiam* CH, *vt igitur circumferentia* DHC *ad circumferentiam* CH, *ita circumferentia* AGB *ad circumferentiam* CH. *ergo circumferentia* AGB *circumferentiæ* CHD *eſt æqualis*. 9. quinti.

PROBLEMA XIII. PROPOSITIO XXXVII.

Aequicrure triangulum conſtituere, cuius vterque angulorum qui ad baſim, habeat ad reliquum proportionem datam. A



Factum iam illud ſit; conſtituaturque triangulum ABC: & circa centrum B per puncta AC circulus deſcribatur ADC: producaturque AB in D, & DC iungatur. Itaq; quoniam proportio anguli CAB ad angulum ABC data eſt, atque eſt anguli ABC dimidius angulus, qui ad D; erit & anguli CAD ad ADC angulum proportio data. quare & circumferentiæ DC ad circumferentiam AC. Et cum circumferentia ACD ſemicirculi in datam proportionem ſecetur, datum erit & punctum C, & triangulum ABC ſpecie erit datum. B C D vl. ſexti. E

Componetur autem hoc modo. Sit enim proportio data EF ad FG, quam vtrumque angulorum, qui ad baſim, habere oportet ad reliquum: & FG bifariam ſecetur in puncto H. exponaturque circulus ADC circa centrum B, & diametrum AD: & ſecetur ACD circumferentia in C, ita vt circumferentia DC ad CA eam proportionem habeat, quam EF ad FH; hoc enim ante traditum eſt, & vniuerſe quo pacto data circumferentia in datam proportionem ſecetur. & iungantur BC, CA, CD. Quoniam igitur vt circumferentia DC ad CA circumferentiam, hoc eſt vt DAC angulus ad angulũ ADC, ita eſt EF ad FH, & per conſequentiã dupla. ergo vt angulus CAB ad angulum ABC, ita EF ad FG. æquicrure igitur triangulum conſtitutum eſt ABC, cuius vterque angulorum, qui ad baſim, ad reliquum proportionem habet datam. F G H K

COMMENTARIVS.

Aequicrure triangulum conſtituere, &c.] *Græcus codex* ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσας *lege* συστῆσαι. A

Producaturque AB ad D] *Græcus codex*, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ αδ ἐπὶ τὸ δ. *legendum* ἡ αβ ἐπὶ τὸ δ. B

Itaque quoniam proportio anguli CAB ad angulum ABC data eſt, &c.] *Græcus codex*. ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ δοθεὶς τῆς ὑπὸ τῆς αβ γωνίας πρὸς τὴν ὑπὸ τῆς αβγ, καὶ ἔστι τῆς ὑπὸ αβ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ δ *lege* ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ δοθεὶς τῆς ὑπὸ τῆς γαβ γωνίας πρὸς τὴν ὑπὸ τῆς αβγ καὶ ἔστι τῆς ὑπὸ αβγ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ δ. C

Erit & anguli CAD ad ADC angulum proportio data] *Ex 8. libri datorum*. D

Datum erit punctum C & triangulum ABC ſpecie erit datum] *Quoniam enim circumferentia* ACD *ſemicirculi data in datam, proportionem ſecatur, data erit vtraque ipſarum* AC, CD *ex ſeptima libri datorum. Sed eſt datum punctum* A *vel* D, *ergo &* C *datum erit ex 27. datorum. Quod cum datæ ſint circumferentiæ, in quibus anguli conſiſtunt, & ipſi anguli dabuntur, quare triangulum* ABC *ſpecie datum erit ex 40. eiuſdem. Græcus codex* δοθὲν ἐστι καὶ δοθὲν τὸ εἴδει τὸ αβγ τρίγωνον. *lege* δοθὲν ἐστι τὸ γ καὶ δοθὲν τῷ εἴδει τὸ αβγ τρίγωνον. E

Componetur autem hoc modo] *Græcus codex* συμβήσεται δὲ οὕτως *lege* συντεθήσεται δὲ οὕτως. F

G Hoc eſt vt DAE angulus ad angulum ABC, ita FI ad FH] *Græcus codex.* τουτέστιν ὡς ἡ αδγ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ αδγ οὕτως ἡ εζ καὶ τὰ διπλάσια τῆς ἑπομένου. *corrige* τουτέστιν ὡς ἡ δαγ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ αδγ. οὕτως ἡ εζ πρὸς ζθ, καὶ τὰ διπλάσια τῆς ἑπομένου.

H Ergo vt angulus CAB ad angulum ABC] *Græcus codex* ὡς ἄρα ἡ ὑπὸ γδβ *lege* ἡ ὑπὸ γαβ.

L Cuius vterque angulorum, qui ad baſim ad reliquum proportionem habet datam] *Græcus codex.* λογὸν ἔχουσα τὴν δοθέντα πρὸς τῷ λοιπῷ *lege* λόγον ἔχουσαν τὴν δοθέντα πρὸς τὴν λοιπήν.

PROBLEMA XIV. PROPOSITIO XXXVIII.

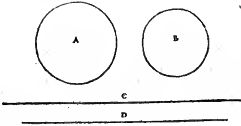
Hoc autem demonſtrato perſpicuum eſt fieri poſſe, vt in circulo deſcribatur polygonum æquilaterum, & æquiangulum, habens quotquot quis latera propoſuerit.

COMMENTARIVS.

Hoc autem demonſtrato] *Si enim heptagonum in circulo deſcribere velimus, vtemur triangulo æquicrure, cuius anguli, qui ad baſim, reliqui tripli ſint. Deinde ex demonſtratis eos tripartito ſecantes, habebimus totam circuli circumferentiam in ſeptem partes æquales diuiſam, ſi vero nonagonum, Vtimur triangulo æquicrure, cuius anguli ad baſim reliqui quadrupli ſint. & eodem modo in alijs.*

PROBLEMA XV. PROPOSITIO XXXIX.

Quomodo autem inueniatur circulus, cuius circumferentia rectæ lineæ datæ ſit æqualis, facile eſt cognoſcere.



Inuenta iam ſit circumferentia circuli A rectæ lineæ C æqualis. & exponatur
A circulus quiuis B; atque eius circumferentiæ per lineam quadrantem æqualis inueniatur recta linea D. vt igitur C ad D, ita quæ ex centro circuli A ad eam, quæ ex centro circuli B. ſed rectæ lineæ D ad C proportio eſt data. proportio igitur earum, quæ ex centro inter ſe data erit. atq; eſt data quæ ex centro circuli B. ergo & quæ ex centro circuli A erit data. Quare & datus ipſe A circulus, & compoſitio manifeſta eſt.

(Margin letters beside these lines: B, C, D, E F.)

COMMENTARIVS.

A Atque eius circumferentiæ per lineam quadrantem æqualis inueniatur recta linea D] *Ex 27. huius.*

B Vt igitur C ad D, ita quæ ex centro circuli A ad eam, quæ ex centro circuli B] *Ex ijs, quæ a Pappo demonſtrantur in 5. lib propoſitione 11. & in 8. propoſitione 22.*

C Sed rectæ lineæ D ad C proportio eſt data] *Ex prima datorum Vtraq; enim earũ data eſt Græcus codex* λέγω δὲ τῆς δ πρὸς γ δοθείς. *ego legendum puto* λόγος δὲ τῆς δ πρὸς γ δοθείς.

D Ergo & quæ ex centro circuli A erit data] *Ex 2. datorum.*

E Quare, & datus ipſe A circulus] *Per definitionem quinti libri datorum.*

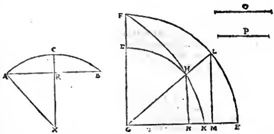
F Et compoſitio manifeſta eſt] *Sit recta linea data C, & oporteat circulum inuenire, cuius*

circums-

circumferentia ſit æqualis recta lineæ C. *Exponatur circulus* B; *atque eius circumferentiæ per lineam quadrantem, æqualis inueniatur* D *recta linea: fiatque vt* D *ad* C, *ita quæ ex centro circuli* B *ad aliam: ex centro* A *interuallo autem dicta lineæ circulus* A *deſcribatur. Dico circumferentiam circuli* A *datæ rectæ lineæ* C *æqualem eſſe. Quoniam enim vt* D *ad* C, *ita quæ ex centro circuli* B *ad eam, quæ ex centro circuli* A, *vt autem quæ ex centro circuli* B *ad eam, quæ ex centro circuli* A; *ita circuli* B *circumferentia ad circumferentiam circuli* A; *erit vt* D *ad* C, *ita circumferentia circuli* B *ad circuli* A *circumferentiam, & permutando vt* D *ad circumferentiam circuli* B, *ita* C *ad circumferentiam circuli* A. *Sed* D *eſt æqualis circumferentiæ circuli* B. *ergo &* C *circumferentiæ circuli* A *æqualis erit.*

PROBLEMA XVI. PROPOSITIO XL.

Recta linea A B poſitione, & magnitudine data, per puncta A B deſcribere circumferentiam circuli, quæ ad rectam lineam A B proportionem datam habeat.



Deſcripta iam ſit circumferentia A C B: & exponatur quarta pars circuli F G B magnitudine data: deſcribaturque linea quadrãs F H K: & angulo, qui in circumferẽtia A C conſiſtit ad reliquam circumferẽtiam æqualis fiat B G L; & perpendiculares L M, H N ducantur. Erit igitur ob lineæ proprietatem, vt circumferentia B L F ad rectam lineam F G, hoc eſt vt L G ad G K. ita L E circumferentia ad rectam lineam H N. Sed & vt H G ad G L, ita H N ad L M. ergo vt H G ad G K, ita B L circumferentia ad L M rectam. Sumatur centrum circuli A C B, quod ſit X, & perpendicularis ad A B ducatur X Y C. ergo angulus C X A angulo B G L eſt æqualis, & ſunt centra X G. Vt igitur A C circumferentia ad rectam lineam A R. hoc eſt vt H G ad G K, ita circumferentia A C B ad A B rectam. atque eſt A C B circumferentiæ ad rectam A B proportio data. quare, & proportio H G ad G K dabitur. & data eſt G K. data igitur erit, & G H, ac propterea punctum H eſt ad circuli circumferentiam. Sed & ad lineam F H K, ergo datum erit. & H L poſitione data, quare & datus angulus B G L. atque eſt æqualis angulo C X A. recta vero linea X C data eſt poſitione, & datum punctum A. poſitione igitur eſt A X. quare, & circumferentia A C B.

A B C D E F G H K L M N O P Q

Compoſitio autem manifeſta eſt. Oportet autem datæ proportioni conſtituere eandem, quæ eſt D G ad G K, & circa centrum G per D circumferentiam deſcribere, & ſumere punctum H, in quo ipſa lineam quadrantem ſecat. præterea iungere H G, & A B ſecantes bifariam, perpendicularemque ſtatuentes R X. ducere X A, quæ vna cum X R contineat angulum angulo K G H æqualem. & circa centrũ X per A deſcribere circuli circumferentiã A C B; habereq; proportionẽ eius ad baſim A B datæ proportioni eandem. R S T

COMMENTARIVS.

Deſcripta iam ſit circumferentia A C B] *Græcus codex* γεγράφθω ἡ αγο, *ſcribe* ἡ αγβ. A

Et exponatur quarta pars circuli F G B magnitudine data] *Græcus codex* καὶ ἐκκείσθω τεταρτημόριον κύκλου θέσει δεδομένον τὸ ζηθ *lege* τὸ ζηε. B

Et angulo qui in circumferentia A C conſiſtit ad reliquam circumferentiam æqualis fiat B G L. *Vereor ne locus corruptus ſit. impropriè enim dici videtur reliqua circumferentia ea, quæ eſt quartæ partis circuli* F L E. C

Erit igitur ob lineæ proprietatem vt circumferentia B L F ad rectam lineam F G, hoc eſt vt L G ad G K] *Eſt enim vt circumferentia* B L F *ad rectam* F G, *ita* F G, *hoc eſt* L G ad G K D

ad GK *quod in propoſitione 26. huius demonſtratum fuit.*

E Ita LE circumferentia ad rectam lineam HN] *Græcus codex* ἤτοι ἡ λβ περιφέρεια πρὸς τὴν θν εὐθεῖαν *lege* ἤτοι ἡ λε περιφέρεια.

F Sed & vt HG ad GL, ita HN ad LM] *Ex quarta ſexti elementorum. Græcus codex* ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ θβ πρὸς τὴν νλ *corrige* ὡς ἡ θη.

G Ergo vt HG ad GK, ita EL circumferentia ad LM rectam] *Quoniam enim vt* LG *ad* GK, *ita eſt circumferentia* LE *ad rectam lineam* HN; *& vt* HG *ad* GL, *ita* HN *ad* LM; *erit ex æquali in perturbata ratione, vt* HO *ad* GK, *ita* EL *ad* LM.

H Sumatur centrum circumferentiæ ACB] *Græcus codex* εἰλήφθω δὴ τὸ κέντρον τῆς αβγ περιφερείας τὸ ξ, *lege* τῆς αγβ περιφερείας.

K Ergo angulus CXA angulo EGL eſt æqualis] *Angulus namque* EGL *factus eſt æqualis ei, qui in circumferentia* AC *conſiſtit, hoc eſt angulo* AXC. *Græcus codex* ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ γξα τῇ ὑπὸ θηλ. *legendum* τῇ ὑπὸ εηλ.

L Hoc eſt vt HG ad GK] *Proxime enim oſtenſum eſt, vt* HG *ad* GK, *ita eſſe circumferentiam* BL *ad rectam lineam* LM, *hoc eſt circumferentiam* AC *ad* AR *rectam. Græcus codex.* τουτέστιν ἡ θη πρὸς τὴν η. *lege* πρὸς τὴν ηκ.

M Ita circumferentia ACB ad AB rectam] *Ex 15. quinti elementorum. deſunt autem hæc in Græco codice, quare ita reſtituendus erit.* ὡς ἄρα ἡ αγ περιφέρεια πρὸς τὴν αγ εὐθεῖαν οὕτως ἡ θη πρὸς τὴν ηκ, οὕτως ἡ αγβ περιφέρεια πρὸς τὴν αβ εὐθεῖαν.

N Atque eſt ACB circumferentiæ ad rectam AB proportio data] *Græcus codex* καὶ λόγος τῆς αβλ πρὸς τὴν αβ *lege* καὶ λόγος τῆς αγβ πρὸς τὴν αβ δοθεὶς *ſed fortaſſe verbum illud* δοθεὶς *conſulto omiſit breuitatis cauſſa, & in antecedentibus, & in iis, quæ ſequuntur, quemadmodum verbum* λέγω. *nam pro* λέγω ὅτι *vbique ferrè* ὅτι *tantum ſcribit.*

O Data igitur erit & GH] *Ex ſecunda libri datorum.*

P Ac propterea punctum H eſt ad circuli circumferentiam] *Si enim centro* G *& interuallo* GH *circuli circumferentia deſcribatur, punctum* H *ad ipſam circumferentiam erit.*

Q Et HL poſitione data] *Vide ne legendum ſit &* GHL *poſitione data.*

R Oportet enim datæ proportioni conſtituere eandem, quæ eſt DG ad GK.] *Sit datā proportio, quam habet* O *ad* P; *& fiat vt* P *ad* O, *ſic* KG *ad* GD. *eſt autem data* GK. *ergo & ipſa* DG. *erit igitur conuertendo* DG *ad* GK, *vt* O *ad* P. *Græcus codex habet.* δεῖ γὰρ *&c.* τὸν τῆς ζη πρὸς ηδ *ego legendum puto* τὸν τῆς δη πρὸς ηκ. *quod ex ipſa reſolutione colligitur.*

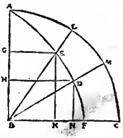
S Ducere XA, quæ vna cum XR contineat angulum angulo KGH æqualem] *Conſtituatur ad rectam lineam* AB, *& ad punctum in ea* A *angulus* BAX *æqualis angulo* MLG, *vel* NHG. *erit & reliquus* AXR *reliquo* HOK *æqualis.*

T Habereque proportionem eius ad baſim AB datæ proportioni eandem] *Eſt enim proportio* DG *ad* GK, *hoc eſt* HO *ad* GK *eadem, quæ proportio data. & vt* HG *ad* GK, *ita circumferentia* BL *ad* LM *rectam, hoc eſt circumferentia* AC *ad rectam* AR. *Vt autem* AC *ad* AR, *ita circumferentia* ACB *ad rectam* AB. *ergo vt* DG *ad* GK, *ita circumferentia* ACB *ad* AB *rectam.*

PROBLEMA XVII. PROPOSITIO XLI.

Zeti-ſarum. A Non incredibile autem eſt angulos incōmenſurabiles inueniri. per hoc enim, & per eundem circulum incommenſurabiles ſumuntur circum-

B ferentiæ. & quamquam ponamus, vnum angulum, vel circumferentiam rationalem, tam in reiqua irrationalis fiet.



C Exponatur quarta pars circuli ABC, & in ipſa linea quadrans AEDF: ducaturque BE, & ipſi BC parallela

D EG. abſcindatur prẹterea BH ipſi BO longitudine incommenſurabilis, & ducatur DH parallela, iungaturque DB. Dico EBF angulum angulo DBF incommenſurabilem eſ-

E ſe. Ducatur perpendicularis DN. eſt igitur propter ip-

F ſam lineam, vt EK ad DN, ſic angulus EBF ad DBF angulum. incommenſurabilis autem

G eſt EK ipſi DN, quoniam & GB ipſi BH. ergo & angulus angulo eſt incōmenſurabilis. & quāquam rationalem ponamus angulum ABF, & recti dimidiū, tamen angulus DBF irrationalis erit.

CO M-

COMMENTARIVS.

Non incredibile autem eſt angulos incommenſurabiles inueniri] *Græcus codex οὐκ ἀπίθανον δὲ οὐδὲ α γωνίας ἀσυμμέτρους εὑρεῖν, ego legendum arbitror οὐδὲ τὰς γωνίας ἀσυμμέτρους εὑρεῖν.* A

Et quamquam ponamus vnum angulum, vel circumferentiam rationalem, tamen reliqua irrationalis fiet] *Græcus codex κἂν ῥη τὴν ὑποτεθῶμεν τὴν μίαν γωνίαν, ἢ περιφέρεια . . . . ἡ λοιπὴ γενήσεται. Sed legendum puto, κἂν ῥητὴν ὑποτεθῶμεν τὴν μίαν γωνίαν ἢ περιφέρειαν, ἄλογος ἡ λοιπὴ γενήσεται.* B

Et in ipſa linea quadrans AEDF] *Græcus codex καὶ ἐν αὐτῇ lege ἐν αὐτῷ.* C

Abſcindatur præterea BH ipſi BG longitudine incommenſurabilis] *Ex 11. decimi libri elementorum.* D

Eſt igitur propter ipſam lineam, vt GK ad DN, ſic angulus EBF ad DBF angulum] *Intelligantur BE, BD producti vſque ad circumferentiam circuli in puncta LM, erit ob quadrantis lineæ accidens, vt circumferentia LC ad CM circumferentiam, ita recta linea EK ad rectam DN. Sed & vt circumferentia LC ad CM, ita angulus LBC ad angulum MBC. ergo vt EK ad DN, ita angulus EBC, hoc eſt EBC ad angulum MBC, hoc eſt DBC. Græcus codex. ὡς ἡ ε τῇ δ ν. Sed videtur legendum ὡς ἡ ε κ πρὸς δ ν.* E

vl. ſexti.
11. ſexti.

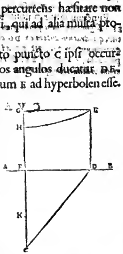
Incommenſurabilis autem EK ipſi DN, quoniam & GB ipſi BH] *Eſt enim EK æqualis GB, & DN ipſi HB. Græcus codex ἀσύμμετρος δὲ ἡ ε γ τῇ δ ν ἐπεὶ καὶ ἡ θ τῇ β κ legendum autem ἀσύμμετρος δὲ ἡ ε κ τῇ δ ν, ἐπεὶ καὶ ἡ β τῇ β θ.* F

Ergo & angulus angulo eſt incommenſurabilis] *Hoc eſt angulus EBF angulo DBF. Sequitur autem hoc ex 10. Decimi elementorum.* G

THEOREMA XXV. PROPOSITIO XLII.

Inclinationis eius, quæ ab Archimede ſumpta eſt in libro de lineis ſpiralibus, reſolutionem ordinaui, vt eum librum percurrens hæſitare non poſſit. ſumuntur autem ad ipſam inſraſcripti loci, qui ad alia multa problematum ſolidorum vtiles ſunt.

Sit recta linea AB poſitione data, atque à dato puncto C ipſi occurrat recta linea quædam CD, & ipſi AB ad rectos angulos ducatur DE. Sit autem proportio CD ad DE data. Dico punctum E ad hyperbolen eſſe.



Ducatur per C recta linea CF ipſi DE parallela. datum igitur eſt punctum F. & ducatur EG parallela ipſi AB. ſitque proportio CF ad vtramque ipſarum FH, FK eadem, quæ proportio CD ad DE. ergo vtrumq; punctorum HK datum erit. Itaque quoniam vt quadratum ex CD ad quadratum ex DE, ita eſt quadratum ex CF ad quadratum ex FH; erit & reliqui quadrati ex FD, hoc eſt EG ad reliquum rectangulum KGH proportio data. & ſunt data KH. ergo punctum E eſt ad hyperbolen, quæ per puncta HE tranſit. A B

COMMENTARIVS.

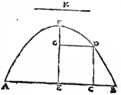
Itaque quoniam vt quadratum ex CD ad quadratum ex DE, ita eſt quadratũ ex CF ad quadratũ ex FH, &c.] *Quoniam enim eſt vt totum quadratum ex CD ad totum quadratum ex DE, ita quadratum ex CF ad quadratum ex FH, videlicet pars ad partem. erit reliquum quadratum ex FD, hoc eſt EG ad reliquum rectangulum KGH, vt totum ad totum. quadratum namque ex CD eſt æquale quadratis ex CF, FD: & quadratum ex DE æquale quadratis ex FH, HG, & duplo rectanguli FHG, hoc eſt rectangulo KHG. rectangulum vero KGH æquale eſt rectangulo KHG vna cum eo, quod fit ex HG quadrato.* A 47. primi. 4. ſecun. 3. ſecun.

Ergo

B Ergo punctum B eſt ad hyperbolen, quæ per puncta H E tranſit; *Erit enim eius hyperbolæ tranſuerſum latus* H K, *& rectum illud, quod* H K *eſt Vt quadratum ex* E G *ad rectangulum* H G K, *ex 21. primi libri conicorum Apollonij.*

THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XLIII.

Sit recta linea A B poſitione, & magnitudine data, & ad rectos angulos ipſa C D. Sit autem rectangulum A C B æquale ei quod data recta linea, ex C D continetur. Dico punctum D poſitione parabolen contingere.



Secetur A B bifariam in puncto E, & ad rectos angulos ducatur E F: quadrato autem ex E B æquale ſit quod continetur data recta linea, & ipſa E F. datum igitur eſt punctum F. & ipſi A B parallela ducatur D G
A ergo reliquum quadratum, videlicet ex E C, hoc eſt ex D G eſt æquale ei, quod data recta linea & F G continetur. atque eſt datum punctum F. punctum igitur D poſitione
B contingit parabolen, quæ per A F B tranſit, cuius axis eſt E F.

COMMENTARIVS.

A Ergo reliquum quadratum, videlicet, ex E C, hoc eſt ex D G eſt æquale ei, quod data recta linea, & F G continetur] *Eſt enim rectangulum* A C B *vna cum quadrato ex* E C, *æquale ei, quod fit ex* E B *quadrato. rectangulum vero, quod continetur data recta linea* K, *& ipſa* E F *æquale eſt duobus rectangulis, rectangulo ſcilicet contento recta linea* K *&* E G: *& contento eadem* K *& ipſa* G F.

5. ſecun.
2. ſecun.

B Punctum igitur D poſitione contingit parabolen, quę per A F B tranſit, cuius axis eſt E F] *Quoniam enim quadratum ex* E B *æquale eſt ei, quod data recta linea* K, *&* E F *continetur, quadratum autem ex* D G *eſt æquale contento eadem* K *&* G F; *erit quadratum ex* B E *ad quadratum ex* D G, *Vt* E F *ad* F G. *quare ex 21. primi libri conicorum, puncta* D B *ſunt in parabola; cuius axis* E F, *& recta linea* K *data iuxta quam poſſunt, quæ a ſectione ad diametrum ordinatim applicantur.*

QVARTI LIBRI FINIS.

PAPPI

PAPPI ALEXANDRINI

MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

LIBER QVINTVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

SAPIENTIAE & diſciplinarum cognitionem optimam quidem, & perfectiſſimam Deus hominibus impartiuit. Animalium vero rationis expertium nonnullis particulam quandam aſſignauit. Hominibus igitur tamquam ratione vtentibus permiſit, vt omnia ratione, ac demonſtratione facerent; at reliquis animalibus ſine ratione, quod vtile eſt, & vitæ conducens, ipſum ſolum ex quadam naturali prouidentia habere donauit. Hoc autem intelligere quis poſſit ita eſſe, tum in alijs multis animalium generibus, tum maxime in apibus. ordo enim, & ad eas, quæ in ipſarum republica imperant admirabilis quædam obedientia, ambitio præterea, & munditia mellis copiam congerit. at circa ipſius conſeruationem prouidentia, & diſpenſatio multo admirabilior eſt; perſuaſiſſimum enim habentes, vt par eſt, à Dijs ſe ad elegantes homines ambroſiæ particulam quandam reportare, hanc non temere in terram, vel in lignum, vel in aliam aliquam informem, & inordinatam materiam effundunt, ſed ex ſuauiſſimis floribus, qui in terra naſcuntur, colligentes, optima fingunt ex ijs in mellis receptaculum vaſa, quæ græce κηρία, latine faui appellantur; omnia quidem æqualia, ſimilia, & inter ſe cohærentia, ſpecie autem hexagona. At vero ea ex quadam geometrica prouidentia conſtruere ſic planum fiet. Omnes enim arbitrantur oportere figuras interſe cohærentes eſſe, & latera habere communia, vt ne aliud quippiam incidens in loca, quæ interijciuntur, eorum opera labefactet, & corrumpat. Itaque tres figuræ rectilineæ, & ordinatæ, quod propoſitum eſt, efficere poſſunt. Dico figuras ordinatas, quæ & æquilateræ ſunt, & æquiangulæ. ordinatæ vero, & diſſimiles ipſis api-

bus non placuerunt. Aequilatera igitur triangula, & quadrata, & hexagona abſque alijs figuris diſsimilibus loca replentibus poſſunt appoſita ſibi ipſis latera habere communia: hæc enim per ſeſe locum, qui eſt circa idem punctum, replere poſſunt. aliæ vero figuræ ordinatæ non poſſunt. nam locus qui eſt circa idem punctum repletur, tum a ſex triangulis æquilateris, & per ſex angulos, quorum vnuſquiſque eſt duarum tertiarum recti; tum a quattuor quadratis, & quattuor angulis rectis ipſius; tum a tribus hexagonis, & tribus hexagoni angulis, quorum vnuſquiſque rectum, & recti tertiam continet. Sed pentagona tria minora ſunt, quàm vt poſſint replere locum, qui circa idem punctum conſiſtit; quattuor vero ſunt maiora. Tres quidem anguli pentagoni quattuor rectis minores ſunt; etenim vnuſquiſque continet rectum, & recti quintam: quattuor autem anguli maiores ſunt quattuor rectis. At neque heptagona tria circa idem punctum conſtitui poſſunt, aptatis inter ſeſe lateribus. tres enim heptagoni anguli quattuor rectis ſunt maiores, quod vnuſquiſque rectum, & tres recti ſeptimas contineat. Eadem ratio multo magis accomodabitur ijs, quæ plures angulos habent. Cum igitur tres figuræ ſint, quæ per ſeipſas locum circa idem punctum conſiſtentem replere poſſunt, triangulum ſcilicet, quadratum, & hexagonum, apes illam, quę ex pluribus angulis conſtat, ad ſtructuram ſapienter delegerunt, vtpote ſuſpicantes eam plus mellis capere, quàm vtramque reliquarum. Et apes quidem illud tantum, quod ipſis vtile eſt, cognoſcunt, videlicet hexagonum quadrato, & triangulo eſſe maius, & plus mellis capere poſſe; nimirum æquali materia in conſtructionem vniuſcuiuſq; conſumpta. nos vero, qui plus ſapientiæ, quam apes habere profitemur, aliquid etiam magis inſigne inueſtigabimus; figurarum enim planarum, quæ cum æquilateræ, & æquiangulæ ſint, ambitum æqualem habent, ea ſemper maior eſt, quæ ex pluribus angulis conſtat. circulus vero omnium eſt maximus; ſi modo æquali ipſis ambitu comprehendatur.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

Prius autem oſtendemus polygonorum ordinatorum, quæ angulos quidem numero inæquales habent, ambitum vero æqualem, illud quod ex pluribus angulis conſtat, ſemper etiam maius eſſe.



Sint duo polygona æquilatera, & æquiangula ABC, DEF, & ſint æquales quidem ipſorum ambitus: polygonum vero DEF plures angulos habeat. Dico DEF ipſo ABC polygono maius eſſe. Sumptis enim circulorum, circa ipſa deſcriptorum centris GH demittantur perpendiculares GK, HL: & iungantur AG, GC, DH, HF. Itaq; quoniam polygonum DEF plures angulos habet, quam ipſum ABC, recta linea DF pluries me-

ries metitur ambitum polygoni DEF, quam AC ambitum ipſius ABC: ergo AC maior eſt, quam DF; ambitus enim æquales ponuntur. & idcirco AK, quam DL eſt maior, cum vtraque vtriuſque dimidia ſit. ponatur ipſi DL æqualis KM, & iungatur MG. Quoniam igitur quæ pars eſt recta linea AC polygoni ABC ambitus. eadem eſt pars angulus AGC quattuor rectorum. quod polygonum æquilaterum ſit: & ſimiliter quæ pars eſt DF ambitus polygoni DEF, eadem eſt angulus DHF quattuor rectorum. & ſunt ambitus inter ſeſe æquales; itemque duo recti æquales duobus rectis. Vt igitur AC ad ABC ambitum, ita angulus AGC ad quattuor rectos. & vt ambitus DEF, hoc eſt ABC ad DF, ita quattuor recti ad angulum DHF, ergo ex æquali vt AC ad DF, ita angulus AGC ad DHF angulum. & propterea vt AK ad LD, hoc eſt ad KM, ita AGK angulus ad ipſum DHL. ſed AK ad KM maiorem proportionem habet, quam angulus AGK ad MGK angulum, hoc enim in lemmatibus in ſphærica demonſtratum eſt. ergo AGK angulus ad angulum DHL maiorem proportionem habet, quam AGK angulus ad ipſum MGK. maior igitur eſt angulus MGK angulo DHL. eſt autem angulus ad K rectus æqualis recto ad L. quare reliquus GMK angulus reliquo HDL minor erit. fiat angulo HDL æqualis angulus KMN. atque eſt DL æqualis MK. ergo & LH ipſi KN eſt æqualis. maior igitur eſt LH quam KG. & ſunt ambitus inter ſe æquales. ergo rectangulum contentum LH & ambitu DEF maius eſt eo, quod KG & ambitu ABC continetur. ſuntque polygona dictorum rectangulorum dimidia. maius igitur eſt DEF polygonum polygono ABC.

A

15. quinti.
B

C

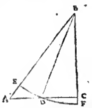
D

Eſt enim altitudo inæqualis, ambitu eodem exiſtente duorum rectilineorum; & baſes inæquales HL, GK: & vt HL baſis ad baſim GK, ita parallelogrammum conſtans ex HL, & ambitu polygoni DEF ad parallelogrammum ex GK, & ambitu polygoni ABC; & dimidia polygona inæqualia. ergo DEF ipſo ABC eſt maius. E

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur quæ pars eſt recta linea AC polygoni ABC ambitus, eadem eſt pars angulus AGC quattuor rectorum] *Cum enim polygoni latera inter ſe æqualia ſint, erunt, & circumferentiæ, quas auferunt, æquales, quibus etiam æquales anguli ad centrum inſiſtent. & cum circa centrum ſit ſpatium quattuor rectis angulis æquale, ſi ab eo ad laterum extrema rectæ lineæ ducantur, diuident quattuor rectos in tot partes æquales, quot ſunt polygoni latera. ergo quam proportionem habet polygoni latus ad omnia latera, hoc eſt ad totum eius ambitum, eandem angulus, qui lateri inſiſtit, habet ad quattuor rectos.* A 28 27 tertij

Sed AK ad KM maiorem proportionem habet, quam angulus AGK ad MGK angulum] *Illud nos hoc lemmate demonſtrabimus.* B



Sit triangulum orthogonium ABC rectum angulum habens ad C, & ab angulo B ad AC ducatur vt cumque recta linea BD. Dico AC ad CD maiorem proportionem habere, quàm ABC angulus ad angulum DBC. Quoniam enim angulus ADB maior eſt angulo BAD erit AB, quàm BD maior. Eadem quoq; ratione maior erit BD quam BC, quare centro B, internalloque BD circuli circumferentia EDF deſcripta, ſecabit quidem rectam lineam AB (ſecet in E) extra ipſam vero BC cadet. & producatur BC vt dictam circumferentiam ſecet in F. triangulum igitur ABD ad triangulum DBC maiorem proportionem habet, quam EBD ſector ad ſectorem DBF. eſt enim triangulum ABD maius ſectore EBD, & triangulum DBC ſectore DBF minus. Vt autem triangulum ABD ad triangulum DBC, ita recta linea AD ad ipſam DC: & vt ſector EBD ad ſectorem DBF, ita angulus ABD ad DBC angulum. ergo recta linea AD ad DC rectam maiorem proportionem habebit, quam ABD angulus ad angulum DBC, & componendo ex 28. quinti elementorum a nobis addita habebit AC ad OD maiorem proportionem, quam angulus ABC ad DBC angulum, quod demonſtrare oportebat. 18. primi. 8. quinti. 1. ſexti. vlt. ſexti.

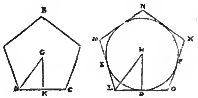
Atque eſt DL æqualis MK, ergo & LH ipſi KN eſt æqualis] *Quoniam enim angulus KMN factus eſt æqualis ipſi HDL, & angulus ad K rectus æqualis recto ad L, erit & reliquus reliquo æqualis, & NMK triangulum triangulo HDL ſimile. vt igitur DL ad LH ita MK ad KN. & permutando vt DL ad MK, ita LH ad NK. Sed DL eſt æqualis MK, ergo & LH ipſi KN æqualis erit.* C 14. quinti

 Sunt-

D Suntque polygona dictorum rectangulorum dimidia] *Nam triangulum* HDF *dimi-*
41.primi. *dium eſt rectanguli, quod* DF *&* HL *continetur.*
E Eſt enim altitudo inæqualis & c.] *vide ne hoc ſcholium quoddam ſit, librarij incuria hoc loco inſertum.*

THEOREMA II. PROPOSITIO II.

Sit rurſus polygonum ABC æquilaterum, & æquiangulum, quod ambitum habeat circuli DEF circumferentiæ æqualem. Dico circulum DEF polygono ABC maiorem eſſe.



Sumatur enim circuli DEF centrum H, & circuli circa polygonum ABC deſcripti centrum G. deinde circa circulum deſcribatur polygonum ſimile polygono ABC, quod ſit LMNXO: iun-
A gaturque HD, & a puncto G ad AC perpendicularis ducatur GK. Quoniã igitur polygoni LMNXO ambitus maior eſt circumferen-
B tia circuli DEF, vt in libro de ſphæra, & cylindro ab Archimede ponuntur, quippe quod ipſam comprehendat; circuli vero circumferentia æqualis eſt ambitui polygoni ABC: erit & polygoni LMNXO ambitus ambitu polygoni ABC maior. ſuntque polygona ſimilia. ergo maior eſt LD, quam AK; & eſt triangulum AGK ſimile triangulo LHD, cum tota polygona ſimi-
C lia ſint. maior igitur eſt DH, quam GK; æqualis autem circuli DEF circumferentia ambitui polygoni ABC. ergo rectangulum contentum DH, & circuli DEF circumferentia maius eſt eo, quod GK & ambitu polygoni ABC continetur. atque eſt re-
D ctangulum contentum DH, & circuli DEF circumferentia duplũ circuli DEF. vt etiam ab Archimede in libro de circuli dimenſione oſtenſum fuit. quod autem continetur GK & polygoni ABC ambitu duplum eſt ipſius polygoni ABC, & eorum dimidia circulus igitur polygono ABC maior erit.

COMMENTARIVS.

A Iungaturque HD, & a puncto G ad AC perpendicularis ducatur GK] *Vel intellige polygonum* LMNXO *circa circulum* DEF *ita deſcriptum, vt latus* LO *circulum contingat in* D, *tunc enim* HD *ad* LO *perpendicularis erit ex 18. tertij libri elementorum; Vel locus mendoſus eſt quem ita corrigemus.* & ducatur a puncto H ad LO perpendicularis HD & a puncto G ad AC perpendicularis ducatur GK, & LH, AG iungantur.

B Vt in libro de ſphæra, & cylindro ab Archimede ponitur] *Videlicet in principio.*

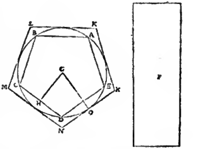
C Maior igitur eſt DH, quam GK] *Quoniam enim triangula ſimilia ſunt, vt* LD *ad* DH, *ita eſt* AK *ad* KG: *& permutando vt* LD *ad* AK, *ita* DH *ad* KG. *Sed* LD *maior eſt, quam* AK. *ergo &* DH *quam* KG. *eſt maior.*

D Vt etiam ab Archimede in libro de circuli dimenſione oſtenſum fuit] *In Græco codice legitur* ἐν τῷ περὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας. *Sed puto legendum* ἐν τῷ περὶ τῆς τοῦ κύκλου μετρήσεως.

THEOREMA III. PROPOSITIO III.

At vero rectangulum, quod circuli ambitu, & ea, quæ ex centro continetur, circuli duplum eſſe demonſtrauit Archimedes, tamen nihilominus

minus deinceps demonſtrabitur, vt ne libro Archimedis ob hoc vnum tantum theorema indigeamus.



Sit enim circulus A B C D, & rectangulum, quod circuli ambitu, & ea, quæ ex centro continetur, dimidium ſit ſpacium F. Dico F ſpacium circulo A B C æquale eſſe. Si enim fieri poteſt, ſit ſpacium F minus. ergo ex ijs, quę traduntur in duodecimo elementorum libro, poſſumus in circulo A B C D polygonum deſcribere, ita vt deſcriptum polygonum ſpacio F ſit maius, ſi prius in circulo quadratum deſcribatur, & relictarum portionum circumferentiæ ſemper bifariam ſecentur quoad relinquantur quædam portiones minores eo exceſſu, quo circulus A B C D ſpacium F excedit. deſcribatur, ſitque A B C D E, & a centro G ad vnum aliquod latus polygoni A B C D E, videlicet ad C D perpendicularis G H ducatur. Itaque quoniam circuli A B C D ambitus maior eſt ambitu polygoni A B C D E, & ea, quæ ex centro circuli maior, quam G H; erit rectangulum contentum ambitu circuli A B C D, & ea quæ ex centro maius rectangulo, quod continetur polygoni A B C D E ambitu, & recta linea O H, & ipſorum dimidia. ergo ſpacium F maius eſt polygono A B C D E, quod fieri non poteſt. ponitur enim minus. non igitur circulus A B C D ſpacio F eſt maior. Dico eam neque minorem eſſe. Si enim fieri poteſt, ſit minor. ergo circa circulum A B C D polygonum deſcribere poſſumus, ita vt F ſpacium polygono deſcripto iam ſit, ſi prius circa circulum deſcribatur quadratum, & relictis circumferentijs ſemper bifariam diuiſis, contingentes ducantur, quouſq; figurarum extra deſcriptarum relinquantur portiones quædam minores exceſſu, quo ſpacium F circulum A B C D excedit. hoc enim fieri poſſe iam demonſtratum eſt. * Deſcribatur igitur polygonum ſicuti diximus, & ſit K L M N X. iungaturque a centro G ad vnum contactuum, videlicet ad O recta linea G O. itaque quoniam polygoni K L M N X ambitus maior eſt ambitu circuli A B C D, rectangulum factum ex ambitu polygoni K L M N X & recta linea G O, maius eſt eo, quod fit ex circuli A B C D ambitu, & eadem G O; & ipſorum dimidia. ergo K L M N X polygonum ſpacio F eſt maius. quod fieri nequit. ponitur enim minus. Non igitur ſpacium F maius eſt circulo A B C D oſtendimus autem neque minus eſſe. ergo eſt æquale. atque eſt ſpacij F duplum, illud quod ambitu circuli A B C D, & ea, quæ ex centro continetur.

COMMENTARIVS.

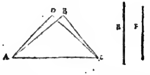
Hoc enim fieri poſſe iam demonſtratum eſt] *videlicet in duodecimo elementorum libro propoſitione 2. Nos autem hunc locum emendauimus, nam in Græco codice legebatur* τῦτο γὰρ ὡς δυνατὸν ἀνάγκη γενέσθαι δειχθήσεται *Vbi fortaſſe legendum eſt* τῦτο γὰρ ὡς δυνατὸν γενέσθαι δέδεικται. *

Non ſolum autem planis figuris ordinatis, quę æquilateræ ſunt, & æquiangulæ, circulus maior eſt, ſed etiam ijs, quæ latera inæqualia, & angulos diſſimiles habent, quando eodem, quo ipſæ ambitu contineantur. demonſtrabitur enim iſoperimetrarum figurarum, quæ multos angulos, & latera numero æqualia habeant; æquilateram, & æquiangulam maximam eſſe. Prius tamen theoremata, quæ ad demonſtrationem huius aſſumuntur, conſcribemus.

THEO-

THEOREMA IV. PROPOSITIO IV.

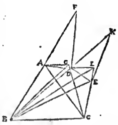
Sit triangulum A B C, maiorem habens A B, quam B C: ſitque recta linea E minor quidem, quam A B, maior vero, quam B C, dico fieri poſſe, vt in ipſa A C duæ rectæ lineæ conſtituantur, ita vt vtræque ſimul æquales ſint ipſis A B, B C, vna autem earum rectæ lineæ E ſit æqualis. quo enim A B, B C ſuperant ipſam E, ſit F. ergo F minor quidem eſt, quam A B, maior autem, quam B C; quoniam vtræque A B, B C æquales ſunt ipſis E F; quarum E maior eſt, quam B C, & minor, quam A B. Quoniam igitur A C, C B maiores ſunt, quam A B, atque eſt E, quam C B maior, & F minor, quam A B: erunt A C E multo maiores, quam F. ſimiliter quoniam A C, C B maiores ſunt, quam A B, & F maior, quam C B, & E minor, quam A B: erunt A C F, quam E multo maiores. poteſt igitur ex A C, E F triangulum conſtitui. conſtituatur, & ſit A C D. conſtat igitur ſi quidem E F æquales ſint, triangulum A C D eſſe æquicrurę, ſi vero inæquales, maiorem earum rectæ lineæ C D æqualem eſſe.



THEOREMA V. PROPOSITIO V.

Iſoperimetrorum triangulorum, & eandem baſim habentium æquicrure maximum eſt: & id, quod ad æquicrure magis accedit, ſemper eſt maius.

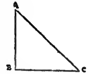
In baſi enim B C ſint triangula iſoperimetra, ęquicrure quidem A B C; B D C vero ad æquicrure magis accedens, quam B E C, id quod ex iis, quæ proxime demonſtrata ſunt, conſtitui poteſt. Dico triangulum A B C maximum eſſe; & B D C maius quam B E C. producatur B A, & ipſi C A æqualis ponatur A F; iunganturque F D, D A. Quoniam igitur F D, D B maiores ſunt, quam B F: erunt etiam maiores, quam B A, A C: eſt enim A C æqualis A F. Sed B A, A C æquales ſunt ipſis B D, D C. ergo & B D, D F, quam B D, D C maiores erunt: & communi B D ablata, reliqua F D maior eſt, quam D C. duæ igitur F A, A D duabus C A, A D æquales ſunt altera alteri, & F D baſis maior baſi D C. ergo angulus F A D angulo D A C eſt maior: ac propterea angulus F A C maior eſt, quam duplus anguli D A C. Sed anguli A B C eſt duplus, hoc eſt anguli A C B, cum triangulum æquicrure, ſit. angulus igitur A C B maior eſt angulo D A C. ponatur ipſi A C B æqualis angulus C A G. erit A G parallela B C: quod anguli alterni æquales ſint. producta igitur C D ad G, & iuncta B G, conſtat A B C triangulum triangulo B D C maius eſſe: eſt enim B A C triangulo B G C æquale. Rurſus producatur B D ad K: ponaturq; ipſi D C æqualis D K, & K E, E D iungantur. & quoniã B E, E K maiores ſunt, quàm B K: hoc eſt quã B D, D C hoc eſt, quã B E, E C, cõmuni ablata B E: erit reliqua E K, quam E C maior. Itaq; duæ K D, D E duabus C D, D E æquales ſunt, altera alteri, & baſis K E maior baſi E C. angulus igitur K D E angulo C D E eſt maior. quare K D C angulus, maior eſt, quam duplus anguli C D E; & anguli D C B minor, quam duplus: etenim D C B angulus maior eſt angulo D B C, quod A B C, A C B æquales ſint: maior igitur eſt D C B quam C D E. conſtituatur ad rectam lineam C D, & ad punctum D angulus C D L ipſi D C B æqualis. perſpicuum eſt D L inter D B, D K intermediam parallelam eſſe ipſi B C, ob angulos alternatim æquales. producta igitur C E vſque ad L D parallelam, quæ occurrat in L,



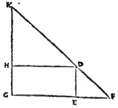
& E L

& BL iuncta, erit BDC triangulum æquale triangulo BLC, cum ſint in eadem baſi FC; & inter duas parallelas BC, DL. quare triangulum ABC maius erit triangulo BEC, quod quidem ipſo BLG eſt minus.

TEOREMA VI. PROPOSITIO VI.



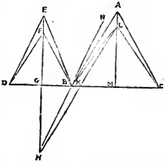
Rurſus ſint duo triangula orthogonia ſimilia ABC, DEF, quæ angulos FC æquales habeant. Dico quadratum quod fit ex AC, DF tanquam ex vna linea æquale eſſe ei, quod ex BC, EF vt vna linea, & ei, quod ex AB, DE ſimiliter vt vna linea efficitur.



Producatur enim FE ad O. ponaturque EG æqualis BC: & per G ipſi DE parallela occurrant FD pertractæ in K: & per D ducatur DH parallela FG. Quoniam igitur DH ęqualis eſt EG in parallelogrammo, hoc eſt ipſi BC, & KDH angulus angulo F, hoc eſt angulo C eſt æqualis: & rectus angulus H recto E: reliquuſque K ęqualis reliquo A: erunt triangula KHD, ABC æquiangula, & inter ſe æqualia. ergo quadratum quod fit ex KF æquale eſt eis, quæ ex KG, GF fiunt. hoc eſt quod ex AC, DF tamquam ex vna linea eſt æquale ei, quod ex AB, DE, vt vna linea, & ei, quod ex BC, EF ſimiliter vt vna linea efficitur.

THEOREMA VII. PROPOSITIO VII.

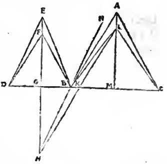
Similia & æquicruria triangula, vtraque ſimul vtriſque ſimul triangulis, quæ in eiſdem baſibus conſtituuntur æquicruribus, & diſſimilibus quidem tum inter ſeſe, tum ſimilibus, iſoperimetris autem, ſunt maiora.



Sint ſimilia, & æquicruria triangula DFB, BAC: & in eiſdem baſibus conſtituantur alia æquicruria triangula DEB, BLC, quæ ſimul ſumpta ſint iſoperimetra quidem ipſis DFB, BAC ſimul ſumptis, diſſimilia autem neceſſario, quod anguli inæquales ſint: hoc enim conſtrui poſſe deinceps oſtendetur. Dico triangula DFB, BAC vtraque vtriſque DEB, BLC maiora eſſe. Iungantur BF, AL & ad baſes producantur. ſecabunt vtique eas bifariam, & ad rectos angulos. ſunt enim DB, EF ipſis BB, BF, æquales: & baſes æquales DF, FB cum æquicruria triangula ſint: angulique æquales, & ſimilia triangula DEF, FEB. quare & æquales anguli extrinſeci FF, quòd intrinſecis æquales ſint æquales autem, & anguli DB, & reliqui item OG. recti igitur ſunt: lineæque DG, GB æquales: & ſimiliter æquales BM, MC, & anguli MM recti. Itaque ſecent in punctis GM: & producatur BG, ipſique ponatur æqualis GH; & BH iungatur. angulus igitur EBG angulo HBG æqualis erit. Sed BBG angulus maior eſt angulo ABC, quoniam & ma-

Digitized by Google

& maior angulo FEG ipſi æquali. Similia enim triangula ſunt DFB, BAC. ergo & HBG angulus angulo ABC eſt maior: & recta linea coniungens puncta HL ipſam BM, ſecat poſita nimirũ recta DBC, & HBN extra ipſam AB protracta; quoniã minor eſt AFC angulus angulo HBG, hoc eſt NBC, qui eſt ad verticẽ, & multo minor angulus LBK, ita vt BM ab H ſecetur in K. & manifeſtũ eſt HL nõ ſecari ipſum MC, vt ne LM productã in alio puncto, quam in L ſecet. Cum igitur DE, EB, BL, LC ſint æquales ipſis DF, FB, BA, AC; ponuntur enim triangula iſoperimetra: & earum dimidiæ EB, BL, hoc eſt HB, BL æquales ſunt ipſis FB, BA. & HB, BL ſunt maiores, quam HL. ergo quod fit ex vtraque FB, BA tamquam ex vna linea maius eſt eo, quod fit ex HL. Sed ei quod fit ex vtraque FB, BA tamquam ex vna linea æquale eſt, quod fit ex vtraq; FG, AM vna cum eo, quod ex vtraque GF, BM vt vna linea, hoc eſt ex GM propter triangulorum GFB, BAM ſimilitudinem: hoc enim ante demonſtratum eſt. Ei vero, quod fit ex HL, hoc eſt ex vtraque HK, KL vt vna linea æquale eſt, quod ex vtraq; LM, GH vt vna linea, hoc eſt LM, GE vt vna,



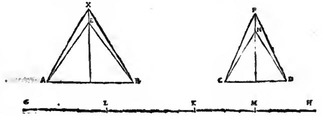
ſimul cum eo, quod ex vtraque GK, KM vt vna: hoc eſt ex GM, propter eandem cauſam. ergo quod fit ex vtraque FG, AM vt linea vna, ſimul cum eo, quod ex GM maius eſt, quam illud, quod fit ex vtraque EG, LM vt vna ſimul cum eo, quod ex GM. Commune auferatur, quod fit ex GM. reliquum igitur, quod ex vtraque FG, AM vt vna linea, maius eſt eo, quod ex vtraque EG, LM vt vna. & ob id FG, AM, vt vna longitu-

1. ſexti. dine maior eſt, quam EG, LM vt vna linea. Triangula vero, quorum eadem eſt altitudo, ita ſe habeat, ſic vt baſes. ergo vt EG ad GF, ita & dimidia triangulorum EGB ad FGB; & tota triangula eorum dupla DEB ad DFB. vt autem LM ad MA, ita MLC triangulum ad MAC: & duplum BLC ad BAC. quare & componendo vt EG, LM ad FG, AM, ita DEB, BLC triangula ad triangula DFB, BAC, etenim & hoc quoque deinceps oſtendetur. minor autem eſt vtraque EG, LM, quam vtraque FG, AM. ergo & triangula DEB, BLC vtraque vtriſque triangulis DFB, BAC minora erunt.

PROBLEMA I. PROPOSITIO VIII.

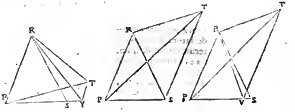
Quod autem poſitum eſt, ita oſtendetur.

Sint in baſibus inæqualibus AB, CD æquicruria triangula AEB, CFD: & ſit AE quidem ipſi CF æqualis; AB vero maior, quam CD. triangula igitur diſſimilia ſunt. Itaque oportet in baſibus AB CD ſimilia æquicruria triangula conſtituere, ita vt quattuor ipſorum latera ſimul ſumpta æqualia ſint lateribus AE, EB, EF, FD ſimul ſumptis.



Exponas

Exponatur enim recta linea GH æqualis ipſis AB, EB, CF, FD: & ſecetur in K, ita vt GK ad KH eandem proportionem habeat, quam AB baſis ad baſim CD. ſecetur etiam vtraque ipſarum GK, KH bifariam in LM punctis. Quoniam igitur GH vtriſque AB, CD eſt maior, quod & ipſæ AE, EB, CF, FD: & vt AB ad CD, ita GK ad KH: erit & GK maior, quam AB: & KH, quam CD maior. ſecta autem eſt vtraq; ipſarum GK, KH bifariam. ergo rectarum linearum AB, GL, LK quæque duæ reliqua maiores ſunt, quocumque ſumptæ. Similiter & ipſarum CD, KM, MH. Conſtituatur igitur ex AB, GL, LK triangulum AXB. manifeſtum eſt ipſum cadere extra rectas lineas AE, EB propterea quod GL, LK maiores ſunt, quam AE, EB: ſunt enim AE, EB ipſius GH dimidia, cum AE, EB æquales ſint ipſis CF, FD: & quattuor latera ſimul, rectæ lineæ GH æqualia. GK vero maior, quam dimidia OH præterea ex CD, KM, MH conſtituatur CND triangulum. eadem ratione intra cadent; atque erunt ea triangula inter ſe ſimilia, quoniam vt AB ad CD, ita eſt GK ad KH: earumque dimidiæ GL, KM, & LK ad MH: & quæ ipſis æquales conſtitutæ ſunt, AX ad CN, & BX ad DN. ſed AEB triangulum triangulo CFD interdum quidem eſt maius, interdum minus, interdum vero ipſi æquale.



Sit enim triangulum PRS habens PR æqualem FC, & RS æqualem FD, & PS ipſi CD. æqualia igitur ſunt, & ſimilia inter ſe triangula CFD, PRS. & quoniam AB maior eſt, quam CD, hoc eſt, quam PS, & AE, EB ſunt æquales PR, RS, quod & ipſis CF, FD; vtraque vtrique erit angulus AEB, quam PRS maior, quod & maior, quam CFD. ponatur angulo AEB æqualis angulus PRT, ipſiq; RS æqualis RT, & PT iungatur. ergo triangulum PRT æquale eſt, & ſimile triangulo AEB. producatur PSY, & ipſi AB æqualis ſit PY. & iungatur RY. maior igitur eſt RY, quam RS, & quam RT. vtraque B
enim PR, RT ipſi RS eſt æqualis. triangulum autem PRT, vel æquale eſt triangulo C
PRS, ſi ducta TS parallela ſit ipſi RP, & alterni anguli RPT, PTS æquales ſint, triangula enim in eadem ſunt baſi RP, & in eiſdem parallelis RP, TS. vel ipſo eſt maius, ſi TY parallela ſit ipſi RP: & angulus PTY alterno RPT. ſit æqualis. rurſus enim PRT triangulum ſit æquale triangulo RYP. maius autem triangulum PRY triangulo PRS. ergo & RPT triangulum triangulo PRS eſt maius. Quod ſi TV ſit parallela RP, ob angulos alternos æquales RPT, PTV: & PRT triangulum æquale erit triangulo RPV, ita vt triangulum PRS maius ſit triangulo PRY, hoc eſt triangulo PRT. ergo AEB triangulum æquale exiſtens ipſi PRT, vel maius eſt, vel minus, vel æquale triangulo PRS, hoc eſt CFD.

COMMENTARIVS.

Itaque oportet in baſibus AB, CD ſimilia æquicruria triangula conſtituere, ita vt quattuor ipſorum latera ſimul ſumpta æqualia ſint lateribus AE, EB, CF, FD ſimul ſumptis] *Codex Græcus hoc loco corruptus eſt, vt opinor, ὡς τὸ τῆς δ πλευρᾶς αὐτῶν ἅμα ἴσας ἢ ταῖς αεβ γζδ ἅμα. legendum autem eſt ὥστε τὰς δ πλευρὰς αὐτῶν.* A

Producatur PSY, & ipſi AB æqualis ſit PY. *Non video quam ob cauſſam PY fiat æqualis ipſi AB. nam vbicumque ponatur T extra S. ſemper RY maior erit, quam RS, quod maiori angulo ſubtendatur. præterea cum a puncto Y ducta parallela ipſi PR cadit extra S, nulla eſt neceſſitas, vt ſemper cadat in Y. poteſt enim etiam inter SY, & extra cadere, quare videtur legendum, producatur PS in Y, & RY iungatur, ita enim Y quodlibet punctum notabit extra S, quemadmodum & V quodlibet intra S notat.* B

Q Trian-

Triangulum autem PRT vel æquale eſt triangulo PRS ſi ducta TS parallela ſit ipſi RP, & alterni anguli RFT, PTS æquales ſint] *Satis erat alterum ipſorum dixiſſe, hæc enim ſeſe mutuo conſequuntur. nam ſi* TS *parallela eſt ipſi* RP, *& alterni anguli ſunt æquales, & ſi alterni anguli ſunt æquales, &* TS *parallela eſt ipſi* RP, *quod ex 27. & 29 primi libri elementorum manifeſto apparere poteſt.*

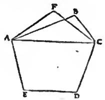
THEOREMA VIII. PROPOSITIO IX.

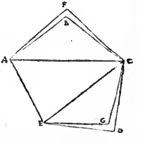
Reliquum eorum, quæ poſita ſunt.

THEOREMA IX. PROPOSITIO X.

His explicatis propoſitum oſtendemus, videlicet.

Iſoperimetrarum figurarum, quæ rectilineæ ſunt, & latera numero æqualia habent, æquilateram, & æquiangulam maximam eſſe.





Sit enim multilaterum AFCDE maximũ eorum quæ ipſi iſoperimetra ſunt, & latera numero æqualia habeat. Dico æquilaterum eſſe. non enim, ſed ſi fieri poteſt, ſint latera AB, BC inæqualia, & iungatur AC, in qua triangulum æquicrure AFC conſtituatur, ita vt vtraque ſimul AF, FC vtriſq; A ſimul AB, BC æqualia ſint, per 4. huius. Quoniam igitur in 5. huius oſtenſum eſt, iſoperimetrorum triangulorum, quæ in eadem baſi conſiſtant, maximum eſſe æquicrure, triangulum AFC triangulo ABC maius erit. quare addito communi ACDE quadrilatero, erit aliquod ſpacium FCDBA maius maximo ABCDE, iſoperimetrum ipſi, & latera numero æqualia habens, quod fieri non poteſt. æquilaterum igitur eſt ABCDE. & quod ad æquilaterum magis accedit, ſemper maius eſt; quippe cum oſtenſum ſit, triangulum quod magis ad æquicrure accedit, ſemper eſſe maius. Dico præterea quinque laterum ABCDE æquiangulum eſſe. non enim, ſed ſi fieri poteſt, ſit angulus B angulo D maior ergo, & recta AC maior erit, quam CE. æquales enim ſunt AB, BC, CD, DE, Conſtituantur in baſibus inæqualibus AC, CE ſimilia æquicruria triangula, vt in 8. huius oſtenſum eſt, AFC, CGB. quæ vtraque latera AF, FC, CG, GB ſimul ſumpta æqualia habeant vtriſque AB, BC, CD, DE ſimul ſumptis. triangula igitur conſtituta AFC, CGB ſimul maiora erunt, iis quæ a principio AFC, CDE. etenim hoc quoque in 7. oſtenſum eſt, & communi appoſito ACE triangulo idem abB ſurdum ſequetur. nam AFCGB maius erit maximo ABCDE, & iſoperimetrum ipſi, & latera numero æqualia habens. ergo æquiangulum eſt ABCDE, quinque laterum. Iſoperimetrarum igitur figurarum, quæ rectilineæ ſunt, & latera numero æqualia habent, maxima eſt æquilatera, & æquiangula, & ſimul conſtat omnium iſoperimetrarum figurarum circulum maximum eſſe, quoniam circulus iſoperimetra figura ordinata, quæ æquilatera eſt, & æquiangula, maior oſtenſus eſt.

COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur in 5. huius oſtenſum eſt, &c.] *in Græco codice legitur.* ἐπεὶ ἐν τῷ πρώτῳ ἐδείχθη. *ſed cum propoſitio ea quinta ſit iuxta noſtram diuiſionem, ita vertere maluimus, & idem obſeruauimus in aliis locis.*

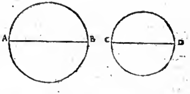
Nam

Nam AFCGE maius erit maximo ABCDE, & iſoperimetrum ipſi, & latera numero æqualia habens. ego æquiangulum eſt ABCDE quinquelaterum] *Hoc loco corruptus eſt Græcus codex. qui fortaſſe ita reſtituetur.* τὸ γὰρ αζγεε μεῖζον ἔσαι τοῦ αβγδε μεγίστου, ἰσοπεριμέτρῳ αὐτῷ, καὶ ἰσαρίθμους πλευρὰς ἔχον. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγδε πεντάπλευρον.

Eiuſdem contemplationis eſt & illud. Circuli portionum, quæ æqualem circumferentiam habent, maxima eſt ſemicirculus. Hoc autem demonſtrabimus, ſi prius ea, quæ ad id ſumuntur, conſcribemus.

THEOREMA X. PROPOSITIO XI.

Circulorum circumferentię inter ſe ſunt, vt diametri.



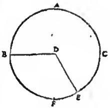
Sint duo circuli AB, CD. Dico vt circuli AB circumferentia ad circumferentiam circuli CD, ita eſſe rectam lineam AB ad ipſam CD. Quoniam enim vt AB circulus ad circulum CD, ita eſt quadratum ex AB ad quadratum ex CD; ſed circuli AB quadruplum eſt rectangulum, quod continetur recta linea AB, & circuli circumferentia; circuli vero CD quadruplum eſt rectangulum recta linea CD, & circuli circumferentia contentum, quod quidem antea demonſtratum eſt: erit vt rectangulum, contentum AB recta linea, & circumferentia circuli AB, ad rectangulum, quod recta linea CD, & circuli CD circumferentia continetur, ita quadratum ex AB ad id, quod fit ex CD quadratum. & permutando vt rectangulum contentū recta linea AB, & AB circumferentia ad quadratum ex AB, ita rectangulum, quod continetur CD recta linea, & circumferentia CD ad quadratum ex CD. Vt igitur circuli AB circumferentia ad rectam linea AB, ita circumferentia circuli CD. ad rectam CD & permutando vt AB circuli circumferentia ad circumferentiam circuli CD, ita recta linea AB ad CD rectam.

ALITER.

Hoc etiam demonſtrabitur non aſſumendo rectangulum, quod diametro circuli, & circumferentia continetur, circuli quadruplum eſſe. polygona enim ſimilia in circulis deſcripta, vel circumſcripta ambitus habent, qui quidem inter ſe ſunt, vt quæ ex centris circulorum. ergo & circulorum circumferentiæ eandem inter ſe, quam diametri proportionem habent.

THEOREMA XI. PROPOSITIO XII.

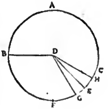
Ruſus ſit circulus ABC circa centrum D, cuius ea quæ ex centro DB: & a puncto D ducatur quædam recta linea DE. Dico vt circuli ABC ambitus ad circumferentiam BFE, ita eſſe circulum ABC ad BDE ſectorem.



Si igitur circumferentia BFE commenſurabilis eſt ambitui circuli ABC, quoniam diuiſo ambitu ABC in menſuras, & a punctis diuiſionum ductis ad centrum rectis lineis, ſectores omnes inter ſe congruunt, atque eſt eorum multitudo æqualis multitudini menſurarum: erit vt totus circuli ABC ambitus ad circumferentiam BFE, ita circulus ABC ad BDE ſectorem, ex

A 15. quinti libri elementorum. Quòd ſi ambitus non eſt commenſurabilis circumferentiæ BFE nihilominus erit, vt ABC circulus ad ſectorem BDE, ita ambitus ABC ad BFE circumferentiam. Sit enim, ſi fieri poteſt, vt ABC circulus ad ſectorem BDE, ita ambitus ipſius ABC ad circumferentiam BF prius

B minorem, quam BFE. & ſumatur alia quædam circumferentia BG maior quidem quam BF, minor vero, quam BFE, atque ambitui ABC commenſurabilis: vt eſt lemma ſphæricorum, iungaturque DG. eſt igitur ex antedictis, & vt circulus ABC ad BDG ſectorem, ita ABC ambitus circuli ad BFG circumferentiam.



C Sed ambitus ABC circuli ad circumferentiam BFG, minorem proportionem habet, quam ad BF circumferentiam, hoc eſt, quam ABC circulus ad ſectorem BDE ergo circulus ABC ad ſectorem BDG minorem proportionem habebit, quam ad BDE ſectorem, quod eſt abſurdum. non igitur eſt, vt ABC

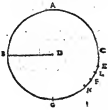
D circulus ad ſectorem BDE, ita ambitus ABC ad circumferentiam minorem, quam BFE. Dico inſuper neque ad maiorem, quam BFE. Si enim fieri poteſt, ſit ad circumferentiam BEC. & ſimiliter circumferentia quædam BEH ſumatur, maior quidem quam BFE, minor vero, quam BEC, ſed ambitui circuli ABC commenſurabilis, & iungatur DH. Rurſus quoniam vt ABC circulus ad ſectorem BDH, ita eſt ambitus circuli ABC ad BEH circumferentiam: ambitus vero ABC ad circumferentiam BEH maiorem pronem habet, quam ad BEC circumferentiam, hoc eſt quam ABC circulus ad ſectorem BDE: habebit circulus ABC ad ſectorem BDH maiorem proportionem quam ad ſectorem BDE, quod itidem eſt abſurdum. non igitur vt ABC circulus ad ſectorem BDE, ita eſt ambitus ipſius ABC ad circumferentiam maiorem, quam ſit BFE. oſtenſum autem eſt, neque ad minorem. ergo vt circulus ABC ad ſectorem BDE, ita ambitus ipſius ABC ad BFE circumferentiam.

COMMENTARIVS.

A Quòd ſi ambitus non eſt commenſurabilis circumferentiæ BFE nihilominus erit, vt ABC circulus ad ſectorem BDE, &c.] *Græcus codex. οὐδὲ μὴ ἐστι σύμμετρος τῇ βζε περιφερείᾳ μὴ δὲ ἐστιν ὡς ὁ αβγ κύκλος πρὸς τὸ βδε τομέα. Sed corruptus eſt locus & fortaſſe ita corrigendus. εἰ δὲ μὴ ἐστι σύμμετρος τῇ βζε περιφερείᾳ, ὁμοίως ἐστιν ὡς ὁ αβγ κύκλος πρὸς τὸ βδε τομέα.*

B Et ſummatur alia quædam circumferentia BG, maior quidem, quam BF, minor vero, quam BFE, atque ambitui ABC commenſurabilis, vt eſt lemma ſphæricorum] *Vbi hoc lemma ſit, nondum noui, ſed tamen illud ita faciemus.*

1.decimi. *Diuidatur circuli ABC circumferentia bifariam, & eius dimidia rurſus bifariam: idq; ſemper fiat, quoad relinquatur circumferentia quædã BG minor, quam BE. quæ ſi maior ſit, quã BF, factũ iam erit, quod proponebatur, ſin minus, diuidatur BG bifariã, & ſi opus erit rurſus bifariã, quouſq; reliqua ſit circũferentia minor, quam GE, cui quidem æqualis ponatur GK, & ſi BGK adhuc non ſit maior, quam BGF, rurſus diuidatur GK, eiuſq; dimidia, quouſq; relinquatur circumferentia minor quã KB, & ipſi æqualis ſit KL, idemq; ſemper fiat, quoad tandem ſumatur circumferentia minor quidem, quam BE, maior vero, quam BF. quod ipſum facere oportebat.*



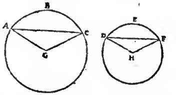
Sed

Sed ambitus ABC circuli ad circumferentiam BFG minorem proportionem habet, quam ad BF circumferentiam] *in Græco codice legitur πρὸς τὴν εζη περιφέρειαν ſed legendum πρὸς τὴν βζη περιφέρειαν.* C

Ita ambitus AB ad BF circumferentiam, minorem, quam BFB] *Græcus codex habet. πρὸς τὴν βζ περιφέρειαν ἐλάσσονα λόγον ἔχει τῆς βεζ περιφερείας ſed legendum πρὸς τὴν βζ περιφέρειαν ἐλάσσονα ἤπερ τῆς βεζ περιφερείας.* D

THEOREMA XII. PROPOSITIO XIII.

Similes circulorum portiones interſe ſunt vt baſium quadrata, & circumferentiæ ipſarum interſe vt baſes.



Sint ſimiles circulorum portiones ABC DEF. Dico vt portio quidem ABC ad DEF portionem, ita eſſe quadratum ex AC ad quadratum ex DF: vt autem ABC circumferentia ad circumferentiam DEF, ita AC ad DF. compleantur circuli, ſumanturque ipſorum centra GH, & iungantur AG, GC, DH, HF. Quoniam igitur ſimiles ſunt ABC, DEF portiones; angulus ad G æqualis eſt angulo ad H; triangulumq; AGC triangulo DHF ſimile, & ABC circumferentia ſimilis circumferētiæ DEF. A
ergo vt circulus ABC ad AGCB ſectorem, ita ambitus circuli ABC ad ABC circumferentiā B
hoc eſt quattuor recti ad angulū G. vt autem DEF circulus ad ſectorem DHFE, ita ambitus circuli DEF ad DEF circumferentiā, & quattuor recti ad H angulū. Sed angulus H angulo G eſt æqualis. ergo vt ABC circulus ad ſectorem AGCB, ita circulus DEF ad DHFE ſectorem: & permutando vt ABC circulus ad circulū DEF, ita AGCB ſector ad DHFE ſectorem. & vt circulus ad circulū, ita quadratum ex AG ad quadratu ex DH: hoc eſt AGC triangulum ad triangulum DHF. Vt igitur AGCB ſector ad ſectorem DHFE, ita triangulū AGC ad DHF triangulum: & reliqua portio ABC ad portionem DEF, vt triangulum AGC ad triangulum DHF; hoc eſt vt quadratum ex AC ad id, quod ex DF quadratum. Dico præterea vt ABC circumferentia ad circumferentiam DEF, ita AC baſis ad baſim DF. Iiſdem enim conſtructis, vt ABC circuli circumferentia ad circumferentiam circuli DEF, ita circumferentia ABC ad DEF circumferentiam. Vt autem circulorum circumferentiæ inter ſeſe, ita AG ad DH, hoc eſt AC ad DF. Vt igitur ABC circumferentia ad circumferentiam DEF, ita baſis AC ad DF baſim. C D E F G

(Margin: 2. duodecimi. 11. huius.)

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur ſimiles ſunt ABC, DEF portiones, angulus ad G æqualis eſt angulo ad H] *Ex ſimilium circuli portionum definitione.* A

Ergo vt circulus ABC ad AGCB ſectorem, ita ambitus circuli ABC ad ABC circumferentiam] *Ex antecedenti.* B

Hoc eſt quattuor recti ad angulum G] *Ex vltima ſexti.* C

Hoc eſt AGC triangulum ad triangulum DHF] *Nam cum triangulum AGC ſimile ſit triangulo DHF, habebit triangulum AGC ad ipſum DHF duplam proportionem eius, quæ eſt AG ad DH ex 19. ſexti. & ex 20. eandem habebit quadratum ex AG ad quadratum ex DH. Vt igitur quadratum ex AG ad quadratum ex DH, ita eſt AGC triangulum ad triangulum DHF.* D

Et reliqua portio ABC ad portionem DEF, vt triangulum AGC ad triangulum DHF] *Ex 19. quinti.* E

Vt autem circulorum circumferentiæ inter ſeſe, ita AG ad DH] *Ex vndecima huius. Circulorum enim circumferentiæ eandem inter ſe proportionem habent, quam ipſorum diametri, & earum dimidia, quæ ex centris circulorum.* F

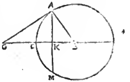
Hoc eſt AC ad DF] *Ex 4. ſexti ob triangulorum AGC, DHF ſimilitudinem.* G

THEO-

THEOREMA XIII. PROPOSITIO XIIII.

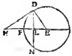
Sint duo circuli; & ad ipſorum centra æquales anguli ABC, DEF. & contingentes quidem rectæ lineæ ſint AG, DH; perpendiculares vero AK DL. oſtendendum eſt, vt AGK triangulum ad trilineum ACK, ita eſſe triangulum DHL ad DFL trilineum.

A Hoc autem ex antedictis manifeſtum eſt. triangu-
B lum enim AGK ſimile ſit triãgulo DHL: & ACK trili-
C neum ſimile trilineo DFL: & vtrumq; ad vtrumq; eandem proportionem habet, quam quadratum ex AK ad quadratum ex DL.



COMMENTARIVS.

A Triangulum enim AGK ſimile ſit triangulo DHL] *Ponitur namque angulus ad B æqualis angulo ad E: & ſunt anguli OAB, HDE recti ex 18. tertij: & ob id inter ſe æquales, ergo & reliquus æqualis reliquo, & triangulum ABG triangulo DEH ſimile. Sed triangulo ABG ſimile eſt triangulum AGK, & triangulo DCH ſimile triangulum DHL, ex 8. ſexti. ergo, & triangula AGK, DHL inter ſe ſimilia erunt.*

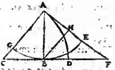


B Et ACK trilineum ſimile trilineo DFL] *Cum enim anguli ad BE ſint æquales, erunt & circumferentiæ AC, DF inter ſe ſimiles: & productæ AK, DL vſq; ad alteram circumferentiæ partem in punctis MN ſimiles circulorum portiones abſcindent, ACM, DFN: quarum dimidia ACK, DFL etiam ſimiles ſunt,*

C Et vtrumque ad vtrumque eandem proportionem habet, quam quadratum ex AK ad quadratum ex DL] *Triangulum enim AGK ad triangulum DHL ipſi ſimile eandem habet proportionem, quam quadratum ex AK ad quadratum ex DL, ex eis quæ nos proxime tradidimus. portio autem ACM ad DFN portionem, hoc eſt earum dimidia, videlicet, ACK tri-*
16. quinti. *lineum ad trilineum DFL. ex antecedenti eam proportionem habet, quam quadratum ex AM ad quadratum ex DN: hoc eſt quam quadratum, ex AK ad id quod ſit ex DL quadratum: triangulum igitur AOK ad triangulum DHL eandem proportionem habebit, quam trilineum ACK ad trilineum DFL. & permutando AOK triangulum ad trilineum AGK habebit eandem, quam triangulum DHL ad DFL trilineum.*

THEOREMA XIV. PROPOSITIO XV.

Sit triangulum orthogonium ABC: & circa centrum C per A deſcribatur circumferentia AD. rectus autem eſt angulus ad B. oſtendendum eſt ſectorem ACD ad ABD trilineum maiorem proportionem habere, quàm angulus rectus ad BCA angulum.



16. tertij. Ducatur ipſi CA ad rectos angulos AF, quæ circumferentiam AD contingit: & per B circa centrum A deſcribatur circumferentia EBG: atq; ad AF perpendicularis BH ducatur. Quoniam igitur EBF trilineum ad trilineum EBH maiorem proportionem habet, quam
16. quinti. ad BAB ſectorem; & componendo triangulum FHB ad trilineum BBH maiorem habet proportionem, quam FAB triangulum ad ſectorem BAB; vt autem FHB triangulum ad trilineum EBH; ita trian-

triangulum FAB ad ADB trilineum; quòd æquales ſunt anguli EAB, ACD; hoc enim A
ante demonſtratum eſt: & triangulum FAB ad BAD trilineum maiorem propor- B C
tionem habebit, quam ad ſectorem EAB. maior igitur eſt EAB ſector trilineo DAB 10
ac propterea EAB ſector ad ſectorem BAG maiorem habet proportionem, quam 8 quin.
trilineum DAB ad BAG ſectorem. ſed trilineum DAB ad BAG ſectorem maiorem
proportionem habet, quam ad triangulum ABC. multo igitur maiorem habet
EAB ſector ad ſectorem BAG, quam trilineum DAB ad BAC triangulum. Vt au-
tem ſector EAB ad BAG ſectorem, ita angulus FAB ad angulum BAC. ergo angulus vl. ſexti.
FAB ad BAC angulum maiorem proportionem habet, quam DAB trilineum ad trian-
gulum BAC. & conuertendo triangulum BAC ad BAD trilineum maiorem habet pro- 16. quin.
portionem, quam BAC angulus ad angulum BAF: componendoque ſector DCA ad AED 18. quin.
trilineum maiorem proportionem habet, quam FAC angulus ad angulum FAB; hoc
eſt, quam angulus rectus ad ACB angulum. eſt enim angulus FAB æqualis ipſi ACB;
quòd in orthogonio triangulo FAC, perpendicularis eſt AB, & triangulum FAB, 8. ſexti.
triangulo ACF eſt ſimile.

COMMENTARIVS.

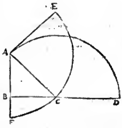
Quod æquales ſunt anguli EAB, ACD] *Ex 8. ſexti. eſt enim triangulum FAC orthogonium, & ab angulo recto ad baſim perpendicularis ducitur AB. quare ABF triangulum ſimile eſt triangulo CAF, anguluſque FAB angulo FCA æqualis.* A

Hoc enim ante demonſtratum eſt] *In antecedente.* B

Et triangulum FAB ad BAD trilineum maiorem proportionem habebit, quam ad ſectorem EAB] *Ex 13. quinti.* C

THEOREMA XV. PROPOSITIO XVI.

Sit rurſus triangulum orthogonium ABC, rectum angulum habens ad B; & circa centrum C per A circuli circumferentia deſcribatur. Dico ACD ſectorem ad trilineum ABD maiorem proportionem habere, quam angulus rectus ad ACD angulum.



Ducatur ipſi AC ad rectos angulos AE: & producta BA per C punctum circa centrum A deſcribatur circuli circumferentia BCF. Quoniam igitur circa eandem ſemidiametrum CA deſcriptæ ſunt circumferentiæ AD, ECF; conſtat eas eſſe æqualium circulorum: & angulus ACD maior eſt angulo CAE. ergo ſector ACD ſectore ACE eſt maior: & ob id maiorem proportionem habet ACD ſector ad triangulum ABC, quam ſector ACE ad idem triangulum: & multo maiorem, quam ſector ACE ad ſectorem ACF. vt autem ACE ſector ad ſectorem ACF, ita angulus EAC ad ACF angulum ergo ACD ſector ad triangulum ABC maiorem proportionem habet, quam EAC angulus ad angulum CAF. & conuertendo, componendoque, & rurſus conuertendo maiorem proportionem habet ACD ſector ad trilineum ABD, quam angulus BAC ad BAF angulum: hoc eſt quam rectus angulus ad angulum ACD. eſt enim angulus BAF æqualis angulo ACD, quoniam & ACD æqualis eſt recto CBA, & BAC angulo.

A 8. quinti. B vl. ſexti C D

COMMENTARIVS.

Et angulus ACD maior eſt angulo CAE] *Angulus enim ACD exterior (ex 32. pr.) æqualis eſt* A

lis eſt duobus interioribus, & oppoſitis ABE, BAC, *quorum* ABC *eſt rectus. ergo angulus* ACD *maior erit, videlicet angulo* CAE, *quem rectum eſſe poſuimus.*

B Et multo maiorem, quam ſector ACE ad ACF ſectorem] *Nam ſector* ACE *ad triangulum* ABC *maiorem proportionem habet, quam ad ſectorem* ACF, *quippe qui triangulo* ABC *eſt maior, ex 8. quinti.*

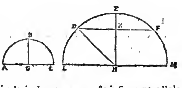
C Et conuertendo, componendoque, & rurſus conuertendo maiorem proportionem habet ACD ſector ad trilineum ABD, quam angulus EAC ad angulum EAF] *Quoniam enim* ACD *ſector ad triangulum* ABC *maiorem proportionem habet, quam* EAC *angulus ad angulum* CAF, *habebit conuertendo ex 26. quinti,* ABC *triangulum ad ſectorem* ACD *minorem proportionem, quam angulus* CAF *ad* EAC *angulum: componendoque ex 28. eiuſdem* ABD *trilineum ad ſectorem* ACD *minorem proportionem habebit, quam angulus* EAF *ad* EAC *angulum: & rurſus conuertendo ſector* ACD *ad* ABD *trilineum maiorem habebit proportionem, quam* EAC *angulus ad angulum* EAF. *In Græco codice legitur* καὶ ἀνάπαλιν, καὶ συνθέντι, καὶ ἀναστρέψαντι μείζονα λόγον ἔχει, *&c.] Sed corrupta, vt opinor, etenim conuerſa ratione, & compoſita tantum vtimur, non item rationis conuerſione.*

D Eſt enim angulus EAF æqualis angulo ACD, quoniam, & ACD æqualis eſt recto CBA, & BAC angulo.] *Ex 32. primi elementorum.*

THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVII.

His præmiſſis theorema propoſitum, quod comparatiuum eſt, ita demonſtrabimus.

A Circuli portionum, quæ æqualem circumferentiam habent, maxima eſt ſemicirculus.



Sint duæ circulorum portiones ABC, DEF, quæ æquales habeant ABC, DEF circumferentias: & ſit ABC ſemicirculus. portio vero DEF prius ſit ſemicirculo minor. Dico ſemicirculum portione eſſe maiorem. Sumantur enim circulorum centra GH, & ad rectos angulos ſit

B GB: a puncto autem H ad DF perpendicularis ducatur HKE: & ipſi DF parallela LM, iungaturque DH. Quoniam igitur vt circumferentia LE ad AB circumferentiam, ita

11. huius eſt recta linea LH ad rectam AG. Circulorum enim circumferentiæ inter ſeſe ſunt, vt diametri. Sed circumferentia AB æqualis eſt ipſi DE circumferentiæ. Vt igitur cir-

vi. ſexti. cumferentia LE ad ED, ita eſt LH ad AG. & vt LE ad ED, ita ſector LHE ad EHD ſe-

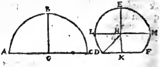
C ctorem. habet autem quadratum ex HL ad quadratum ex AG duplam proportionem

D eius, quam habet LH ad AG. ergo quadratum ex LH ad quadratum ex AG, hoc eſt ſector LEH ad ſectorem ABG duplam proportionem habebit eius, quam LEH ſector habet ad ſectorem DEH. ac propterea inter ſectores LEH, ABG medius proportiona-

E lis eſt ſector DEH. & quoniam per lemma ante demonſtratum ſector DEH ad trilineum EDK maiorem proportionem habet, quam rectus angulus; hoc eſt angulus LHE ad ip-

F ſum DHE; hoc eſt quam LHE ſector ad ſectorem DHE. vt autem ſector LHE ad DHE ſectorem, ita DHE ſector ad ſectorem ABG. ergo ſector DHE ad DEK trilineum ma-

8. quinti iorem proportionem habet, quam idem ſector ad ſectorem ABG. maior igitur eſt ABG ſector trilineo DKE: & eorum dupla. ergo ABC ſemicirculus portione DEF eſt maior. Sit rurſus portio DEF maior ſemicirculo. Dico itidem ſemicirculum portione maiorem eſſe, conſtruantur enim eadem, quæ ſupra. Similiter demonſtrabimus vt LHE ſector ad ſectorem DHE, ita eſſe ſectorem DHE ad ipſum ABG,



G quod æquales ſint AB, DE circumferentiæ. Et quoniam ob ſecundum lemma ſector DHE ad DKE trilineum maiorem proportionem habet, quam rectus angulus, videlicet LHE ad angulum DHE, hoc eſt, quam LHE ſector ad ſectorem DHE, hoc eſt, quam

ſector

ſector DHE ad ABG ſectorem; erit ABG ſector trilineo DEK maior: & eorum dupla. maior igitur eſt ABC ſemicirculus portione FEF, ex quibus ſequitur omnium circuli portionum, quæ æquales habent circumferentias, ſemicirculum maximum eſſe.

COMMENTARIVS.

Circuli portionum, quę æqualem circumferentiam, habent maxima eſt ſemicirculus] *Hæc nos addidimus perſpicuitatis cauſa, quæ in Græco non erant.* A

Et ipſi DF parallela LM] *Intelligatur per H centrum ducta LM ipſi DF parallela, quæ ſit LHM.* B

Habet autem quadratum ex LH ad quadratum ex AG duplam proportionem eius, quam habet LH ad AG. ergo quadratum ex LH ad quadratum ex AG, hoc eſt ſector LEH ad ſectorem ABG duplam proportionem habebit eius, quam LEH ſector habet ad ſectorem DEH] *Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur.* καὶ ἔχει τὸ ἀπὸ τὸς λθ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς αη διπλασίονα λόγον τοῦ τῆς δθλ πρὸς εα. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς δθλ πρὸς τὸ ἀπὸ αε. *ita vero corrigendus eſt, vt opinor* καὶ ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς λθ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς αη διπλασίονα λόγον τοῦ τῆς λθ πρὸς αη, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς λθ πρὸς τὸ ἀπὸ αη. *Quoniam enim vt circumferentia LE ad ED circumferentiam, ita eſt LH ad AG, & rurſus vt LE ad ED, ita ſector LHE ad EHD ſectorem; erit & vt LH ad AG, ita LEH ſector ad ſectorem DEH. Quod cum quadratum ex LH ad quadratum ex AG duplam proportionem habeat eius, quam habet LH ad AG ex 2. ſexti; duplam quoque proportionem habebit eius, quam ſector LEH habet ad DEH ſectorem.* C

Ergo quadratum ex LH ad quadratum ex AG, hoc eſt ſector LEH ad ſectorem AGB] *Semicirculus enim LEM ad ſemicirculum ABC ex 13. huius, eam proportionem habet, quam quadratū ex LM ad quadratum ex AC, hoc eſt quam quadratum ex LH ad quadratum ex AG, & eorum dimidia; ſector igitur LEH ad ſectorem ABG eſt vt quadratū ex LH ad quadratū ex AG.* D

Et quoniam per lemma ante demonſtratum] *Ex 15. huius.* E

Vt autem ſector LHE ad DHE ſectorem, ita DHE, ſector ad ſectorem ABG. ergo ſector DHE ad DEK trilineum, &c.] *Græcus codex mancus eſt, quem nos ita reſtituimus.* ὡς δὲ ὁ λθε τομεὺς πρὸς τὸν δθε, οὕτως ὁ δθε τομεὺς πρὸς τὸν αβγ τομέα. ὁ ἄρα δθε τομεὺς πρὸς τὸ δεκ τρίγραμμον. F

Et quoniam ob ſecundum lemma] *Ex 16. huius.*

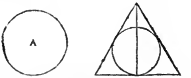
Primum & effectorem omnium Deum mundo ſphæricam figuram merito, ac iure dediſſe philoſophi aſſerunt, cum omnium optimam, pulcherrimamque delegiſſet, quæ ipſi ſphæræ inſunt naturalia ſymptomata dicentes, præterea & illud addunt, omnium ſolidarum figurarum, quæ æqualem ſuperficiem habeat, ſphæram maximam eſſe. Itaque alia quidem, quæ ipſi dicunt in eſſe perſpicua ſunt, & minori indigent probatione. At vero maiorem eſſe alijs figuris, neque ipſi philoſophi probant, ſed affirmant ſolum, neque ſine maxima contemplatione perſuaderi facile poteſt. Age igitur quemadmodum in ſuperioribus, circulum maximum omnium, quæ æqualem ipſi ambitum habent, ordinatarum, multiangularumque figurarum, maximum inuenimus, & nunc quod conſequens eſt, ſphæram omnium, quæ æqualem habeat ſuperficiem, ordinatarum, ac ſolidarum figurarum maximam oſtendere enitamur. Sed prius de ſolidis ipſis, cum quibus ſphæram conferri oportet, pauca diſſeramus. Multæ enim intelligi poſſunt ſolidæ figuræ, varias ſuperficies habentes; magis autem quis exiſtimauerit dignas, de quibus dicatur, eas, quæ ordinate eſſe videntur. & ex his multo magis tum conos, tum cylindros, tum quæ polyedra appellantur. hæc autem ſunt, non ſolum quę apud diuiniſſimum Platonem quinque figuræ, videlicet tetraedrum, hexaedrum, octaedrum & dodecaedrum, & quintum icoſaedrum, ſed etiam quæ ab Archimede inuenta ſunt, numero tredecim; æquilateris quidem, & æquiangulis polygonis, non autem ſimilibus contenta. Primum enim octaedrum eſt, quod quattuor triangulis, & totidem hexagonis continetur. tria vero deinceps, quattuordecim baſium, quorum primum continetur octo triangulis, & octagonis ſex. Secundum quadratis ſex, & hexagonis octo. tertium triangulis octo, & ſex quadratis. Poſtea duo vigintiſex baſium, quorum primum octo triangulis. & duodeuiginti quadratis continetur. Secundum quadratis duodecim hexagonis octo, & ſex octagonis deinde tria triginta duarum baſium, quorum primum triangulis viginti, & duodecim decagonis conſtat. Secundum pentagonis duodecim, & viginti hexagonis. tertium triangulis viginti, & quadratis duodecim. poſt hęc vnum

eſt, octo & triginta baſium, quod conſtat triginta duobus triangulis, & quadratis ſex. Hoc ſequuntur duo ſexaginta duarum baſium, quorum primum viginti triangulis, quadratis triginta, & pentagonis duodecim comprehenditur. Secundum triginta quadratis, hexagonis viginti, & decagonis duodecim. Denique vltimum nonaginta duarum baſium, qu d triangulis octoginta, & duodecim decagonis continetur. Quot autem angulos ſolidos habeant vnaquæquæ tredecim figurarum polyedrarum, & quot latera, hoc modo comperiemus. Quarum enim ſimpliciter polyedrarum figurarum ſolidi anguli tribus planis angulis conſtant, enumeratis angulis planis, quos habent omnes polyedri baſes, facti numeri tertia pars eſt numerus ſolidorum angulorum. quarum autem polyedrarum angulus ſolidus quattuor planis angulis continetur, enumeratis omnibus angulis planis, quos habeant polyedri baſes, numeri eius quarta pars eſt angulorum ſolidorum numerus. Simili ratione quarum poliedrarum angulus ſolidus quinque planis angulis comprehenditur, quinta pars multitudinis angulorum planorum, eſt numerus ſolidorum angulorum multitudinis. At vero multitudinem laterum, quæ vnaquæque polyedrarum figurarũ habet, hoc modo inueniemus. enumeratis enim omnibus lateribus, quæ habeant ſuperficies polyedrum continentes, eorum numerus æqualis eſt multitudini planorum angulorum. Sed quoniam duorum planorum vnumquodque latus commune eſt, patet dimidium multitudinis numerum eſſe laterum polyedri. Primum igitur tredecim diſſimilium polyedrorum, cum triangulis quattuor, & totidem hexagonis continetur, angulos quidem ſolidos habet duodecim, latera autem duodeuiginti. etenim quattuor triangulorum anguli duodecim ſunt, & latera duodecim, quattuor autem hexagonorum anguli viginti quattuor, & vigintiquattuor latera. numeroque omni facto 36. neceſſe eſt ſolidorum angulorum numerum numeri prædicti tertiam partem eſſe, quoniam, & vnuſquiſque ſolidorum ipſius angulorum tribus angulis planis continetur. At laterum multitudo dimidia pars eſt ipſius numeri, videlicet 36. itaut latera ſint duodeuiginti. Eorum vero, quæ ex quattuordecim baſibus conſtat primum continetur octo triangulis, & quadratis ſex, ita vt duodecim ſolidos angulos habeat, vnuſquiſque enim ipſius angulus quattuor angulis planis comprehenditur, latera autem habeat vigintiquattuor. Secundum, quod continetur quadratis ſex, & octo hexagonis, habebit ſolidos angulos vigintiquattuor: vnuſquiſque enim angulorum ex tribus angulis planis conſtat: & habebit latera triginta ſex. Eorum, quæ ſex, & viginti baſes habet. Primum quod triangulis octo, & duodeuiginti quadratis continetur, habebit ſolidos angulos vigintiquattuor, & quadragintaocto latera. Secundum, quod continetur duodecim quadratis hexagonis octo, & octagonis ſex, habebit ſolidos angulos 48. latera 72. Eorum, quæ ex 32. baſibus conſtant, primum, quod continetur triangulis viginti, & duodecim pentagonis, habebit ſolidos angulos triginta, latera ſexaginta. Secundum, quod continetur duodecim pentagonis, & hexagonis viginti, habebit ſolidos angulos ſexaginta, latera nonaginta. Tertium, quod viginti triangulis, & decagonis duodecim continetur, habebit ſolidos angulos ſexaginta, latera nonaginta. Illud autem, quod ex trigintaocto baſibus conſtat, quoniam continetur triangulis trigintaduo, & quadratis ſex, habebit ſolidos angulos quadraginta, latera ſexaginta. Eorum, quæ ex duabus & ſexaginta baſibus cõſtant, primum continetur triangulis viginti, quadratis triginta, & duodecim pentagonis, habebit ſolidos angulos ſexaginta, latera centum viginti. Secundum quod continetur triginta quadratis, viginti hexagonis, & decagonis duodecim habebit ſolidos angulos centum viginti, latera centum octuaginta. Poſtremo quod ex duobus, & nonaginta baſibus conſtat, quoniam triangulis octuaginta, & pentagonis duodecim continetur, habebit ſolidos angulos ſexaginta, latera centum quinquaginta. Hæ igitur figuræ, vel angulos diſſimiles habent, vel inæqualibus, & diſſimilibus polygonis continentur, ob perturbationem, confuſionemque omittantur. Eas autem, quæ quinque figuræ appellantur, operæ pretium eſt cum ſphæra comparare. quoniam enim æqualibus, & ſimilibus planis continentur, ſolæ angulos ſolidos æquales habeant, ideoque magis ordinatæ ſunt, quam reliquæ. At plures his quinque figuris inueniri non poſſe, quę æqualibus, & ſimilibus æquilateris polygonis comprehendantur, tum ab Euclide, tum ab alijs quibuſdam demonſtratum iam fuit.

THEO-

THEOREMA XVII. PROPOSITIO XVIII.

Itaque hæc ipſa polyedra primum cum ſphæra comparemus.



Sit enim ſphæra quidem, in qua A, vna vero prædictarum quinque figurarum, quæ totam ſuperficiem ſuperficiei ſphæræ A æqualem habeat. Dico ſphæram maiorem eſſe. Intelligatur enim ſphæra intra polyedrum deſcripta, ita vt plana ipſam continentia tangat. maior igitur polyedri ſuperficies, quam ſuperficies deſcriptæ ſphæræ, cum ipſam contineat. ſed ſuperficies polyedri æqualis eſt ſuperficiei ſphæræ A. ergo & ſphæræ ſuperficies A ſuperficie ſphæræ intra polyedrum deſcriptæ maior erit. ac propterea quæ ex centro ſphæræ A maior eſt, quam quæ ex centro ſphæræ deſcriptæ. ſphæræ autem A ſuperficies æqualis eſt ſuperficiei polyedri. Conus igitur baſim habens circulum æqualem ſuperficiei ſphæræ A, maior eſt pyramide, cuius baſis eſt rectilineum æquale ſuperficiei polyedri, & altitudo quæ ex centro ſphæræ intra ipſum deſcriptæ. Sed conus æqualis eſt ſphæræ A. hoc enim ex iis, quæ ab Archimede demonſtrata ſunt in libro de ſphæra, & cylindro, & aliter ex lemmatibus, quæ a nobis ſubijciuntur, perſpicue conſtat. pyramis autem polyedro eſt æqualis. ergo, & ſphæra A propoſito polyedro maior erit. Habent autem comparationem quandam inter ſeſe, & hæ quinque figuræ, de qua deinceps conſiderabimus. Oſtenditur namque poſitis æqualibus ſuperficiebus, ſolidum, quod plures baſes habet, ſemper etiam maius eſſe, vti coſaedrum maius dodecaedro, & dodecaedrum octaedro, & octaedrum cubo, & cubum pyramide, ſimile enim quiddam in hiſce ſolidis addidit, atque in planis polygonis, in quibus cum æquales ambitus habeant ſemper maius eſt id, quod pluribus angulis continetur; omnibus autem maior eſt circulus, quemadmodum, & nunc oſtenſa eſt ſphæra polyedris maior.

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XIX.

Conſtat præterea & conum, & cylindrum, qui ſuperficiem habeant ſphæræ ſuperficiei æqualem, ipſa ſphæra minores eſſe.

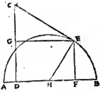
Etenim conus baſim habeat æqualem ſuperficiei ſphæræ, & totam ſuperficiem ſuperficie ſphæræ maiorem, ſphæræ æqualis deprehenditur, cum ipſius altitudo ei, quę ex centro ſphæræ ſit æqualis. Cylindrus autem baſim habens eandem, quam conus. quæ eſt æqualis ſuperficiei ſphæræ, & altitudinem, tertiam partem axis coni, quippe qui eſt æqualis cono, ſphæræ etiam æqualis inuenitur, cum maiorem, quam ipſa ſuperficiem habeat. nam duæ cylindri baſes duplæ ſunt baſis coni, hoc eſt ſuperficiei ſphæræ. ergo cum vtraque figura ſuperficiem habeat ſuperficiei ſphæræ æqualem, tunc ſphæra neceſſario vtraque ipſarum maior erit.

Hæc igitur de comparatione ſphæræ cum quinque figuris, & cum conis, & cylindris dicta ſint. Quæ vero ab Archimede, vt diximus, ſunt demonſtrata, & nos aliter demonſtrabimus, præmittentes lemmata nonnulla, quæ ad eorum demonſtrationes pertinent.

THEOREMA XIX. PROPOSITIO XX.

Sit ſemicirculus in diametro AB, & perpendiculares vtcumque ad diametrum CD, EF; & contingens CE. Dico rectangulum contentum bis FE, EG æquale eſſe ei, quod AB, DF continetur.

Ducatur enim a puncto E ad CD perpendicularis EG, & ſumpto H centro iungatur EH. Quoniam igitur re-
A ctus eſt angulus CEH. erit CEG reliquus reliquo FEH æqualis. ſed & rectus ad F æqualis eſt recto ad G æqui-
4. ſexti. angulum igitur eſt CEG triangulum triangulo HEF; &
B vt FE ad EH, ita GE ad EC. ergo rectangulum, quod continetur FE, EC æquale eſt contento HE, EG, ac
15. quinti. propterea quod bis continetur FE, EC contento bis HE,
C EG eſt æquale. Sed contento bis HE, EG æquale eſt, quod AB, DF continetur eſt enim GE ipſi DF æqualis; rectangulum igitur contentum bis FE, EC æquale eſt ei, quod continetur AB, DF. quare, & contentum vtraque ipſarum ſimul EF, DG, & CE æquale eſt ei, quod AB, DF continetur.



COMMENTARIVS.

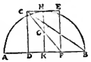
A Erit EBG reliquus reliquo FEH æqualis] *Cum enim ab angulo* CEF, *ex altera quidem parte auferatur angulus rectus* CEH *ex altera vero rectus* FEG; *erit, & reliquus* HEF *reliquo* CEG *æqualis.*

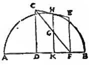
B Ergo rectangulum, quod continetur FE, EC æquale eſt contento HE, EG] *Ex 16. ſexti libri elementorum.*

C Sed contento bis HE, EG æquale eſt, quod AB, DF continetur] *Eſt enim* AB *ipſius* HE *dupla.*

THEOREMA XX. PROPOSITIO XXI.

Sint rurſus ad diametrum vtcumque perpendiculares CD, EF: & CHE ſemicirculum contingens, ita vt CH ipſi HE ſit æqualis. Dico rectangulum contentum AB, DF æquale eſſe ei, quod vtraque ſimul CD, EF, & CE continetur.





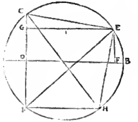
Ducatur enim perpendicularis HK, & CGF iungatur. Itaque quoniam parallelæ ſunt CD, HK, EF, & CE ipſius CH eſt dupla; erit, &
4. ſexti. EF dupla HG: & CD ipſius GK. ergo & vtraque ſimul CD, EF ipſius
2. quinti. HK eſt dupla. & ex eo, quod proxime oſtendimus rectangulum contentum bis KH, HC eſt æquale ei, quod continetur AB, DK, & ipſorum dupla. rectangulum igitur contentum vtraque ſimul CD, EF, & CE æquale eſt ei, quod AB, DF continetur.

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXII.

Sit rurſum ſemicirculus, & recta linea vt contingit CE; perpendicularesque CD, EF. Dico rectangulum, quod continetur vtraque ſimul CD, EF, & CE æquale eſſe contento recta linea DF, & ſubtendente circumferentiam, quæ vna cum circumferentia CE ſemicirculum perficit.

Complea-

Compleatur circulus, ſitque ipſius diameter CH, & producta CD in K, ad ipſam perpendicularis ducatur EG: & EH, EK iungantur. Quoniam igitur AB ſecat CK ad rectos angulos, æqualis eſt CD ipſi DK. Sed & GD eſt æqualis EF; & DF ipſi GE. quæ vero reliquam ſemicirculi CEH circumferentiam ſubtendit, eſt EH. Itaque quoniam angulus K eſt æqualis angulo H, & HEC anguluſs in ſemicirculo rectus æqualis recto ad G; erunt triangula HEC, KEO æquiangula. ergo vt HE ad EC, ita KG ad GE. & ob id rectangulum contentum HE, EG hoc eſt HE, DF æquale eſt ei, quod GK, CE hoc eſt ei, quod vtraq; ſimul CD, EF, & CE continetur.

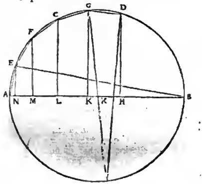


3. tertij. 34. primi 21. tertij.

4. sexti. 16. sexti.

THEOREMA XXII. PROPOSITIO XXIII.

Et ex hoc manifeſtum eſt, ſi alicuius ſemicirculi ACB circumferentia quædam vt ACD in quotcumque partes æquales diuidatur, & iungantur rectæ lineæ; quæ a iunctis rectis lineis AE, EF, FC, CG, GD ex conuerſione circa axem AB fiunt, ſuperficies æquales ſunt circulo, cuius ſemidiameter, (iuncta EB) poteſt id, quod EB AH continetur.



Superficies enim quæ fit a GD eſt æqualis circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod continetur vtraque ſimul GK, DH, & GD; quarum media proportionalis eſt ſemidiameter dicti circuli, dicit enim Archimedes. Si conus iſoſceles plano ſecetur, baſi parallelo; ſuperficiei coni, quæ inter parallela plana interijcitur æqualis eſt circulus, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter latus coni, quod eſt inter plana parallela, & rectam lineam æqualem vtriſque ſemidiametris circulorum, qui in parallelis planis conſiſtunt. A
ergo ſuperficies facta a GD eſt æqualis circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod vtraq; ſimul GK, HD, & GD continetur. quod quidem demonſtratum eſt æquale ei, quod continetur EB, KH. Superficies vero quæ fit a CG ſimiliter æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id quod continetur EB, LK; etenim completo circulo, & recta linea æquali ipſi EB per G in circulum aptata, quod continetur ipſa & LK eſt æquale contento vtraque ſimul CL, GK, & CG & ſuperficies facta a CF æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt illud, quod continetur EB, MN; hoc enim eſt æquale ei, quod vtraq; ſimul EN, FM, & EF continetur, & in reliquis eodem modo. At conica ſuperficies facta ab extrema AE æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod EB, AN cõtinetur. quod quidẽ eſt æquale rectangulo AEN triãgula namq; ABE, AEN, NEB æquiangula ſunt, & ſuperficies facta ab AE æqualis eſt circulo cuius ſemidiameter poteſt id, quod AE, EN continetur; hoc enim Archimedes ipſe demonſtrauit. ergo ſuperficies facta ab omnibus DG, GC, CF, FE, EA cõpoſita æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod EB, AH continetur. Perſpicuum autem eſt, ſi tota ſemicirculi circumferentia in partes æquales diuidatur, quarum vna ſit AE, & inter ſe iungantur; ſuperficiem factam ab omnibus polygoni lateribus ex ſimili conuerſione æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter poteſt illud, quod EB, BA continetur. B C

COM-

COMMENTARIVS.

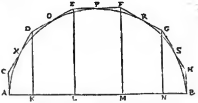
A Dicit enim Archimedes, ſi conus iſoſceles, &c.] *In propoſitione 16. primi libri de ſphæra, & cylindro.*

B Quod quidem demonſtratum eſt æquale ei, quod continetur EB, KH] *Compleatur enim circulus, cuius centrum X, & ducta GX producatur ad circumferentiam in O, iungaturque DO; erit circumferentia DBO ea, quæ vna cum GD ſemicirculum perficit. quare ex antecedente contentum vtraque ſimul GK DH, & GD æquale eſt ei, quod DO, KH continetur. Sed cum circumferentia GD, BO ſit ſemicirculi, æqualis erit circumferentia ACB. atque eſt circumferentia OD æqualis ipſi AE. ergo, & reliqua DBO reliqua ECB eſt æqualis. & ob id recta linea DO æqualis eſt rectæ BE. contentum igitur vtraque ſimul OK, DH,*
29. tertij. *& GD eſt æquale ei, quod EB, KH continetur.*

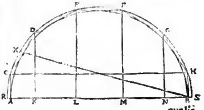
C At conica ſuperficies facta ab extrema AB æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod EB, AN continetur] *Superficies namque conica, quæ fit ab AB æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter AB latus coni, & BN ſemidiametrum circuli, qui eſt coni baſis, Vt Archimedes in primo libro de ſphæra, & cylindro propoſitio-*
17. ſexti. *ne 14. demonſtrauit. quæ quidem ſemidiameter poteſt id, quod AE, EN continetur. Cum autem in triangulo orthogonio AEB ab angulo recto ad baſim perpendicularis ducatur EN, erunt triangula AEN, ENB ſimilia toti, & inter ſeſe. ergo vt AN ad NE, ita eſt AE ad EB: &*
8 ſexti. *ideo quod continetur AN, EB eſt æquale contento AE, EN. Superficies igitur conica facta ab*
4 *AE eſt æqualis circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod AN, EB continetur.*

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXIV.

Diuidatur autem rurſus ſemicirculi circumferentia in quotcumque partes æquales, in quibus contingentes ducantur, ſicuti in deſcriptione apparet. Dico ſuperficies, quæ fiunt ab ipſis CD, DE, EF, FG, GH, ex ſimili conuerſione, æquales eſſe circulo, cuius ſemidiameter eſt AB.



Ducantur perpẽdiculares a punctis DEFG ad diametrum. Itaque cum CX ſit æqualis ipſi XD, & perpendiculares CA, DK; rectangulum BAK æquale eſt ei quod vtraq; CA
A DK, & CD continetur. hoc enim in theoremate 21. priùs oſtenſum eſt. ſed ſuperficies facta a CD æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod continetur
B vtraque CA, DK, & CD, ex eodem 16. Archimedis theoremate. circulus igitur, cuius ſemidiameter poteſt id, quod BA, AK continetur, æqualis eſt ſuperficiei factæ a CD. Similiter, & circulus, cuius ſemidiameter poteſt id, quod continetur AB, KL cum rurſus DO æqualis ſit OE, eſt æqualis ſuperficiei, quæ fit a DE. & ita in alijs, quæ ſe-
C quuntur. ergo & circulus, cuius ſemidiameter AB æqualis eſt ſuperficiei factæ ab om-
D nibus CD, DE, EF, FG, GH. Vel hoc modo.



Idem polygonum AC, FE, FO, HB inſcribatur alteri ſemicirculo, circa idem centrum, cuius ſemidiameter ſit RS: & perpendiculares
E ſimiliter ducantur. erit vtique CD ipſius AC dupla, & GH dupla HB
F ex eo, quod propoſitum eſt. & id circo CD vna cum DH æqualis eſt ipſi XDS, ſubtendit enim circũferentiam CDH iuncta CH, quæ eſt æ-

qualis

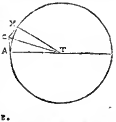
qualis ipſi AC, hoc eſt ipſi XDS. ergo ex 21. theoremate, quod continetur CH, AK, hoc eſt BAK rectangulum æquale eſt ei, quod vtraque CA DK, & CD continetur, & quod continetur AB, KL eſt æquale c ntento vtraque DK, BL, & DB. & in reliquis eodem modo. quare omnia omnibus ſunt æqualia. Circulus igitur, cuius ſemidiameter eſt AB æqualis erit ſuperficiebus, quæ ab ipſis CD, DE, EF, FG, GH fiunt.

COMMENTARIVS.

Hoc enim in theoremate 21. prius oſtenſum eſt] *Græcus codex ſic habet. τοῦτο γὰρ β γ θεωρήματι προδέδεικται. Sed quoniam theorema illud in diuiſione noſtra vigeſimum primum obtinet locum, ita vertere maluimus.* A

Ex eodem 16. Archimedis theoremate] *In Græco codice legitur διά τὸ αὐτὸ ἀρχιμήδους ιζ θεώρημα. Sed fortaſſe corrigendum eſt 15. namq; illud theorema eſt ſextumdecimum libri de ſphæra, & cylindro.* B

Ergo & circulus, cuius ſemidiameter AB æqualis eſt ſuperficiei factæ ab omnibus CD, DE, EF, FG, GH] *Poteſt enim ſemidiameter AB id quod AB, & omnibus eius portionibus, AK, KL, LM, MN, NB continetur, ex prima ſecundi libri elementorum. Animaduertendum autem eſt rectam lineam contingentem AC ipſi CX æqualem eſſe, & XD ipſi DO, & ita in reliquis.* C



Sit enim circuli centrum T, & ducantur CT, XT. Quoniam igitur trianguli ACT angulus ad A rectus æqualis eſt recto ad X trianguli XCT; & circa angulos, qui ad T, latera ſunt proportionalia, immo vero æqualia. eſt enim TA æqualis TX, cum ſint a centro ad circumferentiam, & CT vtrique communis: reliquorum autem angulorum, qui ad C vterq; eſt recto minor. triangulum igitur ACT triangulo XCT æquiangulum eſt, ex 7. ſexti libri elementorum: & vt TA ad AC, ita eſt TX ad XC: & permutando, vt TA ad TX, ita AC ad CX. ſed TA, TX ſunt æquales. ergo & æquales AC, CX. Eodem modo, & reliquis demonſtratio fiet. ex quibus ſequitur DC ipſius CA duplam eſſe, & GH duplam ipſius HB.

Vel hoc modo] *Illud idem aliter oſtendit, nempe alio polygono circa triangulum deſcripto, cuius idem ſit centrum, & diameter RS.* D

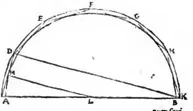
Erit vtique CD ipſius AC dupla, & CH dupla HB] *quod nos proxime oſtendimus.* E

Et idcirco CD vna cum DH æqualis eſt ipſi XDS] *Græcus codex habet. καὶ διὰ τοῦτο ἡ γ δ μετὰ τῆς δθ ἴση τῇ δθ σ. Sed mendoſe, vt arbitror. neque enim CDH ipſi DHS eſt æqualis. Quamobrem nos hunc locum reſtituimus aptata in ſemicirculum figura, ita vt circumferentia CD bifariam ſecetur in X, & iungatur XS. namque fiet CX æqualis RC, & HS. Quod ſi a ſemicirculo auferantur RC, SH, quæ vtræque ſimul ſunt æquales RX, relinquetur circumferentia CDH ipſi XDS æqualis, videlicet ei, quæ vna cum RX, hoc eſt vna cum CD ſemicirculum complet. recta igitur linea CH, quæ ei ſubtenditur, hoc eſt AB, ipſi XS æqualis ſit neceſſe eſt.* F

Ex iis, quæ hoc loco demonſtrata ſunt, conſtat ſuperficiem factam ab omnibus polygoni lateribus AC, CD, DE, EF, FG, GH, HB æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter eſt AB, vna cum duobus circulis, quorum ſemidiametri ſunt ipſi CA, vel HB æquales.

Sed illud quoque demonſtrare oportebat.

Deſcribatur circa ſemicirculum, cuius diameter AB polygonum æquilaterum CDEFGHK. quod quidem ab altero ſemicirculo CDK circa idem centrum comprehendatur. Dico ſuperficiem, quæ fit a lateribus CD, DE, EF, FG, GH, HK ex conuerſione circa CK æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod CK, AB continetur.

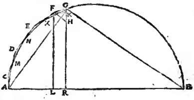


Polygonum cum ſemicirculo circumſcri-

cumſcriptum, cuius diameter AB, *inſcriptum eſt ſemicirculo* CDK. *ergo ſi* DK *iungatur, ſuperſicies facta ab omnibus polygoni lateribus æqualis erit circulo, cuius ſemidiameter poteſt id quod continetur* DKC *ex demonſtratis in 23. huius. Sed* DK *ipſi* AB *eſt æqualis, vt perſpi-*
18. tertij. *cue apparet. Sit enim centrum* L, *& a puncto* L *ad punctum, in quo* CD *ſemicirculum con-*
18. primi. *tingit, ducatur* LM. *erit* LM *ad* CD *perpendicularis, & ipſi* DK *parallela; quod angulus* CDK *in ſemicirculo etiam rectus ſit: ſientque triangula* KDC, LMC *inter ſe ſimilia. Vt igitur* CK *ad* KD, *ita eſt* CL *ad* LM: *& permutando vt* KC *ad* CL, *ita* DK *ad* ML. *eſt autem* KC *dupla* CL. *ergo &* DK *ipſius* ML, *hoc eſt ipſius* AL *dupla erit. ac propterea* DK *erit æqualis ipſi* AB *diametro minoris circuli quare ſequitur ſuperficiem factam a polygoni lateribus circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod* CK, AB *continetur, æqualem eſſe.*

THEOREMA XXIV. PROPOSITIO XXV.

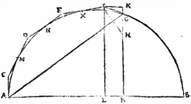
Sit ſemicirculus, cuius diameter AB, & ducatur recta linea, vt contingit AG, diuitadurque AG circumferentia in quotcumque partes æquales in MNX: a punctis vero AG, & à diuiſionibus ducantur rectæ lineę contingentes AC, CD, DE, EF, FG. & ipſi FG æqualis fiat GH; perpendiculari exiſtente GR. Dico ſi circa axem AB ſemicirculus conuerſus in priorem locum reſtituatur; ſuperficiem factam ab omnibus AC, CD, DE, EF, FG maiorem eſſe, quam circulum, cuius ſemidiameter eſt AG cir-
A culo, cuius ſemidiameter poteſt dimidium eius, quod fit a recta linea HF.



Ducantur perpendiculares a puncto F, ad rectam quidem lineam AB ipſa FL; ad GR vero FK. quæ quidem FK, cum angulus FGH ſit acutus, inter GH cadet; cum autem obtuſus, cadet extra G, vt in figuris apparet. Itaque quoniam rectangulum contentum bis ROH, vel RGF æquale eſt ei, quod AB, LR contine-
B tur. hoc enim in XX. Theoremate eſt demonſtratum, commune apponatur rectangulum BAL vna cum GHK. ergo rectangulum BAL vna cum eo, quod BA,
C LR continetur, & GHK æquale eſt contento bis RGH vna cum BAL, & GHK. ſed re-
D E ctangulo BAL vna cum eo, quod BA, LR continetur, hoc eſt rectangulo BAR æquale eſt, quod fit ex AG. ergo, & quod fit ex AG vna cum rectangulo GHK eſt æquale contento bis RGH vna cum GHK, & BAL. contento autem bis RGH vna cum GHK æquale eſt quod vtraque ſimul RK, & GH continetur vna cum quadrato ex GH. hoc namque deinceps demonſtrabitur. ergo quod fit ex AG vna cum GHK eſt æquale rectangulo BAL. & ei quod continetur vtraque ſimul GR, RK, & GH vna cum quadrato ex GH. Quoniam autem circuli inter ſe eandem proportionem habent, quam dia-
F metrorum, & ſemidiametrorum quadrata; & ante oſtenſum eſt figuram quidem coſtantem ex ſuperficiebus conicis, quæ fiunt a contingentibus CD, DE, EF, æqualem eſſe
G circulo, cujus ſemidiameter poteſt, quod continetur BAL; figuram vero ex conica ſuperficie, quæ in conuerſione fit ab ipſa FG æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter poteſt quod vtraque ſimul GR, RK, & GH continetur ex 16. Archimedis theore-
H mate. & figura, quæ fit a CA circulus eſt, cuius ſemidiameter poteſt id quod fit a GH:
K erunt tres circuli, hoc eſt ſuperficies facta ab AC, CD, DE, EF, FG maior eſt, quam circulus, cuius ſemidiameter poteſt quod fit ab AG circulo, cuius ſemidiameter po-
L teſt, quod GHK continetur, hoc eſt dimidium eius, quod fit ab FH. At vero dimidium eius, quod ab FH æquale eſſe ei, quod continetur GHK ex his patet. Nam in prima figura, cum angulus FGH acutus eſt, quod fit ab FH vna cum eo, quod bis HGK con-

tinetur

tinetur, æquale eſt duobus quadratis ex FG, GH per 13. ſecundi libri elementorum. ergo dimidium eius, quod fit ab FH vna cum rectangulo HGK æquale eſt quadrato ex HG, quod æquales ſint FG, GH. Sed quadratum ex HG eſt æquale rectangulo HGK vna cum ipſo GHK. quare ſublato communi HGK, erit reliquum, videlicet dimidium eius, ſecundi.
quod fit ab FH reliquo GHK æquale. Cum autem angulus FGH ſit obtuſus, vt in ſecunda figura, rurſus rectangulum KHG æquale eſt dimidio eius, quod fit ab FH, quoniam enim quod fit ab FH maius eſt, quam quadrata ex FG, GH, eo quod bis HGK continetur, erit dimidium eius, quod fit ab FH maius, quam quadratum ex GH, rectangulo HGK



quadratum igitur ex GH vna cum rectangulo HGK æquale eſt dimidio eius, quod fit ab FH. ſed quadratum ex GH vna cum HGK rectangulo eſt æquales rectangulo KHG ex 3. ſed ſecundi libri elementorum. dimidium igitur eius, quod ab FH rectangulo KHG eſt æquale. Et quoniam dimidium M
eius, quod ab FH ſemper minus eſt duplo quadrati ex FG; conſtat ſuperficiem factam N
ab AC, CD, DE, EF, FG, circulo, cuius ſemidiameter eſt AG vna cum duobus circulis, quorum ſemidiametri ſunt FG, minorem eſſe.

Quod autem bis continetur RGH vna cum rectangulo KHG, æquale eſſe ei, quod vtraque ſimul GR, RK, & GH continetur, vna cum quadrato ex GH, ita demonſtrabimus.

Ponatur rectæ lineæ, GR æqualis RS, & ipſi HR æqualis RL. reliqua igitur LS ipſi GH eſt æqualis. Itaque quoniam rectangulum RGH æquale eſt rectãgulo RHG vna cum quadrato ex GH, erit duplum rectanguli O
3 ſecun



RGH æquale duplo rectanguli RHG vna cũ duplo quadrati ex GH. æquale autem inter 15. quin.
ſe ſunt GR, RS; itemq; HR, RL. rectangulũ igitur SGH æquale eſt rectangulo LHG vna cum duplo quadrati ex GH. commune apponatur rectangulum KHG. ergo rectangu- P
lum SGH, hoc eſt GSL vna cum KHG, hoc eſt cum KGH, & quadrato ex GH. videlicet quod vtraque ſimul GR, RK, & GH continetur, vna cum quadrato ex GH eſt æqua- Q R
le rectangulo LHG vna cum duplo quadrati ex OH, & rectangulo KHG rectangulum vero LHG vna cum quadrato ex GH æquale eſt rectangulo LGH & quadratũ ex GH eſt æquale ei, quod GH, LS continetur. rectangulum igitur SGH videlicet, quod bis continetur RGH vna cum rectangulo KHG æquale eſt ei, quod vtraque ſimul GR, RK, & GH continetur vna cum quadrato ex GH.

COMMENTARIVS.

Dimidium eius, quod fit a recta linea HF] *Græcus codex habet* τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ζη τὰ θζ. *Sed nos perſpicuitatis cauſſa ita vtendum cenſuimus.* A

Hoc enim in XX. Theoremate eſt demonſtratum] *In Græco codice legitur* τοῦτο γὰρ ἐν τῷ δευτέρῳ θεωρήματι δέδεικται. B

Sed rectangulo BAL vna cum eo, quod BA, LR, continetur, hoc eſt rectangulo C
BAR] *Ex prima ſecundi libri elementorum.*

Aequale eſt quod fit ex AG] *iuncta enim BO triangula ABG AOR ſimilia ſunt ex octaua* D
ſexti libri elementorum. ergo vt BA ad AG, ita GA ad AR, ac propterea rectangulo BAR 4 ſexti. 17
æquale eſt quadratum ex AG.

Ergo & quod fit ex AG vna cum rectangulo GHK] *Græcus codex mancus eſt, qui ita* E
reſtituetur ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς αγ μετὰ τοῦ ὑπὸ ηθκ.

Et ante oſtenſum eſt figuram quidem conſtantem ex ſuperficiebus conicis.] *In Græ-* F
co codice legitur. καὶ ἐδείχθη πρὸ ἴνος, *Illud vero oſtenſum eſt in 24. propoſitione huius.*

G Figuram vero ex ſuperficie conica, quæ in conuerſione fit ab ipſa BG æqualem eſſe circulo, euius ſemidiameter poteſt quod vtraque ſimul GR, RK, & GH eontinetur ex 16. Archimedis theoremate] *Superficies conica, quæ fit ab FG ex 16. Archimedis, æqualis eſt eirculo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod continetur vtraque ipſarum GR, FL, & FG. Sed cum RK ſit æqualis FL, & GH æqualis ipſi FG, contentum vtraque GR, RK, & GH eſt æquale ei, quod vtraque GR, FL, & FG continetur.*

H Et figura quæ fit a CA eirculus eſt, euius ſemidiameter poteſt id, quod fit a GH] *Facta eſt enim GH æqualis FG, hoc eſt ipſi AC, namque AC, CM, MO, DN, NE, EX, XF, FG inter ſe ſunt æquales, quod a nobis ſupra demonſtratum fuit.*

K Erunt tres eireuli, hoc eſt ſuperficies facta ab AC, CD, DE, EF, FG maior quam eirculus, cuius ſemidiameter poteſt quod fit ab AG, eireulo, cuius ſemidiameter poteſt quod GHK continetur] *Ex iis quæ dicta ſunt, ſequitur tres circulos, hoc eſt ſuperficiem factam ab omnibus AC, CO, DE, EF, FG æqualem eſſe duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiameter eſt AG, & ei cuius ſemidiameter poteſt quod GHK continetur.*

L Hoc eſt dimidium eius, quod fit ab FH. At vero dimidiam eius, quod ab FH æquale eſſe ei, quod continetur GHK ex his patet] *Græcus codex mancus eſt, quem ita reſtituemus* τουτέστι τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ ζθ. ὅτι δὲ τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ ζη ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ηθκ δῆλον ἐντεῦθεν.

M Et quoniam dimidium eius, quod ab FH ſemper minus eſt duplo quadrati ex FG] *Dimidium enim eius quod ab FH, hoc eſt rectangulum GHK ſemper minus eſt duplo quadrati ex FG quod quidem in prima figura manifeſte patet, in qua rectangulum GHK minus eſt quadrato ex GH, hoc eſt quadrato ex FO. quare multo minus duplo eiuſdem. In ſecunda vero figura rectangulum GHK, hoc eſt ex 3. ſecundi libri elementorum, quadratum ex OH, vna cum rectangulo HGK, idcirco minus erit duplo quadrati ex FG, quod rectangulum HGK minus ſit quadrato ex GH. etenim recta linea GK ſemper minor eſt, quam FG, quæ maiori angulo ſubtenditur.*

N Conſtat ſuperficiem factam ab AC, CO, DE, EF, FG cireulo, euius ſemidiameter eſt AO vna cum duobus eireulis, quorum ſemidiametri ſunt FG minorem eſſe] *Superficies facta ab AC, CO, OE, EF, FG demonſtrata eſt æqualis duobus circulis, videlicet circulo, eius ſemidiameter eſt AG, & circulo, eius ſemidiameter poteſt dimidium eius, quod fit ab FH. Sed cum dimidium eius, quod ab FH ſemper minus ſit duplo quadrati ex FC, erit dicta ſuperficies ab AC, CD, DE, EF, FG minor tribus circulis, videlicet cireulo, cuius ſemidiameter eſt AG, & duobus cireulis, quorum ſemidiametri ſunt FG.*

O Ponatur rectæ lineæ GR æqualis RS, & ipſi HR æqualis RL] *Hæc demonſtratio ad ſecundam tantum figuram pertinet; nam primæ figuræ ſequens theorema ſeorſum aptatum eſt.*

P Rectangulum igitur SGH æquale eſt rectangulo LHG vna eum duplo quadrati ex GH] *Nam rectangulum SGH duplum eſt rectanguli RGH, quod SG dupla ſit ipſius GR, RG: & rectangulum LHG duplum eſt rectanguli RHG eum LH ſit dupla ipſius HR.*

Q Vna cum KHO, hoc eſt eum KGH & quadrato ex GH] *Sequitur hoc ex 3. ſecundi libri elementorum.*

R Videlicet, quod vtraque ſimul GR, RK, & GH continetur, vna eum quadrato ex GH] *Quod enim continetur vtraque ſimul GR, RK, & GH eſt æquale duobus rectangulis SGH & KGR.*

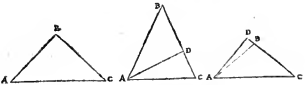
Ex iam demonſtrati duo huiuſmodi theoremata elici poſſunt.

THEOREMA PRIMVM.

Sit triangulum æquicrure ABC, & a puncto A ad ipſam BC perpendicularis ducatur AD. Dico rectangulum DCB dimidio quadrati ex AC æquale eſſe.

Vel igitur angulus ABC rectus eſt, vel acutus, vel obtuſus. Si quidem rectus, quod propoſitum eſt, manifeſto conſtat, punctum enim D in ipſum B cadet. & cum quadratum eſt AC æquale ſit duobus quadratis ex AB, DC, erit OCB rectangulum, hoc eſt quadratum ex BC æ-

quale



quale dimidio quadrati ex A C, *cũ* A B, B C *inter ſe ſint æquales. Si vero ſit acutus, cadet* D *inter* B, *&* C *vt in ſecunda figura, & quadratum ex* A C *vna cum duplo rectanguli* C B D *æqualis erit duobus quadratis ex* A B, B C *dimidium igitur quadrati ex* A C *vna cum rectangulo* C B D *eſt æquale quadrato ex* B C. *at quadrato ex* B C *æqualia ſunt vtraque rectangula ſimul* C B D, D C B *ergo communi ſublato* C D B, *relinquetur rectangulum* D C B *dimidio quadrati ex* A C *æquale Quod ſi angulus* A B C *ſit obtuſus, cadet* D *in ipſam* A B *productam extra* B *vt in tertia figura. Itaque quoniam quadrata ex* A C *ſuperat quadrata ex* A B, B C *duplo rectanguli* C B D *dimidium quadrati ex* A C *ſuperabit quadratum ex* B C *rectangulo* C B D. *quadratum igitur ex* B C *vna cum rectangulo* C B D *eſt æquale dimidio quadrati ex* A C. *Sed quadrato ex* B C *vna cum rectangulo* C B D *æquale eſt* D C B *rectangulum. ergo rectangulum* D C B *dimidio quadrati ex* A C *æquale erit.* 13.ſecun 12 ſecun. 3. ſecun.

THEOREMA II.

Sit recta linea A B, & in ipſa ſumantur quæuis puncta C D. Dico duplum rectanguli A D C vna cum B C D rectangulo æquale eſſe ei, quod vtraque B A, A D, & C D continetur, vna cum quadrato ex C D.



Producatur A B *ex parte* A, *ſitque* E A *æqualis* A D, *&* F A *æqualis* A C. *erit &* E F *reliqua reliquæ* C D *æqualis. Quoniam igitur* A D C *rectangulum æquale eſt rectangulo* A C D, *vna cum eo, quod ſit ex* C D *quadrato: duplum rectanguli* A D C *æquale erit duplo rectanguli* A C D, *& duplo quadrati ex* C D. *Sed* E D C *rectangulum duplum eſt rectanguli* A D C *cum* E D *dupla ſit ipſius* D A. *& eadem ratione rectangulum* F C D *rectanguli* A C D *eſt duplum. rectangulum igitur* E D C *æquale eſt rectangulo* F C D, *& duplo quadrati ex* C D. *commune apponatur rectangulum* B C D. *ergo* E D C *rectangulum vna cum rectangulo* B C D *eſt æquale rectangulo* F C D *vna cum duplo quadrati ex* C D, *& rectangulo* B C D. *rectangulo autem* E D C *vna cum ipſo* B C D, *hoc eſt vna cum rectangulo* B D C, *& quadrato ex* C D *æquale eſt id, quod continetur* E B *&* C D. *hoc eſt quod continetur vtraque* B A, A D *&* C D *vna cum quadrato ex* C D. *at rectangulo* F C D *vna cum quadrato ex* C D *æquale eſt* F D C *rectangulo. quadrato autem ex* C D *æquale eſt id, quod* B F, *&* C D *continetur. ergo rectangulum* E D C *hoc eſt duplum rectanguli* A D C *vna cum rectangulo* B C D *eſt æquale ei, quod vtraque* B A, A D *&* C D *continetur, vna cum eo, quod ſit ex* C D *quadrato.* 3.ſecun. 3.ſecun.

THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXVI.

Sit recta linea A B, & in ipſa ſumantur quæuis puncta C D. Dico illud, quod continetur vtraque B A, A D & C B vna cum quadrato ex C B, æquale eſſe duplo rectanguli A B C vna cum B C D rectangulo.

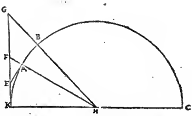
Ponatur ipſi AD æqualis AB, & ipſi AC æqualis AF. reliqua igitur CD æqualis erit BF. Itaque cum ABC rectangulum æquale ſit rectangulo ACB vna cum quadrato ex CB per 3. theorema ſecundi libri elementorum; erit rectanguli ABC duplum æquale duplo rectanguli ACB vna cum duplo quadrati ex CB duplo autem rectanguli ACB æquale eſt rectangulum FCB; etenim FC ipſius CA eſt dupla rectangulum igitur FCB vna cum duplo quadrati ex CB æquale eſt duplo rectanguli ABC. commune apponatur rectangulum, quod continetur CB & BF, hoc eſt rectangulum BCD. ergo rectangulum BCB vna cum duplo quadrati ex CB eſt æquale duplo rectanguli ABC vna cum BCD rectangulo. Sed rectangulo FCB vna cum duplo quadrati ex CB æquale eſt rectangulum BBC vna cum quadrato ex CB: rectangulum enim ECB vna cum quadrato ex CB eſt æquale ipſi BBC rectangulo. ex eodem theoremate ſecundi libri elementorum. ergo rectangulum EBC, hoc eſt id, quod vtraque BA, AD, & CB continetur, vna cum quadrato ex CB, eſt æquale duplo rectanguli ABC vna cum BCD rectangulo.



PROBLEMA I. PROPOSITIO XXVII.

Sit aliqua circuli circumferentia KBC, & recta linea D. Dico fieri poſſe, vt infinite abſcindatur circumferentia KA quæ ipſius KBC pars exiſtat, ita vt ductæ contingente AE, KE minores ſint, quam D recta linea.

A Sit enim recta linea contingens KG ipſi D æqualis, & ad centrum ducatur GBH. Itaque ſecantes circumferentiam KBC bifariam, & rurſus eius dimidium bifariam. hocque B ſemper facientes, relinquemus quandam circumferentiam, vt KA, quæ minor erit, quam KAB. & ducatur recta linea AB poſitionem contin- C gens. ergo AB ipſi EK eſt æqualis. & factum iam erit, quod proponebatur. ducta enim per HA recta linea ad F, erunt KB, EA. quam KF D minores, propterea quod FB maior eſt vtraque ipſarum AE, EK, cum angulus FAB ſit rectus: & multo minores, quam D, quæ ipſi KG æqualis ponitur.



COMMENTARIVS.

A Sit enim recta linea cõtingens KG ipſi D æquales, & ad centrum ducatur] GBH *Græcus codex mendoſus eſt, qui ſic habet.* ὡς γὰρ ἐφαπτομένη ἡ κη ἐλάσσων τῆς δ, καὶ ἐπὶ τὸ κέντρον ἡ θβη *corrigendus autem hoc modo.* ἴσο γὰρ ἐφαπτομένη ἡ κη ἴση τῇ δ, καὶ ἐπὶ τὸ κέντρον ἡ βθ. *recta enim linea* KG *non minor, quam* D, *ſed ipſi æqualis ponitur, quod etiam apparet ex ijs, quæ ad finem ſcripta ſunt.*

B Relinquemus quandam circumferentiam, vt KA, quæ minor erit, quam KAB] *Ex prima decimi libri elementorum.*

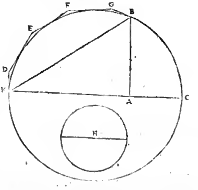
C Ergo AE ipſi EK eſt æqualis] *Hoc nos ſupra in 24. huius demonſtrauimus.*

D Propterea quod FE maior eſt vtraq; ipſarum AE, EK, cum angulus FAE ſit rectus] *Recta enim linea* FE, *quæ recto angulo ſubtenditur, maior eſt ipſa* EA, *ex 19. primi elementorum: & cum* EK *ſit vtrique communis. erit tota* KF *maior, quam ipſa* AE, EK. *nam ſi æqualibus, inæqualia addantur, tota erunt inæqualia. Græcus autem codex ſic habet* ὀρθῆς οὔσης τῆς ὑπὸ ζαε ὀρθῆς *corrige* οὔσης τῆς ὑπὸ ζαε.

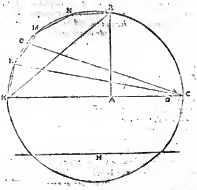
THEO-

THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XXVIII.

Omnis portionis ſphæræ curua ſuperficies æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter eſt æqualis ei, quæ ex polo ipſius portionis.



Sit enim portio ſphæræ, cuius polus eſt punctum K, & quæ ex polo KB. Circulus autem maximus per KB tranſiens ſit, cuius diameter KC, ad quam perpendicularis ducatur BA. Dico ſphæricam ſuperficiem portionis, quæ baſim habet circulum, cuius ſemidiameter AB, & verticem punctum K, circulo, cuius ſemidiameter eſt KB æqualem eſſe. Sit enim hæc inæqualia, ſi fieri poteſt, & ſit primum portionis ſuperficies maior: exceſſu autem ipſorum intelligatur minor eſſe circulus, cuius diameter eſt recta LH, ita vt ſu- A
perficies portionis maior ſit duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiameter eſt KB, & eo, cuius diameter eſt H. diuidaturque circumferentia KB in quotcumque partes æquales, & contingentes ducantur quemadmodum in figura apparet, ita vt vnaquæque ipſarum minor ſit ea, quæ poteſt octauam B
partem quadrati, quod fit ex recta linea H. hoc enim fieri poſſe iam demonſtratum eſt. C
Quoniam igitur quadratum ex H. maius eſt eo, quod octies fit ex GB; & circulus circa D
diametrum H maior erit duobus circulis, quorum ſemidiameter eſt GB. hi enim duo circuli vna cum circulo, cuius ſemidiameter eſt KB, vt demonſtratum fuit in 25. huius, E
maiores ſunt ſuperficie facta a rectis lineis contingentibus, quæ quidem circa portionem ſphæræ deſcripta eſt. erit igitur ipſa ſuperficies minor, & ſuperficies portionis ſphæræ multo minor duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiameter eſt KB, & circulo, cuius diameter eſt H. atqui maior ponebatur. quod eſt abſurdum.



Sed ſit circulus, cuius ſemidiameter KB maior ſuperficie ſphærica portionis. ergo circulus F
cuius ſemidiameter poteſt id, quod CKA continetur curua ſuperficie portionis maior erit. Intelligatur G
circulus, cuius ſemidiameter poſſit id, quod continetur DKA, inter ipſa medius. maior igitur eſt KC, quam recta linea H. ſit ipſi H æqualis CO. & diuidatur circumferentia KOB in quotcumque partes æquales, quarum vnaquæque ſit minor circumferentia KLO, vt pro- H
xime oſtenſum eſt: iunganturque KL, LM, MN, NB. ſuperficies igitur quæ ab ipſis fit ex conuerſione circa axem KA, quouſque ad priorem locum redeat, comprehenditur à ſuperficie portionis, eandemque baſim habet; & eſt æqualis circulo. cuius ſemidiameter (iuncta CL) poteſt id, quod LC & & KA continetur ex 23. huius; minor K L
autem eſt ſuperficie ſphærica portionis. circulus igitur, cuius ſemidiameter poteſt id M
quod

Digitized by Google

M quod OC, & KA, hoc eſt quod recta linea H & KA continetur, ſuperficie ſphærica
N portionis multo minor erit. ſed & maior, cum ſit medius inter portionem, & circulum,
O cuius ſemidiameter KB. quod fieri non poteſt. ex quibus ſequitur ea inter ſe æqualia
P eſſe. Conſtat præterea ſi punctum A ſit centrum, portionem eſſe dimidiam ſphæram.
Q atque erit totius ſphæræ ſuperficies æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt KC, id quod etiam ex vtriſque portionibus qualeſcunque ſint, concludi poterit.

COMMENTARIVS.

A Ita vt ſuperficies portionis maior ſit duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiameter eſt KB, & eo, cuius diameter eſt H] *Græcus codex diminutus eſt, & ita corrigendus.* ὥστε τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος μείζονα εἶναι τῶν δύο κύκλων, ὧν τε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ κβ, ἧς ἡ διάμετρος ἐστὶν ἡ θ, καὶ δειχθήσεται ἡ κβ ἀναφέρειν εἰς ἴσας ὄντας ἄν.

B Hoc enim fieri poſſe, iam demonſtratum eſt] *In antecedente.*

C Quoniam igitur quadratum ex H maius eſt eo, quod octies fit ex GB.] *In Græco codice habetur.* ἐπεὶ ἂν μείζονες ἐστὶ τὸ ἀπὸ θ. *ſed legendum* ἐπεὶ οὖν μεῖζον ἐστι τὸ ἀπὸ θ.

D Et circulus circa diametrum H maior erit duobus circulis, quorum ſemidiameter eſt GB] *quadratum enim ex dupla ipſius* OB *quadruplum eſt eius, quod fit ex* GB, *per 20. ſexti libri elementorum. & duo huiuſmodi quadrata ſimul ſumpta eiuſdem ſunt octupla: & minora quadrato ex* H. *& cum circuli eandem inter ſe proportionem habeant, quam ipſorum quadrata, erit circulus circa diametrum* H *maior duobus circulis, quorum diameter eſt dupla ipſius* GB, *hoc eſt quorum ſemidiameter eſt* GB.

E Vt demonſtratum fuit in 25. huius] *In Græco cod. legitur* ὡς παραδέδοται τῷ κ θεωρήματι

F Ergo circulus, cuius ſemidiameter poteſt id quod CKA continetur, curua ſuperficie portionis maior erit.] *Eſt enim rectangulum* CKA *quadrato ex* KB *æquale, ex 8. ſexti libri elementorum.*

G Intelligatur circulus, cuius ſemidiameter poſſit, quod continetur DKA inter ipſa medius] *Hoc eſt intelligatur circulus minor quidem circulo, cuius ſemidiameter poteſt quod* CKA *continetur, maior autem ſphærica ſuperficie portionis. erit eius ſemidiameter minor, & poterit id, quod continetur* KA, *& recta linea minore, quam* KC, *quæ ſit* DK, *hoc eſt in qua* H.

H Vt proxime oſtenſum eſt] *In antecedente ex prima decimi libri. Græcus autem codex habet* ὡς ἐπὶ πρὸ ἐνός.

K Ex 23. huius] *In Græco codice legitur* διὰ τὸ ι θεώρημα.

L Minor autem eſt ſuperficie ſphærica portionis] *Ex iis, quæ Archimedes demonſtrauit in 23. primi libri de ſphæra, & cylindro.*

M Circulus igitur, cuius ſemidiameter poteſt id, quod OC & KA hoc eſt recta linea H & KA continetur, ſuperficie ſphærica portionis multo minor erit] *Eſt enim* OC *minor quàm* CL. *nam cum circumferentia ponatur* KL, *minor, quam circumferentia* KLO, *& recta linea* KL *minor erit, quam recta, quæ ipſi* KO *ſubtenditur, ideoque quadratum ex* KL *minus quadrato ex* KO *reliquum igitur quadratum ex* LC *reliquo ex* OC *maius erit, & ob id recta linea* LC *maior, quam recta* OC; *ſunt enim vtraque quadrata ex* KL, LO, *& ſimiliter vtraque ex* KO, OC *idem quadrato ex* AE *æqualia, per 47. primi libri elementorum. quare circulus, cuius ſemidiameter poteſt quod continetur* OC, KA *minor eſto, cuius ſemidiameter poteſt id. quod* LC, KA *continetur, ac propterea circulus, cuis ſemidiameter poteſt, quod continetur* OC, KA *ſuperficie ſphærica portionis multo minor erit.*

N Cum ſit medius inter portionem, & circulum, cuius ſemidiameter KB] *Hoc eſt medius inter portionis ſuperficiem, & circulum, cuius ſemidiameter eſt* KB.

O Conſtat præterea ſi punctum A ſit centrum, portionem eſſe dimidiam ſphæram] *Græcus codex mendoſus eſt, & fortaſſe, ita corrigendus.* καὶ δῆλον ὡς ἂν τὸ α κέντρον ᾖ γίνεται τὸ τμῆμα ἡμισφαίριον.



P Atque erit totus ſphæræ ſuperficies æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt KC] *Græcus codex mendoſus eſt, in quo legitur* καὶ ἔσται ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ὅλης ἴση κύκλῳ ἴσῃ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ κγη *legendum autem, vt arbitror,* ἴση κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ κγ. *Si igitur manente* KC *ſemicirculus* KBC *circumducatur, quouſque ad priorem locum redeat, portio* KBA *dimidiam ſphæram deſcribet, &*

ſimili-

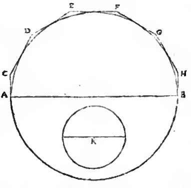
ſimiliter C B A *reliquam dimidiam, eritque ex iam demonſtratis dimidiæ ſphæræ* K B A *curuæ ſuperficies æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt* K B A *& alterius dimidiæ* C B A *ſuperficies æqualis circulo, cuius ſemidiameter* C B. *ergo totius ſphæræ ſuperficies erit æqualis circulo, cuius ſemidiameter* K C. *eſt enim quadratum ex* K C *duobus quadratis ex* K B, B C *æquale per 47. primi libri elementorum.*

Ex quibus perſpicue patet, totius ſphæræ ſuperficiem circuli in ſphæra maximi quadruplam eſſe.

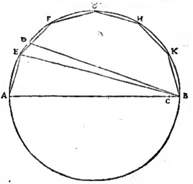
Id, quod etiam ex vtriſque portionibus, quâleſcumque ſint concludi poſſent] *Sed non cadat punctum* A *in centrum, vt in ſecunda figura. Eodem modo demonſtrabitur totius ſphæræ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter eſt* K C. *etenim quadratum ex* K C *pariter eſt æquale duobus quadratis ex* K B, B C. *Poſſumus etiam ex ijs, quæ permiſſa ſunt, aliter ipſius ſphæræ ſuperficiem oſtendere, hoc modo.* Q

Sphæræ totius ſuperficies æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter diametro circuli in ea maximi eſt æqualis.

Sit ſphæra, & circulus in ea maximus, cuius diameter eſt A B. *Dico totius ſphæræ ſuperficiem circulo, cuius ſemidiameter eſt* A B, *æqualem eſſe. niſi enim ita ſit, erit ſphæræ ſuperficies, vel maior, vel minor dicto circulo. ſit primum maior, ſi fieri poteſt, & exceſſu ipſorum intelligatur minor circulus, cuius ſemidiameter eſt recta linea* K, *ita vt ſuperficies ſphæræ maior ſit duobus circulis, circulo ſcilicet, cuius ſemidiameter eſt* A B, *& circulo, cuius diameter* K: *diuidaturq; ſemicirculi circumferentia in quotcũq; partes æquales; & rectæ lineæ contingentes ducantur, quemadmodum in figura apparet, ita tamen vt vnaquæque ipſarum minor ſit ea, quæ poteſt octauam partem quadrati rectæ lineæ* K. *Itaque quoniam quadratum ex* K *maius*



eſt eo, quod octies fit ex A C, *erit & circulus, cuius diameter* K *maior duobus circulis, quorum ſemidiameter ſunt* A C *qui quidem duo circuli vna cum circulo, cuius ſemidiameter* A B *ex 24. huius æquales ſunt ſuperficiei factæ à rectis lineis contingentibus, quæ circa ſphæram deſcripta eſt. ergo ea ſuperficies minor erit, & ſuperficies ſphæræ multo minor duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiameter* A B, *& circulo, cuius diameter* K. *ſed & maior ponebatur. quod fieri non poteſt. Quod ſi circulus, cuius ſemidiameter* A B *ſuperficie ſphærica ſit minor, intelligatur alius circulus inter ipſa medius, cuius ſemidiameter poſſit id, quod* C A B *continetur, hoc eſt minor quidem circulo cuius ſemidiameter* A B *ſphærica autem ſuperficie maior erit* C A *minor, quam* A B. *ſit ipſi* C A *æqualis* B D, *& ſemicirculi* A D B *circumferentia diuidatur in quotcumque partes æquales, quarum vnaquæque ſit minor quam* A D: *iunganturque* A E, E F, F G, G H, H K, K B, B E. *ergo ſuperficies, quæ ab ipſis fit ex conuerſione circa* A B *æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id quod continetur* E A B *ex 23. huius. & cum a ſuperficie ſphæræ comprehendatur, ea minor erit. eſt autem* D B *minor, quam* E B, *quod* D A, *maior ſit, quam* A E: *circulus igitur, cuius ſemidiameter poteſt, quod* C B A, *hoc eſt quod* C A B *continetur, multo minor erit ſuperficie*

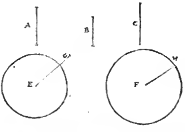


ſuperficie

perficie ſphæræ. Sed & maior, quod eſt abſurdum. Ex quibus ſequitur ſuperficiem ſphæræ circulo, cuius ſemidiameter AB *æqualem eſſe, quod demonſtrare oportebat.*

THEOREMA XXVII. PROPOSITIO XXIX.

Si ſint tres rectæ lineæ ABC, conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod AB continetur, altitudinem vero C, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod continetur BC, & altitudinem A.



Exponantur enim duo circuli EF: A & circuli quidem E ſemidiameter poſſit, quod AB continetur, circuli vero F ſemidiameter poſſit, quod continetur BC, & altitudo ipſius E fit EG æqualis C: altitudo autem F 4.ſexti. fit FH: æqualis A. Quoniam igitur B vt A ad C, hoc eſt vt FH ad EG, ita rectangulum contentum AB ad id, quod BC continetur; hoc eſt quadratum, quod fit a ſemidiametro circuli E ad quadratum, quod a ſemidiametro circuli F; hoc eſt circu- C lus E ad F circulum. Conus igitur, cuius baſis eſt circulus E, & altitudo EG æqualis eſt cono, cuius baſis circulus F, & altitudo FH. baſes enim ex contraria parte ipſis altitudinibus reſpondent.

COMMENTARIVS.

A Et circuli quidem E ſemidiameter poſſit, quod AB continetur, circuli vero F ſemidiameter poſſit, quod continetur BC] *Græcus codex mancus eſt, atque ita corrigendus.* καὶ τοῦ μὲν ε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ αβ· τοῦ δὲ ζ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ βγ.

B Hoc eſt quadratum, quod fit a ſemidiametro circuli E ad quadratum, quod a ſemidiametro circuli F] *In Græco codice legitur* τουτέστι ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ε πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ζ. *Sed mendoſe, vt opinor, non enim eſt, vt rectangulum contentum* AB *ad rectangulum, quod* BC *continetur, ita ſemidiameter circuli* E *ad ſemidiameter circuli* F. *quare fortaſſe ita legendum erit.* τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ζ.

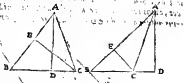
C Conus igitur, cuius baſis eſt circulus E, & altitudo EG, æqualis eſt cono, cuius baſis circulus F & altitudo FH.] *Ex 15. duodecimi libri elementorum.*

THEOREMA XXVIII. PROPOSITIO XXX.

Sit triangulum ABC, & manente BC vſque eò conuertatur, quoad in eundem locum redeat. Dico ſolidum ab ipſo factum æquale eſſe cono, cuius baſis quidem eſt æqualis ſuperficiei conicæ, quæ in conuerſione fit a recta linea AB, altitudo autem perpendicularis, quæ a puncto C ad ipſam AB ducitur.

A pun-

A punctis enim A C ad ipſas A B, B C perpendiculares ducantur, C E, A D. Et quoniam rectus angulus ad D æqualis eſt recto ad E, communis autem, qui ad B; erit triangulum A B D triangulo B C E æquiangulum. quare vt B A ad A D, ita B C ad C E. Sed vt B A ad A D, ita B A D rectangulum ad quadratum ex A D. vt igitur rectangulum B A D ad quadratum ex A D, ita B C ad C E. ergo conus baſim quidem habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod B A D continetur, altitudinem vero C E æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem B C, quoniam rurſus ipſorum baſes reſpondent altitudinibus ex contraria parte. ſolidum autem quod in conuerſione fit à triangulo B A C æquale eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem B C. ergo idem ſolidum æquale eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod continetur B A D, & altitudinem C E. Sed hic circulus eſt æqualis ſuperficiei conicæ, quæ in conuerſione fit a recta linea A B per XIX. Theorema Archimedis, omnis enim coni æquicruris ſuperficies excepta baſi, eſt æqualis circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter coni latus, & ſemidiametrū circuli, qui eſt coni baſis. Si igitur manente B C conuerſum triangulum in eundem locum reſtituatur, a quo moueri cæpit, factum ab ipſo ſolidum æquale erit cono, cuius baſis eſt æqualis ſuperficiei conicæ, quæ in conuerſione fit a recta linea A B, altitudo autem perpendicularis, quæ a puncto C ad ipſam A B ducta fuerit.



4. ſexti A

15. duod. B

C

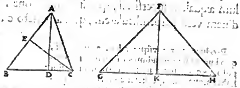
D

COMMENTARIVS.

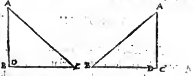
Sed vt B A ad A D, ita B A D rectangulum ad quadratum ex A D] *Ex prima ſexti, vel ex lemmate in 23. decimi libri elementorum.* A

Solidum autem, quod in conuerſione fit a triangulo B A C æquale eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem B C] *Punctum enim D vel cadit inter B C vel in alterum ipſorum, vel extra. cadat primum inter B C. vt in prima figura.* B

Si igitur manente B C triangulum B A C conuertatur fiet ſolidum conſtans ex duobus conis, quorum baſis eſt eadem videlicet circulus, cuius ſemidiameter A D, & alterius quidem altitudo B D, qui dicatur conus B A D. alterius vero C D qui dicatur C A D. Sit præterea

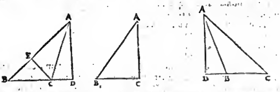


alius conus F G H, baſim habens æqualem circulo, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem F K, quæ ipſi B C ſit æqualis. erit hic conus æqualis duobus conis iam dictis. Vt enim B A D conus ad conum, C A D ita altitudo B D ad D C altitudinem ex 14. duodecimi libri elementorum, & componendo, vt duo dicti coni ad conum C A D, ita B C ad C D. Sed vt conus F G H ad eundem conum C A D. ita F K, hoc eſt B C ad C D. duo igitur coni B A, D C. A D. hoc eſt ſolidum ex ipſis conſtans, æquale eſt cono F G H, hoc eſt cono, baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem B C. Si autem punctum D cadat in B, vel in C, vt in ſecunda figura, quod proponitur manifeſte patet. Solidum enim, quod in conuerſione fit, eſt idem ipſe conus, qui baſim habet circulum, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem B C. Quod ſi D cadat extra C in lineam B C productam, vt in 3. figura nihilominus 9. quinti



idem concludetur ſolidum enim quod fit in conuerſione trianguli A B D eſt æquale cono baſim habenti circulum cuius ſemidiameter A D, & altitudinem B D ſolidum vero quod fit a triangulo A C D æquale eſt cono baſim habenti eandem, & altitudinem C D, ergo reliquum ſolidum, quod fit a triangulo A B C eſt æquale cono, qui eſt in eadem baſi, & altitudinem habet reliquam, videlicet

licet B C. *Sed vt illud manifeſtius conſtet, intelligantur tres coni in eadem baſi, in circulo ſci licet, cuius ſemidiameter* A D. *ſitque vnius quidem altitudo* B C, *qui dicatur conus* B A C, *alterius autem altitudo* C D, *qui dicatur* C A D; *& tertij altitudo* B D, *qui dicatur* B A D.

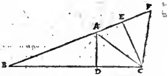


Itaque vt conus B A C *ad conum* C A D, *ita eſt altitudo* B C, *ad* C D. *quare & componendo, vt vtrique coni* B A C, C A D *ad conum* C A D, *ita* B D *ad* D C. *conus autem* B A D *ad eundem* C A D *eſt vt* B D *ad* D C *ergo vtrique coni* B A C, C A D *cono* B A D *ſunt æquales. ſi igitur a cono* B A D *auferatur conus* C A D, *relinquetur* B A C. *conus quare ſolidum, quod in conuerſione fit a triangulo* B A C *eſt æquale cono baſim habenti circulum; cuius ſemidiameter* A D, *& altitudinem* B C. *Eodem modo fiet demonſtratio ſi punctum* D *cadat extra* B. *vt in 4. figura. erunt enim duo coni* C A B, B A D *vni cono* C A D *æquales. quare ſi ab eo auferatur* B A D, *reliquus erit conus* C A B, *qui baſim habebit circulum, cuius ſemidiameter* A D, *& altitudinem* C B.

C Si igitur manente B C conuerſum triangulum in eundem locum reſtituatur, a quo moueri cæpit] *In Græco codice legitur* ἐν ἄρα μονῇ τῆς β γ *legendum vero vt opinor.* ἐν ἄρᾳ.

THEOREMA XXIX. PROPOSITIO XXXI.

Sit rurſus triangulum A C F, & recta linea, vt contingit B C; qua manente conuertatur triangulum quouſque ad eundem locum redeat. Dico ſolidum ab ipſo factum æquale eſſe cono, baſim quidem habenti circulum æqualem ſuperficiei, quæ in conuerſione fit a recta linea A F, altitudinem vero perpendicularem, quæ a puncto C ad ipſam A F ducitur.



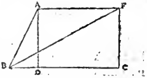
Producatur F A vſque ad B. ergo ob id, quod proxime oſtendimus, ſolidum a triangulo A B C factum æquale eſt cono, qui baſim habet æqualem ſuperficiei coni, quæ fit a recta linea A B, altitudinem vero perpendicularem a puncto C ad B A ductam. ſolidum autem, quod fit a triangulo B F C ſimiliter eſt æquale cono baſim habenti æqualem ſuperficiei coni, quæ fit a B F, & eandem altitudinem. reliquum igitur ſolidum a triangulo A C F factum æquale erit cono baſim habenti æqualem ſuperficiei coni, quæ fit ab A F, & altitudinem eandem, videlicet perpendicularem, quæ a puncto C ad A F ducitur.

THEOREMA XXX. PROPOSITIO XXXII.

Sit recta linea A F parallela ipſi B C, & perpendiculares C F, A D ducan-
A tur. Dico ſolidum a triangulo A B F in conuerſione factum æquale eſſe cono baſim quidem habenti circulum, cuius ſemidiamerer eſt C F, altitudinem vero rectæ lineæ A F, hoc eſt ipſius D C duplam.

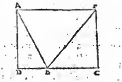
Quoniam

Quoniam enim cylindrus, qui fit a parallelogrãmo A C æqualis eſt cono baſim quidem habenti A D, altitudinem vero ipſius D C triplam; conus autem qui fit a triangulo A B D baſim eandem habet, & altitudinem B D: erit ſolidum factum a triangulo A B D vna cum parallelogrammo A D, C F æquale cono baſim habenti eandem, & altitudinem B D vna cum tripla ipſius D C, communis auferatur conus qui fit a triangulo B C F, eandemque baſim habet, & altitudinem B D vna cum D C ſemel ſumpta. reliquum igitur ſolidum factum a triangulo A B F æquale eſt cono eandem baſim habenti C F, & altitudinem ipſius D C, vel A F duplam. B C



Sed illud etiam conſtant, ſuperficiei cylindricæ, quæ fit ab A F æqualem eſſe circulum, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter cylindri latus, & diametrum baſis cylindri. hoc enim Archimedes in 13 theoremate primi libri de ſphæra, & cylindro demonſtrauit. quare ſuperficies, quæ fit ab A F æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod bis F C D continetur. D

Si vero B cadat inter D C, quod propoſitum eſt facilius oſtendetur. cylindrus enim a parallelogrammo A D, C F factus, eandemque baſim habens, quam coni qui fiunt a triangulis A B D, B C, & altitudinem D A, ipſos excedit cono, qui eſt in eadem baſi, & altitudinem habet ipſius D E duplam. quare & ſolidum a triangulo A B F factum eidem cono eſt æquale. quod oſtendere oportebat. E



COMMENTARIVS.

Dico ſolidum a triangulo A B F in conuerſione factum, æquale eſſe cono baſim quidem habenti circulum, cuius ſemidiameter eſt C F, &c.] *Intelligatur circa manentem rectam lineam B D C conuerti parallelogrammum A C vna cum A B D triangulo.* A

Aequalis eſt cono baſim quidem habenti A D] *Hoc eſt æqualis cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter A D.* B

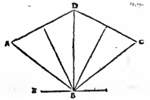
Altitudinem vero ipſius D C triplam] *Eſt enim conus, qui baſim habet circulum, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem triplam ipſius D C, tertia pars cylindri baſim eandem ha-* C 10 duod.
bentis, & æqualem altitudinem: cuius ipſius cylindri tertia quoque pars eſt cylindrus, qui in 14
eadem baſi conſtituitur, & altitudinem habet D C. hic igitur cylindrus, æqualis eſt cono baſim 9. quinti.
eandem habenti, & altitudinem ipſius D C triplam.

Quare ſuperficies, quæ fit ab A F æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod bis F C D continetur] *Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur* ὥστε ἡ ὑπὸ τῆς αβ γινομένης ἐπιφανείας, ἴση ἐστὶ τῷ δὶς ἀπὸ τῷ ζγδ *corrigendus autem eſt in hanc ſententiam* ὥστε ἡ ἀπὸ τῆς αβ γινομένη ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ δὶς ὑπὸ ζγδ. *nam ſi cylindri ſuperficies æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter cylindri latus, & diametrum baſis cylindri, vt Archimedes demonſtrauit in 13. theoremate primi libri de ſphæra, & cylindro, erit ſuperficies facta ab A F æqualis circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod dupla ipſius F C continetur, & C D: hoc eſt quod bis F C D continetur. eſt enim F C ſemidiameter baſis cylindri, & C D latus eiuſdem.* D

Cylindrus enim a parallelogrammo A D C F factus eandemque baſim habens, quam coni, qui fiunt a triangulis A B D, F B C, &c.] *Cylindrus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem D C eſt æqualis cono, qui baſim eandem habet altitudinem ipſius D C triplam. At duo coni, qui fiunt à triangulis A B D, F B C ſunt æquales cono baſim habenti eandem, & altitudinem D C, vt ſuperius demonſtratum eſt. ergo cylindrus hunc ipſum conum excedit cono, qui baſim eandem habet, & altitudinem duplam ipſius D C. ſed etiam excedit ſolido, quod fit a triangulo A B F. dictum igitur ſolidum eidem cono æquale ſit neceſſe eſt. In Græco codice legitur.* ὁ γὰρ ὑπὸ τοῦ αδγζ παραλληλογράμμου γινόμενος κύλινδρος τοῖς ὑπὸ τῶν αβδ, ζβγ τριγώνων, *&c. legendum autem eſt, vt opinor,* ὁ γὰρ ἀπὸ τοῦ αδγζ παραλληλογράμμου γινόμενος κύλινδρος τοῖς ἀπὸ τῶν αβδ, ζβγ τριγώνων κώνοις. E

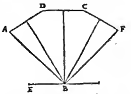
THEOREMA XXXI. PROPOSITIO XXXIII.

Sit quadrilaterum ABCD, à puncto B ad ipſas AD, DC perpendiculares ductæ ſint æquales. ducatur autem recta linea quædam BE, & ea manente conuertatur quadrilaterum quouſque in eundem locum reſtituatur. Dico ſolidum a quadrilatero factum æquale eſſe cono, baſim quidem habenti æqualem ſuperficiebus, quæ a rectis lineis AD, DC in conuerſione fiunt, altitudinem vero perpendicularem, quæ à puncto B ad vnam ipſarum AD, DC ducitur.

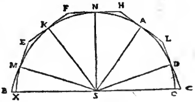


Iungatur BD. ergo ſolidum a quadrilatero factum eſt idem, quod fit a triangulis ABD. DCB. & proxime oſtenſum eſt, quod fit a triangulo ABD æquale eſſe cono baſim habenti æqualem ſuperficiei factæ ab ipſa AD altitudinem vero perpendicularem a puncto B ad AD, vel DC ductam: quod autem fit a triangulo DBC æquale cono, cuius baſis eſt æqualis ſuperficiei factæ a DC, & altitudo eadem. ergo totum ſolidum a quadrilatero factum ęquale erit cono baſim quidem habenti æqualem ſuperficiebus, quæ ab ipſis AD, DC in conuerſione fiunt, altitudinem vero perpendicularem, quæ a puncto B ad alterum ipſarum AD, DC ducta fuerit.

THEOREMA XXXII. PROPOSITIO XXXIV.



Quòd ſi pro quadrilatero quinquelaterum ſit DABFC, & quotcumque latera habens, ita vt a puncto B ad vnamquamque ipſarum AD, DC, CF perpendiculares ductæ ſint æquales, ſimiliter oſtendetur ſolidum a polygono factum æquale eſſe cono, baſim quidem habenti æqualem ſuperficiebus, quæ ab ipſis AD, DC, CF fiunt; altitudinem vero vnam aliquam dictarum perpendicularium. & nihil differt, ſi extrema ipſi AB congruat.



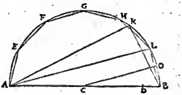
A Idem autem eſt, ac ſi dicamus. Si circa ſemicirculum, cuius centrum S polygonum aliquod deſcribatur, quotcunq; latera habens vt BEFHLC & manente BC polygonum conuertatur, quoſque ad eundem locum redeat,
B ſolidum ab ipſo factum, quod etiam deſcriptum eſt circa ſphæram; quam facit ſemicirculus, æquale eſt cono, baſim quidem habenti ſuperficiem, quæ in conuerſione fit a polygoni lateribus, altitudinem vero ſemidiametrum ſphæræ: omnes enim perpendiculares, quæ a puncto S ad latera ducuntur, vt SM, SK, SN, SA, SD æquales ſunt. neq; quicquam differt, ſi D idem ſit, quod O, vel M idem quod X. Perſpicuum autem eſt, etiam ſi circa ſectorem circuli, vt XSA, vel MSA polygonum aliquod deſcribatur, eadem prorſus demonſtrari.

COMMENTARIVS.

Idem autem eſt, ac ſi dicamus. Si circa ſemicirculum, cuius centrum s, polygo- A
num aliquod deſcribatur, quotcumque latera habens, &c.] *Non enim quadrilaterum,*
vel quinquelaterum, vel plurilaterum eiuſmodi fieri poteſt, niſi circa ſemicirculi circumfe-
rentiam deſcribatur. Idem quoque intelligendum eſt de polygono æquilatero ſemicirculi cir-
cumferentiæ inſcripto, nam ſi diametro manente conuertatur, quouſque ad eundem locum re-
deat, ſolidum ab ipſo factum, quod & ſphæræ inſcriptum eſt, æquale erit cono baſim habenti
ſuperficiem, quæ in conuerſione fit a polygoni lateribus, altitudinem vero perpendicularem,
quæ a centro ad vnum aliquod latus ducta fuerit.
Quod etiam deſcriptum eſt circa ſphæram, quam facit ſemicirculus] *Græcus codex.* B
ὃ δὴ καὶ περιγέγραπται περὶ τὴν σφαῖραν καὶ ποιεῖ τὸ ἡμικύκλιον. Sed legendum puto περὶ τὴν
σφαῖραν ἣν ποιεῖ τὸ ἡμικύκλιον.

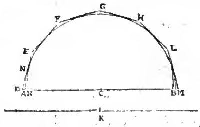
THEOREMA XXXIII. PROPOSITIO XXXV.

Omnis ſphæra æqualis eſt cono, cuius baſis quidem eſt ſuperficies ſphæræ, altitudo vero eiuſdem ſemidiameter.



Sit enim ſphæra, cuius diameter AB, A
centrum C: & ſi fieri poteſt, ſit pri-
mum maior conus, cuius baſis eſt ſuper- B
ficies ſphæræ, hoc eſt circulus, cuius ſe-
midiameter AB, & altitudo CB ipſius
ſphæræ ſemidiameter. Intelligatur a-
lius conus inter ipſa medius, hoc eſt mi-
nor cono, ſphæra autem maior, cuius
quidem baſis eadem ſit, & altitudo BD C
minor, quam CD. & in ſemicirculo D
AEB ducatur AK, quæ poſſit id quod bis continetur AB, CD. ergo reliquum, hoc eſt,
quod bis ABD continetur, æquale eſt ei, quod fit à BK. & eorum dimidia; videlicet E
quod continetur ABD æquale ei, quod BK & eius dimidia continetur. quod enim con-
tinetur bis ABD vna cum contento bis AB, CD, hoc eſt, quod bis ABC continetur æ- F
quale eſt quadrato ex AB. quadratum autem ex AB quadratis ex AK, KB eſt æquale, G
cum angulus ad K in ſemicirculo rectus ſit. Deſcribatur in ſemicirculo polygonum
æquilaterum, quod latera habeat numero paria AEFGHLB, ita vt circumferentia BL,
minor ſit quam BLK. quod quidem fieri poteſt. ſecantes enim ſemicirculum bifariam, H
& rurſus dimidiam circumferentiam bifariam ſecantes, atque hoc facientes ſemper,
tandem relinquemus circumferentiã minorẽ, quam BLK, vt BL. & iuncta AL, ducatur I
ipſi parallella CO. Quoniam igitur triangulum ALB æquiangulũ eſt COB triangulo, & K L
dupla eſt AL ipſius CO, & LB dupla BO; eſtq; LB minor, quam AL, erit quod contine- M
tur AL, CO maius eo, quod LB, & eius dimidia cõtinetur. Eadem quoq; ratione ſi per C. N
ipſi AK parallelam duxerimus vſque ad KB: erit quod parallela ex AK continetur, O
maius eo, quod continetur KB, atque eius dimidia contentum igitur AL, CO multo P Q
maius eſt eo, quod eiſdem continetur. hoc eſt ABD rectangulo. quare conus baſim R
quidem habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod continetur AL, CO, al-
titudinem vero AB, maior eſt cono baſim habente circulum, cuius ſemidiameter po-
teſt id, quod ABO continetur, & altitudinem AB. Sed conus baſim habens circulum, S
cuius ſemidiameter poteſt, quod continetur AL, CO, & altitudinem AB, æqualis eſt
cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod AL, AB continetur, &
altitudinem CO. hic igitur conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt
quod LAB, & altitudinem CO maior eſt cono baſim habente circulum, cuius ſemidia-
meter poteſt, quod ABD, continetur, & altitudinem AB: hoc eſt maius cono huic æ-
quali, qui baſim habet circulum, cuius ſemidiameter eſt AB, altitudinem vero BD. vt T
enim quadratum ex AB ad ABD rectangulum, ita AB ad BD & oſtenſum eſt in 23. hu-
ius ſuperficiem factam ab omnibus polygoni lateribus ex ſimili conuerſione, æqualem V
eſſe

eſſe circulo, cuius ſemidiameter poteſt id quod LAB continetur, conus igitur baſim ha-
bens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod LAB continetur, & altitudinem CO,
X qui quidem eſt æqualis figuræ ſolidæ ibi ſphæra deſcriptæ, maior eſt cono baſim haben-
Y te circulum, cuius ſemidiameter AB. & altitudinem BD. quare & ſolida figura iam di-
cta maior eſt cono, cuius baſis ſemidiameter eſt AB, altitudo autem BL. ſed etiam hic
Z conus poſitus eſt maior ſphæra. ſolida igitur figura in ſphæra deſcripta multo maior
erit, quam ipſa ſphæra. quod fieri non poteſt.



Sit autem ſphæra minor dictus conus, baſim quidem habens circulum, cuius ſemidia-
meter eſt AB, altitudinem vero CB, hoc eſt conus baſim habens circulum, cuius ſe-
midiameter poteſt quod ABC continetur, & altitudinem AB. vt enim AB ad BC, ita
eſt quadratum ex AB ad ABC rectangulum. & inter ſphæram, & conum intelligatur
alius conus medius, cuius baſis ſit eadem, & altitudo recta linea K maior quam AB.
circa ſemicirculum vero deſcribatur polygonum æquilaterum, ita vt vnum latus DE
α minus ſit exceſſu, quo recta linea K ipſam AB excedit atque eſt DE maior, quam vtra-
β que ſimul DA, BM, ſiquidem & DN maior eſt, quam DA. ergo DM, quam K minor
γ erit. Quoniam autem ſuperficies, quæ a polygono fit ex ſimili conuerſione circa axem
δ DM æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt, quod DM, AB continetur, patet
ſolidum a polygono factum, quod etiam deſcriptum eſt circa ſphæram, quam facit ſe-
micirculus, æquale eſſe cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod continetur DM, AB, & altitudinem EB ipſius ſphæræ ſemidiametrum ex 35. huius. Sed conus baſim habens circulum cuius ſemidiameter poteſt quod continetur DM, AB, & altitudinem EB, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod ABC continetur, & altitudinem DM, cum baſes ex contraria parte altitudinis reſpondeant. eſt enim vt, quod continetur DM, AB ad rectangulum ABC, ita DM ad BC. Solidum igitur a polygono factum æquale eſt cono baſim habenti circulum cuius ſemidiameter poteſt quod ABC continetur, & altitudinem DM. eſt autem K maior, quam DM: & conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod ABC continetur, & altitudinem K, minor eſt ſphæra, quare ſolidum circa ſphæram deſcriptum ipſa ſphæra multo minus erit, quod fieri non poteſt, conus igitur ſphæra neceſſario eſt æqualis.

COMMENTARIVS.

A Sit enim ſphæra, cuius diameter AB, centrum C] *Græcus codex* ἔστω γὰρ σφαῖρα, ἧς διάμετρος ἡ αδ. *Sed legendum* ἡ αβ.

B Hoc eſt circulus, cuius ſemidiameter AB] *Ex 29. huius.*

C Et altitudo B minor, quam CD] *Græcus codex* ὕψος δὲ ἡ βδε *legendum autem* ἡ βδ.

D Et in ſemicirculo AFB ducatur AK, quæ poſſit id. quod bis continetur, AB, CD] *Græcus codex corruptus eſt, vt opinor, qui ſic habet,* καὶ ἡμικυκλίῳ ὕτος τῶ αβε διήχθη ἡ. *ſed forte legendum erit.* καὶ ἡμικυκλίῳ ὕτος τῶ αεβ ἤχθω ἡ ακ.

E Et eorum dimidia, videlicet quod continetur ABD æquale ei, quod BK & eius dimidia continetur] *Græcus codex.* καὶ τὰ ἥμισυ, τὸ ὑπὸ αβδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ βκ. *legendum autem puto.* καὶ τὰ ἥμισυ, τὸ ὑπὸ αβδ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῆς ἐπὶ τὰ βκ, καὶ τῆς ἡ αμιαί.

Hoc

Hoc eſt quod bis ABC continetur æquale eſt quadrato ex AB] *Ex prima ſecundi libri elementorum.* F

Quadratum autem ex AB quadratis ex AK, KB eſt æquale] *Ex penultima primi libri elementorum. Græcus autem codex diminutus eſt & ita reſtituetur. τουτέστι τὸ ὑπὸ τῶν ἀβγ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῆς αβ. τὸ δὲ ἀπὸ τῆ. αβ ἐστιν ἴσον τοῖς ἀπὸ ακ κβ.* G

Quod quidem fieri poteſt] *Ex prima 10. libri elementorum.* H

Et iuncta AL ducatur ipſi parallela CO] *Ducatur CO vſque ad LB, quam in O ſecet.* I

Quoniam igitur triangulum ALB æquiangulum eſt COB triangulo] *eſt enim angulus OCB æqualis angulo LAB, & COB æqualis ipſi ALB ex 21. primi libri elementorum. ergo & reliquus reliquo æqualis erit.* K

Et dupla eſt AL ipſius CO, & LB dupla BO] *Vt enim BA ad AL, ita eſt BC ad CO: & permutando vt AB ad BC, ita AL ad CO ſed AB eſt dupla BC, ergo & AL ipſius CO dupla erit. Eodem modo demonſtrari poteſt LB duplà BO, quod tamen per ſe patet ex tertia tertij libri elementorum recta enim linea CO ſecat LB ad rectos angulos. ergo, & bifariam ſecat.* L

Eſtque LB minor quam AL] *Quoniam enim BD poſita eſt minor, quam DC erit quod bis continetur ABD, hoc eſt quadratum ex BK minus eo, quod bis AB, CD continetur, hoc eſt quadrato ex KA. ergo BK minor eſt, quam KA. Sed cum BL ſit minor, quam BK, quadratum ex BL minus eſt quadrato ex BK. quare reliquum quadratum ex AL maius eſt reliquo ex AK quadrato eſt enim quadratum ex AB æquale duobus quadratis ex AL, LB: itemque duobus ex AK, KB. ergo AL maior eſt, quam AK. multo igitur minor erit LB, quam AL.* M

Erit quod continetur AL, CO maius eo, quod LB ex eius dimidia continetur] *Hoc eſt maius eo, quod continetur LBO. Græcus codex τὸ ἄρα ὑπὸ ἀλγο μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς λβ. Sed legendum arbitror. τὸ ἄρα ὑπὸ αλγο μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ λβ καὶ τῆς ἡμισείας τῆς λβ. Hæc quidem vera ſunt, ſed quid conferant ad demonſtrationem non video ſatis enim erat demonſtrare id, quod continetur AL, CO maius eſſe eo, quod KB, & eius dimidia continetur, hoc eſt rectangulo ABD.* N

Eadem quoque ratione ſi per ipſi AK parallelam duxerimus vſque ad KB] *Corruptus eſt hoc loco græcus codex, quem nos in eam ſententiam corrigemus.* O

Maius eſt eo, quod continetur KB atque eius dimidia] *Græcus codex μεῖζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆ κβ ἰσθμίας. Sed legendum puto μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῆς κβ καὶ τῆς ἡμισείας τῆς κβ ἰσθμίας.* P

Contentum igitur AL, CO multo maius eſt eo, quod eiſdem continetur] *Hic etiam corrigendus eſt græcus codex.* Q

Hoc eſt ABD rectangulo] *Rectangulum enim ABD æquale eſt dimidio quadrati ex KB, hoc eſt ei, quod KB & eius dimidia continetur. Græcus codex τουτέστι τὸ ὑπὸ αβδ. Sed legendum τουτέστι τὸ ὑπὸ αβδ.* R

Sed conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod continetur AL, CO, & altitudinem AB, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod AL, AB continetur, & altitudinem CO] *Ex 15. duodecimi libri elementorum.* S

Qui baſim habet circulum, cuius ſemidiameter eſt AB, altitudinem vero BD] *Græcus codex ὃ ἡ μὲν βάσις ἐστι κύκλος, ὃ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστιν ἡ δβ, ὕψος δὲ ὁ δ. Sed legendum eſt vt arbitror ὃ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστιν ἡ αβ ὕψος δὲ ἡ βδ.* T

Et oſtenſum eſt in 23. huius] *In græco codice legitur καὶ δέδεικται τῷ δ θεωρήματι.* V

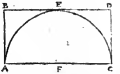
Qui quidem eſt æqualis figuræ ſolidæ in ſphæra deſcriptæ] *Ex 35. huius.* X

Quare, & ſolida figura] *In græco codice legitur ὡς δὲ καὶ τὸ lege ὥστε καὶ τὸ.* Y

Quod fieri non poteſt] *Eſt enim minor, quod Archimedes in 23. primi libri de ſphæra, & cylindro demonſtrauit.* Z

Hæc Pappus, quæ fortaſſe non omnino ſatisfacere videbuntur, poſſet enim quis plane dicere conum qui baſim habeat ſuperficiei ſphæræ æqualem, & altitudinem CB, ſphæra quidem maiorem eſſe, ſed non adeo, vt inter ipſa conus medius conſtituatur, eandem baſim habens, & altitudinem BD, qua minor ſit, quam CD. quinimmo eius coni altitudinem multo maiorem eſſe, quam BD. oportet namque exceſſu quantulocumque dato conſequi id, quod fieri non poteſt. quamobrem ego ita demonſtrandum cenſerem.

Sit ſphæra, cuius diameter AB, centrum C: & ſi fieri poteſt, ſit primum maior conus, cuius baſis eſt ſuperficies ſphæræ, hoc eſt circulus, cuius ſemidiameter AB, & altitudo AC, videlicet ipſius ſphæræ ſemidiameter. Sit alius conus inter ipſa medius, hoc eſt minor cono, ſphæra



Sit enim ſemicirculus ABC, cuius diameter AC, & punctum B circumferentiam bifariam diuidens, & centrum F. Cum igitur per ABC tres rectæ lineæ contingentes ducantur, AB, BD, DC, & manente AC conuertatur ſemicirculus, quouſque rurſus ad eundem locum redeat, a quo cæpit moueri, cylindrus a parallelogrammo rectangulo ABCD factus ad ſphæram, quæ a ſemicirculo deſcribatur, ſeſquialteram proportionem habebit, quam
A & ipſius cylindri ſuperficies habet ad ſuperficiem ſphæræ. Quoniam enim ſuperficies cylindri, quæ fit a BD æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter BD, & vtramque ipſarum ſimul AB, CD, hoc eſt circulo, cuius ſemidiameter
B AC: hic autem circulus æqualis eſt quatuor maximis circulis eorum, qui in ſphæra de-
C ſcribuntur, atque oſtenſum eſt ſphæræ ſuperficiem quattuor circulis maximis æqualem eſſe: erit, & ſuperficies, quæ fit a BD ſuperficiei ſphæræ æqualis. ergo vna cum duobus circulis, qui ſunt baſes cylindri, ad ſuperficiem ſphæræ proportionem habet, quam ſex ad quattuor, videlicet ſeſquialteram. Et quoniam conus baſim habens æqualem
D ſuperficiei ſphæræ, & altitudinem ſphæræ ſemidiametrum, ipſi ſphæræ eſt æqualis; erit conus baſim habens circulum in ſphæra maximum, & altitudinem eandem quarta pars ipſius ſphæræ. Sed & hic conus ſexta pars eſt cylindri, qui eandem baſim habet,
E altitudinem ſphæræ diametrum, quare ſequitur cylindrum ipſum ſphæræ ſeſquialterum eſſe.

COMMENTARIVS.

A Quoniam enim ſuperficies cylindri, quæ fit a BD æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter BD, & vtramque ipſarum ſimul [ABCD] *Ex 13. primi libri Archimedis de ſphæra ex cylindro. eſt enim ſuperficies cylindri facta à BD æqualis circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter latus cylindri BD, & baſis diametrum. Quod cum BD ſit æqualis diametro baſis, erit & inter ipſas media eidem æqualis, oſtenſum autem eſt ſuperius in 24. huius, etiam ſi circumferentia ſemicirculi non in duas, ſed in quotcumq; partes æquales diuidatur; atque a diuiſionibus recta recta lineæ contingentes ducantur, ſuperficiem a contingentibus factam æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter eſt* AC.

B Hic autem circulus æqualis eſt quattuor maximis circulis eorum, qui in ſphæra deſcribuntur.] *Circuli enim inter ſe duplam eius, quæ eſt diametrorum, proportionem habent videlicet quadruplam, cum eorum diametri ſint duplæ.*

C Atque oſtenſum eſt ſphæræ ſuperficiem quattuor circulis maximis æqualem eſſe] *Ex 31. primi libri Archimedis de ſphæra, & cylindro, ſed & ſuperius oſtenſum eſt in 29. huius, ſphæræ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter* AC.

D Ipſi ſphæræ eſt æqualis; erit conus baſim habens circulum in ſphæra maximum, & altitudinem eandem, quarta pars ipſius ſphæræ. ſed & hic conus ſexta pars eſt cylindri, qui eandem baſim habet, & altitudinem ſphæræ diametrum.] *Hæc autem omnis nos ſuppleuimus, quæ in Græco codice deſiderari videbantur. conus enim baſim habens circulum maximum in ſphæra, & altitudinem ſphæræ diametrum, tertia pars eſt ipſius cylindri. At conus baſim habens eandem, & altitudinem ſemidiametrum ſphæræ, dimidia pars eſt dicti coni. hic igitur conus cylindri ſexta pars neceſſario erit.* 12. duodecimi.

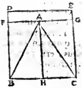
E Quare ſequitur cylindrum ipſum ſphæræ ſeſquialterum eſſe.] *Nam cum ſphæra contineat quattuor eiuſmodi conos, quorum cylindrus continet ſex, habebit cylindrus ad ſphæram proportionem eandem, quam ſex ad quattuor, videlicet ſeſquialterum.*

Hæc igitur dicta ſint de ijs, quæ Archimedes in libro de ſphæra, & cylindro demonſtrauit. deinceps vero (vt polliciti ſumus) comparationes quinque figurarum, quæ æqualem ſuperficiem habent, deſcribemus, videlicet pyramidis, cubi, octaedri, dodecaedri, & icoſaedri, quarum quidem demonſtrationes non per reſolutiuam methodum, vt nonnulli antiquorum fecerunt, in prædictis figuris, ſed per compoſitiuam a nobis ad id, quod manifeſtius eſt, ac breuius redactæ ſunt. quoniam, & lemmata omnia tum parua, tum magna ob multos, qui diſcendi ſtudio flagrant, diſpoſui numero quattuordecim; tot enim hoc loco indigemus. ad comparationes autem hæc præmittimus.

THEO-

THEOREMA XXXVI. PROPOSITIO XXXVIII.

In omni triangulo æquilatero, quadratum, quod ab vno latere fit, maius eiuſdem eſt, quam duplum dicti trianguli, minus vero, quam quadruplum.



Sit enim triangulum æquilaterum ABC: ſitque ad baſim BC perpendicularis AH, quæ ſcilicet ipſam bifariam ſecat, & a BC deſcribatur quadratum BDEC, quod quidem triangulum ABC ſuperabit, cum perpendicularis AH trianguli latere minor ſit. & per A ipſi BC parallela ducatur FAG. Quoniam igitur AB poteſtate quadrupla eſt ipſius BH, erit AB ſeſquitertia ipſius AH poteſtate, hoc eſt DB ipſius BF. eſt A igitur DB minor, quam dupla BF. atque vt DB ad BF, ita eſt BE quadratum ad parallelogrammum FC. ergo & BE quadratum parallelogrammi FC minus eſt, quam duplum & minus quam quadruplum trianguli ABC. quadratum igitur BE minus eſt, quam quadruplum, maius vero, quam duplum trianguli ABC. B

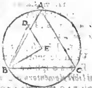
COMMENTARIVS.

Erit AB ſeſquitertia ipſius AH poteſtate] *Ex penultima primi libri elementorum Hoc etiam per ſeſe a nobis demonſtratum eſt in commentarijs in 12. propoſitionem tertij decimi libri.* A

Et minus quam quadruplum trianguli ABC] *Eſt enim parallelogrammum FC trianguli ABC duplum ex 41. primi libri elementorum Græcus codex mancus eſt, qui ita reſtituetur.* B
ἢ ἔλασσον ἢ τετραπλάσιον τοῦ αβγ τριγώνου.

THEOREMA XXXVII. PROPOSITIO XXXIX.

Quæ centro ſphæræ ad planum octaedri perpendicularis ducitur, poteſtate tertia pars eſt ſemidiametri ſphæræ.



Sit triangulum ſphæræ octaedrum comprehendentis ABC, in ſphæra exiſtens, & circa ipſum circulus. a ſphæræ autem centro D ad circuli planum perpendicularis DE. erit ex ſphæricis punctum E circuli centrum. Iungantur A BE, BD. Dico quadratum ſemidiametri ſphæræ BD, quadrati ipſius DE triplum eſſe. Quoniam enim in octaedro B oſtenſa eſt ſphæræ diameter poteſtate dupla lateris octae- C dri; eſt autem, & ſemidiametri ſphæræ, quadrupla poteſtate: quadratum ex BC quadrati ex BD duplum erit. Et quoniam quadratum ex BC triplum eſt quadrati ex BE per 12. tertij decimi libri D elementorum, & quadrati ex BD duplum, erit quadratum ex BD ſeſquialterum quadrati ex BE. Sed quadratis ex BE, ED quadratum ex BD eſt æquale. ergo quadrata ex BE, ED quadrati ex BE ſeſquialtera ſunt; ac propterea quadratum ex BE duplum eſt E quadrati ex ED; quadrati igitur ex BE, ED, hoc eſt, quadratum ex BD quadrati ex DE eſt triplum.

Digitized by Google

Ponatur ipſi AD æqualis AB, & ipſi AC æqualis AF. reliqua igitur CD æqualis erit BF. Itaque cum ABC rectangulum æquale ſit rectangulo ACB vna cum quadrato ex CB per 3. theorema ſecundi libri elementorum; erit rectanguli ABC

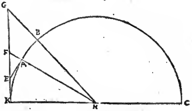


duplum æquale duplo rectanguli ACB vna cum duplo quadrati ex CB duplo autem rectanguli ACB æquale eſt rectangulum FCB; etenim FC ipſius CA eſt dupla rectangulum igitur FCB vna cum duplo quadrati ex CB æquale eſt duplo rectanguli ABC. commune apponatur rectangulum, quod continetur CB & BF, hoc eſt rectangulum BCD. ergo rectangulum BCB vna cum duplo quadrati ex CB eſt æquale duplo rectanguli ABC vna cum BCD rectangulo. Sed rectangulo FCB vna cum duplo quadrati ex CB æquale eſt rectangulum EBC vna cum quadrato ex CB: rectangulum enim ECB vna cum quadrato ex CB eſt æquale ipſi EBC rectangulo. ex eodem theoremate ſecundi libri elementorum. ergo rectangulum EBC, hoc eſt id, quod vtraque BA, AD, & CB continetur, vna cum quadrato ex CB, eſt æquale duplo rectanguli ABC vna cum BCD rectangulo.

PROBLEMA I. PROPOSITIO XXVII.

Sit aliqua circuli circumferentia KBC, & recta linea D. Dico fieri poſſe, vt infinite abſcindatur circumferentia KA quæ ipſius KBC pars exiſtat, ita vt ductæ contingente AE, KE minores ſint, quam D recta linea.

A Sit enim recta linea contingens KG ipſi D æqualis, & ad centrum ducatur GBH. Itaque ſecantes circumferentiam KBC bifariam, & rurſus eius dimidium bifariam. hocque B ſemper facientes, relinquemus quãdam circumferentiam, vt KA, quæ minor erit, quam KAB. & ducatur recta linea AB poſitionem contin-C gens. ergo AB ipſi EK eſt æqualis. & factum iam erit, quod proponebatur. ducta enim per HA recta linea ad F, erunt KB, EA. quam KF



D minores, propterea quod FB maior eſt vtraque ipſarum AB, FK, cum angulus FAB ſit rectus: & multo minores, quam D, quæ ipſi KG æqualis ponitur.

COMMENTARIVS.

A Sit enim recta linea cõtingens KG ipſi D æquales, & ad centrum ducatur] GBH *Græcus codex mendoſus eſt, qui ſic habet.* ὡς γὰρ ἐφαπτομένη ἡ κη ἐλάσσων τῆς δ, καὶ ἐπὶ τὸ κέντρον ἡ θβη *corrigendus autem hoc modo.* ἴσο γὰρ ἐφαπτομένη ἡ κη ἴσε τῷ δ, καὶ ἐπὶ τὸ κέντρον ἡ βθ. *recta enim linea* KG *non minor, quam* D, *ſed ipſi æqualis ponitur, quod etiam apparet ex ijs, quæ ad finem ſcripta ſunt.*

B Relinquemus quandam circumferentiam, vt KA, quæ minor erit, quam KAB] *Ex prima decimi libri elementorum.*

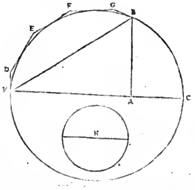
C Ergo AE ipſi EK eſt æqualis] *Hoc nos ſupra in 24. huius demonſtrauimus.*

D Propterea quod FE maior eſt vtraq; ipſarum AB, BK, cum angulus FAE ſit rectus] *Recta enim linea* FE, *quæ recto angulo ſubtenditur, maior eſt ipſa* EA, *ex 19. primi elementorum: & cum* EK *ſit vtrique communis, erit tota* KF *maior, quam ipſæ* AE, EK. *nam ſi æqualibus, inæqualia addantur, tota erunt inæqualia. Græcus autem codex ſic habet* ὀρθῆς οὔσης τῆς ὑπὸ ζαε ὀρθῆς *corrige* οὔσης τῆς ὑπὸ ζαε.

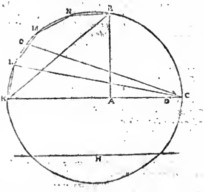
THEO-

THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XXVIII.

Omnis portionis ſphæræ cutua ſuperficies æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter eſt æqualis ei, quæ ex polo ipſius portionis.



Sit enim p rtio ſphæræ, cuius po-
lus eſt punctum K, & quæ ex polo
K B. Circulus autem maximus per
K B tranſiens ſit, cuius diameter K C,
ad quam perpendicularis ducatur
B A. Dico ſphæricam ſuperficiem
portionis, quæ baſim habet circu-
lum, cuius ſemidiameter A B, & ver-
ticem punctum K, circulo, cuius ſe-
midiameter eſt K B æqualem eſſe.
Sit enim hæc inæqualia, ſi fieri po-
teſt, & ſit primum portionis ſuper-
ficies maior: exceſſu autem ipſorum
intelligatur minor eſſe circulus, cu-
ius diameter eſt recta L H, ita vt ſu- A
perficies portio.is maior ſit duobus
circulis, videlicet circulo, cuius ſe-
midiameter eſt K B, & CO, cuius
diameter eſt H. diuidaturque cir-
cumferentia K B in quotcumque partes æquales, & contingentes ducantur quemad-
modum in figura apparet, ita vt vnaquæque ipſarum minor ſit ea, quæ poteſt octauam B
partem quadrati, quod fit ex recta linea H. hoc enim fieri poſſe iam demonſtratum eſt. C
Quoniam igitur quadratum ex H. maius eſt eo, quod octies fit ex G B; & circulus circa D
diametrum H maior erit duobus circulis, quorum ſemidiameter eſt G B. hi enim duo
circuli vna cum circulo, cuius ſemidiameter eſt K B, vt demonſtratum fuit in 25. huius, E
maiores ſunt ſuperficie facta a rectis lineis contingentibus, quæ quidem circa por-
tionem ſphæræ deſcripta eſt. erit igitur ipſa ſuperficies minor, & ſuperficies
portionis ſphæræ multo minor duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiame-
ter eſt K B, & circulo, cuius diameter eſt H. atqui maior ponebatur. quod eſt abſur-
dum.



Sed ſit circulus, cuius ſemi-
diameter K B maior ſuperficie
ſphærica portionis. ergo circulus F
cuius ſemidiameter poteſt id, quod
C K A continetur curua ſuperficie
portionis maior erit. Intelligatur G
circulus, cuius ſemidiameter poſ-
ſit id, quod continetur D K A, inter
ipſa medius. maior igitur eſt K C,
quam recta linea H. ſit ipſi H æqua-
lis C O. & diuidatur circumferen-
tia K O B in quotcumque partes æ-
quales, quarum vnaquæque ſit
minor circumferentia K I O, vt pro H
xime oſtenſum eſt: iunganturque
K L, L M, M N, N B. ſuperficies igi-
tur quæ ab ipſis fit ex conuerſione
circa axem K A, quouſque ad prio-
rem locum redeat, comprehendi-
tur à ſuperficie portionis, eandemque baſim habet; & eſt æqualis circulo. cuius ſemi-
diameter (iuncta B L) poteſt id, quod L C & & K A continetur ex 23. huius; minor K L
autem eſt ſuperficie ſphærica portionis. circulus igitur, cuius ſemidiameter poteſt id M
quod

M quod O C, & K A, hoc eſt quod recta linea H & K A continetur, ſuperficie ſphærica
N portionis multo minor erit. ſed & maior, cum ſit medius inter portionem,& circulum,
O cuius ſemidiameter K B. quod fieri non poteſt. ex quibus ſequitur ea inter ſe æqualia
P eſſe. Conſtat præterea ſi punctum A ſit centrum, portionem eſſe dimidiam ſphæram.
Q atque erit totius ſphæræ ſuperficies æqualis circulo,cuius ſemidiameter eſt K C, id quod etiam ex vtriſque portionibus qualeſcunque ſint, concludi poterit.

COMMENTARIVS.

A Ita vt ſuperficies portionis maior ſit duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiameter eſt K B, & eo, cuius diameter eſt H] *Græcus codex diminutus eſt, & ita corrigendus.* ὥστε τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος μείζονα εἶναι τῶν δύο κύκλων, ὧν τε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ κβ, καὶ ἡ διάμετρος ἐστὶν ἡ θ, καὶ δυνάμεθα ἡ κβ περιφέρεια εἰς ἴσας ἐπιστάσθαι.

B Hoc enim fieri poſſe, iam demonſtratum eſt] *In antecedente.*

C Quoniam igitur quadratum ex H maius eſt eo, quod octies fit ex G B.] *In Græco codice habetur.* ἐπεὶ ἂν μείζονες ἐστι τὸ ἀπὸ θ. *ſed legendum* ἐπεὶ ἂν μεῖζον ἐστι τὸ ἀπὸ θ.

D Et circulus circa diametrum H maior erit duobus circulis, quorum ſemidiameter eſt G B] *quadratum enim ex dupla ipſius* O B *quadruplum eſt eius, quod fit ex* G B, *per 20. ſexti libri elementorum. & duo huiuſmodi quadrata ſimul ſumpta eiuſdem ſunt octupla: & minora quadrato ex* H. *& cum circuli eandem inter ſe proportionem habeant, quam ipſorum quadrata, erit circulus circa diametrum* H *maior duobus circulis, quorum diameter eſt dupla ipſius* G B, *hoc eſt quorum ſemidiameter eſt* G B.

E Vt demonſtratum fuit in 25. huius] *In Græco cod. legitur* ὡς προδέδεικται τῷ κ θεωρήματι

F Ergo circulus, cuius ſemidiameter poteſt id quod C K A continetur, curua ſuperficie portionis maior erit.] *Eſt enim rectangulum* C K A *quadrato ex* K B *æquale, ex 8. ſexti libri elementorum.*

G Intelligatur circulus, cuius ſemidiameter poſſit, quod continetur D K A inter ipſa medius] *Hoc eſt intelligatur circulus minor quidem circulo, cuius ſemidiameter poteſt quod* C K A *continetur, maior autem ſphærica ſuperficie portionis. erit eius ſemidiameter minor, & poterit id, quod continetur* K A, *& recta linea minore, quam* K C, *quæ ſit* D K, *hoc eſt in qua* H.

H Vt proxime oſtenſum eſt] *In antecedente ex prima decimi libri. Græcus autem codex habet* ὡς ἐπὶ τοῦ ὅπερ ἐδει.

K Ex 23. huius] *In Græco codice legitur* διὰ τὸ ε θεώρημα.

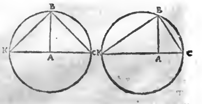
L Minor autem eſt ſuperficie ſphærica portionis] *Ex iis, quæ Archimedes demonſtrauit in 23. primi libri de ſphæra, & cylindro.*

M Circulus igitur, cuius ſemidiameter poteſt id, quod O C & K A hoc eſt recta linea H & K A continetur, ſuperficie ſphærica portionis multo minor erit] *Eſt enim* O C *minor quàm* C L. *nam cum circumferentia ponatur* K L, *minor, quam circumferentia* K L O, *& recta linea* K L *minor erit, quam recta, quæ ipſi* K O *ſubtenditur, ideoque quadratum ex* K L *minus quadrato ex* K O *reliquum igitur quadratum ex* L C *reliquo ex* O C *maius erit, & ob id recta linea* L C *maior, quam recta* O C; *ſunt enim vtraque quadrata ex* K L, L O, *& ſimiliter vtraque ex* K O, O C *idem quadrato ex* A E *æqualia, per 47. primi libri elementorum. quare circulus, cuius ſemidiameter poteſt quod continetur* O C, K A *minor eſt eo, cuius ſemidiameter poteſt id. quod* L C, K A *continetur, ac propterea circulus, cuis ſemidiameter poteſt, quod continetur* O C, K A *ſuperficie ſphærica portionis multo minor erit.*

N Cum ſit medius inter portionem, & circulum, cuius ſemidiameter K B] *Hoc eſt medius inter portionis ſuperficiem, & circulum, cuius ſemidiameter eſt* K B.

O Conſtat præterea ſi punctum A ſit centrum, portionem eſſe dimidiam ſphæram] *Græcus codex mendoſus eſt, & fortaſſe, ita corrigendus.* καὶ δῆλον ὡς ἂν τὸ α κέντρον ᾖ γίνεται τὸ τμῆμα ἡμισφαίριον.

P Atque erit totus ſphæræ ſuperficies æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt K C] *Græcus codex mendoſus eſt, in quo legitur* καὶ ἴση ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ὅλης ἴση κύκλῳ ὅση ἐκ τοῦ ἐστιν ἡ κγ *legendum autem, vt arbitror,* ἴση κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ κγ. *Si igitur manente* K C *ſemicirculus* K B C *conuertatur, quouſque ad priorem locum redeat, portio* K B A *dimidiam ſphæram deſcribet, & ſimili-*



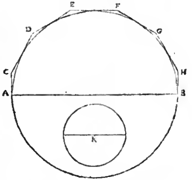
ſimiliter C B A reliquam dimidiam, eritque ex iam demonſtratis dimidiæ ſphæræ K B A curua ſuperficies æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt K B A & alterius dimidiæ C B A ſuperficies æqualis circulo, cuius ſemidiameter C B. ergo totius ſphæræ ſuperficies erit æqualis circulo, cuius ſemidiameter K C. eſt enim quadratum ex K C duobus quadratis ex K B, B C æquale per 47. primi libri elementorum.

Ex quibus perſpicue patet, totius ſphæræ ſuperficiem circuli in ſphæra maximi quadruplam eſſe.

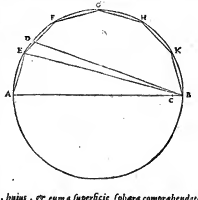
Id, quod etiam ex vtriſque portionibus, qualeſcumque ſint concludi poſſent] Sed non cadat punctum A in centrum, vt in ſecunda figura. Eodem modo demonſtrabitur totius ſphæræ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter eſt K C. etenim quadratum ex K C pariter eſt æquale duobus quadratis ex K B, B C. Poſſumus etiam ex iis, quæ permiſſa ſunt, aliter ipſius ſphæræ ſuperficiem oſtendere, hoc modo. Q

Sphæræ totius ſuperficies æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter diametro circuli in ea maximi eſt æqualis.

Sit ſphæra, & circulus in ea maximus, cuius diameter eſt A B. Dico totius ſphæræ ſuperficiem circulo, cuius ſemidiameter eſt A B, æqualem eſſe. niſi enim ita ſit, erit ſphæræ ſuperficies, vel maior, vel minor dicto circulo. ſit primum maior, ſi fieri poteſt, & exceſſu ipſorum intelligatur minor circulus, cuius ſemidiameter eſt recta linea K, ita vt ſuperficies ſphæræ maior ſit duobus circulis, circulo ſcilicet, cuius ſemidiameter eſt A B, & circulo, cuius diameter K: diuidaturq; ſemicirculi circumferentia in quotcunq; partes æquales: & rectæ lineæ contingentes ducantur, quemadmodum in figura apparet, ita tamen vt vnaquæque ipſarum minor ſit ea, quæ poteſt octauam partem quadrati recta linea K. Itaque quoniam quadratum ex K maius eſt eo, quod octies fit ex A C, erit & circulus, cuius diameter K maior duobus circulis, quorum ſemidiameter ſunt A C qui quidem duo circuli vna cum circulo, cuius ſemidiameter A B ex 24. huius æquales ſunt ſuperficiei factæ à rectis lineis contingentibus, quæ circa ſphæram deſcripta eſt. ergo ea ſuperficies minor erit, & ſuperficies ſphæræ multo minor duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiameter A B, & circulo, cuius diameter K. ſed & maior ponebatur. quod fieri non poteſt.



Quod ſi circulus, cuius ſemidiameter A B ſuperficie ſphæricæ ſit minor, intelligatur alius circulus inter ipſa medius, cuius ſemidiameter poſſit id, quod C A B continetur, hoc eſt minor quidem circulo cuius ſemidiameter A B ſphærica autem ſuperficie maior erit C A minor, quam A B. ſit ipſi C A æqualis B D, & ſemicirculi A D B circumferentia diuidatur in quotcumque partes æquales, quarum vnaquæque ſit minor quam A D: iunganturque A E, E F, F G, G H, H K, K B, E B. ergo ſuperficies, quæ ab ipſis fit ex conuerſione circa A B æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id quod continetur E A B ex 23. huius. & cum a ſuperficie ſphæræ comprehendatur, ea minor erit. eſt autem D B minor, quam E B, quod D A, maior ſit, quam A E: circulus igitur, cuius ſemidiameter poteſt, quod C B A, hoc eſt quod C A B continetur, multo minor erit ſuperficie

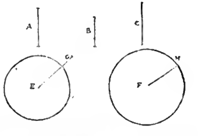


perficie

perficie ſphæræ. Sed & maior, quod eſt abſurdum. Ex quibus ſequitur ſuperficiem ſphæræ circulo, cuius ſemidiameter A B *æqualem eſſe, quod demonſtrare oportebat.*

THEOREMA XXVII. PROPOSITIO XXIX.

Si ſint tres rectæ lineæ A B C, conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod A B continetur, altitudinem vero C, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod continetur B C, & altitudinem A.



Exponantur enim duo circuli E F:
A & circuli quidem E ſemidiameter poſſit, quod A B continetur, circuli vero F ſemidiameter poſſit, quod continetur B C, & altitudo ipſius E fit E G æqualis C: altitudo autem F
1. ſexti. fit F H: æqualis A. Quoniam igitur
B vt A ad C, hoc eſt vt F H ad E G, ita rectangulum contentum A B ad id, quod B C continetur; hoc eſt quadratum, quod fit a ſemidiametro circuli E ad quadratum, quod a ſemidiametro circuli F; hoc eſt circu-
C lus E ad F circulum. Conus igitur, cuius baſis eſt circulus E, & altitudo E G æqualis eſt cono, cuius baſis circulus F, & altitudo F H. baſes enim ex contraria parte ipſis altitudinibus reſpondeat.

COMMENTARIVS.

A Et circuli quidem E ſemidiameter poſſit, quod A B continetur, circuli vero F ſemidiameter poſſit, quod continetur B C] *Græcus codex mancus eſt, atque ita corrigendus.* καὶ τοῦ μὲν ε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ αβ· τοῦ δὲ ζ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ βγ.

B Hoc eſt quadratum, quod fit a ſemidiametro cir uli E ad quadratum, quod a ſemidiametro circuli F] *In Græco codice legitur* τουτέστι ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ε πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ζ. *Sed mendoſe, vt opinor, non enim eſt, Vt rectangulum contentum* A B *ad rectangulum, quod* B C *continetur, ita ſemidiameter circuli* E *ad ſemidiameter circuli* F. *quare fortaſſe ita legendum erit.* τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ζ.

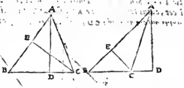
C Conus igitur, cuius baſis eſt circulus E, & altitudo E G, æqualis eſt cono, cuius baſis circulus F & altitudo F H.] *Ex 15. duodecimi libri elementorum.*

THEOREMA XXVIII. PROPOSITIO XXX.

Sit triangulum A B C, & manente B C vſque eò conuertatur, quoad in eundem locum redeat. Dico ſolidum ab ipſo factum æquale eſſe cono, cuius baſis quidem eſt æqualis ſuperficiei conicæ, quæ in conuerſione fit a recta linea A B, altitudo autem perpendicularis, quæ a puncto C ad ipſam A B ducitur.

A pun-

A punctis enim A C ad ipſas A B, B C perpendiculares ducantur, C E, A D. Et quoniam rectus angulus ad D æqualis eſt recto ad E, c ommunis autem, qui ad B; erit triangulum A B D triangulo B E C æquiangulum. quare vt B A ad A D, ita B C ad C E. Sed vt B A ad A D, ita B A D rectangulum ad quadratum ex A D. vt igitur rectangulum B A D ad quadratum ex A D, ita B C ad C E. ergo conus baſim quidem habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod B A D continetur, altitudinem vero C E æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem B C, quoniam rurſus ipſorum baſes reſpondent altitudinibus ex contraria parte. ſolidum autem quod in conuerſione fit a triangulo B A C æquale eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem B C. ergo idem ſolidum æquale eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod continetur B A D, & altitudinem C E. Sed hic circulus eſt æqualis ſuperficiei conicæ, quæ in conuerſione fit a recta linea A B per XIX. Theorema Archimedis, omnis enim coni æquicruris ſuperficies excepta baſi, eſt æqualis circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter coni latus, & ſemidiametrũ circuli, qui eſt coni baſis. Si igitur manente B C conuerſum triangulum in eundem locum reſtituatur, a quo moueri cœpit, factum ab ipſo ſolidum æquale erit cono, cuius baſis eſt æqualis ſuperficiei conicæ, quæ in conuerſione fit a recta linea A B, altitudo autem perpendicularis, quæ a puncto C ad ipſam A B ducta fuerit.



4. ſexti. A

15. duod. B

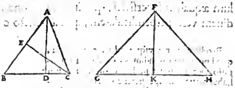
C

COMMENTARIVS.

Sed vt B A ad A D, ita B A D rectangulum ad quadratum ex A D] *Ex prima ſexti, vel ex lemmate in 23. decimi libri elementorum.* A

Solidum autem, quod in conuerſione fit a triangulo B A C æquale eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem B C] *Punctum enim D vel cadit inter B C vel in alterum ipſorum, vel extra. cadat primum inter B C: vt in prima figura.* B

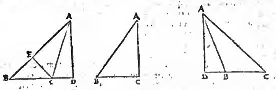
Si igitur manente B C triangulum B A C conuertatur fiet ſolidum conſtans ex duobus conis, quorum baſis eſt eadem videlicet circulus, cuius ſemidiameter A D, & alterius quidem altitudo B D, qui dicatur conus B A D: alterius vero C D qui dicatur C A D. Sit præterea alius conus F G H, baſim habens æqualem circulo, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem F K, quæ ipſi B C ſit æqualis. erit hic conus æqualis duobus conis iam dictis. Vt enim B A D conus ad conum, C A D ita altitudo B D ad D C altitudinem ex 14. duodecimi libri elementorum, & componendo, vt duo dicti coni ad conum C A D, ita B C ad C D. Sed vt conus F G H ad eundem conum C A D. ita F K, hoc eſt B C ad C D. duo igitur coni B A, D C, A D. hoc eſt ſolidum ex ipſis conſtans, æquale eſt cono F G H, hoc eſt cono, baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem B C. 9. quinti



Si autem punctum D cadat in B, vel in C, vt in ſecunda figura, quod proponitur manifeſte patet. Solidum enim, quod in conuerſione fit, eſt idem ipſe conus, qui baſim habet circulum, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem B C. Quod ſi D cadat extra C in lineam B C productam, vt in 3. figura nihilominus idem concludetur. ſolidum enim quod fit in conuerſione trianguli A B D eſt æquale cono baſim habenti circulum cuius ſemidiameter A D, & altitudinem B D ſolidum vero quod fit a triangulo A C D æquale eſt cono baſim habenti eandem, & altitudinem C D, ergo reliquum ſolidum, quod fit a triangulo A B C eſt æquale cono, qui eſt in eadem baſi, & altitudinem habet reliquam, videlicet



licet BC. *Sed ut illud manifeſtius conſtet, intelligantur tres coni in eadem baſi, in circulo ſci licet, cuius ſemidiameter* AD. *ſitque unius quidem altitudo* BC, *qui dicatur conus* BAC, *alterius autem altitudo* CD, *qui dicatur* CAD; *&* *tertij altitudo* BD, *qui dicatur* BAD.

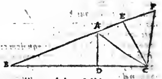


Itaque ut conus BAC *ad conum* CAD, *ita eſt altitudo* BC, *ad* CD. *quare & componendo, ut utrique coni* BAC, CAD *ad conum* CAD, *ita* BD *ad* DC. *conus autem* BAD *ad eundem* CAD *eſt ut* BD *ad* DC *ergo utrique coni* BAC, CAD *cono* BAD *ſunt æquales. ſi igitur a cono* BAD *auferatur conus* CAD, *relinquetur* BAC. *conus quare ſolidum, quod in conuerſione fit a triangulo* BAC *eſt æquale cono baſim habenti circulum; cuius ſemidiameter* AD, *& altitudinem* BC. *Eodem modo fiet demonſtratio ſi punctum* D *cadat extra* B. *ut in 4. figura. erunt enim duo coni* CAB, BAD *uni cono* CAD *æquales. quare ſi ab eo auferatur* BAD, *reliquus erit conus* CAB, *qui baſim habebit circulum, cuius ſemidiameter* AD, *& altitudinem* CB.

C Si igitur manente BC conuerſum triangulum in eundem locum reſtituatur, a quo moueri cæpit] *In Græco codice legitur* ἐν ἄρα μενούσης τῆς βγ *legendum vero ut opinor.* ἐν ἄρα.

THEOREMA XXIX. PROPOSITIO XXXI.

Sit rurſus triangulum ACF, & recta linea, ut contingit BC; qua manente conuertatur triangulum quouſque ad eundem locum redeat. Dico ſolidum ab ipſo factum æquale eſſe cono, baſim quidem habenti circulum æqualem ſuperficiei, quæ in conuerſione fit a recta linea AF, altitudinem vero perpendicularem, quæ a puncto C ad ipſam AF ducitur.

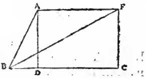


Producatur FA uſque ad B. ergo ob id, quod proxime oſtendimus, ſolidum a triangulo ABC factum æquale eſt cono, qui baſim habet æqualem ſuperficiei coni, quæ fit a recta linea AB, altitudinem vero perpendicularem a puncto C ad BA ductam. ſolidum autem, quod fit a triangulo BFC ſimiliter eſt æquale cono baſim habenti æqualem ſuperficiei coni, quæ fit a BF, & eandem altitudinem. reliquum igitur ſolidum a triangulo ACF factum æquale erit cono baſim habenti æqualem ſuperficiei coni, quæ fit ab AF, & altitudinem eandem, videlicet perpendicularem, quæ a puncto C ad AF ducitur.

THEOREMA XXX. PROPOSITIO XXXII.

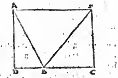
Sit recta linea AF parallela ipſi BC, & perpendiculares EF, AD ducan-
A tur. Dico ſolidum a triangulo ABF in conuerſione factum æquale eſſe cono baſim quidem habenti circulum, cuius ſemidiameter eſt CF, altitudinem verò rectæ lineæ AF, hoc eſt ipſius DC duplam.

Quoniam



Quoniam enim cylindrus, qui fit a parallelogrãmo A E æqualis eſt cono baſim quidem habenti A D, altitudinem vero ipſius D C triplam; conus autem qui fit a triangulo A B D baſim eandem habet, & altitudinem B D: erit ſolidum factum a triangulo A B D vna cum parallelogrammo A D, C F æquale cono baſim habenti eandem, & altitudinem B D vna cum tripla ipſius D C, communis auferatur conus qui fit a triangulo B C F, eandemque baſim habet, & altitudinem B D vna cum D C ſemel ſumpta. reliquum igitur ſolidum factum a triangulo A B F æquale eſt cono eandem baſim habenti C F, & altitudinem ipſius D C, vel A F duplam. B C

Sed illud etiam conſtant, ſuperficiei cylindricæ, quæ fit ab A F æqualem eſſe circulum, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter cylindri latus, & diametrum baſis cylindri. hoc enim Archimedes in 13 theoremate primi libri de ſphæra, & cylindro demonſtrauit. quare ſuperficies, quæ fit ab A F æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod bis F C D continetur. D



Si vero B cadat inter D C, quod propoſitum eſt facilius oſtendetur. cylindrus enim a parallelogrammo A D, C F factus, eandemque baſim habens, quam coni qui fiunt a triangulis A B D, B C, & altitudinem D A, ipſos excedit cono, qui eſt in eadem baſi, & altitudinem habet ipſius D E duplam. quare & ſolidum a triangulo A B F factum eidem cono eſt æquale. quod oſtendere oportebat. E

COMMENTARIVS.

Dico ſolidum a triangulo A B F in conuerſione factum, æquale eſſe cono baſim quidem habenti circulum, cuius ſemidiameter eſt C F, &c.] *Intelligatur circa manentem rectam lineam B D C conuerti parallelogrammum A C vna cum A B D triangulo.* A

Aequalis eſt cono baſim quidem habenti A D] *Hoc eſt æqualis cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter A D.* B

Altitudinem vero ipſius D C triplam] *Eſt enim conus, qui baſim habet circulum, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem triplam ipſius D E, tertia pars cylindri baſim eandem habentis, & æqualem altitudinem: cuius ipſius cylindri tertia quoque pars eſt cylindrus, qui in eadem baſi conſtituitur, & altitudinem habet D C. hic igitur cylindrus, æqualis eſt cono baſim eandem habenti, & altitudinem ipſius D C triplam.* C 10 duod. 14 9. quinti

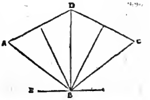
Quare ſuperficies, quæ fit ab A F æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod bis F C D continetur] *Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur* ὥστε ἡ ὑπὸ τῆς αβ γινομένη ἐπιφανείας, ἴση ἐστὶ τῷ δὶς ἀπὸ τῆς ζ γ δ *corrigendus autem eſt in hanc ſententiam* ὥστε ἡ ἀπὸ τῆς αβ γινομένη ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ δὶς ὑπὸ ζ γ δ. *nam ſi cylindri ſuperficies æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter cylindri latus, & diametrum baſis cylindri, vt Archimedes demonſtrauit in 13. theoremate primi libri de ſphæra, & cylindro, erit ſuperficies facta ab A F æqualis circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod dupla ipſius F C continetur, & C D: hoc eſt quod bis F C D continetur. eſt enim F C ſemidiameter baſis cylindri, & C D latus eiuſdem.* D

Cylindrus enim a parallelogrammo A D E F factus eandemque baſim habens, quam coni, qui fiunt a triangulis A B D, F B C, &c.] *Cylindrus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem D C eſt æqualis cono, qui baſim eandem habet altitudinem ipſius D C triplam. At duo coni, qui fiunt à triangulis A B D, F B C ſunt æquales cono baſim habenti eandem, & altitudinem D C, vt ſuperius demonſtratum eſt. ergo cylindrus hunc ipſum conum excedit cono, qui baſim eandem habet, & altitudinem duplam ipſius D C. ſed etiam excedit ſolido, quod fit a triangulo A B F. dictum igitur ſolidum eidem cono æquale ſit neceſſe eſt. In Græco codice legitur.* ὁ γὰρ ὑπὸ τοῦ α δ γ ζ παραλληλογράμμου γινόμενος κύλινδρος τοῖς ὑπὸ τοῦ α β δ, ζ β γ τριγώνου, *&c. legendum autem eſt, vt opinor,* ὁ γὰρ ἀπὸ τοῦ α δ γ ζ παραλληλογράμμου γινόμενος κύλινδρος τοῖς ἀπὸ τῶν α β δ, ζ β γ τριγώνων κώνοις. E

T 2 THEO-

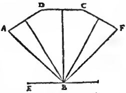
THEOREMA XXXI. PROPOSITIO XXXIII.

Sit quadrilaterum ABCD, à puncto B ad ipſas AD, DC perpendiculares ductæ ſint æquales. ducatur autem recta linea quædam BE, & ea manente conuertatur quadrilaterum quouſque in eundem locum reſtituatur. Dico ſolidum a quadrilatero factum æquale eſſe cono, baſim quidem habenti æqualem ſuperficiebus, quæ a rectis lineis AD, DC in conuerſione fiunt, altitudinem vero perpendicularem, quæ à puncto B ad vnam ipſarum AD, DC ducitur.



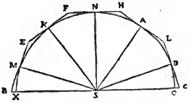
Iungatur BD. ergo ſolidum a quadrilatero factum eſt idem, quod fit a triangulis ABD. DCB. & proxime oſtenſum eſt, quod fit a triangulo ABD æquale eſſe cono baſim habenti æqualem ſuperficiei factæ ab ipſa AD altitudinem vero perpendicularem a puncto B ad AD, vel DC ductam: quod autem fit a triangulo DBC æquale cono, cuius baſis eſt æqualis ſuperficiei factæ a DC, & altitudo eadem. ergo totum ſolidum a quadrilatero factum æquale erit cono baſim quidem habenti æqualem ſuperficiebus, quæ ab ipſis AD, DC in conuerſione fiunt, altitudinem vero perpendicularem, quæ a puncto B ad alterum ipſarum AD, DC ducta fuerit.

THEOREMA XXXII. PROPOSITIO XXXIV.



Quòd ſi pro quadrilatero quinquelaterum ſit DABFC, & quotcumque latera habens, ita vt a puncto B ad vnamquamque ipſarum AD, DC, CB perpendiculares ductæ ſint æquales, ſimiliter oſtendetur ſolidum a polygono factum æquale eſſe cono, baſim quidem habenti æqualem ſuperficiebus, quæ ab ipſis AD, DC, CF fiunt; altitudinem vero vnam aliquam dictarum perpendicularium. & nihil differt, ſi extrema ipſi AB congruat.

A Idem autem eſt, ac ſi dicamus. Si circa ſemicirculum, cuius centrum S polygonum aliquod deſcribatur, quotcumq; latera habens vt BEFHLC & manente BC polygonum conuertatur, quoſque ad eundem locum redeat,
B ſolidum ab ipſo factum, quod etiam deſcriptum eſt circa ſphæram; quam facit ſemicirculus, æquale eſt cono, baſim quidem habenti ſuperficiem, quæ in conuerſione fit a polygoni lateribus, altitudinem vero ſemidiametrum ſphæræ: omnes enim perpendiculares, quæ a puncto S ad latera ducuntur, vt SM, SK, SN, SA, SD æquales ſunt. neq; quicquam differt, ſi D idem ſit, quod O, vel M idem quod X. Perſpicuum autem eſt, etiam ſi circa ſectorem circuli, vt XSA, vel MSA polygonum aliquod deſcribatur, eadem prorſus demonſtrari.



CO M-

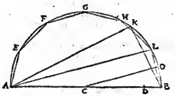
COMMENTARIVS.

Idem autem eſt, ac ſi dicamus. Si circa ſemicirculum, cuius centrum s, polygo- A
num aliquod deſcribatur, quotcumque latera habens, &c.] *Non enim quadrilaterum, vel quinquelaterum, vel plurilaterum eiuſmodi fieri poteſt, niſi circa ſemicirculi circumferentiam deſcribatur. Idem quoque intelligendum eſt de polygono æquilatero ſemicirculi circumferentiæ inſcripto, nam ſi diametro manente conuertatur, quouſque ad eundem locum redeat, ſolidum ab ipſo factum, quod & ſphæræ inſcriptum eſt, æquale erit cono baſim habenti ſuperficiem, quæ in conuerſione fit a polygoni lateribus, altitudinem vero perpendicularem, quæ a centro ad vnum aliquod latus ducta fuerit.*

Quod etiam deſcriptum eſt circa ſphæram, quam facit ſemicirculus] *Græcus codex.* B
ὃ δὴ καὶ περιγέγραπται περὶ τὴν σφαῖραν καὶ ποιεῖ τὸ ἡμικύκλιον. Sed legendum puto περὶ τὴν σφαῖραν ἣν ποιεῖ τὸ ἡμικύκλιον.

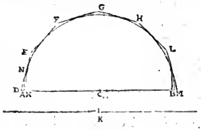
THEOREMA XXXIII. PROPOSITIO XXXV.

Omnis ſphæra æqualis eſt cono, cuius baſis quidem eſt ſuperficies ſphæræ, altitudo vero eiuſdem ſemidiameter.



Sit enim ſphæra, cuius diameter AB, A
centrum C: & ſi fieri poteſt, ſit primum maior conus, cuius baſis eſt ſuper- B
ficies ſphæræ, hoc eſt circulus, cuius ſemidiameter AB, & altitudo CB ipſius ſphæræ ſemidiameter. Intelligatur alius conus inter ipſa medius, hoc eſt minor cono, ſphæra autem maior, cuius
quidem baſis eadem ſit, & altitudo BD C
minor, quam CD. & in ſemicirculo D
AEB ducatur AK, quæ poſſit id quod bis continetur AB, CD. ergo reliquum, hoc eſt,
quod bis ABD continetur, æquale eſt ei, quod fit à BK, & eorum dimidia; videlicet E
quod continetur ABD æquale ei, quod BK & eius dimidia continetur. quod enim con-
tinetur bis ABD vna cum contento bis AB, CD, hoc eſt, quod bis ABC continetur æ- F
quale eſt quadrato ex AB. quadratum autem ex AB quadratis ex AK, KB eſt æquale, G
cum angulus ad K in ſemicirculo rectus ſit. Deſcribatur in ſemicirculo polygonum
æquilaterum, quod latera habeat numero paria AEFGHLB, ita vt circumferentia BL
minor ſit quam BLK. quod quidem fieri poteſt. ſecantes enim ſemicirculum bifariam, H
& rurſus dimidiam circumferentiam bifariam ſecantes, atque hoc facientes ſemper,
tandem relinquemus circumferentiã minorẽ, quam BLK, vt BL. & iuncta AL, ducatur I
ipſi parallela CO. Quoniam igitur triangulum ALB æquiangulũ eſt COB triangulo, & K L
dupla eſt AL ipſius CO, & LB dupla BO; eſtq; LB minor, quam AL, erit quod contine- M
tur AL, CO maius eo, quod LB, & eius dimidia cõtinetur. Eadem quoq; ratione ſi per C. N
ipſi AK parallelam duxerimus vſque ad KB: erit quod parallela ex AK continetur, O
maius eo, quod continetur KB, atque eius dimidia contentum igitur AL, CO multo P Q
maius eſt eo, quod eiſdem continetur. hoc eſt ABD rectangulo. quare conus baſim R
quidem habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod continetur AL, CO, altitudinem vero AB, maior eſt cono baſim habente circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod ABD continetur, & altitudinem AB. Sed conus baſim habens circulum, S
cuius ſemidiameter poteſt, quod continetur AL, CO, & altitudinem AB, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod AL, AB continetur, & altitudinem CO. hic igitur conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod LAB, & altitudinem CO maior eſt cono baſim habente circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod ABD, continetur, & altitudinem AB: hoc eſt maius cono huic æ-
quali, qui baſim habet circulum, cuius ſemidiameter eſt AB, altitudinem vero BD. vt T
enim quadratum ex AB ad ABD rectangulum, ita AB ad BD & oſtenſum eſt in 23. hu-
ius ſuperficiem factam ab omnibus polygoni lateribus ex ſimili conuerſione, æqualem V
eſſe

eſſe circulo,cuius ſemidiameter poteſt id quod LAB continetur, conus igitur baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod LAB continetur, & altitudinem CO,
X qui quidem eſt æqualis figuræ ſolidæ ibi ſphæra deſcriptæ,maior eſt cono baſim haben-
Y te circulum, cuius ſemidiameter AB. & altitudinem BD. quare & ſolida figura iam dicta maior eſt cono, cuius baſis ſemidiameter eſt AB, altitudo autem BL. ſed etiam hic
Z conus poſitus eſt maior ſphæra. ſolida igitur figura in ſphæra deſcripta multo maior erit, quam ipſa ſphæra. quod fieri non poteſt.



Sit autem ſphæra minor dictus conus, baſim quidem habens circulum, cuius ſemidiameter eſt AB, altitudinem vero EB, hoc eſt conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod ABE continetur, & altitudinem AB. vt enim AB ad BC, ita eſt quadratum ex AB ad ABC rectangulum. & inter ſphæram, & conum intelligatur alius conus medius, cuius baſis ſit eadem, & altitudo recta linea K maior quam AB. circa ſemicirculum vero deſcribatur polygonum æquilaterum, ita vt vnum latus DE
α minus ſit exceſſu, quo recta linea K ipſam AB excedit atque eſt DE maior,quam vtra-
β que ſimul DA, BM, ſiquidem & DN maior eſt, quam DA. ergo DM, quam K minor
γ erit. Quoniam autem ſuperficies,quæ a polygono fit ex ſimili conuerſione circa axem
δ DM æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt, quod DM, AB continetur, patet ſolidum a polygono factum, quod etiam deſcriptum eſt circa ſphæram, quam facit ſemicirculus, æquale eſſe cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod continetur DM, AB, & altitudinem EB ipſius ſphæræ ſemidiametrum ex 35. huius. Sed conus baſim habens circulum cuius ſemidiameter poteſt quod continetur DM, AB, & altitudinem CB, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod ABC continetur, & altitudinem DM, cum baſes ex contraria parte altitudinis reſpondeant. eſt enim vt, quod continetur DM, AB ad rectangulum ABC, ita DM ad BC. Solidum igitur a polygono factum æquale eſt cono baſim habenti circulum cuius ſemidiameter poteſt quod ABC continetur, & altitudinem DM. eſt autem K maior, quam DM: & conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod ABC continetur, & altitudinem K, minor eſt ſphæra, quare ſolidum circa ſphæram deſcriptum ipſa ſphæra multo minus erit, quod fieri non poteſt, conus igitur ſphæra neceſſario eſt æqualis.

COMMENTARIVS.

A Sit enim ſphæra, cuius diameter AB, centrum C] *Græcus codex* ἔστω γὰρ σφαῖρα, ἧς διάμετρος ἡ α δ. *Sed legendum* ἡ α β.

B Hoc eſt circulus, cuius ſemidiameter AB] *Ex 29. huius.*

C Et altitudo B minor, quam CD] *Græcus codex* ὕψος δὲ ἡ β δ ε *legendum autem* ἡ β δ.

D Et in ſemicirculo AFB ducatur AK, quæ poſſit id. quod bis continetur, AB, CD] *Græcus codex corruptus eſt, vt opinor, qui ſic habet,* καὶ ἡμικυκλίῳ ὕψος τῷ α β ε ἰδεήχθη ἡ. *Sed forte legendum erit.* καὶ ἡμικυκλίῳ ὕψος τῷ α ε β ἤχθω ἡ α κ.

E Et eorum dimidia, videlicet quod continetur ABD æquale ei, quod BK & eius dimidia continetur] *Græcus codex.* καὶ τὸ ἥμισυ, τὸ ὑπὸ α β δ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ β κ. *legendum autem puto.* καὶ τὸ ἥμισυ, τὸ ὑπὸ α β δ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῆς ἐπὶ τὰ β κ, καὶ τῆς ἡ ἀσμίας.

Hoc

Hoc eſt quod bis ABC continetur æquale eſt quadrato ex AB] *Ex prima ſecundi libri elementorum.* F

Quadratum autem ex AB quadratis ex AK, KB eſt æquale] *Ex penultima primi libri elementorum. Græcus autem codex diminutus eſt & ita reſtituetur.* ἔστω τὸ δὶς ὑπὸ αβγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς αβ ἐστὶν ἴσον τοῖς ἀπὸ ακ κβ. G

Quod quidem fieri poteſt] *Ex prima 10. libri elementorum.* H

Et iuncta AL ducatur ipſi parallela CO] *Ducatur CO vſque ad LB, quam in O ſecet.* I

Quoniam igitur triangulum ALB æquiangulum eſt COB triangulo] *eſt enim angulus OCB æqualis angulo LAB, & COB æqualis ipſi ALB ex 21. primi libri elementorum. ergo & reliquus reliquo æqualis erit.* K

Et dupla eſt AL ipſius CO, & LB dupla BO] *Vt enim BA ad AL, ita eſt BC ad CO: & permutando vt AB ad BC, ita AL ad CO ſed AB eſt dupla BC. ergo & AL ipſius CO dupla erit. Eodem modo demonſtrari poteſt LB dupla BO, quod tamen per ſe patet ex tertia tertij libri elementorum recta enim linea CO ſecat LB ad rectos angulos. ergo, & bifariam ſecat.* L

Eſtque LB minor quam AL] *Quoniam enim BD poſita eſt minor, quam DC erit quod bis continetur ABD, hoc eſt quadratum ex BK minus eo, quod bis AB, CD continetur, hoc eſt quadrato ex KA. ergo BK minor eſt, quam KA. Sed cum BL ſit minor, quam BK, quadratum ex BL minus eſt quadrato ex BK. quare reliquum quadratum ex AL maius eſt reliquo ex AK quadrato eſt enim quadratum ex AB æquale duobus quadratis ex AL, LB: itemque duobus ex AK, KB. ergo AL maior eſt, quam AK. multo igitur minor erit LB, quam AL.* M

Erit quod continetur AL, CO maius eo, quod LB ex eius dimidia continetur] *Hoc eſt maius eo, quod continetur LBO. Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ αλγο μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς λβ. *Sed legendum arbitror.* τὸ ἄρα ὑπὸ αβγο μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ λβ καὶ τῆς ἡμισείας τῆς λβ. *Hæc quidem vera ſunt, ſed quid conferant ad demonſtrationem non video ſatis enim erat demonſtrare id, quod continetur AL, CO maius eſſe eo, quod KB, & eius dimidia continetur, hoc eſt rectangulo ABD.* N

Eadem quoque ratione ſi per ipſi AK parallelam duxerimus vſque ad KB] *Corruptus eſt hoc loco græcus codex, quem nos in eam ſententiam corrigemus.* O

Maius eſt eo, quod continetur KB atque eius dimidia] *Græcus codex* μεῖζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς κβ εὐθείας. *Sed legendum puto* μεῖζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ τῆς κβ καὶ τῆς ἡμισείας τῆς κβ εὐθείας. P

Contentum igitur AL, CO multo maius eſt eo, quod eiſdem continetur] *Hic etiam corrigendus eſt græcus codex.* Q

Hoc eſt ABD rectangulo] *Rectangulum enim ABD æquale eſt dimidio quadrati ex KB, hoc eſt ei, quod KB & eius dimidia continetur. Græcus codex* τοῦτ' ἐστι τὸ ὑπὸ αβδ. *Sed legendum* τοῦτ' ἐστι τὸ ὑπὸ αδβ. R

Sed conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod continetur AL, CO, & altitudinem AB, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod AL, AB continetur, & altitudinem CO] *Ex 15. duodecimi libri elementorum.* S

Qui baſim habet circulum, cuius ſemidiameter eſt AB, altitudinem vero BD] *Græcus codex* ὁ κῶνον βάσιν ἔχει κύκλον, ὃ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ δβ, ὕψος δὲ ἡ υδ. *Sed legendum eſt vt arbitror* ὃ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ αβ ὕψος δὲ ἡ βδ. T

Et oſtenſum eſt in 23. huius] *In græco codice legitur* καὶ δέδεικται τῷ δ θεωρήματι. V

Qui quidem eſt æqualis figuræ ſolidæ in ſphæra deſcriptæ] *Ex 35. huius.* X

Quare, & ſolida figura] *In græco codice legitur* ὡς δὲ καὶ τὸ *lege* ὥστε καὶ τὸ. Y

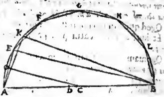
Quod fieri non poteſt] *Eſt enim minor, quod Archimedes in 23. primi libri de ſphæra, & cylindro demonſtrauit.* Z

Hæc Pappus, quæ fortaſſe non omnino ſatisfacere videbuntur, poſſet enim quis plane dicere conum qui baſim habeat ſuperficiei ſphæræ æqualem, & altitudinem CB, ſphæra quidem maiorem eſſe, ſed non adeo, vt inter ipſa conus medius conſtituatur, eandem baſim habens, & altitudinem BD, quæ minor ſit, quam CD. quinimmo eius coni altitudinem multo maiorem eſſe, quam BD. oportet namque exceſſu quantulocumque dato conſequi id, quod fieri non poteſt. quamobrem ego ita demonſtrandum cenſerem.

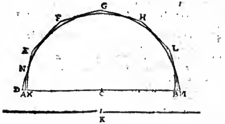
Sit ſphæra, cuius diameter AB, centrum C: & ſi fieri poteſt, ſit primum maior conus, cuius baſis eſt ſuperficies ſphæræ, hoc eſt circulus, cuius ſemidiameter AB, & altitudo AC, videlicet ipſius ſphæræ ſemidiameter. Sit alius conus inter ipſa medius, hoc eſt minor cono,

ſphæra

ſphæra autem maior, cuius baſis eadem ſit & altitudo K D, *minor quidem, quam* A C, *maior vero, quam* D C. *& deſcripto circa* A B *ſemicirculo ducatur* A K, *quæ poſſit id, quod bis continetur* A B, D C. *erit reliquum quod bis* B A D *continetur æquale ei, quod fit a* B K. *& eorum dimidia. videlicet quod continetur* B A D *æquale dimidio eius, quod fit a* B K, *hoc eſt ei, quod* B K *& eius dimidia continetur. Deſcribatur in ſemicirculo polygonum æquilaterum, quod latera habeat numero paria* A E F G H L B *ita vt circumferentia* A E *minor ſit quam* A E K, *quod facile fieri poteſt: & iuncta* E B *per* C *ducatur* C O *ipſi parallela. Itaque quoniam triangulum* A B E *triangulo* A C O *eſt æquiangulum,*



& eſt B A *dupla* A C, *&* B E *ipſius* C O *dupla erit. poſita eſt autem* A E *minor, quam* A K, *& ob id quadratum ex* A E *minus erit quadrato ex* A K. *ergo reliquum quadratum ex* E B *maius eſt quadrato ex* B K. *Vtraque enim quadrato ex* A B *ſunt æqualia ex penultima primi libri elementorum & dimidium quadrati ex* E B, *hoc eſt quod continetur* E B, *& eius dimidia* C O *maius dimidio quadrati ex* B K, *hoc eſt eo, quod* B K *& eius dimidia continetur, videlicet* B A D *rectangulo. conus igitur baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod* E B, C O *continetur, & altitudinem* A B, *maior eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter*
25. duod. *poteſt, quod continetur* B A D, *& altitudinem* A B. *Sed conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod continetur* E B, C O, *& altitudinem* A B *æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod* E B A *continetur, altitudinem autem* C O. *vt enim rectangulum contentum* E B, C O *ad rectangulum* E B A, *ita eſt* C O *ad* A B. *& rurſus conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod* B A D *continetur, & altitudinem* A B *æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter* A B, *& altitudinem* A D. *quoniam vt quadratum ex* A B *ad rectangulum* B A D, *ita eſt* B A *ad* A D. *ergo conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod* E B A *continetur, & altitudinem* C O *maior eſt cono baſim habente circulum, cuius ſemidiameter eſt* A B, *& altitudinem* A D. *Sed demonſtratum*



eſt in 23. huius ſuperficiei conicæ, quæ in conuerſione fit ab omnibus polygoni lateribus æqualem eſſe circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod E B A *continetur. conus igitur baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod* E B A *continetur, & altitudinem* C O, *qui eſt æqualis ſolida figuræ in ſphæra deſcripta maior eſt cono baſim habente circulum, cuius ſemidiameter* A B, *& altitudinem* A D. *ergo & ſolida figura in ſphæra deſcripta maior eſt cono, cuius baſis ſemidiameter eſt* A B, *& altitudo* A D. *& hic autem conus poſitus eſt maior quam ſphæra ſolida; igitur figura in ſphæra deſcripta multo maior erit, quam ipſa ſphæra quod fieri minime poteſt.*

A Atque eſt D E maior, quam vtraque ſimul D A, B M, ſiquidem, & D N maior eſt, quam D A] *Secetur* D E *bifariam in puncto* N, *a quo ad diametrum perpendicularis ducatur* K X *erit* N D, *quæ maiori angulo, videlicet recto ſubtenditur, maior quam* D X, *& multo maior, quam* D A. *Eodem modo ex altera parte oſtendetur dimidium lateris* M L *maius eſſe, quam* B M. *quare tota* D E *maior erit, quam vtraque* D A, B M *ſimul ſumpta. In Græco codice legitur* καὶ ἔτι μείζων ἡ δε τῆς βα, βζ. ἔτι καὶ ἡ μδ τῆς δα. *Sed nos ita legendum duximus.* καὶ ἔτι μείζων ἡ δε τῆς δα, δμ. ἔτι καὶ ἡ νδ τῆς δα. *Quoniam enim in polygoni lateribus*

ſcribus erat elementum ζ, nos pro ζ hic repoſuimus BC, *& medium lateris* DB *aptauimus* N, *perpendicularemque* NX *duximus, vt omnia magis perſpicua eſſent, quamquam in figura græci codicis nihil horum omnino apponeretur.*

Ergo DM, quam K minor erit] *Ponitur enim* K *maior, quam vtraque ſimul* AB, DB *& cum rurſus* DB *maior ſit, quam vtraque* DA, BM, *erit ipſa* K *multo maior, quam* DM. β

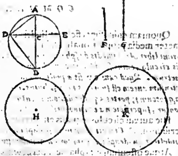
Quoniam autem ſuperficies, quæ a polygono fit & reliqua] *Græca verba magna ex parte corrupta eſſe arbitramur, & ita reſtituenda, vt ex iis, quæ nos vertimus colligi poteſt. An vero hoc Pappus, aut aliud quippiam intelligi voluerit, alij conſiderabunt.* γ

Aequalis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt, quod DM, AB continetur] *Hoc a Pappo demonſtratum non eſt in iis, quæ extant, ſed a nobis in commentarijs in 24. huius.* δ

Ex 35. huius] *In Græco codice legitur* διὰ τὸ κ θεώρημα. ε

THEOREMA XXXIV. PROPOSITIO XXXVI.

Sphæra data, & data proportione, ſuperficiem ſphæræ, plano ita ſecare, vt portionum ſuperficies inter ſe proportionem habeant eandem datę proportioni.



Sit enim ſphæra, cuius maximus circulus AD, BE, diameter AB, & data proportio quam habet F ad G: ſeceturque AB in C, ita vt AC ad CB eandem habeat proportione, quam F ad G, & per C ducto plano ad rectos angulos ipſi AB ſecetur ſphæra. ſit autem communis ſectio DE, & iunctis AD, DB. exponantur duo circuli H K, vt H quidem ſemidiametrum habeat ipſi AD æqualem, K vero habeat æqualem ipſi DB. erit igitur circulus H æqualis ſuperficiei portionis DAE, & K æqualis ſuperficiei DBE portionis. hoc enim ante demonſtratum eſt. A Et quoniam rectus angulus eſt ADB, & perpendicularis DC; vt AC ad CB, hoc eſt vt F ad G, ita erit quadratum ex B AD ad quadratum ex DB, videlicet quadratum ſemidiametri circuli H ad quadratum ſemidiametri ipſum K. hoc eſt circulus H ad K circulum, hoc eſt ſuperficies portionis ſphæræ DAE ad ſuperficiem DBE portionis.

COMMENTARIVS.

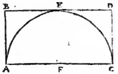
Hoc enim ante demonſtratum eſt] *In 29. huius.* A

Vt AC ad CB, hoc eſt vt F ad G, ita erit quadratum ex AD ad quadratum ex DB] B *Ex 8. propoſitione ſexti libri elementorum ſiunt enim triangula* ACD, DCB *ſimilia toti, & inter ſeſe. quare vt* AC *ad* CD, *ita* DC *ad* CB. *vt autem* AC *ad* CD, *ita* AD *ad* DB. *ergo ex 20. eiuſdem vt prima* AC *ad tertiam* CB, *ita quadratum primæ* AC *ad quadratum ſecundæ* CD, *hoc eſt ita quadratum ex* AD *ad id, quod ſit ex* DB *quadratum.*

THEOREMA XXXV. PROPOSITIO XXXVII.

Quæ cum ita ſint, perſpicue conſtat cylindrum, cuius baſis æqualis ſit maximo in ſphæra circulo, & altitudo æqualis diametro ſphæræ, ipſius ſphæræ ſeſquialteram eſſe; & eius ſuperficiem ſuperficiei eiudem ſphæræ ſeſquialteram.

 Sit



Sit enim ſemicirculus A B C, cuius diameter A C, & punctum E circumferentiam bifariam diuidens, & centrum F. Cum igitur per A E C tres rectæ lineæ contingentes ducantur, A B, B D, D C, & manente A C conuertatur ſemicirculus, quouſque rurſus ad eundem locum redeat, a quo cæpit moueri, cylindrus a parallelogrammo rectangulo A B C D factus ad ſphæram, quæ a ſemicirculo deſcribatur, ſeſquialteram proportionem habebit, quam

A & ipſius cylindri ſuperficies habet ad ſuperficiem ſphæræ. Quoniam enim ſuperficies cylindri, quæ fit a B D æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter B D, & vtramque ipſarum ſimul A B, C D, hoc eſt circulo, cuius ſemidiameter

B A C: hic autem circulus æqualis eſt quatuor maximis circulis eorum, qui in ſphæra de-

C ſcribuntur, atque oſtenſum eſt ſphæræ ſuperficiem quattuor circulis maximis æqualem eſſe: erit, & ſuperficies, quæ fit a B D ſuperficiei ſphæræ æqualis. ergo vna cum duobus circulis, qui ſunt baſes cylindri, ad ſuperficiem ſphæræ proportionem habet, quam ſex ad quattuor, videlicet ſeſquialteram. Et quoniam conus baſim habens æqualem

D ſuperficiei ſphæræ, & altitudinem ſphæræ ſemidiametrum, ipſi ſphæræ eſt æqualis; erit conus baſim habens circulum in ſphæra maximum, & altitudinem eandem quarta pars ipſius ſphæræ. Sed & hic conus ſexta pars eſt cylindri, qui eandem baſim habet,

E altitudinem ſphæræ diametrum, quare ſequitur cylindrum ipſum ſphæræ ſeſquialterum eſſe.

COMMENTARIVS.

A Quoniam enim ſuperficies cylindri, quæ fit a B D æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter B D, & vtramque ipſarum ſimul [A B C D] *Ex 13. primi libri Archimedis de ſphæra ex cylindro. eſt enim ſuperficies cylindri facta à B D æqualis circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter latus cylindri B D, & baſis diametrum. Quod cum B D ſit æqualis diametro baſis, erit & inter ipſas media eidem æqualis, oſtenſum autem eſt ſuperius in 24. huius, etiam ſi circumferentia ſemicirculi non in duas, ſed in quotcumq; partes æquales diuidatur; atque a diuiſionibus rectæ rectæ lineæ contingentes ducantur, ſuperficiem a contingentibus factam æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter eſt* A C.

B Hic autem circulus æqualis eſt quattuor maximis circulis eorum, qui in ſphæra deſcribuntur.] *Circuli enim inter ſe duplam eius, quæ eſt diametrorum, proportionem habent videlicet quadruplam, cum eorum diametri ſint duplæ.*

C Atque oſtenſum eſt ſphæræ ſuperficiem quattuor circulis maximis æqualem eſſe] *Ex 31. primi libri Archimedis de ſphæra, & cylindro, ſed & ſuperius oſtenſum eſt in 29. huius, ſphæræ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter* A C.

D Ipſi ſphæræ eſt æqualis; erit conus baſim habens circulum in ſphæra maximum, & altitudinem eandem, quarta pars ipſius ſphæræ. ſed & hic conus ſexta pars eſt cylindri, qui eandem baſim habet, & altitudinem ſphæræ diametrum.] *Hæc autem omnia nos ſuppleuimus, quæ in Græco codice deſiderari videbantur. conus enim baſim habens circulum maximum in ſphæra, & altitudinem ſphæræ diametrum, tertia pars eſt ipſius cylindri. At conus baſim habens eandem, & altitudinem ſemidiametrum ſphæræ, dimidia pars eſt dicti coni. hic igitur conus cylindri ſexta pars neceſſario erit.* h. duodecimi.

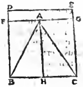
E Quare ſequitur cylindrum ipſum ſphæræ ſeſquialterum eſſe.] *Nam cum ſphæra contineat quattuor eiuſmodi conos, quorum cylindrus continet ſex, habebit cylindrus ad ſphæram proportionem eandem, quam ſex ad quattuor, videlicet ſeſqui alteram.*

Hæc igitur dicta ſint de ijs, quæ Archimedes in libro de ſphæra, & cylindro demonſtrauit. deinceps vero (vt polliciti ſumus) comparationes quinque figurarum, quæ æqualem ſuperficiem habent, deſcribemus, videlicet pyramidis, cubi, octaedri, dodecaedri, & icoſaedri, quarum quidem demonſtrationes non per reſolutiuam methodum, vt nonnulli antiquorum fecerunt, in prædictis figuris, ſed per compoſitiuam a nobis ad id, quod manifeſtius eſt, ac breuius redactæ ſunt. quoniam, & lemmata omnia tum parua, tum magna ob multos, qui diſcendi ſtudio flagrant, diſpoſui numero quattuordecim; tot enim hoc loco indigemus. ad comparationes autem hæc præmittimus.

THEO-

THEOREMA XXXVI. PROPOSITIO XXXVIII.

In omni triangulo æquilatero, quadratum, quod ab vno latere fit, maius eiuſdem eſt, quam duplum dicti trianguli, minus vero, quam quadruplum.



Sit enim triangulum æquilaterum ABC: ſitque ad baſim BC perpendicularis AH, quæ ſcilicet ipſam bifariam ſecat, & a BC deſcribatur quadratum BDEC, quod quidem triangulum ABC ſuperabit, cum perpendicularis AH trianguli latere minor ſit. & per A ipſi BC parallela ducatur FAG. Quoniam igitur AB poteſtate quadrupla eſt ipſius BH, erit AB A
ſeſquitertia ipſius AH poteſtate, hoc eſt DB ipſius BF. eſt igitur DB minor, quam dupla BF. atque vt DB ad BF, ita eſt BE quadratum ad parallelogrammum FC. ergo & BE quadratum parallelogrammi FC minus eſt, quam duplum & minus quam quadruplum trianguli ABC. quadratum igitur BE minus eſt, quam quadruplum, maius vero, quam duplum trianguli ABC. B

COMMENTARIVS.

Erit AB ſeſquitertia ipſius AH poteſtate] *Ex penultima primi libri elementorum Hoc etiam per ſeſe a nobis demonſtratum eſt in commentarijs in 12. propoſitionem tertij decimi libri.* A

Et minus quam quadruplum trianguli ABC] *Eſt enim parallelogrammum FC trianguli ABC duplum ex 41. primi libri elementorum Græcus codex mancus eſt, qui ita reſtituetur. καὶ ἐλάσσων ἢ τετραπλάσιον τοῦ αβγ τριγώνου.* B

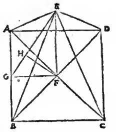
THEOREMA XXXVII. PROPOSITIO XXXIX.

Quæ centro ſphæræ ad planum octaedri perpendicularis ducitur, poteſtate tertia pars eſt ſemidiametri ſphæræ.



Sit triangulum ſphæræ octaedrum comprehendentis ABC, in ſphæra exiſtens, & circa ipſum circulus. a ſphæræ autem centro D ad circuli planum perpendicularis DE. erit ex ſphæricis punctum E circuli centrum. Iungantur EB, BD. Dico quadratum ſemidiametri ſphæræ BD quadrati ipſius DE triplum eſſe. Quoniam enim in octaedro A B
oſtenſa eſt ſphæræ diameter poteſtate dupla lateris octaedri; eſt autem, & ſemidiametri ſphæræ, quadrupla poteſtate: quadratum ex BC quadrati ex BD duplum erit. C
Et quoniam quadratum ex BC triplum eſt quadrati ex BE per 12. tertij decimi libri elementorum, & quadrati ex BD duplum, erit quadratum ex BD ſeſquialterum quadrati ex BE. Sed quadratis ex BE, ED quadratum ex BD eſt æquale. ergo quadrata ex BE, ED quadrati ex BE ſeſquialtera ſunt; ac propterea quadratum ex BE duplum eſt quadrati ex ED; quadrati igitur ex BE, ED, hoc eſt, quadratum ex BD quadrati ex DE eſt triplum. D E

A L I T E R.



Exponatur quadratum, in quo dimidium octaedri
ſit ABCDE: & iungantur AC, BD diametri ipſius qua-
F drati, & EF. ergo EF ſemidiameter eſt ſphæræ com-
G prehendentis octaedrum, vt in elementis demonſtra-
tum eſt. ducatur a centro F ad ipſam AB perpendi-
H cularis FG. erit AG ipſi GB æqualis, iunganturque
K EG, EB. Et quoniam æquilaterum eſt triangulum
L ABE, & AG æqualis GB; tranſibit EG per centrum
circuli circa triangulum ABE deſcripti. ergo quæ a
puncto F ad planum ABE trianguli perpendicularis
M ducitur in rectam lineam EG cadet, cadat vt FH.
N Itaque quoniam AF æqualis eſt FB, & angulus AFB
6. primi element. eſt rectus, erit FAG dimidius recti. ſed & rectus eſt
FGA. reliquus igitur AFG eſt recti dimidius. & ob id
47. primi element. AG eſt æqualis GF; quadratumque ex AF quadrati ex FG duplum. eſt autem AF æ-
O qualis FE. ergo quadrata ex EF, FG tripla ſunt quadrati ex FG. ſed quadrata EF, FG
æqualia ſunt quadrato ex EG, propterea quod EF perpendicularis eſt ad quadratum
8. ſexti. ABCD. quadratum igitur ex EG quadrati ex GF eſt triplum. atque vt EG ad GF, ita
P EF ad FH, cum æquiangula ſint EFG, EFH triangula. ergo quadratum EF ſemidia-
metri ſphæræ quadrati FH perpendicularis ad planum octaedri triplum erit.

C O M M E N T A R I V S.

A Erit ex ſphæricis punctum E circuli centrum] *Ex corollario prima propoſitionis ſphæricorum Theodoſij.*

B Quoniam enim in octaedro oſtenſa eſt ſphæræ diameter poteſtate dupla lateris octaedri] *In 14. tertij decimi elementorum.*

C Eſt autem & ſemidiametri ſphæræ quadrupla poteſtate: quadratum ex BC quadrati ex BD duplum erit] *Etenim* BC *eſt octaedri latus. &* BD *ſemidiameter ſphæræ. In Græco codice legitur* ἔστι δὲ καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας δυνάμει, τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ βγ τοῦ ἀπὸ βδ. *ſed legendum* ἔστι δὲ καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας δυνάμει τετραπλασία. διπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ βγ τοῦ ἀπὸ βδ.

D Et quoniam quadratum ex BC triplum eſt quadrati ex BE per 12. tertij decimi libri elementorum, & quadrati ex BD duplum erit, quadratum ex BD ſeſquialterum quadrati ex BE] *Quorum enim partium quadratum ex* BC *eſt ſex, earum quadratum ex* BE *eſt duarum, & quadratum ex* BD *trium. Græcus codex habet* διὰ τὸ θ τοῦ ιγ στοιχείου *ſcribendum autem* διὰ τὸ ιβ τοῦ ιγ στοιχείου.

E Ergo quadrata ex BA, ED quadrati ex BE ſeſquialtera ſunt] *In Græco codice legitur* τὸ ἄρα ἀπὸ βαδ ἡμιόλιον τοῦ ἀπὸ βε. *ſed legendum vt arbitror,* τὰ ἄρα ἀπὸ βα, εδ ἡμιόλια τοῦ ἀπὸ βε.

F Et EF] *Intelligantur diametri ipſius quadrati* AC, BD *ſeſe in puncto* F *ſecantes.*

G Vt in elementis demonſtratum eſt] *Videlicet in 14. tertij decimi libri elementorum.*

H Erit AG ipſi GB æqualis] *Sunt enim anguli* FAB, FBA *inter ſe æquales, ex quinta primi libri elementorum, & æquales, qui ad* G *recti ergo & reliqui reliquis æquales ſunt, &*
4. ſexti. 9. quinti. *trianguli* FAG *triangulo* FBG *ſimile. cum igitur ſit vt* FG *ad* GA, *ita* GF *ad* GB; *erit* AG *ipſi* GB *æqualis.*

K Iunganturque EG, EB] *Græcus codex habet.* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εκ. *Ego legendum puto* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εη καὶ εβ.

L Tranſibit EG per centrum circuli circa triangulum ABE deſcripti] *Ex corollario primæ propoſitionis tertij libri elementorum.*

M In rectam lineam EG cadet. cadat vt FH] *Cadet autem in centrum circuli ex corollario primæ propoſitionis ſphæricorum Theodoſij.*

N Et angulus AFB eſt rectus] *Nam circa centrum* F *conſiſtunt quattuor anguli æquales omnes igitur recti ſunt.*

O Sed quadrata ex EF, FG æqualia ſunt quadrato ex EG] *Ex 47. primi libri elemento-*
rum

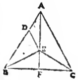
rum. In Græco autem codice legitur ἀλλὰ τὸ ὑπὸ εζη ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ θη *sed legendum* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ εζ, ζη ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ εη.

Ergo quadratum ʙꜰ ſemidiametri ſphęræ quadrati ʙʜ perpendicularis ad planum octaedri triplum erit] *Græcus codex* καὶ τὸ ὑπὸ τῆς θζ ἄρα. *ſed corrigendum* καὶ τὸ ὑπὸ τῆς εζ ἄρα. P

THEOREMA XXXVIII. PROPOSITIO XLI.

Sit triangulum æquilaterum ᴀʙᴄ in ſphæra deſcriptum, ſphæræ autem centrum ᴅ, a quo ad trianguli planum ducatur perpendicularis ᴅᴇ. ergo ᴇ eſt centrum circuli circa triangulum ᴀʙᴄ deſcripti, in prima ſphæricorum Theodoſij. vt in ſphæricis demonſtratum fuit: & iuncta ᴀᴇ producatur. Dico rectam lineam ᴀᴇ ipſius ᴇꜰ eſſe duplam. A

Iungantur enim ʙᴇ, ᴇᴄ, quæ inter ſe æquales ſunt, & quoniam vterque angulorum ʙᴀᴇ, ᴇʙꜰ tertia pars eſt recti, erit vterque ʙᴇꜰ, ᴀʙꜰ duæ tertiæ recti, & triangulum ᴀʙꜰ triangulo ʙᴇꜰ æquiangulum. eſt igitur vt ᴀʙ ad ʙꜰ, ita ʙᴇ, hoc eſt ᴀᴇ ad ᴇꜰ. Sed ᴀʙ eſt dupla ʙꜰ. ergo & ᴀᴇ ipſius ᴇꜰ dupla erit. B C D E



COMMENTARIVS.

Et iuncta ᴀᴇ producatur] *videlicet vſque ad trianguli baſim, quam ſecet in puncto* ꜰ. A

Iungantur enim ʙᴇ, ᴇᴄ, quæ inter ſe æquales ſunt] *Quod à centro circuli ad circumferentiam ducantur, quibus etiam eſt æqualis* ᴀᴇ. B

Et quoniam vterq; angulorum ʙᴀᴇ, ᴇʙꜰ tertia pars eſt recti erit vterque ʙᴇꜰ, ᴀʙꜰ duæ tertiæ recti] *Recta cum linea* ᴀᴇ *ab angulo trianguli æquilateri ducta per centrum circuli, qui circa triangulum deſcribitur, baſim bifariam ſecat, & ad ipſam eſt perpendicularis, vt nos demonſtrauimus in commentarijs in ſecundam propoſitionem tertij decimi elementorum quare angulus* ʙᴀꜰ *eſt æqualis angulo* ꜰᴀᴄ. *Quod cum trianguli æquilateri angulus duas recti tertias contineat, erit* ʙᴀꜰ *angulus tertia pars recti, itidemque angulus* ᴇʙᴀ, *ipſi eſt æqualis, & reliquus angulus* ᴇʙꜰ *ex quo ſequitur angulum* ʙᴇꜰ *duas recti tertias eſſe, videlicet ipſis* ʙᴀᴇ, ᴇʙᴀ *interioribus & oppoſitis æqualem ex 32. primi elementorum.* C

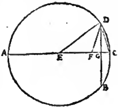
Eſt igitur vt ᴀʙ ad ʙꜰ, ita ʙᴇ, hoc eſt ᴀᴇ ad ᴇꜰ] *Ex 4. ſexti libri elementorum.* D

Ergo & ᴀᴇ ipſius ᴇꜰ dupla erit] *Simile quippiam a nobis demonſtratum eſt in commentarijs in primam propoſitionem quartidecimi libri elementorum, eam ſcilicet, quæ a centro circuli ad latus trianguli æquilateri perpendicularis ducitur, dimidiam eſſe eius, quæ ex centro circuli. eſt enim* ᴇ *centrum circuli circa triangulum* ᴀʙᴄ *deſcripti, &* ᴀᴇ *æqualis ei, quæ ex centro.* E

THEOREMA XXXIX. PROPOSITIO XLI.

Sit circulus ᴀʙᴄᴅ circa centrum ᴇ, & diameter ᴀᴄ; pentagoni autem latus ſit ᴅɢʙ ſecans diametrum ᴀᴄ ad rectos angulos, & ipſi ᴄɢ æqualis ponatur ɢꜰ. Dico rectam lineam ᴇᴄ extrema, ac media ratione ſecari in ꜰ, & ᴇꜰ maiorem portionem eſſe.

Iungan-



A Iungantur enim ED, FD, CD. & quoniam CD
circumferentia eſt decagoni, quòd DCB pentago-
ni ſit; angulus DBC continet duas quintas recti
quare vterque angulorum ECD, EDC quatuor re-
cti quintas continet. Sed FG eſt æqualis GC, &
communis DG, & quæ ipſam ad rectos ſecet angu-
B los. ergo & FD æqualis erit DC, ac propterea an-
gulus DFC angulo DCF æqualis continebit qua-
tuor quintas recti. continet autem FED duas quin-
C tas recti, reliquus igitur EDF duas recti quintas con-
tinebit: eritque DEF angulus angulo FDE æqualis
quare & latus EF æquale lateri FD, hoc eſt ipſi DC.
Itaque quoniam EDC angulus angulo ECD, vide-
licet ipſi DFC eſt æqualis, & communis DEC: erit reliquus DEC æqualis reliquo FDC
& triangulum DEC triangulo FDC æquiangulum. Vt igitur EC ad CD, ita eſt DC
ad CF, ideoque ECF rectangulum quadrato ex CD eſt æquale. Sed CD æqualis eſt
EF. rectangulum igitur ECF quadrato ex EF æquale erit. ergo recta linea EC extre-
ma, ac media ratione ſecta eſt in F. atque eſt EF maior eius portio.

COMMENTARIVS.

A Et quoniam CD circumferentia eſt decagoni, quod DCB pentagoni ſit] *Nam cum recta linea* AC *ſecet ipſam* DB *ad rectos angulos, & circumferentiam* DB *biſariam ſecabit, quod ex 30. tertij libri elementorum manifeſto patere poteſt.*

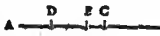
B Ergo & FD æqualis erit DC] *Ex quarta propoſitione primi libri elementorum.*

C Reliquus igitur EDF duas recti quintas continebit] *Eſt enim angulus exterior* DFC *duobus interioribus, & oppoſitis æqualis ex 32. primi libri elementorum.*

Ex iis autem, quæ hoc loco demonſtrantur, ſatis conſtare poteſt, ſi hexagoni latus extrema, ac media ratione ſecetur, maiorem eius portionem eſſe latus decagoni.

THEOREMA XL. PROPOSITIO XLII.

Si recta linea extrema, ac media ratione ſecetur, quod fit a tota ad id quod quinquies fit a minore portione maiorem proportionem habet, quam quattuor ad tria.



Recta.n.linea AB extrema, ac media ratione ſecetur in
C, ſitq; minor ipſius portio CB. Dico quadratum ex AB ad
id, quod quinquies fit à CB maiorē habere proportionem,
quam quattuor ad tria. Ponatur ipſi CB æqualis CD. Quo-
niam igitur AB extrema, ac media ratione ſecatur in C, erunt quadrata ex AB, BC æqualia
A triplo quadrati ex AC, ex 4. theoremate tertijdecimi lib. elem. hoc eſt æqualia triplo
B rectanguli ABC. ſed triplum rectanguli ABC æquale eſt triplo rectanguli ACB, & triplo
C quadrati ex BC. etenim quod ſemel ABC continetur æquale eſt rectāgulo ACB, & ei, quod
fit ex BC quadrato ex 3. ſec. lib. ele. & ablato communi quadrato ex BC, erit reliquum
D ex AB quadratum æquale triplo rectanguli ACB, & duplo quadrati ex BC, hoc eſt æquale
triplo rectanguli ACD, & duplo quadrati ex CD. At vero triplum rectanguli ACD eſt æ-
quale triplo rectanguli ADC, & triplo quadrati ex CD. nam quod ſemel ACD cōtinetur
E eſt æquale rectangulo ADC, & quadrato ex C . ex eadem 3. ſecundi libr. element. Qua-
dratum igitur ex AB æquale eſt triplo rectanguli ADC, & quintuplo quadrati ex CD, hoc
eſt quintuplo quadrati ex CB. ponatur ipſi AD æqualis DE: perſpicuum eſt AD minorem
eſſe, quam DC, quoniam & CA extrema, mediaq; ratione ſecatur, & maior portio ipſius
F eſt DC. Generaliter.n.ſi recta linea extrema ac media ratione ſecetur, vt AB, cuius mi-
nor portio ſit CB, ipſiq; CB æqualis ponatur CD, & AC extrema, ac media ratione ſecta
erit, & eius maior portio DC. ob eandem quoq; cauſam & DC extrema ac media ratione
G ſecatur in E; & maior ipſius portio eſt DE. poſita.n.CB ipſi DC æquali, erit tota AB extre-

ma,

ma, ac media ratione in puncto c ſecta. minor igitur eſt B C, quam vtraq; ipſarum A D D B,
quoniam vt A C ad C D, ita eſt C D ad D A, hoc eſt ad D B. & diuidendo vt A D ad D C, ita C B
ad E D. minor autem eſt A D, quam D C. ergo & C B, quam B D minor erit. Quadruplum H
igitur D B C rectanguli maius eſt rectangulo D C E. commune apponatur, videlicet qua-
druplum rectanguli D C E. ergo quadruplum D B C, & quadruplum D C B rectanguli, hoc eſt K
quadruplum quadrati, quod fit ex D B maiora ſunt quintuplo rectanguli D C B. Sed qua- L
druplum D B E rectanguli, & quadruplum quadrati ex D E æqualia ſunt quadruplo rectan-
guli E D B. quadruplum igitur rectanguli C D E maius eſt quintuplo ipſius D C B. Rurſus M
commune apponatur quintuplum rectanguli C D B. erit nonuplum rectanguli C D B maius
quintuplo D E B, & quintuplo E D B rectanguli, hoc eſt maius quintuplo quadrati ex D C. N
triplum igitur rectanguli A D C ad quintuplum quadrati ex D C maiorem proportionem O
habet, quam ad nonuplum rectanguli A D C. proportio autem tripli A D C ad nonu-
plum A D C rectanguli eſt, quam habet vnum ad tria. ergo triplum rectanguli A D C ad
quintuplum quadrati ex D C maiorem habet proportionem, quam vnum ad tria, &
componendo triplum rectanguli A D C, & quintuplum quadrati ex D C, hoc eſt qua- P
drati ex C B ad quintuplum quadrati ex C B maiorem proportionem habet, quam quat-
tuor ad tria. Sed demonſtratum eſt triplum rectanguli A D C, & quintuplum quadrati
ex C B quadrato ex A B æquale eſſe. ergo quadratum ex A B ad quintuplum quadrati
ex C B maiorem proportionem habet, quam quattuor ad tria.

COROLLARIVM.

Ex quo manifeſte conſtat quadratum ex A B quintuplo quadrati ex C B maius eſſe.

COMMENTARIVS.

Hoc eſt æqualia triplo rectanguli A B C] *Eſt enim rectangulum* A B C *æquale quadrato* A
ex A C, *quod* A B *extrema, ac media ratione ſecetur in* C.

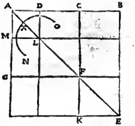
Etenim quod ſemel A B C continetur æquale eſt rectangulo A C B & ei, quod fit ex B
B C quadrato] *Græcus codex* ἐπεὶ καὶ τὸ ἅπαξ ὑπὸ αβ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αβγ, καὶ τῷ ὑπὸ βγ,
Sed legendum eſt. ἐπεὶ καὶ τὸ ἅπαξ ὑπὸ αβγ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αγβ καὶ τῷ ὑπὸ βγ.

Ex tertia ſecundi libri elementorum] *Poſt hæc in Græco codice nonnulla leguntur, quæ* C
nos conſulto reliquimus, ne idem fruſtra iteretur.

Hoc eſt æquale triplo rectanguli A C D, & duplo quadrati ex C D] *Facta eſt enim* C D D
ipſi C B *æqualis.*

Quadratum igitur ex A B æquale eſt triplo rectanguli A D C & quintuplo quadrati E
ex C D] *Namque erat æquale triplo rectanguli* A D C, *& triplo quadrati ex* C D *vna cum
duplo quadrati ex* B C *hoc eſt quadrati ex* C D.

Generaliter enim ſi recta linea extrema, ac media ratione ſecetur, vt A B, cuius F
minor portio ſit C B, ipſique C B æqualis ponatur C D; & A C extrema, ac media ratio-
ne ſecta erit, atque eius portio D C] *Sit recta linea* A B *quadratum* A E, *& dupla figura
deſcribatur. Quoniam igitur* A B *extrema, ac media ratione ſecta eſt in* C, *quod* A B, B C *continetur, videlicet rectangulum* C E *eſt æquale quadrato ex* A F. *Sed ipſi* C E *æquale eſt* G B *rectangulum. ergo* G B *quadrato* A F *eſt æquale. Itaque ſi a rectangulo* G B *auferatur quadratum* F E, *& a quadrato* A F *auferatur* L F *quadratum, quod quidem eſt æquale quadrato* F E, *cum* D C, C B *ſint æquales inter ſe: reliquum* G K *rectangulum, hoc eſt rectangulum* M F *nempe* D F *gnomoni* N X O *æquale erit. a quibus ablato communi* L C, *erit reliquum* D G *rectangulum æquale quadrato* L F. *At vero rectangulum* D G *ipſis* C A, A D *continetur, & quadratum* L F *fit a* D C. *Vt igitur* A C *ad* C D, *ita* C D *ad* D A. *Sed* A C *maior eſt, quam* C D. *ergo &* C D, *quam* D A *maior erit. recta igitur linea* A C *extrema, ac media ratione ſecatur in* D, *& maior eius portio eſt* C D, *quod oportebat demonſtrare.*



Poſita

G Poſita enim CB ipſi CO æquali, erit tota AB extrema, ac media ratione ſecta in C] *Ex 5. tertij decimi libri elementorum.*

H Quadruplum igitur OBC rectangulum maius eſt rectangulo DCE] *Rectangulum enim* DCB *eſt æquale rectangulo* DEC, *& quadrato ex* EC, *quæ multo minora ſunt quadruplo rectanguli* DEC.

K Hoc eſt quadruplum quadrati, quod fit ex DB] *Rectangulum namque* DCB *quadrato ex* DE *eſt æquale ob extremam, ac mediam rationem.*

L Sed quadruplum DBC rectanguli, & quadruplum quadrati ex OB æqualia ſunt quadruplo rectanguli COB] *Rectangulum enim* DBC, *& quadratum ex* DE *æqualia ſunt rectangulo* COB, *ex 3. ſecundi libri elementorum.*

M Quadruplum igitur rectanguli CDB maius eſt quintuplo ipſius DCE] *Græcus codex mancus eſt qui ſic reſtituetur,* τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ γδε μεῖζον τοῦ πεντάκις ὑπὸ δγε.

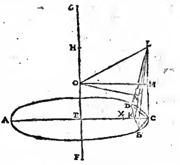
N Hoc eſt maius quintuplo quadrati ex DC] *Sunt enim rectangula* CDE, DCB *quadrato ex* OC *æqualia: ex 2. ſecundi libri elementorum.*

O Triplum igitur rectanguli ADC ad quintuplum quadrati ex OC maiorem proportionem habet, quam ad nonuplum rectanguli ADC] *Ex octaua quinti libri elementorum pro rectangulo autem* CDB *aſſumpſit* ADC, *quod eſt æquale ipſi* COE. *ſunt enim* AO, OE *inter ſe æquales.*

P Et componendo triplum rectanguli AOC, & quintuplum quadrati ex DC, hoc eſt quadrati ex CB ad quintuplum quadrati ex CB maiorem proportionem habet, quam quattuor ad tria] *Ex 28. quinti libri elementorum, quam nos addidimus. Græcus codex.* τὸ ἄρα τρὶς ὑπὸ αδγ καὶ πεντάκις ὑπὸ δγ, ἤτοι τὸ πεντάκις ὑπὸ γβ μείζονα λόγον, ἔχει ἤπερ δ πρὸς γ. *lege* ἤτοι τὸ πεντάκις ὑπὸ γβ πρὸς τὸ πεντάκις ὑπὸ γβ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ δ πρὸς γ.

THEOREMA XLI. PROPOSITIO XLIII.

Poteſtate duodecuplum perpendicularis eius, quæ a centro ſphæræ icoſaedrum comprehendentis ad vnum aliquod icoſaedri planum ducitur, maius eſt poteſtate quintuplo lateris icoſaedri.



A Exponatur circulus ABC ſuſcipiens pentagonum dodecaedri, vt in elementis: ſitque AC circuli diameter, centrum E, & DKB pentagoni æquilateri latus ad rectos angulos

B ipſi diametro. Eſt autem illud latus icoſae-

C dri vt in elementis. & a punctis BC erigantur rectæ lineæ ad circuli planum perpendiculares, FEHG, LC, & vtraque quidem ipſarum BH, CL ſit latus hexagoni; vtraque vero BF, GH decagoni; ſeceturque EH

D bifariam in puncto O, quare O eſt ipſius ſphæræ centrum, vt apparet in 16. theoremate tertijdecimi libri elementorum. Itaque iungantur LD, LB, LK, BC. Et quoniam hexagoni latus eſt CL, & AC latus decagoni, angulusque BCL rectus; erit BL pentagoni latus per 10. theorema tertijdecimi libri elementorum. Similiter, & LO, & BD. triangulum igitur BLD æquilaterum eſt

E ex iis, quæ icoſaedrum continent. Rurſus quoniam FK perpendicularis eſt ad BD, & planum per AC, KL ductum, quod tranſit per parallelas EG, CL, rectum erit ad ipſam BD, ac propterea BD ad dictum planum eſt perpendicularis. hæc enim in ſo-

F lidis elementorum oſtenſa ſunt. ergo omnia, quæ per BD tranſeunt plana, quorum vnum eſt triangulum BLD, recta ſunt ad planum per OG, CL, in quo eſt triangulum GKL. quare & triangulum BLD ad ipſum CKL rectum erit. Ducatur ad rectam lineam KL perpendicularis ON. duo igitur plana CKL, BDL inter ſe recta ſunt. & ad

G communem ipſorum ſectionem KL in vno plano perpendicularis eſt ON. ergo & ON

ad trian-

ad triangulum BLD eſt perpendicularis, quod cum LB dupla ſit ipſius BK, erit & LN H
& ipſius NK dupla ex 40. huius. ſecetur CL bifariam in puncto M, & OM iungatur,
erit vtique OM parallela ipſi EC. eſt enim EO æqualis CM, quoniam & CL, EH du- K
plæ, & parallelæ ſunt. præterea LI eſt æqualis IK, etenim in triangulo CKL ipſi L
CK æquidiſtans ducta eſt IM. atque eſt LM æqualis MC, & LN ipſius NK dupla.
Quarum igitur partium KL eſt ſex, earum LN erit quattuor, & KN duarum, & vtra-
que LI, IK trium, & reliqua NI vnius. ergo LI tripla eſt ipſius IN. Dico duode-
cim quadrata ex ON quinque quadratis ex BD æqualia eſſe. Ponatur ipſi CK æqua- M
lis KX. Itaque ex 41. huius recta linea EC extrema ac media ratione ſecta eſt in X,
cuius maior portio EX, & ex 42. huius quadratum ex EC maius eſt quintuplo quadrati N
minoris portionis XC. ergo quadratum, quod fit ex EC quadrati ex CX maius eſt,
quam quintuplum. quadrati vero ex CK maius, quam vigintuplum. atque eſt vt qua- O
dratum ex EC ad quadratum ex CK, ita quadratum ex LC ad quadratum ex CK, hoc P
eſt quadratum ex ON ad quadratum ex NI; æquiangula enim ſunt triangula ONI, Q
LIM, LKC. quadratum igitur ex ON maius eſt viginti quadratis ex NI. & 36. qua- R
drata ex ON 720. quadratis ex NI ſunt maiora. ſed 720. quadrata ex NI ſunt 80. qua- S
drata ex LI, etenim LI oſtenſa eſt tripla ipſius IN. octoginta vero quadrata ex LI T
ſunt 20. quadrata ex LK, quod KL ipſius LI ſit dupla. At 20. quadrata ex KL ſunt V X
15. quadrata ex BD: æquilaterum namque eſt triangulum DBL, perpendicularisque
LK, & BD ipſius KL poteſtate ſeſquitertia. ergo 36. quadrata ex ON quindecim qua- Y
dratis ex BD ſunt maiora, & ob id duodecim quadrata ex ON quinque quadratis ex Z
BD maiora erunt; quod oſtendere oportebat.

COMMENTARIVS.

Exponatur circulus ABC ſuſcipiens pentagonum dodecaedri, vt in elementis] *propoſitione 16. tertij decimi libri.* A

Eſt autem illud latus icoſaedri, vt in elementis] *Eodem in loco.* B

Et a punctis BC erigantur rectæ lineæ ad circuli planum perpendiculares FE, HG, CL] C *Intelligatur FE dodecaedri latus eſſe infra planum circuli ABCD, & EHG ſupra, quarum EH eſt latus hexagoni, & HG decagoni. Græcus codex habet αι ζι, ηγ α ſed legendum ζεηθ, γλ.*

Quare O eſt ipſius ſphæræ centrum, vt apparet in 16. theoremate tertijdecimi libri elementorum.] *Eſt enim FEGH ſphæræ diameter, quæ ex latere hexagoni EH, & duobus decagoni FE, HG in eodem circulo deſcriptorum lateribus conſtat. centrum igitur ſphæræ eſt punctum illud, quod latus hexagoni bifariam diuidit.* D

Rurſus quoniam LK perpendicularis eſt ad BD, & planum per AC, KL ductum, quod tranſit per parallelas EO, CL rectum erit ad ipſam BD, ac propterea BD ad dictum planum eſt perpendicularis] *Cum enim recta linea BD duabus rectis lineis AC, LK ſeſe mutuo ſecantibus, in communi ſectione ad angulos rectos inſiſtat; & ad earum planum perpendicularis erit, ex 4. vndecimi libri elementorum. Græcus autem codex habet. καὶ ἐπεὶ ἡ λκ τῇ βδ. καὶ τὸ α διὰ τῶν αγκλ ἄρα ἐπίπεδον ὅπερ ἐστὶ νο διὰ τῶν εηλγ παράλληλον, ὀρθόν ἐστι πρὸς τὴν βδ. Sed legendum, vt arbitror. καὶ ἐπεὶ ἡ λκ τῇ βδ, καὶ τὸ διὰ τῶν α ἄρα γκλ ἐπίπεδον ὅπερ ἐστὶ διὰ τῶν εηγλ παραλλήλων, ὀρθόν ἐστι πρὸς τὴν βδ.* E

Ergo omnia, quæ per BD tranſeunt plana, quorum vnum eſt triangulum BLD recta ſunt ad planum per EG, CL] *Ex 18. vndecimi libri elementorum.* F

Ergo & ON ad triangulum BLD eſt perpendicularis] *Ex 4. definitione vndecimi libri elementorum atque erit punctum N centrum circuli, triangulum BLD comprehendentis ex corollario primæ ſphæricorum Theodoſij.* G

Quod cum LB dupla ſit ipſius BK, erit & LN ipſius NK dupla ex 40. huius] *In ea enim oſtenditur LN duplam eſſe ipſius NK ex eo, quod LB ipſius BK ſit dupla. In Græco codice legitur καὶ διπλῆ ἐστιν ἡ λβ τῆς εκ. corrigendum autem τῆς βκ.* H

Erit vtique OM parallela ipſi EC. eſt enim EO æqualis CM, quoniam & CL, EH duplæ, & parallelæ ſunt] *Ex 33. primi libri elementorum.* K

Præterea LI eſt æqualis IK. In triangulo enim CKL ipſi CK parallela ducta eſt IM] *Ex 2. ſexti libri elementorum.* L

Ponatur ipſi CK æqualis KX] *In Græco codice legitur κείσθω τῇ κγ ἴση ἡ κκξ, κκγ. ſed legendum ἴση ἡ κξ.* M

Cuius maior portio EX] *Græcus codex καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμα ἐστι τὸ ε. lege τὸ εξ.* N

O Quadrati vero ex CK maius, quam vigintuplum] *Quadratum enim ex CX quadruplum eſt quadrati medietatis CK, cum proportionem habeat duplam eius, quæ eſt XC ad CK. ex 20. ſexti libri elementorum.*

P Atque eſt vt quadratum ex BC ad quadratum ex CK, ita quadratum ex LC ad quadratum ex CK] *Ex 7. quinti libri elementorum, poſitæ enim ſunt BC, CL inter ſe æquales.*

Q Aequiangula enim ſunt triangula ONI, LIM, LKC] *Triangulum namque LIM ſimile eſt triangulo LKC propter lineas IM, KC parallelas. Sed trianguli ONI rectus angulus ad N eſt æqualis recto ad C, vel M, & angulus OIN æqualis ipſi LIM, qui ad verticem conſtituitur. ergo & reliquus reliquo æqualis. Græcus codex hoc loco corruptus eſt.*

R Et 36. quadrata ex ON 720. quadratis ex NI ſunt maiora] *Quam enim proportionem habet 1. ad 20. eandem 36. habet ad 720.*

S Sed 720. quadrata ex NI ſunt 80. quadrata ex LI] *Nam cum LI tripla ſit ipſius IN, erit quadratum ex LI. nonuplum quadrati ex IN ac propterea vnumquodque quadratorum ex LI continebit 9. quadrata ex IN. octoginta igitur quadrata ex LI ſunt 720. quadrata ex IN.*

T Octoginta vero quadrata ex CL ſunt 20. quadrata ex LK] *Eſt enim quadratum ex KL quadrati ex LI quadruplum.*

V Quod KL ipſius LI ſit dupla] *Græcus codex διπλῆ γάρ ἡ δκ τῆς δι. ſed legendum διπλῆ γάρ ἡ λκ τῆς λι.*

X At 20. quadrata ex KL ſunt 15. quadrata ex BD, æquilaterum namque eſt triangulum DLB, perpendicularisque LK, & BD ipſius KL poteſtate ſeſquitertia] *Eſt enim quadratum ex BD, videlicet quadratum ex BL æquale duobus quadratis ex BK, KL. Sed quadratum ex LB quadruplum eſt quadrati ex BK. ergo quadratum ex LB reliqui quadrati ex KL ſeſquitertium erit. Græcus codex. εἴκοσι δὲ τὰ ἀπὸ κλ ἡ τῶν ἀπὸ βδ μείζονα. Sed legendum vt opinor, εἴκοσι δὲ τὰ ἀπὸ κλ ιε τὰ ἀπὸ βδ. neque enim 20. quadrata ex KL 15. quadratis ex BD ſunt maiora, ſed ipſis æqualia, vt manifeſto apparet.*

Y Ergo 36. quadrata ex ON quindecim quadratis ex BD ſunt maiora] *Hoc eſt primum maius eſt vltimo. Græcus codex ὥστε λς τὰ ἀπὸ ον ἡ τῶν ἀπὸ βδ: legendum autem ὥστε λς τὰ ἀπὸ ον ιε τῶν ἀπὸ βδ μείζονα.*

Z Et ob quindecim quadrata ex ON quinque quadratis ex BD maiora erunt] *Ex 15. quinti libri elementorum; vtrumque enim vtriuſque tertia pars eſt.*

THEOREMA XLII. PROPOSITIO XLIV.

Si duę rectæ lineæ extrema, ac media ratione ſecentur, iis ſubiecta ſunt analogia.



Secetur enim AB extrema, ac media ratione in C, ita vt maior ipſius portio ſit AC. ſimiliter & DE ſecetur in F, ſitque maior portio DF. Dico vt tota AB ad maiorem eius portionem AC, ita eſſe & totam DE ad maiorem portionem DF. Quoniam enim ABC rectangulum æquale eſt quadrato ex AC, rectangulum vero DEF æquale quadrato ex DF; erit vt ABC rectangulum ad quadratum ex AC, ita rectangulum DEF ad quadratum ex DF. vt igitur quadruplum rectanguli ABC ad quadratum ex AC ita quadruplum rectanguli DEF ad quadratum ex DF: & componendo, vt quadruplum rectanguli ABC vna cum quadrato ex AC ad quadratum ex AC, ita quadruplum rectanguli DEF vna cum quadrato ex DF ad quadratum ex DF. Sed quadruplum rectanguli ABC vna cum quadrato ex AC eſt quadratum quod fit ex vtraque AB, BC per octauum theorema ſecundi libri elementorum, & quadruplum rectanguli DEF vna cum quadrato ex EF eſt quadratum, quod fit ex vtraque DE, EF. ergo vt quadratum ex vtraque AB, BC ad quadratum ex AC, ita quadratum ex vtraque DE, EF ad quadratum ex DF. & longitudine vt vtraque AB, BC ad AC, ita vtraque DE, EF ad DF. componendoque vt vtraque AB, BC vna cum AC, hoc eſt duæ AB ad AC, ita vtraque DE, EF vna cum DF, hoc eſt duæ DE ad DF; & antecedentium dimidia, vt AB ad AC, ita DE ad DF. Ex quo manifeſte patet, ſi ſint duæ rectæ lineæ æquales vt AB, DF, quarum vtraque extrema, ac media ratione ſecetur, in punctis CF, erunt maiores portiones ipſarum æquales inter ſe, & minores ſimiliter

æqua-

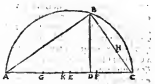
æquales. Quoniam enim demonſtratum eſt, vt AB ad AC, ita eſſe DB ad DF; & permutando erit vt AB ad DB, ita AC ad DF.

COMMENTARIVS.

Hoc ſimiliter demonſtratum eſt in quartodecimo libro elementorum, propoſitione VIII.

THEOREMA XLIII. PROPOSITIO XLV.

Sit ſemicirculus ABC cuius centrum E: ſitque AC tripla CD: & ipſi AC ad rectos angulos DB; & AB, BC iungantur, erit AC ipſius CB poteſtate tripla, vt enim AC ad CD, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ob triangulorum ABC, BCD ſimilitudinem. Itaque ſecetur BC extrema, ac media ratione in H, vt maior portio ſit BH: & fiat CE poteſtate quintupla ipſius EF; quod quidem fieri poteſt, etenim CE, cum ſit longitudine tripla ipſius ED, poteſtate nonupla erit. Dico proportionem BH ad CF poteſtate eſſe eam quam habent quinque ad tria. A B C



Ponatur ipſi FE æqualis EG, & FG extrema ac media ratione ſecetur in K, vt FK ſit maior ipſius portio. & quoniam recta linea CE ſui ipſius portionem EF quintuplum poteſt, & dupla ipſius EF extrema, ac media ratione ſecatur in K: erit KF æqualis FC per ſecundum theorema tertij decimi libri elementorum quare & CG extrema, ac media ratione ſecta eſt in F, cuius maior portio FG. Sed ex eo, quod proxime demonſtratum eſt, vt CB ad BH, ita CG ad GF, hoc eſt GF ad FC: & permutando vt FC ad FG, ita BH ad CF. Quoniam igitur AC ipſius quidem CB poteſtate tripla eſt, ipſius vero GF quintupla: quarum partium AC poteſtate eſt quindecim, earum CB eſt quinque, & FG trium; ergo BC ad FG poteſtate eam proportionem habet, quam quinque ad tria, quare, & BH ad FG poteſtatem habet eandem, quam quinque ad tria. D E

COMMENTARIVS.

Erit AC ipſius CB poteſtate tripla; vt enim AC ad CD, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CB] *Nam cum triangula* ABC, BDC *æquiangula ſint, ex 8. ſexti libri elementorum, erit vt* AC *ad* CB *in triangulo* ABC, *ita* BC *ad* CD *in triangulo* BDC. *ergo* AC *ad* CD, *hoc eſt vt prima ad tertiam, ita quadratum primi* AC *ad quadratum* CB *ſecundæ ex corollario 20. eiuſdem.* A



Quod quidem fieri poteſt] *Si recta linea* CE, *quæ producatur in* L, *ita vt* CE *ipſius* EL *ſit quintupla; & circa diametrum* CL *deſcribatur ſemicirculus* CML; *perque* E *ipſi* CL *ad rectos angulos ducatur* EM. *erit* CE *ipſius* EM *poteſtate quintupla. Vt enim* CE *ad* EM, *ita* ME *ad* EL. *quare vt* CE *ad* EL, *ita quadratum ex* CE *ad quadratum ex* EM. *Si igitur* EF *fiat æqualis* EM, *factum iam erit, quod oportebat.* B

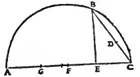
Etenim CE cum ſit longitudine tripla ipſius ED, poteſtate nonupla erit] *Eſt enim* AC *longitudine tripla ipſius* CD, *quare* AD *dupla eſt* DC. *Itaque quoniam tota* AC *dupla eſt totius* CE, *& pars* AD *itidem dupla partis* DC *erit, & reliqua* CD *dupla reliquæ* DE, *& tota* CE *ipſius* ED *tripla.* C

Quare, & CG extrema, ac media ratione ſecta eſt in F, cuius maior portio FG] *Ex 15. tertij decimi libri elementorum.* D

E Quoniam igitur A C ipſius quidem B C poteſtate tripla eſt, ipſius vero G F quintupla.] *Horum primum ante demonſtratum eſt, ſecundum vero manifeſte patet. Nam cum C B ipſius B F poteſtate ſit quintupla, erit & dupla ipſius C B, hoc eſt A C dupla B F, videlicet F G ſimiliter quintupla poteſtate ex 15. quinti libri elementorum.*

THEOREMA XLIV. PROPOSITIO XLVI.

Rurſus ſit ſemicirculus A B C, cuius centrum F, & quadratum ex C F quintuplum quadrati ex F E. ipſi vero A C ad rectos angulos ſit B E, & iuncta B C extrema, ac media ratione ſecetur in D, vt B D ſit portio maior. Dico quadrata ex C B, B D quadrati ex C E quintupla eſſe.



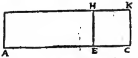
A Ponatur F G æqualis B F. ergo C O extrema, ac media ratione ſecta eſt in E, atque eius maior portio E G, & quoniam rectangulum G C B æquale eſt quadrato ex B G, ipſa vero B C eſt æqualis A O, quoniam & B F ipſi F G; erit A B C rectangulum quadrato ex B O æquale. eſtque vt quadratum quidem ex B G, hoc eſt rectangulũ A B C ad quadratum ex E C, ita quadratũ ex C B
B ad quadratũ ex B D, quoniã & vt G E ad E C, ita
C C B ad B D. vt autem rectangulũ A B C ad quadratũ ex B C, ita A B ad B C. hoc enim per primam ſexti li ri elementorum oſtenditur, deſcripto ſcilicet quadrato ab ipſa B C, & completo in A B parallelogrammo. vt igitur A B ad B C, ita quadratum ex C B ad id
D quod fit ex B D quadratum; & componendo vt A C ad C B, hoc eſt vt quadratum ex
E A C ad quadratum ex C B, ita quadrata ex C B, B D ad quadratum ex B D. eſt autem, & vt quadratum ex B C ad quadratum ex B G. ita quadratum ex B D ad quadratum ex C B. ex æquali igitur vt quadratum ex A C ad quadratum ex F G. ita quadrata ex C B B D ad quadratum ex C B. Sed quadratum ex A C quintuplum eſt quadrati ex B G. ergo & quadrata ex C B, B D quadrati ex C E quintupla erunt, quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Ergo G C extrema ac media ratione ſecta eſt in E, atque eius maior portio E G] *Nam ex 2. tertijdecimi libri elementorum recta linea B G extrema ac media ratione ſecatur, cuius maior portio eſt æqualis E C, ergo & tota C G extrema, ac media ratione ſecta eſt in E, cuius maior portio E G ex quinta eiuſdem.*

B Quoniam & vt G E ad E C, ita C B ad B D] *Ex 22. ſexti elementorum. Cum enim G E extrema, ac media ratione ſecetur, atque eius maior portio ſit æqualis E C, vt proxime dictum eſt, erit ex 44. huius vt G E ad E C, hoc eſt ad maiorem eius portionem, ita, & C B ad B D.*

C Hoc enim ex prima ſexti elementorum oſtenditur, deſcripto ſcilicet quadrato ab ipſa B C, & completo in A B parallelogrammo] *Deſcribatur ex B C quadratum H E, C K & parallelogrammum compleatur. erit A H rectangulum, quod A B C continetur. ergo vt rectangulum A H ad H C quadratum, ita A B ad B C ex prima ſexti: ſed illud per ſeſe patet ex lemmate in 23. decimi libri element.*



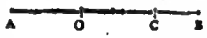
D Et componendo vt A C ad C B, hoc eſt vt quadratum ex A C ad quadratum ex C B] *Ob ſimilitudinem triangulorum A B C, B E C nempe ducta A B, quemadmodum in antecedenti oſtendimus.*

E Eſt autem, & vt quadratum ex B C ad quadratum ex B G, ita quadratum ex B D ad quadratum ex B C] *Eſt enim ex 45. huius vt C B ad B D, ita G E ad E C. ergo, & permutando vt B C ad E G ita B D ad C B.*

THEO-

THEOREMA XLV. PROPOSITIO XLVII.

Hexagoni latere extrema, ac media ratione ſecto, maior portio eius eſt decagoni latus.



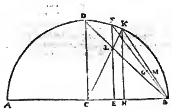
Hexagoni enim latus DB extrema, ac media ratione ſecetur in C: & ſit maior portio DC. Dico OC latus decagoni eſſe. apponatur enim OA, quæ ſit decagoni latus. ergo AB extrema, ac media ratione ſe- A
catur in O. Similiter & BD in C ſecatur. quare per B
octauum lemma vt AB ad BD, hoc eſt vt ID ad OA, ita BD ad DC. equalis igitur eſt C D
AD ipſi DC. Sed CO eſt latus decagoni. ergo, & DC decagoni latus erit. E

COMMENTARIVS.

Ergo AB extrema, ac media ratione ſecatur in D] *Ex 9. tertijdecimi libri element.* A
Quare per octauum lemma] *Nam inter quattuordecim lemmata, quæ ad comparationes* B
quinque figurarum præmittit, octauum tenet locum. eſt autem 44. huius.
Ita FD ad DC] *In codice græco mendoſe legitur.* οὕτως ἡ αβ πρὸς δγ *cum legendum ſit* C
οὕτως ἡ βδ πρὸς δγ.
Aequalis igitur eſt AD ipſi DC] *Ex 9. quinti elementorum.* D
Ergo & OC decagoni latus erit] *Nos autem hoc aliter demonſtrauimus in commentarijs* E
in 9. tertijdecimi elementorum propoſitione prima.

THEOREMA XLVI. PROPOSITIO XLVIII.

Idem circulus comprehendit pentagonum dodecaedri, & triangulum icoſaedri in eadem ſphæra deſcriptorum.



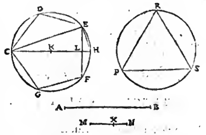
Exponatur enim ſphæræ diameter AB, & circa ipſam ſemicirculus, cuius centrum C, & ab ipſo ad rectam lineam AB perpendicularis CD, ſecetur autem AB in E, A
ita vt AE dupla ſit EB, & perpendicularis EF, iunganturque DLB, FB. ergo FB B
eſt latus cubi, vt demonſtratum eſt in tertiodecimo libro elementorum. in cubo. ſecetur FB extrema, ac media ratione in G, & ſit maior portio FG. erit FG dodecaedri latus, vt in tertiodecimo lib. elem. C
in dodecaedro. iuncta autem CL producatur in K, & perpendicularis ad AB agatur KH;
iunctaq; KB extrema ac media ratione ſecetur in M; & KM ſit maior portio. Quoniam
igitur AB dupla eſt BC, & AE item dupla EB: erit & reliqua EB reliquæ BC dupla ſed
BE eſt æqualis EL, propterea quòd vt BC ad CD, ita eſt BE ad EL. ergo & LE dupla D
eſt EC. ſed & KH ipſius HC eſt dupla. quadruplum igitur eſt quadratum ex KH qua- E
drati ex HC, & ideo quadratum ex KC quintuplum eſt quadrati ex CH. quare, &
quadratũ ex BC quadrati ex CH quintuplum erit. ergo KB eſt latus icoſaedri, quod de- F
monſtratum fuit in tertiodecimo libro elementorum. Quoniam igitur in nono qui- G
dem lemmate demonſtratur proportionem quadrati ex FG ad quadratum ex BH eſſe
eam, quam habent quinque ad tria: in decimo autem quadrata ex BK, KM quintupla H
eſſe quadrati ex BH: erunt quadrata ex BK, KM quadrati ex FG tripla. Itaque expo- K
natur circulus comprehendens icoſaedri triangulum, & a centro ducta recta linea, vt
contingit, NX, extrema, ac media ratione ſecetur in O, ſitq; maior portio ipſius NO.

ergo

ergo NO eſt decagoni latus, quod ante oſtenſum eſt. & quoniam latus trianguli æqui-
lateri deſcripti in circulo, cuius centrum N, poteſtate triplum eſt ipſius NX ſemidia-
L metri, vt in tertiodecimo libro elementorum demonſtratur, erat autem trianguli la-
tus KF: quadratum ex KB quadrati ex NX eſt triplum. & ſunt vtraque extrema, ac
M media ratione ſectæ ergo ex ante demonſtratis, vt BK ad NX, ita KM ad NO, & eo-
rum quadrata & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. quadrata igitur ex BK, KM
N tripla ſunt quadratorum ex NX, NO. Sed oſtenſa ſunt quadrata ex BK, KM tripla qua-
drati ex FG. ergo quadrata ex NX, NO quadrata ex FG æqualia erunt. atque eſt NX
latus hexagoni, & NO decagoni quare FG eſt latus pentagoni in eodem circulo, cuius
prop. 10. centrum N deſcripti, quod etiam in tertiodecimo libro elementorum demonſtratur.
recta vero linea FG cum ſit pentagoni, & dodecaedri latus erit. Idem igitur circulus
triangulum icoſaedri, & dodecaedri pentagonum comprehendit.

A L I T E R

Idem circulus comprehendit icoſaedri triangulum, & dodecaedri pen-
tagonum.



Exponatur quædam ſphæra,
& in ipſa dodecaedrum, & ico-
ſaedrum deſcribantur. ſitq; do-
decaedri quidem pentagonum
CDEFG circulo CDE conten-
tum, icoſaedri vero triangulum
in circulo PRS. Dico circulos
æquales eſſe. hoc eſt pentago-
num, & triangulum eodem cir-
culo comprehendi. Iungatur
CE. ergo CE eſt latus cubi in
eadem ſphæra deſcripti. in qua
prop. 17. dodecaedrum. hoc enim demon-
ſtratum fuit in tertiodecimo libro elementorum. Sumatur circuli centrum K, & ab
ipſo perpendicularis KL producatur AD, EH & iungatur EH. ergo EH eſt decagoni
O latus & quoniam quadratum ex CH, hoc eſt quadrata ex CE, EH, quadrupla ſunt qua-
P drati ex HK erunt quadrato ex CE, EH, HK quadrati ex HK quintupla. Sed quadratis
ex EH, HK æquale eſt id, quod fit ex EF quadratum: etenim latus pentagoni poteſt
& hexagoni, & decagoni latus in eodem circulo deſcriptorum, quod in tertiodecimo
prop. 10. libro elementorum demonſtratum eſt. quadrata igitur ex CE, EF quintupla ſunt qua-
drati ex HK. Itaque exponatur & ſphæræ diameter AB, & recta quædam linea MN,
Q ita vt quadratum ex AB quintuplum ſit quadrati ex MN. eſt autem & ſphæræ diame-
ter poteſtate quintupla ſemidiametri circuli, in quo deſcribitur icoſaedrum, vt oſten-
prop. 16. ſum eſt in tertiodecimo libro elementorum. ergo MN eſt ſemidiameter circuli, in
quo icoſaedrum deſcribitur. Secetur MN extrema, ac media ratione in X, vt maior
R ipſius portio ſit MX. Eſt igitur MX decagoni latus per quartum lemma. & quoniam
prop. 15. quadratum ex AB quadrati quidem ex MN quintuplum eſt, quadrati vero ex CE late-
S T re cubi triplum, vt in tertiodecimo lib. elementorum; erunt tria quadrata ex CE quin-
que quadratis ex MN æqualia. Sed vt tria quadrata ex CE ad tria quadrata ex DE,
ita quinque ex MN quadrata ad quinque quadrata ex MX, etenim cubi latere extre-
prop. 17. ma, ac media ratione ſecto, portio maior eſt dodecaedri latus; vt oſtenditur in tertio-
V decimo libro elementorum. tria igitur quadrata ex CE, & tria quadrata ex DE æqua-
lia ſunt quinque quadratis ex MN, & quinque quadratis ex MX. quinque autem qua-
drata ex MN, & quinque quadrata ex MX ſunt æqualia quinque quadratis ex RS: vt
prop. 16. in tertiodecimo libro elementorum oſtenſum eſt in icoſaedro. ergo quinque quadrata
X ex RS æqualia. ſunt tribus ex CE quadratis, & tribus quadratis ex DE. Sed quinque
quidem quadrata ex RS æqualia ſunt quindecim quadratis ſemidiametri circuli circa
PRS triangulum deſcripti per 12. tertij decimi libri elementorum; tria vero quadrata
ex CE, & tria quadrata ex DE ſunt æqualia quindecim quadratis ſemidiametri circuli,
qui circa pentagonum CDEFG deſcribitur, cum demonſtratum ſit quadrata ex CE, EF
quadra-

Digitized by Google

quadrati ex HK quintupla eſſe. quindecim igitur quadrata ſemidiametri circuli circa triangulum PRS, ſunt æqualia quindecim quadratis ſemidiametri circuli circa CDEFG pentagonum deſcripti. quare & vnum vni æquale, diameterque diametro, & circulus circulo eſt æqualis. Idem igitur circulus comprehendit dodecaedri pentagonum, & triangulum icoſaedri in eadem ſphæra deſcriptorum.

COMMENTARIVS.

Secetur autem AB in E, ita vt AE dupla ſit EB] *Græcus codex habet* καὶ τετμήσθω ἡ αβ ὥστε διπλασίαν εἶναι τὴν αβ τῆς εβ *ſed legendum* τὴν αε τῆς εβ. A

Ergo FB eſt latus cubi, vt demonſtratum eſt in tertiodecimo libro elementorum in cubo] *propoſitione 15. & vltima.* B

Vt in tertiodecimo libro elementorum in dodecaedro] *propoſitione 17.* C

Propterea quod vt BE ad CD, ita eſt BE ad EL] *Ex quarta ſexti ob ſimilitudinem triangulorum* BDE, BLE. *eſt autem* BC *æqualis* CD, *cum* C *ſit ſemicirculi centrum. ergo & BE ipſi EL eſt æqualis.* D

Sed & KH ipſius HC eſt dupla. quadruplum igitur eſt quadratum ex KH quadrati ex HB] *Ob ſimilitudinem ſcilicet triangulorum* LCB, KCH. *in græco codice legitur* ἀλλὰ καὶ ἡ κθ τῆς εγ διπλῆ. τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ εκ τοῦ γε. *ſed corrigendum* ἀλλὰ καὶ ἡ κθ τῆς θγ διπλῆ. τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ κθ τοῦ ἀπὸ θγ. E

Ergo KB eſt latus icoſaedri, quod demonſtratum fuit in tertiodecimo libro elem.] *propoſitione 16. & vltima.* F

Quoniam igitur in nono quidem lemmate demonſtratur proportionem quadrati ex FG ad quadratum ex BH eſſe eam, quam habent quinque ad tria] *videlicet in 46. huius.* G

In decimo autem quadrata ex BK, KM quintupla eſſe quadrati ex BH] *in 47. huius.* H

Erunt quadrata ex BK, KM quadrati ex FG tripla. *Nam cum quadratum quidem ex* FG *ad quadratum ex* BH *proportionem habeat, quam quinque ad tria, quadrata verò ex* BK KM *ad idem quadratum ex* BH *eam habeat, quam quinque ad vnum; hoc eſt quam quindecim ad tria, habebunt quadrata ex* BK, KM *ad quadratum ex* FG *proportionem eandem, quam quindecim ad quinque, videlicet triplam. In Græco codice omnia fere ſunt corrupta; qui ſic habet* ἐν δὲ τῷ αβ τὰ ἀπὸ βζ, ζθ πενταπλάσια τοῦ ἀπὸ βθ. τὰ ἄρα ἀπὸ βζ, ζθ τριπλάσια τοῦ ἀπὸ ζυ. *ego ſic corrigendum arbitror.* ἐν δὲ τῷ ι τὰ ἀπὸ βκ, κμ πενταπλάσια τοῦ ἀπὸ βθ. τὰ ἄρα ἀπὸ βκ, κμ τριπλάσια τοῦ ἀπὸ ζυ. K

Vt in tertiodecimo libro elementorum demonſtratur] *propoſitione 1.* L

Ergo ex ante demonſtratis vt BK, ad NX, ita KM ad NO, & eorum quadrata, & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. quadrata igitur ex BK, KM tripla ſunt quadratorum ex NX, NO] *eſt enim ex 45. huius vt* BK *ad* KM, *ita* XN *ad* NO, *permutandoque vt* BK *ad* XN, *ita* KM *ad* NO. *Vt quadratum ex* BK *ad quadratum ex* NX, *ita quadratum ex* KM *ad quadratum ex* NO. *vt autem vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. Sed quadratum ex* BK *triplum eſt quadrati ex* NX. *quadrata igitur ex* BK, KM *quadratorum ex* NX, NO *ſunt tripla. In codice græco legitur* διὰ τὸ ἐν ἀρχῇ τοίνυν ἐστὶν ὡς ἡ βζ τῆς νξ, ἡ ζο πρὸς νο, καὶ τὰ τετράγωνα, καὶ ὡς ἔμπροσθεν πάντα πρὸς πάντα, τὰ ἄρα ἀπὸ βκ τῶν ἀπὸ ξνο ἐστι τριπλάσια. *quæ nos ita emendauimus* διὰ τὸ ἐν ἀρχῇ τοίνυν ἐστὶν ὡς ἡ βκ πρὸς νξ, ἡ κμ πρὸς νο καὶ τὰ τετράγωνα. καὶ ὡς ἓν πρὸς ἕν, πάντα πρὸς πάντα, τὰ ἄρα ἀπὸ βκ, κμ τῶν ἀπὸ ξν, νο ἐστι τριπλάσια. M

Margin, beside this note: 22. ſexti. 12. quinti

Sed oſtenſa ſunt quadrata ex BK, KM tripla quadrati ex FG] *Græcus codex habet,* ἐδείχθη δὲ καὶ τοῦ ἀπὸ ζυ τὰ ἀπὸ τῆς βζ, ζγ τριπλάσια. *ſed legendum* τὰ ἀπὸ τῶν βκ, κμ τριπλάσια. N

Ergo BH eſt decagoni latus] *Etenim* CH *circumferentiam pentagoni* BF *bifariam diuidit in* H, *quod in 41. huius adnotauimus.* O

Hoc eſt quadratum ex EB, BH] *Ex penultima primi libri elementorum.* P

Ita vt quadratum ex AB quintuplum ſit quadrati ex MN] *Hoc quomodo fieri poſſit nos ſupra oſtendimus in commentarijs in 45. huius.* Q

Eſt igitur MX decagoni latus per 11. lemma] *videlicet per præcedentem.* R

Erunt tria quadrata ex CB quinque quadratis ex MN æqualia] *Quoniam enim, quarum partium quadratum ex* AB *eſt quindecim, earum quadratum quidem ex* MN *eſt trium, quadratũ ex verò* CB *quinq; erunt tria ex* CB *quadrato quadrato ex* AB *æqualia: & quinque quadrata ex* MN *ſimiliter æqualia eidem quadrato ex* AB; *tria igitur ex* CB *quadrata quinque quadratis ex* MN *æqualia erunt.* S

Sed

T Sed vt tria quadrata ex CB ad tria quadrata ex DE, ita quinque ex MN quadrata ad quinque quadrata ex MX] *Secetur cubi latus CE extrema, ac media ratione, erit maior eius portio æqualis lateri pentagoni DE, hoc eſt lateri dodecaedri ex 8. tertijdecimi libri elementorum, & 17. einſdem. ergo vt CE ad maiorem portionem DE, ita & MN ad MX: & vt quadratum ex CE ad quadratum ex DE, ita quadratum ex MN ad quadratum ex MX. Vt autem quadratum ex CB ad quadratum ex DE, ita tria ex CE quadrata ad tria quadrata ex DE. & vt quadratum ex MN ad quadratum ex MX, ita quinque ex MN quadrata ad quinque quadrata ex MX. Vt igitur tria quadrata ex CE ad tria quadrata ex DE, ita quinque quadrata ex MN ad quinque ex MX quadrata.*

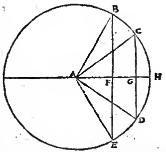
ex .. huius. ex .. ſex. 15. quin.

V Tria igitur quadrata ex CE, & tria quadrata ex DE æqualia ſunt quinque quadratis ex MN, & quinque quadratis ex MX] *Quoniam enim oſtenſum eſt, vt tria quadrata CB ad tria quadrata ex DE, ita eſſe quinque quadrata ex MN ad quinque ex MX quadrata, erit permutando vt tria quadrata ex CE ad quinque quadrata ex MN, ita tria quadrata ex DE ad quinque quadrata ex MX. & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. Vt igitur tria quadrata ex CE ad quinque quadrata ex MN, ita tria quadrata ex CE, & tria quadrata ex DE ad quinque quadrata ex MN, & quinque quadrata ex MX. Sed tria quadrata ex CE ſunt æqualia quinque quadratis ex MN. ergo tria quadrata ex CE, & tria quadrata ex DE quinque quadratis ex MN & quinque quadratis ex MX æqualia erunt.*

X Sed quinque quidem quadrata ex RS æqualia ſunt quindecim quadratis ſemidiametri circuli, &c.] *In Græcis codicibus mendoſe legitur. ἀλλὰ πεντεμὶν τὰ ἀπὸ ρσ ἴσα ἐστὶ δὲ καὶ πέντε τοῖς ἀπὸ τῆς κέντρου. ſcribendum autem ἀλλὰ πέντε μὲν τὰ ἀπὸ ρσ ἴσα δέκα καὶ πέντε τοῖς ἀπὸ τῆς κέντρου, & ita inferius multis in locis.*

THEOREMA XLVII. PROPOSITIO XLIX.

Duodecim pentagona maiora ſunt viginti triangulis, quæ in eodem circulo deſcribuntur.



Sit circulus comprehendens triangulum icoſaedri, & pentagonum dodecaedri BCDE, & in ipſo deſcribatur trianguli quidem latus BE, pentagoni vero CD, quæ inter ſe parallela ſint. ſumatur autem circuli centrum A, & ab ipſo ad parallelas perpendicularis ducatur AFGH, iunganturque AB, AC, AD,
A AE. Quoniam igitur BE eſt trianguli latus circumferentia BH hexagoni eſt. rurſus quoniam CD pentagoni latus eſt circumferentia, CH eſt decagoni, & perpendiculares ſunt BF, CG. maius igitur eſt CGA rectangulum rectangulo BFA ex eo, quod mox demonſtrabitur; proptereaq; triangulum ACD maius eſt triangulo ABE. & ſexaginta triangula ACD ſexaginta triangulis ABE ſunt ma-
B iora. At ſexaginta quidem triangula ACD dodecaedrum eſt, vnumquodque enim pentagonum quinque triangula habet ipſi ACD ſimilia. ſexaginta vero triangula ABE icoſaedrum eſt, cum vnumquodq; triangulum tria triangula contineat ſimilia ipſi ABE. duodecim igitur pentagona maiora ſunt viginti triangulis eorum, quæ in eodem circulo deſcribuntur.

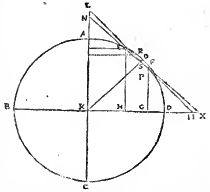
Quod autem poſuimus, ita demonſtrabitur.

THEOREMA XLVIII. PROPOSITIO L.

Sit circulus ABCD, cuius centrum K, diametrique ad rectos angulos inter ſeſe AC, BD: & hexagoni quidem circumferentia DE, decagoni vero DF

Digitized by Google

ro DF: & EH, FG ad diametrum BD perpendiculares. Dico FGK re-
ctangulum rectangulo EHK maius eſſe.



Sit enim octanguli circumfe-
rentia DO. ergo quarum par-
tium circulus eſt 360. earum DE
quidem erit 60. DF vero 36. &
DO 45. reliqua igitur FO eſt 9.
& OB 15. ponatur ipſi FO æqua- C
lis OR. erit, & reliqua AR æ- D
qualis DF; iunctæ autem FE, FR E
producantur. ſintque rectæ li- F
neæ NEFX, LRFM. & iuncta
KO ipſam FR bifariam, & ad re-
ctos angulos ſecat. ſecet in S. &
quoniam vterque angulus OKL,
OKM eſt recti dimidius, erit KM
æqualis KL, & KX multo maior, G
quam KN. atque eſt vt NK ad
KX, ita FG ad GX. minor igitur
eſt FG quam GX, ſed EG maior H
eſt, quam quæ a puncto B ad AK 2 quinti.
perpendicularis ducitur: hoc eſt
quam KH. etenim perpendicularis, quæ a puncto R ducitur æqualis eſt FG. quare GH
ad HK maiorem proportionem habet, quam ad GX, & componendo GK ad KH ma- K
iorem habet, quam HX ad XG, hoc eſt quam BH ad FG. rectangulum igitur FGK re- L M
ctangulo EHK maius erit.

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur BE eſt trianguli latus, circumferentia BH hexagoni eſt. rurſus A
quoniam CD pentagoni latus eſt, circumferentia CH eſt decagoni] *Nam cum AH re-
ctas lineas BE, CD ſecet bifariam, & ad rectos angulos, circumferentias quoque BE, CD bifa-
riam ſecabit ex 30. tertij elementorum. in Græco codice legitur. ἡ γθ ἄρα δωδεκαγώνου ἐστι
lege δεκαγώνου.*

At ſexaginta quidem triangulá ACD dodecaedrum eſt, &c.] *Dodecaedrum, & ico-* B
ſaedrum hoc loco pro dodecaedri, & icoſaedri ſuperficie vſurpauit.

Erit, & reliqua AR æqualis DF.] *Punctum enim O circumferentiam DA bifariam ſe-* C
cat. quare æqualibus vtrinque ſublatis, reliqua æqualia erunt.

Iunctæ enim FB, ER producantur] *Producantur ſcilicet in vtramque partem quouſque* D
diametros productas ſecent.

Et iuncta KO ipſam FR bifariam ad rectos angulos ſecat] *Intelligantur enim iunctæ* E
KR, KF, & quoniam circumferentiæ RO, OF æquales ſunt, erunt anguli RKS, SKF æquales; vlt. ſexti
ſunt autem æquales, & qui ad RF; reliquus igitur reliquo eſt æqualis, & ob id vterque rectus 1. quinti
quod cum KO ipſam FR ad rectos angulos ſecet, bifariam quoque ſecabit. 3. tertij.

Et quoniam vterque angulus OKL, OKM eſt recti dimidius, erit KM æqualis KL, & F
KX multo maior, quam KN] *Angulus enim OKL eſt dimidius recti LKM, quod circum-
ferentia AO ſit dimidia circumferentiæ AD. & eadem ratione angulus OKM eſt recti dimi-
dius; anguli autem ad S recti ſunt. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum LKS trian-* 9. quinti.
*gulo SKM ſimile. Cum igitur ſit vt SK ad KM, ita SK ad KL, erit KM æqualis ipſi KL. Sed
KX eſt maior, quam KM, & KN minor quam KL. recta enim linea FX cadit extra FM,
quod FN intra FL cadat. ergo KX multo maior erit, quam KN.*

Atque eſt vt NK ad KX, ita FG ad GX] *Ex quarta ſexti elementorum. Nam cum FG* G
parallela ſit ipſi NK, ſiunt triangula NKX, FGX inter ſe ſimilia.

Sed FG maior eſt, quam quæ a puncto E ad AK perpendicularis ducitur] *Ex 15.* H
tertij libri elementorum.

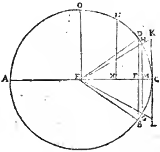
Et componendo GK ad KH maiorem habet, quam HX ad XG] *Ex 28. quinti elemen-* K
torum, quam nos ex Pappo addidimus.

L Hoc eſt, quam EH ad FG] *Sunt enim triangula* BHX, FGX *inter ſe ſimilia. ergo* EH *ad* HX *eſt vt* EG *ad* GX. *& permutando* EH *ad* FG, *vt* HX *ad* XG.

M Rectangulum igitur FGK rectangulo EHK maius erit] *Quoniam enim* CK *ad* KH *maiorem proportionem habet, quam* EH *ad* FG, *fiat vt* GK *ad* KH, *ita* EH *ad aliam, erit ea*
8. quinti. *minor, quam* FG: *ſit* GP. *rectangulum igitur* PGK *æquale eſt rectangulo* EHK. *Sed rectan-*
16. ſexti. *gulum* FGK *maius eſt ipſo* PGK, *ergo & rectangulo* EHK *eſt maius*.

THEOREMA XLIX. PROPOSITIO LI.

Sit triangulum æquicrure habens angulum ad verticem quattuor quintarum recti, & triangulum æquilaterum ipſi æquale conſtituatur; quadratum lateris trianguli æquilateri ad quadratum vnius laterum æqualium æquicruris minorem proportionem habebit, quàm quadratum totius rectæ lineæ extrema, ac media ratione ſectæ ad id, quod quinquies fit a minori portione.



Sit enim triangulum æquicrure EDB, angulum habens ad E quattuor quintarum recti, & circulo comprehenſum, cuius centrum E, & diameter AL, EC ad lineam BD perpendicularis. ergo BFD eſt latus pentagoni. Si igitur vtramque circumferentiarum CG, CH dodecaedri aſſumamus, iungamuſque GH, EG,
A EH, erit EGH triangulum æquilaterum.
B & ſi rectam lineam contingentem KCL ducamus, triangulum quoque EKL æquilaterum erit. Quod ſi velimus aptare triangulum æquale triangulo BDB, cadet illud inter triangula HEG, KEF, hoc eſt triangulo HEG maius erit & triangulo KEL minus, quod ſic oſten-
C ditur. Quoniam enim proportio quadrati ex HB ad quadratum ex EM eſt ea, quam habent 4 ad 3. eſt autem HE æqualis
D EC; erit & quadrati ex CE proportio ad quadratum ex EM, quam habet 4. ad 3. ſed vt
E quadratum ex CE ad quadratum ex EM, ita quadratum ex KL ad id, quod fit ex HG quadratum, hoc eſt triangulum KEL ad triangulum HEG; & ita hexagona. circumſcriptum igitur hexagonum ad inſcriptum proportionem habet, quam 4. ad 3. hoc eſt,
F quam 12. ad 9. Circumſcriptum vero hexagonum ad quinque triangula KEL eam proportionem habet, quam 12. ad 10. ergo quinque triangula KEL inſcripto hexagono
G ſunt maiora, & multo maiora inſcripto pentagono. nam pentagonum æquilaterum circulo inſcriptum inſcripto hexagono eſt minus. triangulum igitur DEB minus eſt triangulo KEL. Dico & triangulo HEG maius eſſe. ſumatur enim CN circumferentia hexagoni & perpendicularis ducatur NX. Itaque quoniam ex antecedente rectan-
H gulum DFB maius eſt NXE rectangulo, & æquale eſt NXE rectangulum rectangulo HMB, omnia enim omnibus ſunt æqualia: erit rectangulum DFE rectangulo HME maius. quare & DEB triangulum maius eſt triangulo HEG, & ideo ſi triangulum æquilaterum æquale triangulo DEB conſtituatur ita vt baſis ipſius parallela ſit ipſi HG vel
K KL, inter KH cadet. Quoniam igitur oſtenſum eſt in ſexto lemmate, recta linea extrema, ac media ratione ſecta, quadratum totius ad id, quod quinquies fit a minori portione, maiorem proportionem habere, quam 4. ad 3. habet autem quadratum ex KE ad quadratum ex EC, hoc eſt ad quadratum ex EH proportionem eandem, quam 4. ad 3. ergo totius rectæ lineæ quadratum ad id, quod quinquies fit a minori portione
8. quinti. multo maiorem proportionem habebit, quam quadratum lateris trianguli æquilateri,
L quod inter KE, HE cadit, ad quadratum ex EH, hoc eſt ad quadratum ex ED lateris æquicruris.

COM-

COMMENTARIVS.

Erit EGH triangulum æquilaterum] *Quoniam enim vtraque GC, CH circumferentia eſt dodecagoni, erit tota GCH circumferentia hexagoni, & recta linea GMH hexagoni latus quod quidem ſemidiametro eſt æquale, triangulum igitur EGH æquilaterum eſt.* A

Et ſi rectam lineam contingentem KEL ducamus, triangulum quoque EKL æquilaterum erit] *Hoc ita intelligendum eſt, Vt recta linea circulum contingens in C ab EH producta ſecetur in K, & ab EG in L. ſiunt enim triangula EHG, EKL ſimilia, quod HG, KL inter ſe parallela ſint.* B

Quoniam enim proportio quadrati ex HE ad quadratum ex EM eſt ea, quam habent 4. ad 3.] *Demonſtratur hoc in 39. huius.* C

Sed vt quadratum ex CE ad quadratum ex EM, ita quadratum ex KL ad id, quod fit ex HG quadratum, hoc eſt triangulum KEL ad triangulum HEG] *Eſt enim ob triangulorum ſimilitudinem, Vt CE ad EM, ita KC ad HM, & ita eorum dupla KL ad HG; triangulum autem KEL ad triangulum HEK duplam habet proportionem eius, quam KL ad HG. Sed, & quadratum ex KL ad quadratum ex HG duplam proportionem habet eius, quam KL ad HG. Vt igitur quadratum ex KL ad quadratum ex HG, ita triangulum KEL ad HEG triangulum.* D

Et ita hexagona] *Ex 15. quinti elementorum. Sunt enim hexagona ſextupla triangulorum, nempe circumſcriptum hexagonum trianguli KEL, & inſcriptum trianguli HEG ſextuplum.* E

Circumſcriptum vero hexagonum ad quinque triangula KEL eam proportionem habet, quam 12. ad 10.] *Habet namque eam, quam 6. ad 5.* F

Nam pentagonum æquilaterum circulo inſcriptum inſcripto hexagono eſt minus] *Latus enim pentagoni æquilateri in circulo deſcripti, ex iis, quæ à Ptolemæo in magna conſtructione tradita ſunt, minus eſt triginta tribus partibus earum, quarũ diameter circuli eſt 120. ergo totus poligoni ambitus minor eſt 165. partibus hexagoni vero latus continet 30. earundẽ partiũ & totus ambitus 180. pentagoni igitur ambitus ambitu hexagoni eſt minor. Sed cum in prima huius eſt oſtenſum ſit, polygonorum ordinatorum, quæ angulos quidem numero inæquales habent ambitum vero æqualem, illud, quod ex pluribus angulis conſtat ſemper maius eſſe, ſi pentagonum, & hexagonum æquali ambitu conſtituantur, pentagonum minus erit hexagono. At pentagoni æquilateri ambitus minor eſt ambitu hexagoni in eodem circulo deſcriptorum. ergo dictum pentagonum hexagono multo minus ſit neceſſe eſt.* G

Et æquale eſt NXE rectangulum rectangulo HME, omnia enim omnibus ſunt æqualia] *Ducatur a centro E ipſi AC ad rectos angulos EO, & cum CN ſit circumferentia hexagoni, erit reliqua NO dodecagoni circumferentia ipſi CH æqualis, & HO circumferentia hexagoni æqualis CN. ergo recta linea NX eſt æqualis ei, quæ a puncto H ad EO diametrum perpendicularis ducitur, videlicet ipſi ME, & HM ſimiliter æqualis perpendiculari a puncto N ad EO ductæ, hoc eſt EX. rectangulum igitur HME rectangulo NXE eſt æquale.* H

Quoniam igitur oſtenſum eſt in ſexto lemmate] *Videlicet 42 huius.* K

Ad quadratum ex EH, hoc eſt quadratum ex ED lateris æquicruris] *In Græco codi-* L
legitur πρὸς τὸ ἀπὸ εθ τουτέστι τὸ ἀπὸ εδ τῆς ἰσοσκελοῦς, *ſed mendoſe, vt opinor. legendum erit* πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς εθ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς εδ ἰσοσκελοῦς.

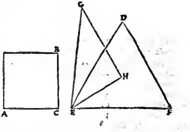
THEOREMA L. PROPOSITIO LII.

Quæ igitur ad comparationem quinque figurarum æqualem ſuperficiem habentium aſſumuntur, ſeorſum poſita ſint. Deinceps vero oſtendendum eſt icoſaedrum maximum eſſe, poſt icoſaedrum dodecaedrum, deinde octaedrum, deinde cubus, poſtremo omnium minima pyramis.

Cubus pyramide maior eſt. A

Sit enim primum de cubo, & pyramide ſermo, ſitque cubi ABC quadratum AB, & pyramidis triangulum DEF.

Quoniam igitur æquales ponuntur figurarum ſuperficies, erunt ſex quadrata AB æqualia quattuor triangulis DEF ergo proportio trianguli DEF ad AB quadratum eſt ea, quam habent 3. ad 2.
B ducatur a pyramidis vertice ad planum perpendicularis GH, & EH iungatur.
C perſpicuum eſt H centrum eſſe circuli
D circa triangulum DEF deſcripti. quadratum igitur ex DE, hoc eſt quadratum ex EG triplum eſt quadrati ex EH, atque
E eſt angulus EHG rectus. quare proportio quadrati ex GE ad quadratum ex GH eſt,
F G quam habẽt 3. ad 2. hoc eſt quã 54. ad 36. quadrati autem ex GH ad quadratũ tertiæ partis GH proportio eſt, quam habent 36 ad
H 4. ergo proportio quadrati ex GE, hoc eſt ex EF ad tertiæ partis GH quadratum eſt,
K quam habent 54. ad 4. Et quoniam in omni triangulo æquilatero quadratum, quod ab vno latere fit, minus eſt, quam quadruplum dicti trianguli, erunt quattuor trian-
L gula DEF, quæ ſunt ſex quadrata AB, maiora quadrato ipſius EF. ergo AB quadratum ad quadratum ex EF maiorem proportionem habet, quam 1. ad 6. hoc eſt quam 9. ad 54. quadrati autem ex EF ad quadratum tertiæ partis GH proportio eſt, quam
M habet 54. ad 4. vt oſtenſum fuit. & ex æquali quadratum AB hoc eſt quadratum ex AC ad quadratum tertiæ partis GH maiorem proportionem habet, quam 9. ad 4. ergo, & longitudine recta linea AC ad tertiam partem GH maiorem habet proportionem, quam 3. ad 2. Sed oſtenſum eſt proportionem trianguli DEF ad AB quadratum eſſe eam, quam habet 3. ad 2. triangulum igitur DEF ad AB quadratum minorem proportionem habet, quam recta linea AC ad tertiam partem GH & ex contrario recta linea AC ad tertiam partem GH maiorem proportionem habet, quam triangu-
N lum DEF ad AB quadratum. Si igitur faciamus vt AC ad tertiam partem GH, ita DEF
O triangulum ad aliud quippiam; erit ad ſpacium minus quadrato AB. atque eſt cubus
P quidem quadratum AB, cuius altitudo AC: pyramis vero triangulum DEF, cuius altitudo eſt tertia pars perpendicularis, quæ a pyramidis vertice ad triangulum DEF du-
Q citur. ergo cubus pyramide maior erit.



COMMENTARIVS.

A Cubus pyramide maior eſt] *Hæc nos addidimus perſpicuitatis cauſa, vt eſſent loco propoſitionis.*

B Ducatur a pyramidis vertice ad planum perpendicularis GH] *Græcus cod. ἤχθω δὴ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς πυραμίδος ἐπίπεδον. ſed legendum ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον. hoc eſt ad planum trianguli* DEF.

C Perſpicuum eſt H centrum eſſe circuli circa triangulum DEF deſcripti] *Intelligantur iunctæ* DH, HF, GI. *Quoniam igitur recta linea* GF *eſt æqualis* GE, *&* *quadratum ex* GF *quadrato ex* GE *æquale erit. quadrato autem ex* GF *æqualia ſunt vtraque quadrata ex* GH, HF *quod angulus* GHF *ſit rectus: & quadrato ex* GE *ſimiliter æqualia ſunt vtraq, quadrata* GH, HE. *ergo quadrato ex* GH, HF *quadrata ex* GH, HE *ſunt æqualia, & ablato communi quadrato ex* GH, *relinquetur quadratum ex* HF *æquale quadrato ex* HE. *ergo recta linea* HF *eſt æqualis* HE. *Eodem quoque modo oſtendetur* HD *ipſi* HE *æqualis. tres igitur rectæ lineæ* HF, HE, HD *ſunt æquales inter ſeſe. ergo ex 9. tertij elementorum* H *eſt centrum circuli circa* DEF *triangulum deſcripti.*

D Quadratum igitur ex DE, hoc eſt quadratum ex EG triplum eſt quadrati ex EH] *Ex 12. tertijdecimi libri elementorum.*

E Quare proportio quadrati GE ad quadratum ex GH eſt, quam habent 3. ad 2.] *Quadratum enim ex* GE *eſt æquale duobus quadratis ex* EH, HG. *Quod cum quadratum ex* GE *ad quadratum ex* EH *ſit vt 3. ad 1. erit quadratum ex* EG *ad quadratum ex* GH, *vt 3. ad 2.*

F Hoc eſt quam 54. ad 36.] *Ex 15. quinti eſt enim vtrumque vtriuſque octodecuplum, vel duodeuigintuplum.*

G Quadrati autem ex GH ad quadratum tertiæ partis GH proportio eſt quam habent 36. ad

36. & 14.] *Nam proportio quadrati ex* GH *ad quadratum tertiæ partis ipſius eſt dupla eius, quam habet* GH *ad tertium partem* GH, *videlicet nonupla. Græcus codex.* τῦ ἀπὸ η θ πρὸς τὸ ἀπὸ τῦ γ *lege* τῦ δὲ ἀπὸ η θ, *&c.* 20. ſexti.

Ergo proportio quadrati ex GE hoc eſt ex EF ad tertiæ partis GH quadratum eſt, quam habent 54. ad 4.] *videlicet ex æquali. Græcus autem codex* καὶ τῦ ἀπὸ η ε ἄρα, πρὸς τῦ ἀπὸ ε δ πρὸς τὸ ἀπὸ τριγώνυ τῆς η θ *habet. ſed legendum*, πρὸς τῦ ἀπὸ ε ζ πρὸς τὸ ἀπὸ τῦ τρίτυ τῆς η θ. H

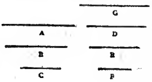
Et quoniam in omni triangulo æquilatero quadratum, quod ab vno latere fit minus eſt, quam quadruplum dicti trianguli] *Ex 39. huius.* K

Quæ ſunt ſex quadrata AB] *In Græco codice legitur* ἅπερ ἐστὶν ἓξ τετράγωνα ἀπὸ α γ. *Sed quoniam quadratum quod fit ab* AC *eſt ipſum* AB, *nos ita vertere maluimus, quod & obſeruauimus in alijs locis.* L

Et ex æquali quadratum AB, hoc eſt quadratum ex AC ad quadratum tertiæ partis GH maiorem proportionem habet, quam 9. ad 4.] *Hoc in elementis per ſeſe demonſtratum non eſt, ſed tamen facile demonſtrabitur hoc modo.* M

Si ſint tres magnitudines, & aliæ ipſis numero æquales, habeatque prima priorum ad ſecundam maiorem proportionem, quam prima poſteriorum ad ſecundam, ſecunda vero priorum ad tertiam eandem proportionem habeat, quam ſecunda poſteriorum ad tertiam, etiam ex æquali prima priorum ad tertiam maiorem proportionem habebit, quam prima poſteriorum ad tertiam.

Sint tres magnitudines ABC, *& aliæ ipſis numero æquales* DEF, *habeat autem* A *ad* B *maiorem proportionem, quam* D *ad* E, *&* B *ad* C *habeat eandem, quam* E *ad* F. *Dico* A *ad* C *maiorem habere proportionem, quam* D *ad* F. *fiat enim vt* A *ad* B, *ita alia, quæ ſit* G *ad* E, *erit* G *maior, quam* D. *ex æquali igitur vt* A *ad* C, *ita eſt* G *ad* F. *ſed* G *ad* F *maiorem habet proportionē, quam* D *ad* F. *ergo ex 13. quinti libri elementorum* A *ad* C *maiorem proportionem habebit, quam* D *ad* F. *quod demonſtrandum fuerat.*



Si igitur faciamus, vt AC ad tertiam partem GH, ita DEF triangulum ad aliud quippiam, erit ſpacium minus quadrato AB] *Hoc eſt ſi fiat vt* AC *ad tertiam partem* GH, *ita* DEF *triangulum ad aliud ſpacium, quod ſit quadratum* K. *erit illud quadrato* AB *minus ex octaua quinti elementorum. quare priſma baſim habens triangulum* DEF *& altitudinem tertiam partem* GH, *æquale erit priſmati, cuius baſis ſpacium* K, *quod eſt minus quadrato* AB, *& altitudo* AC *baſes enim altitudinibus ex contraria parte reſpondent. quod quidem ex vndecimo, & duodecimo libro elementorum facile conſtare poteſt, & demonſtratur a nobis in commentarijs in IX. propoſitionem duodecimi libri elementorum.* N

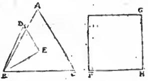
Atque eſt cubus quidem quadratum AB, cuius altitudo AC] *Eſt enim cubus priſma cuius baſis* AB *quadratum, & altitudo* AC *æqualis ſcilicet lateri ipſius baſis, quippe cum ſex quadratis æqualibus contineatur.* O

Pyramis vero triangulum DEF, cuius altitudo eſt tertia pars perpendicularis, quæ à pyramidis vertice ad triangulum DEF ducitur] *Hoc eſt pyramis eſt æqualis priſmati, cuius baſis eſt triangulum* DEF, *& altitudo tertia pars perpendicularis* GH; *priſma enim baſim habens triangulum* DEF, *& altitudinem* GH *eſt triplum pyramidis, quæ eandem baſim habet, & altitudinem æqualem ex corollario ſeptimi duodecimi libri elementorum, atque eſt triplum priſmatis, cuius eadem eſt baſis, & altitudo tertia pars ipſius* GH *priſmata namque omnia & pyramides, quæ in eiſdem, vel æqualibus baſibus conſtituuntur, eam inter ſe proportionem habent, quam altitudines, vt nos demonſtrauimus in libro de centro grauitatis ſolidorum propoſitione 30. pyramis igitur baſim habens triangulum* DEF, *& altitudinem* GH *eſt æqualis priſmati, cuius eadem eſt baſis, & altitudo tertia pars ipſius* GH. P 9. quinti.

Ergo cubus pyramide maior erit] *Cubus enim maior eſt priſmate, cuius baſis eſt minor quadrato* AB, *& altitudo* AC, *nam cum altitudinem æqualem habeant, inter ſeſe, ſunt vt ipſorum baſes ex 32. vndecimi libri elementorum, ex quo ſequitur cubum pyramide maiorem eſſe.* Q

THEOREMA LI. PROPOSITIO LIII.

Octaedrum cubo maius eſt.



Sit enim octaedri quidem triangulum ABC
cubi vero quadratum FG, & a centro ſphæ-
ræ octaedrum comprehendentis ducatur ad
ABC triangulum perpendicularis DE, & DB,
EB iungantur. Quoniam igitur ponimus
octo triangula ABC æqualia eſſe ſex quadra-
tis FG, erit proportio FG quadrati ad trian-
38.huius. gulum ABC, ea quam habent 4. ad 3. atque
eſt per primum lemma generaliter in omni
A triangulo æquilatero, quadratum, quod ab vno latere fit, maius eſt, quam duplum
dicti trianguli. ergo quadratum ex BC maius eſt ſex partibus earum, quarum quadra-
8. quinti. tum FG eſt quattuor, ac propterea 4. ad 6. hoc eſt 36. ad 54. maiorem proportionem
39.huius. habent, quam FG quadratum ad quadratum ex BC. Et quoniam per ſecundum lem-
ma proportio quadrati ex BD ad quadratum ex DE eſt ea, quam habent 3. ad 1.
quadratum autem ex BD æquale eſt quadratis ex BE, ED; erit proportio quadrati
B ex DE ad quadratum ex EB, eadem, quæ eſt 1. ad 2. Sed proportio quadrati ex BC ad
quadratum ex BE eſt eadem, quæ 6. ad 2. ex duodecima tertijdecimi libri elemento-
rum. ergo proportio quadrati ex DE ad quadratum ex BC eſt 1. ad 6. videlicet 9. ad
54 proportio autem quadrati tertiæ partis ipſius DE ad quadratum ex DE eſt 1. ad 9.
C etenim longitudine tripla poteſtate nonupla ſunt. quadrati igitur tertiæ partis DE
D proportio ad quadratum ex BC eſt 1. ad 54. oſtenſum autem eſt 36. ad 54. maiorem ha-
E bere proportionem, quam FG quadratum ad quadratum ex BC. ergo ex æquali 36.
ad 1. maiorem proportionem habet, quam quadratum FG ad quadratum tertiæ partis
DE, & longitudine 6. ad 1. maiorem habet proportionem, quam recta linea FH ad ter-
tiam ipſius DE partem. At proportio ſex quadratorum FG ad vnum eſt, quam habeat
F 6. ad 1. & ſunt ſex quadrata FG æqualia octo triangulis ABC. octo igitur triangula
7. quinti. ABC ad quadratum FG maiorem proportionem habet, quam recta linea FH ad tertiam
G partem DE, atque eſt octaedrum quidem octo triangula ABC, quorum altitudo eſt
tertia pars DE. cubus autem quadratum FG, cuius altitudo FH. octaedrum igitur ip-
ſo cubo eſt maius.

COMMENTARIVS.

A Quadratum, quod ab vno latere fit maius eſt, quam duplum dicti trianguli] *In Græcis codicibus mendoſe legitur.* τοῦ ἀπὸ μιᾶς πλευρᾶς τετραγώνου μεῖζον ἢ διπλάσιον, *legendum enim erit;* τὸ ἀπὸ μιᾶς πλευρᾶς τετράγωνον.

B Sed proportio quadrati ex BC ad quadratum ex BE eſt eadem, quæ 6. ad 2. ex 12. tertijdecimi libri elementorum. ergo proportio quadrati ex DE ad quadratum ex BC eſt 1. ad 6. videlicet 9. ad 54.] *Quoniam enim quadratum ex* BC *ad quadratum ex* BE, *eſt vt 6. ad 2. erit & conuertendo quadratum ex* BE *ad quadratum ex* BC *vt 2. ad 6. ex æquali igitur quadratum ex* DE *ad quadratum ex* BC *eſt vt 1. ad 6. hoc eſt vt 9. ad 54. Græcus codex habet* τοῦ δὲ ἀπὸ βγ πρὸς τὸ ἀπὸ βε, ὃν ἓξ πρὸς δ, διὰ τὸ ιζ τοῦ ιγ στοιχείου λόγος ἄρα τοῦ ἀπὸ δε πρὸς τὸ ἀπὸ βγ ὃν α πρὸς γ. *ſed legendum* τοῦ δὲ ἀπὸ βγ πρὸς τὸ ἀπὸ βε ὃν ἓξ πρὸς β, διὰ τὸ ιβ τοῦ ιγ στοιχείου. λόγος ἄρα τοῦ ἀπὸ δε πρὸς τὸ ἀπὸ βγ ὃν α πρὸς ϛ.

C Etenim longitudine tripla poteſtate nonupla ſunt] *Habent enim quadrata inter ſeſe duplam proportionem eius, quæ eſt laterum ſimilis rationis ex 20. ſexti elementorum. In Græco codice hæc leguntur.* καὶ τῷ μήκει ὄντα τριπλᾶ δυνάμει ἐνναπλᾶ. *quæ nos ſuſtulimus tamquam ſuperuacanea, quoniam ad rem propoſitam nihil conferunt. ſunt etiam corrupta. namque longitudine ſeſquitertiam habent proportionem, videlicet, quam 4. ad 3. poteſtate habent eam, quam 16. ad 9.*

D Quadrati igitur tertiæ partis DE proportio ad quadratum ex BC eſt 1. ad 54.] *Videlicet ex æquali.*

Oſten-

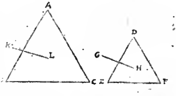
Oſtenſum autem eſt 36. ad 54. maiorem habere proportionem, quam FG quadratum ad quadratum ex BC. ergo ex æquali 36. ad 1. maiorem proportionem habet, quam quadratum FG ad quadratum tertiæ partis DE.] *Nam cum ſit quadratum tertiæ partis DE ad quadratum ex BC, ut 1. ad 54. & conuertendo erit quadratum ex BC ad quadratum tertiæ partis DE, ut 54. ad 1. ſed 36. ad 54. maiorem proportionem habet, quam FG quadratum ad quadratum ex BC. ergo ex æquali 36. ad 1. maiorem habebit proportionem, quam quadratum FG ad tertiæ partis DE quadratum. Cur autem hoc ſequatur, nos in antecedente demonſtrauimus.* E

Et ſunt ſex quadrata FG æqualia octo triangulis ABC] *In græco codice mendoſe legitur.* καὶ ἐπεὶ τὰ ϛ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τετραγώνοις τοῖς αβγ. καὶ ἔστιν ἄρα, *&c. corrige* καὶ ἐπεὶ τὰ ϛ τετράγωνα ἴσα η τριγώνοις τοῖς αβγ. ἔστιν ἄρα. *&c.* F

Atque eſt octaedrum quidem octo triangula ABC, quorum altitudo eſt tertia pars DE] *hoc eſt octaedrum eſt æquale octo priſmatibus, quorum baſes triangula ABC & altitudo tertia pars DE, ſunt enim ea æqualia octo pyramidibus baſes eaſdem habentibus, & altitudinem DE, ex quibus octaedrum ipſum conſtare manifeſtum eſt.* G

THEOREMA LII. PROPOSITIO LIV.

Icoſaedrum octaedro eſt maius.



Sit octaedri quidem triangulum ABC, icoſaedri vero DEF, & ducantur a centris ſphærarum ſolida comprehendentium ad eorum plana perpendiculares GH, KL. Quoniam igitur demonſtratum eſt in ſeptimo theoremate præmiſſorum duodecim quadrata ex GH maiora eſſe quinque quadratis ex EF, quinque vero quadrata ex EF ſunt duo quadrata ex BC, quoniam, & quinque triangula DEF duobus triangulis ABC ſunt æqualia. etenim horum quadrupla videlicet viginti triangula DEF æqualia ſunt octo triangulis ABC: & vt triangulum ad triangulum, ita quadratum ad quadratum. cum figuræ ſimiles inter ſeſe duplam proportionem habeant eius, quæ eſt lateſum ſimilis rationis. duo autem quadrata ex BC ſunt duodecim quadrata ex KL: nam 20. ſexti. proportio quadrati ex BC ad quadratum ex KL eſt quam habent 6. ad 1. erunt duodecim quadrata ex GH duodecim quadratis ex KL maiora. ergo recta linea GH maior eſt, quam KL, & tertia pars GH maior, quam tertia KL. & quoniam icoſaedrum quidem eſt viginti triangula DEF, quorum altitudo eſt tertia pars GH; octaedrum vero octo triangula ABC, altitudinem habentia tertiam partem KL: & ſunt viginti triangula DEF octo triangulis ABC æqualia, vt poſuimus, icoſaedrum octaedro maius erit. A B C D

COMMENTARIVS.

Duo autem quadrata ex BC ſunt duodecim quadrata ex KL. nam proportio quadrati ex BC ad quadratum ex KL. eſt quam habent 6. ad 1.] *Hoc demonſtratum eſt in antecedenti. In Græco autem codice legitur.* δύο δὲ τὰ ἀπὸ αβγ, διβ ἐστὶ τὰ ἀπὸ κλ πρὸς δ εδ' ε' ὁ γὰρ λόγος τοῦ ἀπὸ βγ πρὸς τὸ ἀπὸ κλ ὃ ἓξ πρὸς ἕνα, *ſed ita legendum puto* δύο δὲ τὰ ἀπὸ βγ, ιβ ἐστὶ τὰ ἀπὸ κλ. ὁ γὰρ λόγος, *&c.* A

Ergo recta linea GH maior eſt, quam KL] *Nam cum ſint duodecim quadrata ex GH maiora duodecim quadratis ex KL, erit quadratum ex GH quadrato ex KL maius, & idcirco recta linea GH maior ipſa KL.* B

Et quoniam icoſaedrum quidem eſt viginti triangula DEF, quorum altitudo eſt tertia pars GH] *Icoſaedrum enim conſtat ex viginti pyramidibus, baſes habentibus triangula DEF, & altitudinem GH, quæ quidem ſunt æquales viginti priſmatibus, quorum eadem baſes, & altitudo tertia pars GH, ut demonſtratum iam fuit.* C

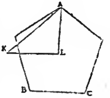
Icoſaedrum octaedro maius erit] *Viginti enim priſmata quorum baſes ſunt triangula DEF, & altitudo tertia pars GH maiora ſunt octo priſmatibus, baſes habentibus triangula* D

ABC, &

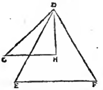
ABC. *& altitudinem tertiam partem* KL, *quod altitudo altitudine maior ſit. nam cum in æqualibus baſibus conſtituantur, eandem inter ſe proportionem habent, quam altitudines. Poſſumus etiam hoc probare ex pyramidibus ipſis abſque priſmatibus, quæ quidem inter ſe ſunt, ut earum altitudines, quod nos in libro de centro grauitatis ſolidorum, propoſitione 20. demonſtrauimus.*

THEOREMA LIII. PROPOSITIO LV.

Icoſaedrum dodecaedro eſt maius.



Sit enim pentagonum quidem ABC vnum aliquod pentagonorum dodecaedri, triangulum vero DEF vnũ triangulorum icoſaedri. & a centris ſphærarum ſolida comprehendentium ad plana DEF, ABC perpendicu-
49. huius lares ducantur GH, KL, iunganturque GD, DH, KA,
A AL. Quoniam igitur oſtenſum eſt in 12. theoremate
B te præmiſſorum, eundem circulum comprehendere, & pentagonum dodecaedri, & triangulum icoſaedri in eadem ſphæra deſcriptorum erit AL quidem ſemidiameter circuli icoſaedri triangulum comprehendentis, & K perpendicularis a centro ſphæræ ad ipſum trian-
C gulum: recta vero linea KA ſphæræ ſemidiameter. ſed & triangulum GHD ſimiliter accipiendum eſt, quod triangulo KLA eſt ſimile. vt enim ſphæræ dodecaedrum comprehendentis diameter ad AL, ita & diameter ſphæræ comprehendentis icoſaedrum ad DH: & vt latus trianguli æquilateri deſcripti in circulo, qui triangulum icoſaedri, & pentagonum dodecaedri comprehendit ad AL, ita HD ad DH. Vt igitur KA ſemidiame-
D ter ſphæræ ad AL, ita GD ſemidiameter ſphæræ ad DH:
E & anguli ad LH ſunt recti; ergo eſt triangulũ AKL ſimile triangulo DGH. Rurſus quoniam oſtenſum eſt in 14.



theoremate præmiſſorum 20. triangula DEF, hoc eſt duodecim ABC pentagona maiora eſſe viginti triangulis deſcriptis in circulo pentagonum ABC comprehendente, perſpicue conſtat, & circulum deſcriptum circa DEF maiorem eſſe eo, qui circa ABC
F pentagonum deſcribitur. quare, & DH maior eſt, quam AL. ſuntque triangula DGH, AKL ſimilia. vt igitur DH ad HG, ita AL ad LK; & permutando vt DH ad AL, ita
G HG ad LK, maior autem eſt, quam AL. ergo & GH quam KL maior erit. & tertia
H pars GH maior quam tertia KL eſt autem icoſaedrum viginti triangula DEF, quorum altitudo tertia pars GH: dodecaedrum vero duodecim pentagona ABC, quorum altitudo tertia pars KL: & poſita ſunt viginti triangula DEF duodecim pentagonis ABC
K æqualia. Icoſaedrum igitur dodecaedro eſt maius.

COMMENTARIVS.

A Eundem circulum comprehendere, & pentagonum dodecaedri, & triangulum icoſaedri in eadem ſphæra deſcriptorum] *Græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet* ὅτι ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τό τε τρίγωνον τοῦ εἰκοσαέδρου τοῦ εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένου τοῦ δωδεκαέδρου *ex quo legendum arbitror,* ὅτι ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τό τε πεντάγωνον τοῦ δωδεκαέδρου καὶ τὸ τρίγωνον τοῦ εἰκοσαέδρου τῶν εἰς αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων.

B Erit AL quidem ſemidiameter circuli icoſaedri triangulum comprehendentis] *Videlicet comprehendentis pentagonum dodecaedri, & triangulum icoſaedri in eadem ſphæra deſcriptorum.*

C Sed & triangulum OHD ſimiliter accipiendum eſt, quod triangulo KLA eſt ſimile] *Nam & DH, & ſemidiameter circuli comprehendentis triangulum icoſaedri, & pentagonum dodecaedri. ſed neque eſt idem circulus, qui circa pentagonum* ABC, *neque eadem ſphæra. ponuntur enim nunc duodecim pentagona* ABC *viginti triangulis* DEF *æqualia, quod non fieret in co-*

in eodem circulo, quippe cum demonſtratum ſit in 49. huius duodecim pentagona viginti triangulis in eodem circulo deſcriptis maiora eſſe.

Ergo triangulum AKL ſimile eſt triangulo DGH] *Ex 7. ſexti libri elementorum.* D

Rurſus quoniam oſtenſum eſt in quarto decimo Theoremate præmiſſorum] *Græcus codex ἐν τῷ δω ſed legendum ἐν τῷ ιδ ω.* E

Qnare & DH maior eſt, quam AL] *Græcus codex φανερὸν ἄρα καὶ ἡ δ ε ζ μείζων ἐστὶν ἡ τῆς α λ legendum autem ἄρα καὶ δ θ μείζων ἐστὶ τῆς α λ.* F

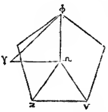
Ergo & GH quam KL maior erit, & tertia pars GH maior quam tertia KL] *Græcus codex μείζων ἄρα καὶ ἡ η θ τῆς α λ καὶ τὸ τρίγωνον ἄρα τῆς η θ τοῦ τριγώνου τῆς κ λ lege μείζων ἄρα καὶ ἡ η θ τῆς κ λ, καὶ τὸ τρίτον ἄρα τῆς η θ τοῦ τρίτου τῆς κ λ.* G

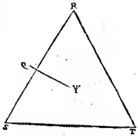
Dodecaedrum vero duodecim pentagona ABC, quorum altitudo tertia pars KL] *Conſtat enim ex duodecim pyramidibus baſes habeatibus pentagona* ABC, *& altitudinem* KL, *quæ ſunt æquales duodecim priſmatibus, quorum eadem baſes, & altitudo tertia pars* KL. H

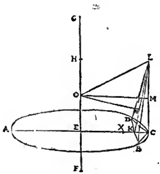
Icoſaedrum igitur dodecaedro eſt maius] *Nam altitudo* GH *maior eſt altitudine* KL. *poteſt etiam idem concludi ex ipſis pyramidibus.* K

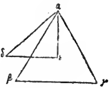
THEOREMA LIV. PROPOSITIO LVI.

Dodecaedrum octaedro eſt maius.











Sit dodecaedri pentagonum φ z υ, & γ ω perpendicularis a centro ſphæræ dodecaedrum comprahendentis ad pentagonum φ z υ ducta: iungaturque ω φ, ω z, ω υ, γ φ octaedri vero triangulum P R S, & ſit ſimiliter perpendicularis Q ψ quam oſten-
A dere oportet minorem perpendiculari γ ω. Exponatur etiam theorema ſumptum ad comparationem icoſaedri, & octaedri, per quod oſtenditur duodecim quadrata ex O N
B maiora eſſe quinque quadratis ex B D. Sit autem & α β γ triangulum icoſaedri, & per-
C pendicularis a puncto δ ſit δ ι, vt in præcedenti theoremate. ſimile igitur eſt φ ω γ
D triangulum triangulo α ι δ & triangulo O N L (& ſunt duodecim quadrata ex δ ι ma-
E iora quinque quadratis ex β γ, hoc eſt duodecim quadrata ex γ ω maiora quinq; quadratis ex ω φ) Itaque quoniam per 14. lemma oſtenſum eſt, ſi ſit triangulum æquicrure, vt ω z υ habens angulum ad ω quatuor quintarum recti, & triangulum æquilaterum ipſi æquale, vt ζ κ θ, quadratum ex ζ κ ad quadratum ex ω z minorem proportionem habet, quam quadratum totius rectæ lineæ extrema, ac media ratione ſectæ ad id, quod quinquies fit a minore portione; & recta linea B C extrema, ac media ratione ſecta eſt in X. ergo quadratum ex B C ad quinque quadrata ipſius X C maiorem proportionem habet quam quadratum ex ζ κ ad quadratum ex ω z, hoc eſt quin-
F decim quadrata ex ζ κ ad quindecim quadrata ex ω z. & quoniam 8. triangula P R S æqualia ſunt 12. pentagonis φ z υ, hoc eſt 60. triangulis ω z υ, erunt 2. triangula P R S
G H æqualia 15. triangulis ω z υ, hoc eſt 15. triangulis ζ κ θ, & propterea duo quadrata ex P S æqualia ſunt 15. quadratis ex ζ κ quadratum igitur ex B C ad quinque quadrata ipſius X C maiorem proportionem habet, quam duo quadrata ex P S ad 15. quadrata ex ω φ. eſt enim ω z æqualis ω φ duo vero quadrata ex P S ſunt 13. quadrata ex Q ψ vt demonſtratum eſt in comparatione cubi, & octaedri. ergo quadratum ex B C ad quinque quadrata ex C X maiorem proportionem habet, quam 12. quadrata ex Q ψ ad 15. quadrata eſt ω φ. eſt autẽ X K æqualis K C. quadratũ igitur ex B C ad 20.
25. quin. quadrata ex K C maiorem habet proportionem, quam 12. quadrata ex Q ψ ad 15. qua-
L drata ex ω φ, & idcirco 36. quadrata ex B C, hoc eſt 36. quadrata ex C L ad 720. quadrata ex K C maiorem proportionem habet, quam 12. quadrata ex Q ψ ad 15. quadrata ex ω φ. ſed vt L C ad C K, ita L M ad M I, & vt L M ad M I, ita O N ad N O. ergo 36.
M quadrata ex O N ad 720. quadrata ex N I, hoc eſt ad 80. quadrata ex L I: etenim in 7.
13. huius. N lemmate oſtenſa eſt L I tripla ipſius I N, hoc eſt ad 20. quadrata ex K L. hoc eſt ad 15. quadrata ex B D maiorem proportionem habere, quam 12. quadrata ex Q ψ ad 15.
O P quadrata ex ω φ. eſt enim B D poteſtate ſeſquitertia ipſius K L quare, & 12. quadrata ex O N ad quinque quadrata ex B D maiorem habent proportionem, quam 12. quadrata ex Q ψ ad 15. quadrata ex ω φ. ſed quinque quadrata ex B D ſunt 15. quadrata ex
Q N L vt demonſtratum eſt in tertiodecimo libro elementorum. nam punctum N centrum eſt circuli circa triangulum deſcripti quare 12. quadrata ex O N ad 15. quadrata
R ex N L, hoc eſt 12. quadrata ex δ ι ad 15. quadrata ex ι α maiorem proportionem
S habent, quam 12. quadrata ex Q ψ ad 15. quadrata ex ω φ atque eſt ſimile triangulum δ α ι triangulo γ φ ω. duodecim igitur quadrata ex γ ω ad quindecim quadrata
T ex ω φ maiorem proportionem habent, quam 12. quadrata ex Q ψ ad 15. quadrata ex
V ω φ. ideoque perpendicularis γ ω maior eſt, quam Q ψ, & ponuntur ſuperficies figu-
X rarum ſolidarum æquales. dodecaedrum igitur octaedro maius ſit neceſſe eſt.

COM-

COMMENTARIVS.

Exponatur etiam theorema ſumptum ad comparationem icoſaedri, & octaedri] *In Græco codice hæc leguntur, δ σημεῖον ἀπὸ, quæ nos omiſimus tamquam ab aliquo addita.* A

Sit autem, & αβγ triangulum icoſaedri, & perpendicularis a puncto δ ſit δε vt in præcedenti theoremate] *Hæc in Græcis codicibus corrupta ſunt.* B

Simile igitur eſt φΩκ triangulum triangulo αεδ, & triangulo ONL] *Hoc in præcedenti demonſtratur. Græcus autem codex ita corrigendus eſt. ὅμοιον ἄρα τὸ φωυ, τοῦτο αεδ τριγώνῳ, καὶ τῷ κνλ.* C

Et ſunt duodecim quadrata ex δε maiora quinque quadratis ex βγ.] *Vera hæc quidem ſunt, ſed quid ad demonſtrationem conferant, non video.* D

Hoc eſt duodecim quadrata ex ψΩ maiora quinque quadratis Ωφ] *Corrupta hæc ſunt, vt opinor, neque enim vera. quare ſi quis ea vna cum antedictis de medio tollat, fortaſſe non errabit.* E

Et quoniam 8. triangula PRS æqualia ſunt 12. pentagonis φZυ] *Ex poſitione ſcilicet. Græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet, καὶ ὑποκείμενα τρίγωνα τὰ σρπ ἴσα. legendum autem puto, καὶ ἐπεὶ η τρίγωνα τὰ σρπ ἴσα.* F

Hoc eſt 15. triangulis ζσθ] *Ponitur enim triangulum ζηθ æquilaterum, & triangulo ΩZυ æquale.* G

Et propterea duo quadrata ex PS æqualia 15. quadrata ex ζη] *Nam triangulorum, & quadratorum proportio eadem eſt, vt ſuperius patuit.* H

Duo vero quadrata ex PS ſunt 12. quadrata ex QΨ, vt demonſtratum eſt in comparatione cubi, & octaedri] *Hoc eſt in propoſitione 43. huius, in qua demonſtratur quadratum ex QΨ ad quadratum ex PS eam proportionem habere, quam 1. ad 6.* K

Hoc eſt 36. quadrata ex CL] *Poſita eſt enim CL ipſi EC æqualis.* L

Hoc eſt ad 80. quadrata ex LI, etenim in ſeptimo lemmate oſtenſa eſt LI, &c.] *Græcus codex habet, τουτέστι π τ, τὰ ἀπὸ λι. τριπλάσια γὰρ ἐν τῷ δ φ λήμματι ι δ ἐχθη ἡ λι. lege τουτέστι τὰ ἀπὸ λι τριπλάσια γὰρ ἐν τῷ ζ φ.* M

Hoc eſt ad 20. quadrata ex KL] *In Græco codice legitur, τουτέστι κ τὰ ἀπὸ κδ. corrige τὰ ἀπὸ κλ.* N

Eſt enim BD poteſtate ſeſquitertia ipſius KL] *Rationem reddit cur 20. quadrata ex KL ſint 15. quadrata ex DB. in Græco codice legitur ἐπεὶ τρίτος γὰρ ἡ βδ τῆς κλ δυνάμει το. lege δυνάμει.* O

Quare, & duodecim quadrata ex ON ad quinque quadrata ex ED maiorem proportionem habent, &c.] *Ex 15. quinti, quam enim proportionem habent 36. ad 15. eandem 12 habent ad 5. Græcus codex τε καὶ ἡ ιβ. τὰ ἀπὸ ον. ſed fortaſſe legendum ὥστε καὶ ιβ τὰ ἀπὸ νυ.* P

Nam punctum N centrum eſt circuli circa triangulum deſcripti] *Conſtat hoc ex ſecundo corollario primæ propoſitionis ſphæricorum Theodoſij.* Q

Hoc eſt 12. quadrata ex δσ ad quindecim quadrata ex ια] *Sunt enim ea triangula inter ſe ſimilia, vt dictum eſt.* R

Atque eſt ſimile triangulum δαι triangulo ψφΩ] *In Græcis codicibus, καὶ ἐστιν ὅμοιον τῷ λδηεσ τρίγωνον τῷ υφω τριγώνῳ lege τὸ δαι τρίγωνον τῷ υφω τριγώνῳ.* S

Maiorem proportionem habent, quam 12 quadrata ex QΨ ad 15 quadrata ex Ωφ] *In Græco codice hæc deſiderantur. μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ιβ τὰ ἀπὸ χψ πρὸς ιε τὰ ἀπὸ ωφ.* T

Ideoque perpendicularis γΩ minor eſt, quam QΨ] *Sequitur enim ex 10. 5. elementorum quadratum ex γΩ maius eſſe, quam quadratum ex QΨ. ergo & recta linea γω quam QΨ maior erit.* V

Dodecaedrum igitur octaedro maius ſit, neceſſe eſt] *Reliqua concludenda ſunt, vt in ſuperioribus.* X

THEOREMA LV. PROPOSITIO LVII.

Harum igitur quinque figurarum, quæ polyedra appellantur, eam quæ plures habet baſes, multo maiorem eſſe ex iam demonſtratis conſtat.

ſtat. At vero præter has quinque alias inueniri non poſſe, quæ æqualibus, & ſimilibus æquilateris polygonis contineantur, ex his etiam quis diſcat.

Omnem ſolidum angulum ex tribus ad minimum angulis planis conſtare neceſſarium eſt: & qui ipſum cōtinent, ſiue tres, ſiue plures ſint, quattuor rectis angulis omnino ſunt minores. Itaque fieri non poteſt, vt angulus ſolidus hexagoni angulis, aut alicuius rectilinei, quod plures angulos habeat, comprehendatur. etenim tres ad minimum anguli, qui ipſum comprehendere poſſunt, non ſunt quattuor rectis minores. Ex pentagoni vero tribus angulis conſtitui poteſt, vt in dodecaedro. Rurſus quattuor quidem anguli, vel plures ipſius quadrati continere ſolidum angulum non poſſunt, non enim ſunt minores quattuor rectis. Tres autem angulum cubi continent. Eadem ratione, & trianguli æquilateri ſex anguli, vel plures non ſunt quattuor rectis minores, ac propterea non continent angulum ſolidum. At quinque, & quattuor, & tres continere poſſunt. quinque enim icoſaedri, quattuor octaedri, & tres pyramidis angulum continent. Ex quibus manifeſto apparet, præter hos non eſſe alium angulum ſolidum ex æqualibus polygoni angulis conſtante. Quare neque aliud polyedrum inueniri poteſt, præter quinque iam dicta, quod æqualibus, & ſimilibus æquilateris polygonis contineatur.

QVINTI LIBRI FINIS.

PAP-

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

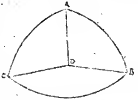
LIBER SEXTVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

MVLTI eorum, qui aſtronomicum locum pertractant, cum propoſitiones negligenter intelligant, alia quidem apponunt tamquam neceſſaria; alia vero vt non neceſſaria prætermittunt. dicunt enim in ſecundo theoremate tertij libri ſphæricorum Theodoſij, oportere vnumquemque duorum maximorum circulorum ab eo, qui per polos ſphæræ tranſit ad rectos angulos ſecari. hoc autem non ſemper ita ſe habet. Similiter & in ſecundo theoremate phænomenon Euclidis, prætermittunt, quoties zodiacus circulus bis ad horizontem fit rectus, & in quarto theoremate libri de diebus & noctibus Theodoſium falsò exponunt. Et nonnulla alia deinceps tamquam non neceſſaria prætermittunt, quorum vnumquodque nos explicabimus.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

Si in ſphæræ ſuperficie tres maximorum circulorum circumferentię ſe mutuo ſecent, quarum vnaquæque ſit ſemicirculo minor, duæ reliqua maiores erunt, quomodocumque ſumptæ.



Secent enim ſeſe maximorum circulorum circumferentiæ in punctis ABC. Dico duas reliqua maiores eſſe quomodocumque ſumptas. Sumatur enim centrum ſphæræ, idem quod & circumferentiarum AB, BC, CA centrum, & ſit D, iunganturq; DA, DB, DC. Quoniam igitur ſolidus angulus, qui eſt ad D tribus angulis planis ADB, BDC, CDA continetur, quilibet duo ſunt reliquo maiores, quomodocumque ſumantur, & A
anguli ADB, BDC, CAD circumferentiis AB, BC, CA inſiſtunt. duæ igitur reliqua maiores ſunt, B
quomodocumq; ſumptæ. Hanc autē figuram Menelaus in ſphæricis τρίπλευρον appellat. C

COMMENTARIVS.

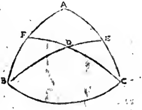
A Quilibet duo ſunt reliquo maiores, quomodocumque ſumantur] *Ex 20. vndecimi Euclidis.*

B Duæ igitur reliqua maiores ſunt, quomodocumque ſumptæ] *Anguli enim eandem inter ſe proportionem habent, quam ipſæ circumferentiæ, quibus inſiſtunt, ex vltima ſexti elementorum.*

C Hanc autem figuram Menelaus in ſphæricis τρίπλευρον appellat] *Nos multorum exemplo triangulum ſphæricum dicemus.*

THEOREMA II. PROPOSITIO II.

Si in vno latere trianguli ſphærici duæ circulorum maximorum circumferentiæ intra conſtituantur, hæ reliquis duobus trianguli lateribus minores erunt.

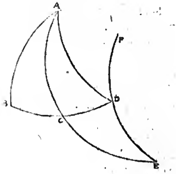


Trianguli enim ABC in vno latere BC duæ circulorum maximorum circumferentię intra conſtituantur BD, DC. Dico BD, DC ipſis BA, AC minores eſſe. Quoniã enim omnis trianguli ſphærici duo latera reliquo ſunt maiora, erũt CE, ED maiora reliquo ED. commune apponatur BD. ergo CE, EB ipſis CD, DB maiora erunt. Rurſus quoniam omnis trianguli latera reliquo ſunt maiora, erunt BA, AE maiora ipſo EB. commune apponatur EC. quare BA, AC maiora ſunt, quam BE, EC. ſed BE, EC ſunt maiora, quam BD, DC. multo igitur BA, AC ipſis BD, DC maiora erunt.

Ex proxime demõſtrato.

THEOREMA III. PROPOSITIO III.

Trium circulorum maximorum circumferentiæ AB, AC, AD maximi circuli circumferentiam BD ſecent, ſit autem vnaquæque ipſarum AB, AC AD, minor quadrante, & ſit BC æqualis CD. oſtendendum eſt vtraſque BA, AD maiores eſſe, quam duplas ipſius AC.



Ponatur ipſi AC æqualis CE, & quoniam AC eſt minor quadrante, erit &
CE quadrante minor, & ob id AE mi-
A nor ſemicirculo. non igitur circulus AD
B ſi compleatur tranſibit per B. Itaque
per ED maximus circulus EDF deſcribatur. & cum DC quidem ſit æqualis
C CB, AC vero ipſi CE, erit recta linea,
quæ a puncto D ad B perducitur, ęqua-
D lis ei, quę ab A perducitur ad E. ergo
circumferentia DF circumferentiæ AB
eſt æqualis. Quoniam autem omnis
trianguli duo latera reliquo ſunt maiora, atque eſt DE æqualis AB, & EC ipſi
E CA, vtræque BA, AD maiores erunt,
quam ipſius AC duplæ.

COM-

Digitized by Google

COMMENTARIVS.

Non igitur circulus AD ſi compleatur, tranſibit per B] *Maximi enim circuli in ſphæra ſeſe bifariam ſecant ex 11. primi ſphæricorum Theodoſij.* A

Itaque per BD maximus circulus EDF deſcribatur] *Ex 2 . primi ſphæricorum Theodoſij.* B

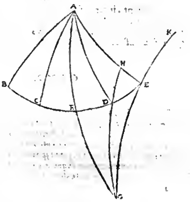
Erit recta linea, quæ à puncto D ad E perducitur æqualis ei, quæ ab A perducitur ad B] *Ex 3. tertij libri ſphæricorum Theodoſij.* C

Ergo circumferentia DB circumferentiæ AB eſt æqualis] *Ex 28. tertij libri elementorum.* D

Vtræque BA, AD maiores erunt, quam ipſius AC duplæ] *Etenim in* AED *triangulo* ED DA *maiores ſunt, quam* AE. *Sed* BA, AD *ſunt æquales ipſis* ED, DA, *&* AB *dupla eſt* AC. *vtræque igitur* BA, AD *maiores ſunt, quam duplæ ipſius* AC. E

THEOREMA IV. PROPOSITIO IV.

Quattuor circulorum maximorum circumferentiæ AB, AC, AD, AE maximi circuli circumferentiam BE ſecent. ſitq; BC æqualis DB, & vnaquæq; ipſarum AB, AC, AD, AE quadrante minor. Oſtendendum eſt vtraſque BA, AE vtriſq; CA, AD maiores eſſe.



Secetur CD bifariam in F, & per AF maximus circulus AFG deſcribatur: ponaturque ipſi AF æqualis FG. deinde per GE quidem deſcribatur maximus circulus GEK: per GD verò maximus circulus GDH. Quoniam igitur GF eſt
æqualis FA, & DF ipſi FC, erit etiam A
DG æqualis GA: & eadem ratione EG æqualis BA. & cum in trianguli GEA vno latere GA duæ circũferentiæ AD
DG intra conſtituantur: erunt AD, DG B
minores, quam AE, EG. ergo AB, EG ipſis AD, DG ſunt maiores. eſt autem EG æqualis AB, & GD ipſi AC. vtraq; igitur BA, AE vtriſque CA, AD maiores erunt. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Erit etiam DG æqualis CA: & eadem ratione BG æqualis BA] *Ex ijs, quæ in antecedenti dicta ſunt.* A

Erunt AD, DG minores, quam AB, EG] *Ex 2. huius.* B

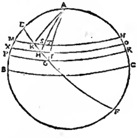
THEOREMA V. PROPOSITIO V.

His præmiſſis quintum theorema tertij libri ſphæricorum Theodoſij aliter oſtendere poſſumus.

Sit in circumferentia maximi circuli ABC parallelorum polus A: & hunc

duo

duo maximi circuli ad rectos angulos ſecent, quorum B C quidem ſit vnus
A parallelorum, E F verò ad parallelos obliquus: & à circulo E F abſcindantur æquales circumferentiæ deinceps ad eaſdem partes G H, H K, perque puncta G H K circuli paralleli ipſi B C deſcribantur, qui ſint M N, X O, P R. Oſtendendum eſt P X maiorem eſſe, quam X M.



Deſcribantur enim per A, & per vnumquodque punctorum K H G maximi circuli A K A H, A G. manifeſtum eſt vnamquamq; circumferentiarum A K, A H, A G quadrante minorem
B eſſe. nam quadrantis circumferētia eſt a puncto A vſque ad maximum circulum B C. Quoniam igitur trium circulorum maximorum circumferentiæ A K, A H, A G circumferentiam maximi E F ſecant, & eſt K H æqualis H G, vnaquæque autem ipſarum A K, A H, A G quadran-
C te minor; erunt ex eo, quod ante demonſtratum eſt, vtræque K A, A G maiores, qua dupla ipſius A H. quarum vtræque K A, A T ſunt du-
D plæ A S. Tres enim A K, A S, A T cum per polum tranſeant, inter ſe ſunt æquales. reliqua
E igitur T G maior eſt, quam dupla ipſius S H. eſt autem S H æqualis T Y. ergo G Y maior
F quam Y T. Sed G Y eſt æqualis P X, & Y T ipſi X M. maior igitur eſt P X, quam X M. quod demonſtrare oportuit.

COMMENTARIVS.

A Et a circulo E F abſcindantur æquales circumferentiæ] *Græcus codex* καὶ ἀπειλήφθωσαν ἀπὸ τοῦ ΕΖ ἴσαι περιφέρειαι *ſed ego libentius legerem* ὑπὸ τοῦ ΕΖ.

B Nam quadrantis circumferentia eſt a puncto A vſque ad maximum circulum B C] *Quoniam enim duo maximi circuli* A B C *&* B C *ſeſe mutuo ſecant ad rectos angulos, etiam bifariam ſe ſecabunt, ex 13. primi ſphæricorum Theodoſij. quare circumferentiæ* A B, A C *ſunt circuli quadrantes, & quæcunque a puncto* A *vſque ad maximum circulum* B C *ducuntur.*

C Erunt ex eo, quod ante demonſtratum eſt, vtræque K A, A G maiores, quam duplæ ipſius A H] *Ex 3. huius.*

D Tres enim A K, A S, A T cum per polum tranſeant, inter ſe ſunt æquales] *Nam cum* A *ſit polus circuli* M N, *rectæ lineæ, quæ ab* A *ad puncta* K S T *ducuntur, inter ſe ſunt æquales. ex poli definitione. & ideo circumferentiæ maximorum circulorum* A K, A S, A T *etiam inter ſe æquales erunt. ex 28. tertij libri elementorum.*

E Eſt autem S H æqualis T Y]; *Ex 10. ſecundi libri ſphæricorum Theodoſij.*

F Sed G Y eſt æqualis P X, & Y T ipſi X M] *Ex eadem.*

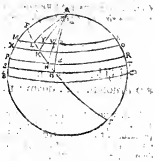
THEOREMA VI. PROPOSITIO VI.

Illud autem oſtendatur, etiam ſi circumferentiæ æquales non ſint continuatæ, hoc enim Theodoſius non demonſtrauit.

Sit ea.

Digitized by Google

Sit eadem figura, & æquales circumferentiæ GH, KL: paralleli autem ſint MN, XO, PR, ST: & per A & per vnumquodque punctorum GH, KL maximi circuli deſcribantur AG, AH, AK, AL, erunt hæ circumferentiæ quadrante minores: & per quartum theorema ex præcedentibus vtræque LA, AO maiores erunt vtriſque KA, AH, vtræque vero LA, AQ vtriſq; YA, AV ſunt æquales, etenim ex polo ſunt circuli MN. reliqua igitur QG vtriſque VH, YK ſunt maiores. Sed VH eſt æqualis QZ. ergo reliqua ZG maior eſt, quam YK. At ZG æqualis eſt SP, & YK ipſi MX. maior igitur eſt, & SP quam MX. quod oſtendendum fuit.



A
B
C
D
E

COMMENTARIVS.

Paralleli autem ſint MN, XO, PR, ST] *Græcus codex* καὶ ἔστωσαν αἱ παράλληλοι αἱ μνξο τρστ *ego legendum puto.* καὶ ἔστωσαν παράλληλοι. A

Et per quartum theorema ex præcedentibus vtræque LA, AO maiores erunt vtriſque KA, AH] *Græcus codex* καὶ ἔτι &c. συναμφοτέρων τῆς καθ μείζων ἄν. *ſed legendum arbitror* συναμφοτέρων τῆς καθ μείζων. B

Vtræque vero LA, AQ vtriſque YA, AV ſunt æquales, etenim ex polo ſunt circuli MN] *Græcus codex* συναμφότερος δὲ &c. διὰ τὸ α *hæc ego delenda puto.* C

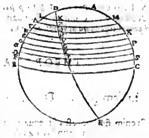
Reliqua igitur QG vtriſque VH, YK ſunt maiores] *Græcus codex* λοιπὴ ἄρα ἡ χυ. *lege* ἡ χη. D

Sed VH eſt æqualis QZ] *Græcus codex* ἴση δὲ ἡ φθ τῇ χυ *lege* τῇ χψ. E

THEOREMA VII. PROPOSITIO VII.

Item aliter oſtendendum ſit.

In circumferentia enim maximi circuli ABC ſit polus parallelorum & hunc ad rectos angulos ſecent duo circuli DB, BC. quorum BC quidem ſit parallelus, DB vero ad parallelos obliquus: & a circulo DB abſciſſis æqualibus circumferentijs deſcribantur circuli paralleli LM, NX, OP, RS. Dico RO ipſa NL maiorem eſſe. Vel igitur FG eſt commenſurabilis ipſi OH, vel non. Sit primum commenſurabilis, & ſit FG æqualis HK. ergo HK ipſi GH eſt commenſurabilis, & tres FG, OH, HK, inter ſeſe commenſurabiles erunt. Itaq; diuidantur in menſuras in punctis T, Y, V, Q, Z, & per T, Y, V, Q, Z paralleli circuli deſcribantur ΩT, ϵY, ϹV, ΓQ, ΔZ. Et quoniam FT, TY, YG, GV, VH, HQ, QZ, ZK circumferentiæ inter ſe ſunt æquales, erunt circumferentiæ RΩ, Ωϵ, ϵO, OϹ, ϹN, NΓ, ΓΔ, ΔL inæquales, quæ initium ſumunt a maxima Rϵ, & multitudo circumferentiarum RΩ, Ωϵ, ϵO æqualis eſt multitudini ipſarum NϹ, ΓΔ, ΔL. maior igitur eſt RO, quam NL.



A
B

COMMENTARIVS.

Et hunc ad rectos angulos ſecent duo circuli DB, BC] *Maximi ſcilicet.* A

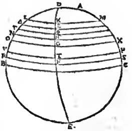
Erunt circumferentiæ RΩ, Ωϵ, ϵO, OϹ, ϹN, NΓ, ΓΔ, ΔL inæquales quæ initium B

 ſumunt

ſumunt a maxima R Ω] *Ex quinta huius. Græcus codex αἱ ἄρα ρω, ωα, αο &c. γδ, δλ, λν ἴσαι εἰσὶν. ego legendum puto αἱ ἄρα ρω, ωα, αο, &c. γδ, δλ, ἄνισαι εἰσίν.*

THEOREMA VIII. PROPOSITIO VIII.

Sed iiſdem poſitis non ſit F G commenſurabilis ipſi GH. Dico & ſic RO maiorem eſſe, quam NL.



Si enim non ita ſit, vel æqualis erit, vel minor. Sit primum minor: ipſique AO æqualis ponatur N Γ. & cum tres magnitudines ſint eiuſdem generis LN, N Γ, N O; ſumatur ipſi quidem N O commenſurabilis, maior autem, quam N Γ, & minor quam N L, quæ ſit N Δ: & paral-
A leli circuli ſint Q Γ, Z Δ, ponaturque Z H æqua-
B lis G T, & circulus parallelus ſit T V. Quoniam igitur vtraque Z H, G T commenſurabilis eſt ipſi G H, atque eſt O V maior quam N Δ,
C erit R O, quam N Δ multo maior. Sed R O eſt æqualis N Γ. ergo N Γ maior erit ipſa N Δ mi-
D nor maiore, quod fieri non poteſt. non igitur R O minor eſt, quam N L.

COMMENTARIVS.

A Ponaturque Z H æqualis G T] *Et ſint ipſi G H commenſurabiles, Ut deinceps ponitur. Græcus codex καὶ κείσθω τ η φ θ ἴση ττ lege τῇ η τ.*

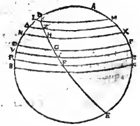
B Quoniam igitur vtraque Z H, G T commenſurabilis eſt ipſi G H, atque eſt O V maior quam N Δ] *Ex quinta huius ponitur enim T G æqualis H Z. Græcus codex ἐπεὶ ἔν &c. ψθ, ττ τῇ ηθ lege ψθ, ητ τῇ ηθ.*

C Sed R O eſt æqualis N Γ] *Ex poſitione ſcilicet.*

D Non igitur R O minor eſt, quam N L] *Græcus codex ἐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ρο τῆς νθ ſed potius legendum arbitror τῆς νλ.*

THEOREMA IX. PROPOSITIO IX.

Iiſdem poſitis. Dico neque æqualem eſſe.



Si enim fieri poteſt, ſit æqualis, ſecenturq; F O, H K bifariam in punctis T Z, & ſint circuli paralleli T V, Z Δ. Quoniam igitur F T, T G æ-
A quales ſunt, erunt R V, V O inæquales, inci-
B pientes a maxima R V. Rurſus quoniam æquales ſunt H Z, Z K, erunt N Δ, Δ L inæquales, incipientes a maiori N Δ. Itaque cum R V ſit maior, quam V O, & N Δ maior, quam Δ L: erit R O maior, quam dupla ipſius N Δ. quod fieri non poteſt. non igitur R O eſt æqualis N L. oſtenſum autem eſt neque minorem eſſe, quare R O, quam N L neceſſario maior erit.

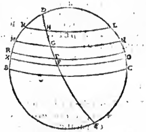
COMMENTARIVS.

Erunt ΝΔ, ΔΛ inæquales, incipientes a maiori ΝΔ] *Græcus codex ἄνισοι γὰρ εἰσὶν αἱ νδ, δλ ἀρχόμεναι ἀπὸ μεγίστης νδ. vide ne legendum ſit ἀπὸ μείζονος νδ, non enim νδ maxima eſt, quam ſuam maior ſit ipſa δλ.* A

Itaque cum ΡV ſit maior, quam VO, & ΝΔ maior, quam ΔΛ, erit ΡO maior quam dupla ipſius ΝΔ quod fieri non poteſt] *Græcus codex ἐπεὶ ἂν μείζων ἐστὶν &c. ὅπερ ἀδύνατον πρὸς δὲ δεικτέον. Videntur hoc loco nonnulla deſiderari. ergo enim ita demonſtrandum cenſerem. Itaque cum ΝΔ maior ſit, quam ΔΛ, erit ΝΛ minor, quam dupla ipſius ΝΔ. Rurſus cum RV ſit maior, quam VO, & ΝΔ, maior quam ΔΛ; ſitque VO maior, quam ΝΔ, vt demonſtratum eſt ſuperius, erit RO maior, quam dupla ΝΔ. Sed ΝΛ eſt æqualis RO. ergo ΝΛ maior erit, quam dupla ipſius ΝΔ, quod fieri non poteſt. demonſtrata eſt enim minor.* B

THEOREMA X. PROPOSITIO X.

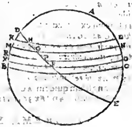
Rurſus in maximi circuli circumferentia ſit polus parallelorum, & ipſum ad rectos angulos ſecent circuli BC, DE, ſint autem paralleli KL, MN XO, & ſit XM æqualis MK. Dico FG minorem eſſe, quam GH.



Si enim minor non ſit, vel æqualis eſt, vel maior. ſed non æqualis FG ipſi GH. maior enim eſt XM, quam MK, non eſt autem maior. non igitur FG eſt æqualis GH. Dico præterea non eſſe maiorem. Sit enim ſi fieri poteſt, & ipſi GH æqualis ponatur GP. Itaque quoniam FG eſt æqualis GH, erit RM maior quam MK. multo igitur maior eſt XM, quam MK. quod fieri non poteſt; ponitur enim æqualis. non ergo FG maior eſt, quam GH, ſed neque æqualis, vt oſtenſum eſt. minor igitur FG quam GH.

THEOREMA XI. PROPOSITIO XI.

Demonſtratum igitur eſt ſi ſit circulus ABC, & ipſum ſecent duo maximi circuli BC, DE ad rectos angulos; aſſumanturque æquales circumferentiæ FG, GH, & paralleli circuli KL, MN, XO, deſcribantur, erit XM. maior quam MK. ſit nunc FG maior, quam GH. Dico XM, quã MK multo maiorem eſſe.



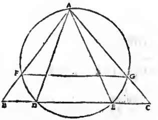
Quoniam enim FG maior eſt, quam GH, ponatur ipſi GH æqualis GP: & parallelus circulus PR deſcribatur. Itaque cum PG ſit æqualis GH, erit RM quam MK maior. multo igitur maior eſt XM, quam MK. quare ſi FG ſit maior, quam GH, ſiet & XM, quam MK multo maior.

De inſtantia, quæ fit in ſextum Theorema tertij libri ſphæricorum Theodoſij.

LEMMA.

THEOREMA XII. PROPOSITIO XII.

Sit triangulum ABC, & ducantur duæ rectæ lineæ DA, AE in angulis æqualibus BAD, EAC. Dico vt rectangulum DCE ad rectangulum EBD, ita eſſe quadratum ex AC ad quadratum ex AB.



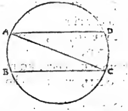
A Deſcribatur circa triangulum ADE circulus, & FG iungatur. ergo FG eſt paral-
B lela ipſi BC, propterea quod circumferentia FD circumferentiæ BG eſt æqualis.
C Vt igitur AC ad CG, ita eſt AB ad BF;
D & ideo vt quadratum ex AC ad rectangulum ACG ita quadratum ex AB ad ABF rectangulum.
E Sed rectangulum quidem ACG eſt æquale rectangulo FCB, rectangulum vero ABF æquale rectangulo EBD. quare vt quadratum ex AC ad rectangulum DCE, ita quadratum ex AB ad EBD rectangulum. & permutando vt quadratum ex AC ad quadratum ex AB, ita DCE rectangulum ad rectangulum EBD.

COMMENTARIVS.

A Deſcribatur circa triangulum ADE circulus, & FG iungatur] *Secet enim circulus rectas lineas AB, AC in punctis FG.*

B Ergo FG eſt parallela ipſi BC, propterea quod circumferentia FD circumferentiæ EG eſt æqualis] *illud autem hoc lemmate demonſtrabimus.*

Sit circulus ABCD, ſitque circumferentia AB æqualis circumferentiæ CD, & AD, BC iungantur. Dico rectam lineam AD ipſi BC parallelam eſſe.



27.tertij. 27.primi *Iungatur enim AC. & quoniam circumferentia AB eſt æqualis circumferentiæ CD, erit angulus ACB æqualis angulo DAC. ergo AD ipſi BC eſt parallela.*

C Vt igitur AC ad CG, ita eſt AB ad BF] *Ex 4 ſexti libri elementorum ob triangulorum ſimilitudinem.*

D Et ideo vt quadratum ex AC ad rectangulum ACG ita quadratum ex AB ad AF rectangulum] *Quoniam enim vt AC ad CG, ita eſt AB ad BF, vt autem AC ad* lem. 23. de e.m. *CG, ita quadratum ex AC ad rectangulum ACG; & vt AB ad BF, ita quadratum ex AB ad ABF rectangulum; erit vt quadratum ex AC ad rectangulum ACG, ita quadratum ex AB ad rectangulum ABF.*

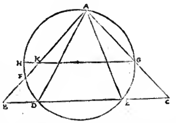
E Sed rectangulum quidem ACG eſt æquale rectangulo DCB, rectangulum vero ABF æquale rectangulo BBD] *Ex 36. tertij elementorum.*

THEOREMA XIII. PROPOSITIO XIII.

Habeat autem rectangulum DCE ad rectangulum EBD, hoc eſt rectangulum ACG ad rectangulum ABF maiorem proportionem, quam quadra-

quadratum ex A C ad quadratum ex A B. Dico angulum E A C angulo B A D maiorem eſſe.

Quoniam enim rectangulum A C G ad rectangulum A B F maiorem proportionem habet, quam quadratum ex A C ad quadratum ex A B, & permutando rectangulum A C G ad quadratum ex A C maiorem habebit proportionem, quam rectangulum A B F ad id, quod fit ex A B quadratum. ſed vt rectãgulum quidem A C G ad quadratum ex A C, ita eſt C G ad A C: vt autem rectangulum A B F ad quadratum ex A B, ita B F ad A B: ergo A C ad C G minorem proportionem habet quam A B ad B F. ſi igitur fiat, vt A C ad C G, ita A B ad aliam quandam, erit ad maiorem, quam B F. ſit autem ad B K, & iuncta G K ad H producatur. parallela igitur eſt B C ipſi G H. atque eſt circumferentia E G æqualis circumferentiæ D H. ergo E G maior eſt, quam D F, ac propterea angulus C A E angulo B A D eſt maior.



A
B
C 8. quinti.
D
E

COMMENTARIVS.

Et permutando rectangulum A C G ad quadratum ex A C maiorem habebit proportionem, quam rectangulum A B F ad id, quod fit ex A B quadratum] *Ex 27. quinti libri elementorum, quam nos ex Pappo addidimus.* A

Sed vt rectangulum quidem A C G ad quadratum ex A C, ita eſt C G ad A C, vt autem, &c.] *Ex prima ſexti libri elementorum. Græcus codex hoc loco corrigendus eſt.* B

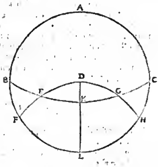
Ergo A C ad C G minorem proportionem habet, quam A B ad B F] *Ex antedictis ſequitur* C G *ad* A C *maiorem habere proportionem, quam* B F *ad* A B. *ergo conuertendo ex 26. quinti elementorum,* A C *ad* C G *minorem habet proportionem, quam* A B *ad* B F. *prior autem concluſio, aut deſideratur, aut a Pappo breuitatis cauſſa omiſſa eſt.* C

Parallela igitur eſt B C ipſi C H] *Ex 2. ſexti elementorum, ſequitur enim diuidendo vt* A G *ad* G C *ita* A K *ad* K B. D

Atque eſt circumferentia E G æqualis circumferentiæ D H] *Nam rectæ lineæ in circulo parallelæ circumferentias æquales intra ſeſe concludunt; quod nos demonſtrauimus in cõmentarijs in 32. tertij libri huius.* E

THEOREMA XIV. PROPOSITIO XIV.

Duo maximi circuli A B C, B E G C ſeſe mutuo ſecent: ſitque circuli A B C polus D. & deſcribantur maximi circuli D F, D H: & ſit circumferentia B E circumferentiæ C G æqualis. oſtendendum eſt rectam lineam, quæ a puncto D ad E ducitur æqualem eſſe rectæ lineę a puncto D ad G ductæ. A



Secetur circumferentia B G bifariam in K, & per D K circulus maximus D K L deſcribatur. Quoniam igitur B E eſt æqualis G C & E K ipſi K G, erit tota B K toti K C æqualis, & per bipartitam ſectionem circuli B E G C, & per polos circuli A B C deſcriptus eſt circulus maximus D K L. ergo D K L tranſibit etiam per polos circuli B E G C, & ad ipſum rectus erit. Et quoniam diametro circuli A B C, quæ a K ſumit B

mit initium, & recta circuli portio inſiſtit, & inſiſtentis portionis circumferentia ſecta
C eſt in D, eſtque EK æqualis KG, recta linea ducta a puncto D ad B æqualis erit ei, quæ ab eodem puncto D ad G ducitur,

COMMENTARIVS.

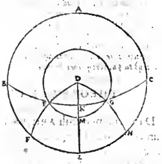
A Et deſcribantur maximi circuli DF, DH; & ſit circumferentia BE circumferentiæ CG æqualis] *Hoc eſt deſcribantur maximi circuli* DF, DH; *ſecantes circulum* BEGC *in punctis* EG, *ita vt circumferentia* BE *ſit æqualis circumferentiæ* GC.

B Et per bipartitam ſectionem circuli BEGC, & per polos circuli ABC deſcriptus eſt circulus maximus DKL ergo DKL tranſibit etiam per polos circuli BEGC, & ad ipſum rectus erit] *Quoniam enim circulus* DKL *ſecat circulum* ABC *per polos, bifariam, & ad rectos angulos ſecat ex 15. primi libri ſphæricorum Theodoſij. quod cum tranſeat per bipartitam ſectionem circuli* BEGC, *etiam per polos eius tranſibit, & ad ipſum rectus erit ex conuerſa 9. ſecundi libri ſphæricorum eiuſdem Theodoſij.*

C Recta linea ducta a puncto D ad B æqualis erit ei, quæ ab eodem puncto D ad G ducitur] *Ex 12. ſecundi libri ſphæricorum eiuſdem.*

THEOREMA XV. PROPOSITIO XV.

Sint maximi circuli ABC, BEGC, & ipſius ABC polus ſit D, deſcribanturque maximi circuli DEF, DGH, & circumferentiæ EG bipartitio ſit K. Dico ſiquidem BE ſit æqualis GC, FL ipſi LH eſſe æqualem. Si autem BE ſit maior, quàm GC, & FL maiorem eſſe, quàm LH; & ſi minor minorem.



Sit enim prius BE æqualis GC. Dico
A & FL æqualem eſſe ipſi LH. Quoniam enim BE ipſi GC eſt æqualis, erit, & recta linea, quæ a puncto D ad B ducitur æqualis ei, quæ a D ducitur ad G. circulus igitur ex polo D, & interuallo vna aliqua ipſarum DB, DG deſcriptus per re-
B liquum punctum tranſibit. Itaque de-
C ſcribatur, & ſit BMG erit is circulo ABC
D parallelus. Quoniam igitur duo circuli GKE, BMG ſe mutuo ſecant, & per vnius polos, & per bipartitam ſectionem K deſcriptus eſt maximus circulus DKL; erit circumferentia BM circumferentiæ MG
E æqualis. Sed circumferentia quidem BM ſimilis eſt circumferentiæ FL; circumferentia vero MG ſimilis circumferentiæ LH. ergo & FL ipſi LH ſimilis erit. & ſunt eiſdem circuli. æqualis igitur eſt circumferentia FL circumferentiæ LH, quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Erit & recta linea, quæ a puncto D ad B ducitur, æqualis ei, quæ a D ducitur ad G] *Ex antecedente.*

B Itaque deſcribatur, & ſit EMG] *Græcus codex* γεγράφθω καὶ ἔστω ὁ εκε. *Videtur legendum* καὶ ἔστω ὁ εμη.

C Erit is circulo ABC parallelus] *Ex prima ſecundi libri ſphæricorum Theodoſij.*

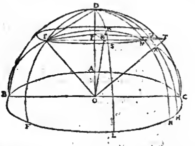
D Quoniam igitur duo circuli GKE, BMG ſe mutuo ſecant, & per vnius polos, & per bipar-

bipartitam ſectionem K deſcriptus eſt maximus circulus DKL, erit circumferentia
EM circumferentiæ MG æqualis] *Cum enim circulus* DKL *tranſeat per bipartitam ſe-* Ex cõuerſa 9. 2. ſp. Theod.
ctionem circuli EKG, *etiam per polos ipſius tranſibit, & cum duo circuli* GKE, EMO *ſe mu-*
tuo ſecent, maximus circulus DKL *per eorum polos ductus bifariam ſecat portiones ipſorum.* 9. 2. ſph. Theod.
ergo EM *eſt æqualis* MG.

Sed circumferentia quidem EM ſimilis eſt circumferentiæ EL] *Ex 10. ſecundi libri* E
ſphæricorum Theodoſij.

THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVI.

Ponatur eadem figura, & BE ſit maior, quam XC, æqualis autem EK ipſi KX. Dico FL, quam LH maiorem eſſe.



Ponatur CM æqualis EB; & maximus circulus DMN deſcribatur.
Quoniam igitur BE eſt æqualis MC,
erit recta linea à puncto D ad E du- A
cta æqualis ei, quæ a puncto D ad M
ducitur. quare circulus ex polo D, &
interuallo vna ipſarum DE, DM de-
ſcriptus per reliquum pũctum tran-
ſibit. Itaq; tranſeat, & ſit SEM; ſu-
maturq; centrum ſphæræ O, & iun-
gatur OD. erit OD ad planum cir- B
culi SMB perpendicularis, etenim
punctum D eſt circuli polus: atque
erit centrum circuli MSB in recta li-
nea DO, quod ſit P. & iuncta EM C
producatur ad T: & PG ad T. iunganturque OB, ORK, PR, RS. Et quoniam pun- D E
ctum P eſt in plano circuli MES, & vtrumque ipſorum RS, erunt tria puncta in eo-
dem circuli plano. Rurſus quoniam OD eſt in plano circuli DKL, & punctum P in F
eodem plano erit. eſt autem & recta linea ORK in circuli DKL plano. ergo & pun- G
ctum R. Sed & S. recta igitur linea eſt PRS. Eadem ratione & PGT eſt recta linea;
etenim puncta PT ſunt in plano circuli ESM. ſed & in plano circuli DGXH. quare & H K
punctum G eſt in eadem planorum ſectione, nempe circuli ESM, & circuli DXH. recta L
igitur linea eſt POT. Et cum circumferentia EK ſit æqualis circumferentiæ KX, erit M N
& angulus EOK angulo KOX æqualis. ergo proportio EO ad OT eadem eſt, quæ pro-
portio ER ad RT. ſed quoniam quærimus, quæ ſit circumferentia FL circumferentiæ O
LH, videlidet ES ipſi SG, quærimus qui ſit angulus EPR anguli RPT. quærimus igi- P Q
tur quæ ſit proportio EP ad PT proportioni ER ad RT. Sed proportio ER ad RT ea-
dem eſt, quæ EO ad OT. ergo quærimus quæ ſit proportio EO ad OT, proportioni
EP ad PT. & ob id, quæ ſit proportio quadrati ex EO ad quadratum ex OT proportio-
ni quadrati ex EP ad quadratum ex PT: & permutando quæ ſit proportio quadrati ex
EO ad quadraturum ex EP proportioni quadrati ex OT ad quadratum ex TP. diuiden- R
doq; quæ ſit proportio quadrati ex OP ad quadratum ex PE proportioni quadrati ex
OP ad quadratum ex PT. ergo quærimus, quod nam ſit quadratum TP quadrato PE.
& quæ nam linea TP lineæ PE. Sed linea PE eſt æqualis lineæ PG. habet autem
comparationem, nam TP maior eſt, quam PE. Quoniam igitur TP maior eſt, quam S
PG, hoc eſt, quam PE, habebit OP ad PE maiorem proportionem, quam OP ad PT. 8. quinti.
& ideò quadratum ex OP ad quadratum ex PE maiorem proportionem habebit, quam
quadratum ex OP ad quadratum ex PT. atque eſt quadratum quidem ex EO quadra-
tis ex EP, PO æquale, rectus enim eſt angulus EPO quadratum verò ex TO æquale qua-
dratis ex TP, PO, quod angulus TPO rectus ſit. quadratum igitur ex EO ad qua- T
dratum ex EP maiorem proportionem habet, quam quadratum ex OT ad qua-
dratum ex TP. & permutando quadratum ex EO ad quadratum ex OT maiorem V
habet proportionem, quam quadratum ex EP ad quadratum ex PT. Itaq; quoniam X
quadratum ex EO ad quadratum ex OT maiorem habet proportionem, quam quadra-
tum ex EP ad quadratum ex PT, & EO ad OT maiorem proportionem habebit, quam

EP ad

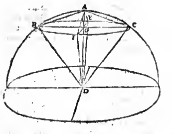
EP ad PT. ac propterea angulus EPS maior erit angulo SPT. ergo circumferentia BS, maior eſt, quam circumferentia SG. Sed circumferentia quidem BS ſimilis eſt circumferentiæ FL, circumferentia verò SG ſimilis circumferentiæ LH, maior igitur eſt circumferentia FL, quam circumferentia LH. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Erit recta linea à puncto D ad B ducta æqualis ei, quæ à puncto D ad M ducitur] *Ex 14. huius.*

B Erit OD ad planum circuli SME perpendicularis, etenim punctum D eſt circuli polus, atque erit centrum circuli SME in recta linea D, quod ſit P] *Illud demonſtrabimus in hunc modum, quoniam in ſphæricis per ſe demonſtratum non inuenitur.*

Sit ſphæra AEC, *cuius centrum* D, *& in ea circulus* BF, CE, *cuius polus* A, *& iungatur* AD, *circuli plano in* G *occurrens. Dico* AD *perpendicularem eſſe ad dictum planum, & per circuli centrum tranſire.*



4. primi. *Ducantur enim rectæ lineæ* BGC, EGF, *& iungantur* AB, BD, AE, ED, AC, CD, AF, FD. *Quoniam igitur ex definitione poli, rectæ lineæ* AB, AE, AC, AF *inter ſe æquales ſunt, itemque æquales* DA, DB, DE, DC, DF, *quod à centro ad circumferentiam ducuntur, erunt triangula* BAD, EAD, CAD, FAD *æqualia, & ſimilia: ideoque anguli ad* A *omnes ſunt æquales. ſunt autem duæ* BA, AG *æquales duabus* EA, AG. *ergo & baſis* BG *baſi* EG, *& reliqui anguli reliquis angulis æquales, quibus æqualia latera ſubtenduntur. angulus igitur* AGB *eſt æqualis angulo* AGE. *Eadem ratione, & rectæ lineæ* CG, FG, *tum inter ſe ſe, tum ipſis* EG, BG *æquales demonſtrabuntur. & ſimiliter anguli* AGC,
9. tertij. AGF *demonſtrabuntur æquales ipſis* AGB, AGE. *ergo omnes recti ſunt.* Quod cum BG, GC, EG, GF *inter ſe ſint æquales: erit punctum* G *circuli centrum. cum recta linea* AG *duabus rectis lineis* BC, EF *ſe inuicem ſecantibus in communi ſectione ad angulos rectos inſiſtat, illa*
4. vndec. *etiam ducto per ipſas plano ad rectos angulos erit. recta igitur linea* AD *ad planum circuli* BF, CE *eſt perpendicularis, & ipſius centrum tranſit. quod demonſtrandum propoſuimus.*

C Et iuncta BM producatur ad T] *Erit recta linea* BM *communis ſectio circuli* SBM, *& circuli maximi* BEK, MC, *quæ vſque eo producatur, quoad plano circuli* DXH *in puncto* T *occurrat.*

D Et PG ad T] *Hoc eſt iungantur* PG, GT. *Græcus codex ſic habet* ϗ ἡ ρξ ἐπὶ τὸ τ. *ſed legendum puto* ϗ ἡ πη ἐπὶ τὸ τ.

E Iunganturque OB, ORK, PR, RS] *Iuncta* OK *ſecet rectam lineam* BM *in puncto* R. *ſecabit enim eam cum in eodem exiſtat plano, vt dictum eſt.*

F Rurſus quoniam OD eſt in plano circuli DKL, & punctum P in eodem plano erit]
Cor. primæ ſphæricorum Theod. *Nam cum punctum* O *ſit ſphæræ centrum, erit etiam centrum circuli maximi* DKL. *ergo* OD *eſt in eius plano. Sed oſtenſum eſt punctum* P *eſſe in ipſa* OD. *erit igitur* P *in plano circuli* DKL. *Græcus codex.* πάλιν ἐπεὶ ἡ οδ ἐν τῷ τοῦ δκλ ἐπιπέδῳ ἐστι. *legendam autem puto* δκλ, *& ita inferius.*

G Eſt autem & recta linea ORK in circuli DKL plano: ergo & punctum R. ſed & S. recta igitur linea eſt PRS] *Quoniam n. tria puncta* PRS *ſunt in duobus planis, videlicet in plano circuli* MES, *& circuli* DKL, *erunt in ipſorum communi ſectione. ergo* PRS *recta linea eſt, ex 3. vndecimi libri elementorum.*

H Etenim puncta PT ſunt in plano circuli SBM] *punctum namq; P eſt circuli* SBM *centrum, & punctum* T *in linea* BM *producta.*

K Sed & in plano circuli DG, XH] *recta enim linea* OPD *eſt in plano circuli* DG, XH, *& punctum* T *in plano eiuſdem circuli producto.*

L Quare & punctum G eſt in eadem planorum ſectione, nempè circuli BSM, & circuli DXH] *Nam linea* PG *eſt in communi dictorum planorum ſectione, in qua etiam eſt* T, *ſi*
3. vndecimi. *plana ipſa extra ſphæram producantur. ergo* PGT *recta linea erit. Græcus codex* ϗ τὸ ἡ δ ε

κατ

κατ' αὐτὴν ἐστὶ τὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων. ſed legendum arbitror. καὶ τὸ ἡ ἄρα κατ' αὐτὴν ἐστὶ τὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων.

Erit & angulus BOK angulo KOX æqualis] *ex 27. tertij libri elementorum.* M

Ergo & proportio BO ad OT eadem eſt, quæ proportio ER ad RT] *ex 3. ſexti elementorum.* N

Sed quoniam quærimus quæ ſit circumferentia FL circumferentiæ LH, videlicet ES ipſi SG] *Hoc eſt quomodo ſe habeat circumferentia FL ad circumferentiam LH, videlicet ES ad SG. Vtrum ne maior ſit, an minor, vel æqualis. Vtitur autem hoc loco Pappus reſolutione quadam, quamquam nouum, & inuſitatum loquendi modum vſurpet. Eius verba hæc ſunt. ἐπεὶ δὲ ζητῶ τίς ἡ ζλ περιφέρεια τῆς λθ, τουτέστιν ἡ εσ τῆς ση. ſed vide ne corrigendum ſit. ἐπεὶ δὲ ζητῶ τίς ἡ ζλ περιφέρεια τῇ λθ, τουτέστιν ἡ εσ τῇ ση. ex ijs quæ infra legentur.* O

Quærimus quis ſit angulus EPR angulo RPT] *Hoc eſt quomodo ſe habeat angulus EPR ad angulum RPT, eſt enim circumferentia ES ſimilis circumferentiæ FL, & circumferentia SG circumferentiæ LH ex 10. ſecundi ſphæricorum Theodoſij. ergo vt FL ad LH, ita ES ad SG. ſed vt ES ad SG, ita angulus EPS ad angulum SPG, hoc eſt angulus EPR ad angulum RPT. Vt igitur FL ad LH, ita angulus EPR ad RPT angulum. Græcus codex ζητῶ ἄρα τίς γωνία ἡ ὑπὸ ερρ τῆς ὑπὸ ρπτ. & hoc loco corrigendum puto. ζητῶ ἄρα τίς γωνία ἡ ὑπὸ επρ τῇ ὑπὸ ρπτ.* P

Quærimus igitur quæ ſit proportio EP ad PT proportioni ER ad RT] *videlicet quæ ſit proportio LP ad PT comparata proportioni ER ad RT. & ita intellige ea, quæ ſequuntur.* Q

Diuidendoque quæ ſit proportio quadrati ex OP ad quadratum ex PE, proportioni quadrati ex OP ad quadratum ex PT] *Quoniam enim anguli EPO, TPO recti ſunt, quadratum ex EO æquale erit quadratis ex EP, PO, & quadratum ex TO æquale quadratis ex TP, PO. quadratum igitur ex EO ſuperat quadratum ex EP quadrato ex PO: & ita quadratum ex TO ſuperat quadratum ex TP eodem ex PO quadrato.* R

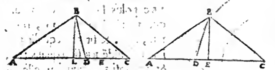
Quoniam igitur TP maior eſt, quam PG, hoc eſt quam PE, habebit OP ad PS maiorem proportionem, quam OP ad PT] *Hic incipit compoſitio, quæ reſolutioni iam dictæ reſpondet.* S

Quadratum igitur ex EO ad quadratum ex EP maiorem proportionē habet, quam quadratum ex OT ad quadratum ex TP,] *Componendo ſcilicet ex 28. quinti elementorum, quam nos addidimus.* T

Et permutando quadratum ex EO ad quadratum ex OT maiorem habet proportionem, quam EP ad PT] *ex 27. eiuſdem libri.* V

Itaque quoniam quadratum ex EO ad quadratum ex OT maiorem habet proportionem, quam quadratum ex EP ad quadratum ex PT; & EO ad OT maiorem habebit, quam EP ad PT, ac propterea angulus EPS maior erit angulo SPT] *Quoniam enim EO ad OT maiorem habet proportionem, quam EP ad PT, & vt EO ad OT, ita ER ad RT, habebit ER ad RT maiorem proportionem, quam EP ad PT. Quod cum ita ſit, erit angulus EPR maior angulo RPT. Illud autem hoc modo demonſtrabimus.* X

Sit triangulum ABC, & in baſi AC ſumatur punctum D, ita vt AD ad DC maiorem proportionem habeat, quam AB ad BC, & iungatur BD. Dico angulum ABD angulo ABC maiorem eſſe.



Fiat enim vt AB ad BC, ita AE ad EC. cadet E inter A & D. Si enim fieri poteſt, cadat inter D & C. Quoniã igitur AD ad DC maiorem proportionem habet, quã AB ad BC, hoc eſt quam AE ad EC, habebit etiam permutando AD ad AE maiorem proportionem, quam DC ad CE. Sed DC maior eſt quam CE. ergo & AD quam AE multo maior erit, pars, quam totum, quod fieri non poteſt. Cadit igitur E inter A & D. iunctaque BE, erit angulus ABE æqualis angulo EBC. Sed ABD angulus maior eſt angulo ABE, hoc eſt EBC. ergo angulus ABD angulo DBC multo maior erit. Eodem modo demonſtrabimus ſi AD ad DC minorem proportionem habeat, quam AB ad BC, angulum ABD minorem eſſe angulo DBC. 27. quin. 3. ſexti.

Y Maior igitur eſt circumferentia FL, quam circumferentia LH] *Reliquum erat oſtendere ſi BE ſit minor, quam GC, & FL, quam LH minorem eſſe. Sed quoniam illud ex antecedentibus facilè conſtare poteſt, conſulto omiſſum videtur. Cum enim CX minor ſit, quam EB, oſtenditur circumferentiam HL minorem eſſe circumferentia LF.*

THEOREMA XVII. PROPOSITIO XVII.

Sed ſit FL æqualis LH. Dico EK, quam KX minorem eſſe.

37. tertij. 3. ſexti. Quoniã enim æqualis eſt FL ipſi LH, angulus EPS æqualis erit angulo SPT. proportio igitur EP ad PT eadem eſt, quæ proportio ER ad RT. Sed cum quæramus quæ
A ſit circumferentia EK circumferentiæ KX. quæremus quis ſit EOK angulus angulo
B KOT. Itaque quæremus, quæ ſit proportio EO ad OT proportioni ER ad RT. At proportio ER ad RT eadem eſt, quæ EP ad PT. quæremus igitur quæ proportio ſit EP
C ad PT proportioni EO ad OT. habet autem comparationem. Quoniam igitur EO ad
D OT maiorem proportionem habet, quam EP ad PT. hoc enim oſtenſum eſt, & vt EP
E ad PT, ita ER ad RT. habebit ER ad RT minorem proportionem, quam EO ad OT. ac propterea angulus EOK minor erit angulo KOT. circumferentia igitur EK minor eſt, quam circumferentia KX. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Sed cum quæramus quæ ſit circumferentia EK circumferentiæ KX, quæremus quis ſit EOK angulus angulo KOT] *Es hoc loco reſolutione quodam vtitur Pappus quemadmodum ſupra. anguli enim eandem interſe proportionem habent, quam circumferentiæ. ex vltima ſexti elementorũ, &c. Græcus codex. ἐπεὶ δὲ ζητῶ τὶ περιφέρεια ἡ εκ τῆ κξ ζητήσω ἄρα τὶ γωνία ἡ ὑπὸ εοκ τῆς ὑπὸ κοτ. legendum puto. ἐπεὶ δὲ ζητῶ τίς περιφέρεια ἡ εκ τῆ κξ ζητήσω, ἄρα τίς γωνία ἡ ὑπὸ εοκ τῆ ὑπὸ κοτ.*

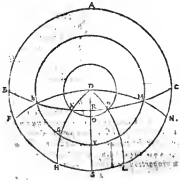
B Itaque quæremus quæ ſit proportio EO ad OT proportioni ER ad RT] *Ex hac enim cognitionem angulorum accipimus, vt ſupra apparuit.*

C Quoniam igitur EO ad OT maiorem proportionem habet, quam EP ad PT] *compoſitio eſt reſolutioni reſpondens.*

D Hoc enim oſtenſum eſt] *in antecedente.*

E Habebit ER ad RT minorem proportionem, quam EO ad OT, ac propterea angulus EOK minor erit angulo KOT] *Ex iis, quæ nos in commentariis antecedentis demonſtrauimus.*

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XVIII.



Secent ſe inuicem duo maximi circuli ABC, BRC, & circuli ABC polus ſit D: deſcribanturque maximi circuli DF, DH, DL, DN. & ſit EX æqualis PM. Dico ſiquidẽ BE ſit æqualis MC, & FH ipſi LN æqualem eſſe. ſi verò ſit maior BE, quam MC, & FH maiorem eſſe, quam LN. Quod ſi minor, minorem eſſe.

Ponatur BE æqualis MC: ergo recta linea a puncto D ad M ducta æqualis eſt

eſt ei, quæ a puncto D ad B ducitur. quare circulus ex polo D & interuallo vna ipſarum DB, DM deſeriptus, per reliquum punctum tranſibit. deſcribatur, ſitque ETM, & XP bifariam ſecetur in R. & per DR deſcribatur maximus circulus DRS. Quoniam igitur EX eſt æqualis PM, & BE æqualis MC, erit tota BX ipſi PC æqualis. & ideo recta linea, quæ a puncto D ad X ducitur, æqualis eſt rectæ lineæ a puncto D ad P ductæ. Itaque ex polo D, interualloque vna ipſarum DX, DP circulus XOP deſcribatur. Et quoniam XO eſt æqualis OP: & XO quidem ſimilis eſt HS, OP vero B
ſimilis ipſi SL, erit & HS ipſi SL ſimilis. & ſunt eiuſdẽ circuli. æqualis igitur eſt C
HS ipſi SL. Rurſus quoniam BE eſt æqualis MC, atque eſt FS æqualis SN, & reliqua FH reliquæ NL æqualis erit.

COMMENTARIVS.

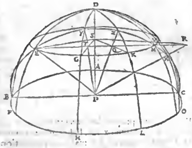
Deſcribanturque maximi circuli DF, DH, DL, DN.] *Ita Ut circulus quidem DF ſecet circulum BRC, in E; circulus autem DH ſecet eundẽ in X, & DL in P, & DN in M.* A

Et quoniam XO eſt æqualis OP &c.] *Quomodo hoc ſequatur oſtendimus in commentarijs in 15. huius.* B

Erit & HS ipſi SL ſimilis, &c.] *Similes circumferentiæ dicuntur in diuerſis circulis, nam quæ in eodem circulo ſunt. æquales appellantur, quare breuius concludi poterat in hunc modum. Quoniam XO eſt æqualis OP, atque eſt XO ſimilis ipſi HS, & OP ſimilis ipſi SL, erit & HS ipſi SL æqualis.* C

THEOREMA XIX. PROPOSITIO XIX.

Ponatur eadem figura. Sit autem BE maior, quam CX, & EY æqualis XZ: deſcribaturque per DZ circulus maximus DZ, KL. Dico FH maiorem eſſe, quam LO.



Conſtruatur .n. figura ſimiliter atque ſupra. A
Et quoniam angulus EPT B
æqualis eſt QPR. erit vt quadratum C
ex RP ad quadratum ex [illegible], ita rectangulum TRQ ad rectangulũ QRT.
Sed cum quæramus quæ ſit circumferentia FH circuferentiæ LO, hoc eſt D
circumferentia EO ipſi KL, queremus E
quis ſit angulus EST angulo QSR: ergo quæremus quæ ſit proportio quadrati ex ES ad quadratum ex SR proportioni rectanguli QRT ad rectangulum TRQ: hoc eſt proportioni quadrati ex EP ad quadratum ex PR. habet autem comparationem. atque eſt
proportio quadrati ex EP ad quadratum ex PR maior proportione, quam habet quadratum ex ES ad quadratum ex SR; hoc enim ſimiliter, vt ſupra oſtendemus. Sed 14. huius.
vt quadratum ex EP ad quadratum ex PR, ita rectangulum QRT ad rectangulum
TRQ. quare QRT rectangulum ad rectangulum TRQ maiorem proportionem habet, F
quam quadratum ex ES ad quadratũ ex SR. ideoque angulus ESR maior eſt angulo QSR. Circumferentia igitur FH, quam circumferentia LO maior erit.

COMMENTARIVS.

Conſtruatur enim figura ſimiliter atque ſupra.] *Ponatur CM æqualis BE. erit recta* A
linea a puncto D ad E æqualis rectæ ab eodem puncto D ad M: & circulus ex polo D, interualloque vna ipſarum DE, DM deſcriptus per alterum punctum tranſibit, qui ſit EOKMV.

 deinde

deinde per D Y *maximus circulus* D I G H *deſcribatur, & per* D X *deſcribatur* D V X O. *centrum autem ſphæræ ſit* P. *quare ducta* P D *perpendicularis eſt ad planum circuli* E G K M V, *& per eius centrum, quod ſit* S *tranſibit, Vt nos proximè demonſtrauimus. Iungatur* E M, *& producatur quouſque plano circuli* D V X O *in puncto* R *occurrat. erit* E M *communis ſectio maximi circuli* B E Y Z X C, *& circuli* E G K M V. *Iungatur præterea* P E, P Y, P Z, P X, *ita vt* P Y *ſecet rectam lineam* E M R *in* T, *&* P Z *eandem ſecet in* Q, *denique iungantur* S E, S T, T G, S Q, Q K, S V, V R. *eodem modo, quo ſupra demonſtrabimus* S T G, S Q K, S V R *rectas lineas eſſe, cum ſint communes ſectiones plani circuli* E G K M V, *& circulorum maximorum* D Y G H, D Z K L, D V X O.

B Et quoniam angulus B P T æqualis eſt angulo Q P R] *Ex 27. tertij elementorum, etenim angulus* E P T *circumferentiæ* B Y *inſiſtit, & angulus* Q P R *inſiſtit circumferentiæ* Z X.

C Erit vt quadratum ex R P ad quadratum ex P B, ita rectangulum T R Q ad rectangulum Q E T] *Ex 12. huius.*

D Sed cum quærimus, quæ ſit circumferentia F H circumferentiæ L O, hoc eſt circumferentia E G circumferentiæ K V] *Eſt enim circumferentia* E G *ſimilis circumferentiæ* F H, *& circumferentia* R V *ipſi* L O. *Græcus codex.* καὶ ἐπεὶ ζητῶ τί ἡ ζθ, ἀκρίφρεια τῆς λο, ποτέων ἡ εν τῆς κφ. *ſed legendum arbitror.* καὶ ἐπεὶ ζητῶ τίς ἡ ζθ ἀκρίφρεια τῆ λο, ποτέων ἡ εν τῆ κφ.

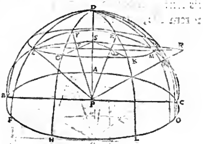
in 2. Sph. Theodoſ.

E Quæremus quis ſit angulus B S T angulo Q S E] *Angulus enim* B S T *circumferentiæ* E G *inſiſtit, & angulus* Q S R *inſiſtit circumferentiæ* K V. *Græcus codex* ζητήσω ἄρα τί γωνία ἡ ὑπὸ ε σ τ γωνίας τῆς ὑπὸ χ σ ρ. *legendum puto* ζητήσω ἄρα τίς γωνία τῆ ὑπὸ χ σ ρ.

F Ideoque angulus B S T maior eſt angulo Q S R] *Ex 13. huius.*

THEOREMA XX. PROPOSITIO XX.

Sit F H æqualis L O. Dico E Y, quam Z X minorem eſſe.



Quoniam enim circumferentia F H eſt æqualis circumferentiæ L O, & B G circumferentia circumferentiæ K V æqualis erit, nam ſimilis eſt circumferentia F H circumferentiæ B G, & circumferentia L O ipſi K V, ergo & angulus B S T angulo Q S R eſt æqualis, ac propterea quadrati ex E S ad quadratum ex S R proportio eadem eſt, quæ proportio rectanguli Q E T ad rectangulum F R Q.

12. huius

A Quoniam igitur quærimus, quæ ſit circumferentia E Y circumferentiæ Z X, quærimus quis ſit angulus B P T angulo Q F R: ergo quæremus, quæ ſi proportio quadrati ex B P ad quadratum ex P R, proportioni rectanguli Q E T ad rectangulum T R Q, hoc eſt quadrati ex E S ad quadratum ex S R, habet autem comparationem.

B Itaque cum quadratum ex E P ad quadratum ex P R maiorem proportionem habeat, quam quadratum ex E R ad quadratum ex S R, hoc eſt quam rectangulum Q E T ad rectangulum T R Q habebit rectangulum Q E T ad rectangulum T R Q minorem proportionem, quam quadratum ex E P ad quadratum ex P R. quare angulus B P T minor eſt angulo Q P R, circumferentia igitur E Y, quam circumferentia Z X minor erit.

C

COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur quærimus, quæ ſit circumferentia B Y circumferentiæ Z X quærimus quis ſit angulus B P T angulo Q P R] *Græcus codex corruptus eſt, & mancus. quem ita reſtituemus* ἐπεὶ δὲ ζητῶ τίς ἡ εν τῆ ψξ, ζητήσω ἄρα τίς γωνία ἡ ὑπὸ ε π τ τῆ ὑπὸ χ π ρ.

B Itaque cum quadratum ex B P ad quadratum ex P R maiorem proportionem habeat, quam

quam quadratum ex ES ad quadratum ex SR] *Conſtat hoc ex ijs, quæ demonſtrata ſunt in 16. huius.*

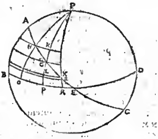
Quare angulus EPT minor eſt angulo QPR] *Ex 13. huius.* C

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXI.

His præmiſsis demonſtrabimus id, ad quod hæc aſſumpta ſunt.

Si in circumferentia maximi circuli ſit polus parallelorum, & hunc duo circuli maximi ad rectos angulos ſecent, quorum alter quidem ſit parallelorum vnus, alter vero obliquus ad parallelos. A circulo autem obliquo æquales circumferentiæ aſſumantur deinceps ad eaſdem partes maximi parallelorum. perque diuiſionum puncta, & per polum maximi circuli deſcribantur, abſcindent hi inæquales circumferentias maximi parallelorum; & quæ maximo circulo primum poſito propinquior eſt, ſemper remotiore erit maior. A

Hoc loco nonnulli arbitrantur apponi ad rectos angulos, quoniam & in præcedenti theoremate demonſtratur ex ijs, quæ in ſphærica aſſumuntur, apponi oportere ad rectos angulos.



Si enim exponamus circulum ABCD qui per polos ſphæræ tranſit, & duos maximos circulos BED, ABC ipſum ſecantes, quorum BED quidem ſit vnus parallelorum, ABC vero ad parallelos obliquus: deinde a circulo ABC æquales circumferentias abſcindamus FG, GH; & per puncta FGH parallelos ipſi BED deſcribamus, non omnino ſecabunt circumferentiam AB, niſi ſit AB non maior quadrante. Præterea oſtenditur in ſphærici apponi ad rectos angulos, vt ſit quadrantis circumferentia. alij autem apponi arbitrantur ad rectos angulos in ſexto theoremate, propterea quod, vt inquiunt, per præcedens demonſtratur. ibi vero vtile eſt ad rectos angulos, quod valde eſt inuſitatum. dicet enim aliquis nequaquam per præcedens theorema, vbi vtile eſt hoc apponi, demonſtres ſiquidem & alia demonſtratio, quæ præcedente non vtitur, propoſitum oſtendit. aliqui vero exiſtimant ob hoc apponi, deſcribentes enim parallelos circulos, & ponentes ipſi KG æqualem KL; perque L parallelum circulum LX deſcribentes, ita argumentantur. Quoniam ABC, BED circulum ABCD ad rectos angulos ſecant, erit AB quadrantis circumferentia. ergo LX minor eſt quadrante proprij circuli, vt dicant. Quoniam igitur in circuli XL recta linea, quæ incipit a puncto X recta portio inſiſtit XL, & quæ ipſi continuata eſt, diuiditurque inſiſtens portionis circumferentia in partes inæquales ad L, atque eſt minor, quam dimidia erit recta linea, quæ a puncto X ad L ducitur, omnium minima. ad hoc putant vtile eſſe illud, ad rectos angulos, vt XL minor ſit, quam dimidia inſiſtentis portionis. quod eſt abſurdum. ſiue enim ſit maior quam dimidia, ſiue minor; ſiue dimidia, quod propoſitum eſt contingit. Nam ſi in circulo, vt PH ducatur recta linea diametro parallela, quemadmodum communis ſectio circulorum PX, LX, quæ incipit à puncto X, parallela ei, quæ à puncto H incipit, & in ipſa portio inſiſtat, vt XL, ſumaturque in portione quoduis punctum, vt L: recta linea ab L ad X ducta minor eſt omnibus, quæ ab L ducitur ad circumferentiam, quæ inter diametrum, & ipſi parallelam interijcitur, pertingunt; vt mox demonſtrabimus. quare non propter hoc appoſiti ſunt circuli ad rectos angulos. Sed quoniam contingit, quando AB ſit quadrantis circumferentia, maiorem omnino fieri OP, quam PR, quando autem maior, vel minor, interdum quidem maiorem fieri OP, quam PR, interdum minorem, interdum vero ipſi æqualem, hoc enim deinceps oſtendetur.

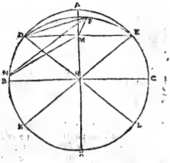
COM-

COMMENTARIVS.

A Si in circumferentia maximi circuli ſit polus parallelorum, & hunc duo maximi circuli ad rectos angulos ſecent, quorum, &c.] *Hoc eſt ſextum theorema tertij libri ſphæricorum Theodoſij. ſed in Græco codice deſiderantur ea verba ἀπὸ ἴσων, non enim Pappus negat hæc apponi, ſed longe alia ratione, atque nonnulli arbitrati ſint.*

THEOREMA XXII. PROPOSITIO XXII.

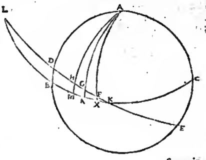
Oſtendendum autem nunc ſit lemmation, quod in ipſum aſſumitur.



Sit ABC circulus, cuius diameter BC, & huic parallela ducatur DE in ipſo vero DE inſiſtat circuli portio ad circulum ABC recta, in qua ſumatur punctum F, & DF iungatur. Dico FD non ſolum minimam eſſe rectarum linearum, quæ a puncto F ad circumferentiam DE pertingunt, ſed etiam ſi ducantur diametri EHK, DHL, minimam eſſe earum, quæ pertingunt ad circumferentiam DK. Ducatur enim recta linea quædam FN, & a puncto F ad
18. vnde. ſubiectum planum perpendicularis agatur, cadet ea in communem planorum ſectionem: cadat vt FM, & MN iungatur. Itaque quoniam quærimus, ſi FN maior ſit, quam FD, quæremus, ſi quadratum ex NF ſit maius quadrato ex FD. Sed quadrato quidem ex NF æqualia ſunt quadrata ex NM, MF. quadrato autem ex FD æqualia ſunt quadrata ex DM, MF. Dico igitur NM maiorem eſſe, quam MD. iungatur MH, & ad puncta XA producatur. erit AX
5. tertij. circuli ABC diameter. atque erit, MX maxima, minima vero MA, & quæ centro propinquior eſt, remotiore erit maior. ergo MN maior eſt, quam MD.

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXIII.

His præmonſtratis oſtendendum ſit theorema, quando per polum, & per abſciſſas à circulo obliquo æquales circumferentias circuli deſcribuntur.



In ſphæra enim maximum circulum ABC duo circuli maximi BC, DE ad rectos angulos ſecent, quorum BG quidem ſit vnus parallelorum, DE vero ad parallelos obliquus, abſcindanturque æquales circumferentiæ FG, GH, & polus parallelorum ſit A, & maximi circuli AM, AN, AX, deſcribantur. Oſtendendum eſt circumferentiam MN circumferentia NX maiorem eſſe. appoſitum eſt ad rectos angulos vt fiat problema. compleantur circuli BC, DE ad L. & cum ED ſit circum-

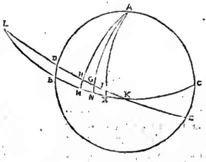
ferentia

ferentia quadrantis, ſed & DI; erit LH maior, quam FK. Quoniam igitur duo circuli maximi OBL, BDL ſe mutuo ſecant, & circuli CBL polus eſt A; deſcribunturq; maximi circuli AM, AN, AX; & FH maior eſt, quam FK, & HG æqualis GF; erit & MN quam NX maior ex ijs, quæ ante demonſtrata ſunt atque illud eſt, quod oſtendere oportebat.

THEOREMA XXIV. PROPOSITIO XXIV.

Itaque dico ſi non apponatur ad rectos angulos, non fieri ea, quæ in propoſitione continentur.

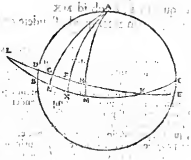
Ponatur eadem, & ſit KD quadrante minor. fiet & hoc pacto problema. abſcindantur enim æquales circumferentiæ FG, GH & circuli AM, AN, AX deſcribantur. Quoniam igitur KD minor eſt quadrante, ſemicirculi autem KL: erit LD quadrante maior. maior igitur eſt LH, quam KF. & ideo MN maior, quam NX. quod oſtendendum fuerat.



16. huius

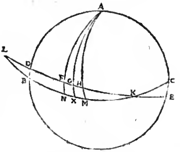
THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXV.

Ponatur eadem figura, vt ſit KD maior quadrante: ſit autē quadrans KF. erunt abſciſsæ circūferentiæ æquales, ſiue aſſumatur ex vtraq; parte ipſius F, ſiue ad partes FD, ſiue ad partes FK. aſſumantur enim ex vtraq; parte ipſius F, & ſint GF, FH: deſcribanturque maximi circuli, & circuli BC, ED compleantur. Itaque quoniam ſemicirculi eſt KL, & KF quadrantis, & reliqua LF quadrantis erit. æqualis igitur LF ipſi FK; quarum GF eſt æqualis FH. ergo reliqua LG reliquæ HK, ac propterea NX ipſi XM eſt æqualis. quare ſi KD maior ſit quadrante, & ſit quadrantis KF; ex vtraque autem parte ipſius F æquales circumferentiæ aſſumantur, non fiet problema.



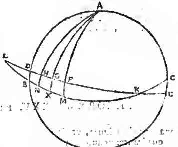
THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XXVI.

Sed ponatur eadem figura, ſitque quadrantis K F, & æquales circumferentiæ aſſumantur F G, G H ad partes D F, & maximi circuli deſcribantur. Quoniam igitur K F quadrantis eſt circumferentia, erit K F maior, quam L H. ergo & X M quam N X maior erit.



THEOREMA XXVII. PROPOSITIO XXVII.

Rurſus ponatur eadem figura, & aſſumantur æquales circumferentiæ ad partes F K, quæ ſint F G, G H, & maximi circuli deſcribantur, A H M A P N, A G X. quoniam igitur quadrantis eſt K F, ſed & F L quadrantis, erit L F æqualis F K. quarum H G eſt æqualis G F. reliqua igitur K H minor eſt, quam L F, & ob id M X minor, quam N X. quod oſtendere oportebat.



Itaque demonſtratum eſt, ſi circuli ad rectos angulos ſe mutuo ſecent, omnino fieri ea, quæ in propoſitione continentur, ſi vero non ſecent ſeſe ad rectos angulos, & ſit K O minor quadrante, rurſus omninò eadem, quæ ſunt in propoſitione, contingent, quod ſi K D ſit quadrante maior, non omnino, ſed ſi conſtituamus K H quadrantem, & circumferentiæ aſſumptæ ęqualiter diſtent a puncto H; maximi circuli deſcripti æquales circumferentias intra ſeſe comprehendent. Si vero æquales circumferentiæ in H D aſſumantur circuli per polos deſcripti eam quæ propinquior eſt circulo a principio poſito, faciet remotiore minorem, quod ſi circumferentiæ aſſumantur in H K, continget id, quod in propoſitione continetur, hoc eſt circuli per polos deſcripti abſcindent eam, quæ propinquior eſt maximo circulo a principio poſito, remotiore maiorem, quare ſi circuli non ſeſe ad rectos angulos ſecent, continget illud quidem, quod in propoſitione, non omnino autem, niſi circumferentiæ in H K aſſumantur.

Quoniam tres ſolæ differentiæ poſitionis circulorum maximorum in ſphæra conſiderantur, vel enim oportet ipſos rectos eſſe ad axem, vel polos ſphæræ, vel ad axem inclinatos, in tribus his demonſtrationes facit Autolycus.

Et quoniam primum, ſecundum, & tertium theorema in prædictis tribus poſitionibus circulorum contemplatur, idcirco vniuerſe in ipſis totam ſphæram comprehendit. ſiue enim maximum circulum rectum ad axem ponamus, omnia puncta, quæ ſunt in ſuperficie ſphæræ, ſphæra ipſa conuerſa, circulos paralielos deſcribunt, eoſdem, quos

ſphæra

ſphæra polos habentes, & rurſus in æquali tempore ſimiles circumferentias parallelorum, puncta pertranſeunt; & quas circumferentias pertranſeunt in æquali tempore, ipſæ ſimiles ſunt, ſiue rurſus per polos ſphæræ, vel obliquum ad axem ponamus hæc eadem contingent. Quapropter in tota ſphæra demonſtrationes facit in his theorematibus. Quartum autem theorema vni tantum poſitioni congruit, quando maximus circulus rectus ſit ad axem. nempe omnia puncta, quæcumque in ſphæra ſumuntur, neque oriri, neque occidere, quod & characteriſticum eſt, & proprium huius poſitionis.

Quintum Theorema, & ipſum characteriſticum eſt, & proprium poſitionis, quæ per polos ſphæræ. in nulla enim alia duarum poſitionum, omnia quæ ſunt in ſuperficie ſphæræ puncta & occidunt, & oriuntur, præter quam in hac ſola.

Sextum theorema characteriſticum eſt, & ipſum reliquæ poſitionis, videlicet obliquæ ad axem. nulla enim aliarum poſitionum habet maximum circulum contingentem duos circulos æquales, & parallelos, quorum alter eſt in apparenti hemiſphærio ſemper apparens, alter vero in occulto ſemper occultus. nam contingit quidem omnis circulus maximus in ſphæra duos circulos æquales, & parallelos ſed non ſemper apparentes, neque ſemper occultos. per pulchre igitur, & optima ratione Autolycus vniuerſalia theoremata præmittens, deinceps propria, & characteriſtica dictarum poſitionum explicat, quæ ſcilicet in vnaquaque particulatim fieri contingit; & reliqua, quæ communia ſunt, theoremata; & quæ in vna ſola poſitione ſeruantur, ſed & in ſecundo deinceps ordine ponit. Mox igitur ſeptimum theorema ſeruatur tum in recta poſitione, quæ eſt per polos, tum in obliqua ad axem. oſtendimus enim nos, quomodo theorema ſeruari poſſit in poſitione, quæ eſt per polos. in reliqua autem poſitione ſeruari minime poteſt. quod neque oriantur, quæ illic ſunt, neque occidant. Octauum theorema dicitur in ſola obliqua ad axem poſitione. in poſitione enim, quæ eſt per ſphæræ polos, quæ ſimul oriuntur puncta ſimul etiam occidunt: & quæ ſimul occidunt, ſimul oriuntur, ſiquidem illic omnes circuli ſecantes horizontem, ab ipſo bifariam ſecantur, & ſemicirculos ſupra horizontem, & ſub horizonte habent, quamobrem ſimul orientia, ſimul etiam occidunt; & è contrario. Similiter, & nonum theorema in eadem poſitione ſola aſſumit. vult enim circulos ipſum contingentes nullum alium contingere, niſi eum, qui ſemper apparet. Decimum vero, & in poſitione, quæ eſt per polos, & in obliqua ad axem ſeruatur. ſed ipſe tantum mentionem facit demonſtrationis, quæ fit in obliqua poſitione. nos autem oſtendimus etiam in illa poſitione ſeruari. In recta quidem ad axem diximus quomodo qui tranſit per polos ſphæræ non erit bis rectus ad horizontem, ſed ſemper rectus. In vndecimo theoremate difficiliorem poſitionem aſſumpſit, videlicet obliquam ad axem, cum dicat obliquus exiſtens ad axem, & maiores contingit, quam qui a principio contingebat, ſciens poſitionis per polos, quam ipſe omiſit, facilem eſſe demonſtrationem. oſtendimus enim nos, quomodo etiam in illa poſitione, ſecundum omnem horizontis ſocum, inter parallelos, quos contingit interiectum, ortus & occaſus efficit. In duodecimo theoremate perſpicuum eſt ipſum ſolum obliquæ poſitioni accidere, & congruere. Sed, & illud non ignorare oportet, maximos quidem circulos ad axem rectos plures eſſe non poſſe, ſed vnus tantum, & vnius. per polos autem ſphæræ, & obliquos ad axem eſſe infinitos, & qui per polos ſphæra omnes ſphæræ conuerſa ſibi ipſis congruunt. obliqui autem omnes non item, niſi qui eundem parallelum contingunt. parallelus autem eoſdem, quos ſphera polos habet, atque eſt ad axem rectus. Numquid igitur propter hoc, & Autolycus incipiens exponere, quæ conſequuntur propria, & characteriſtica vnicuique poſitioni, a ſimpliciſſima, & prima eſt orſus. ipſa autem eſt, quæ maximum circulum habet ad axem rectum. vnica quidem eſt hæc poſitio, vt diximus, & mutationem nullam recipit. μετογι-νις. poſt hanc ordine ſimpliciorem expoſuit, quæ eſt per polos ſphæræ, ſecundum quam diximus, infinitos circulos per ſphæræ polos deſcribi poſſe, omnes ſibi ipſi congruentes, propterea quod poli ſtabiles, & immutabiles ſunt. alia autem poſitio habet hoc quidem in aliquibus, vt diximus, in aliquibus, vero non habet. hanc igitur tertiam in ordine poſuit: aliam autem in ſecundo loco conſtituit. Hæc igitur dicta ſunt ratine argumenti.

Quæritur autem in hoc libro, quod ſoluere neceſſarium eſt, quomodo puncta, quæ non ſunt intra axem, ſed in ſuperficie ſphæræ circulos deſcribant ſimul cum ſphæra conuerſa. Si enim puncta ſtarent, & non ſimul cum ſphæra conuertentur, veriſimile eſſet dicere lineam in ſuperficie ſphæræ factam ab aliquo puncto, circuli circumferentiã eſſe. Si autem rurſus & ſphæra conuerteretur, & punctum æqualiter ferretur, in ipſa

ſimul conuerſum, derelictum quidem, vel ſenſim excurrens ad eaſdem partes ſphæræ, & ſic haberet aliquã rationem. derelictum enim a ſphæra neceſſario loco permutans, continuitate quadam lineam gigneret in ſuperficie ſphæræ. Senſim vero excurrens eadem ratione circulum deſcribere poſſet. Sed neque derelictum, neque ſenſim excurrens, ſemper autem eundem locum in ſphæra tenens, ipſa conuerſa admirabile forte videatur, quomodo circulum deſcribat. neceſſe enim eſt eum, qui deſcribit, circa ſtabile aliquod deſcribere. Si autem id, circa quod deſcribit, non ſtat, deſcribere quomodo poſſit. omnia igitur puncta, quæ in ſphæra ſunt, ipſa conuerſa non ſtant. ſolus autem ſtat axis. & a puncto, quod ſemper fertur, ad ſtantem perpendicularis actu cum axe conuenit, videlicet in puncto. quare neceſſe eſt punctum, in quo rectæ lineæ conueniunt, ſtare: quoniam & ipſe axis. & cum punctum quidem in axe ſit, perpendicularis autem actu ſit in ſphæra. ſphæra ipſa conuerſa ſimul circumagere recta linea vna cum ſolido termino, qui eſt in ſuperficie ſphæræ. ſtat autem punctum in axe. neceſſe igitur eſt circumacta hac recta linea ſimul cum ſphæra, quatenus quidem ſphæra fertur mota; quatenus vero terminatur ſtante, & non mutante terminos, ipſam in plano ferri. ſtat autem illud planum, in quo fertur, & non alibi eſt, quam in ipſa ſphæra. Itaque quoniam planum ſtabile ponitur, in quo fertur dicta linea, & in ipſo ſumuntur duo quæuis puncta, videlicet lineæ motæ termini, & quod eſt ad axem, & quod eſt ad ſuperficiem ſphæræ. fieri autem poteſt, vt in plano omni centro, & interuallo dato circulus deſcribatur; centro quidem puncto, quod eſt in axe, interuallo autem puncto, quod in ſuperficie ſphæræ circulus deſcriptus in plano deſcribetur, in quo fertur dicta linea. punctum igitur in axe ſtans cauſa fuit, cur circulus a puncto, quod eſt in ſuperficie ſphæræ deſcriberetur quippe quod niſi aliquo ſtante deſcribi non poſſet. quare non poteſt problema effici, niſi perpendicularis ad axem ſtantem actu ſit. præterea & illud ſciendum eſt, quando perpendicularem agit ad axem, & planum quod per axem, & perpendicularem ducitur, producit tamquam in ſphæra manente hoc efficiens, neque enim conuerſa ſphæra perpendicularis ad axem agi potuit. oportet namque prius planum ſupponere, vt cum in eo exiſtat recta linea, & quod vis punctum, a puncto ipſo perpendicularis ad rectam lineam agatur. puncto autem lato in conuerſione ſphæræ, atque ad innumerabilia plana accidente, & ſtante recta linea, non poteſt ad ipſam agi perpendicularis. Sed quando punctum ſtet, & recta linea, tunc ipſis in plano intellectis, poterit a puncto ad rectam lineam perpendicularis duci.

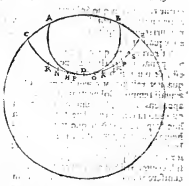
THEOREMA XXVIII. PROPOSITIO XXVIII.

At vero perpendicularem a quouis puncto eorum, quæ ſunt in ſphæra, ad axem ductam, intra ſphæram cum ipſo conuenire ſic demonſtrabitur.

Sit enim ſphæra, cuius axis AB, poli autem AB puncta: & ſumatur in ſuperficie ſphæræ quoduis punctum C, ducaturque ad AB perpendicularis. Dico ipſam cum AB intra ſphæram conuenire. non enim, ſed ſi fieri poteſt, conueniat cum ipſa extra in puncto D: ſitque CD ad AB perpendicularis, & ſumatur ſphæræ centrum E, & EC iungatur. Quoniam igitur punctum E eſt ſphæræ centrum, erit CE qualis EA ergo DE, quam EC eſt maior, & cum triangulum ſit ECD & DE maior, quam EC, erit angulus ECD maior angulo EDC. Sed EDC eſt rectus. angulus igitur ECD maior eſt recto. ac propterea trianguli ECD duo anguli duobus rectis ſunt maiores. quod fieri non poteſt. non igitur a puncto C ad AB perpendicularis ducta extra ſphæram cum ipſa conuenit. Similiter oſtendemus neque conuenire ad axis terminos, videlicet ad AB. ergo conueniet intra ſphæram: perpendicularis igitur a puncto C ad AB ducta intra ſphæram cadit, quod demonſtrare oportebat.



In quar-



In quarto theoremate Theodoſius falſo exponitur. Cum enim demonſtraſſet diem N H maiorem eſſe die M P, ſimiliter exiſtimatur demonſtrare, noctem, quæ præcedit diem N H, eſſe minorem nocte inſequente diem M P. Sit enim ante ortum N occaſus R, & ipſi R N æqualis ponatur P S, & ſit facta ratio in ſubiecta figura. Siquidem igitur minor eſſet N H quam M P, fieret, & tota N D, quam tota D P minor, & comparationes æqualium circumferentiarum N R, P S, ſimiliter perficientur. Nunc autem quoniam minor eſt H D, quam D M, maior autem H N, quam M P, non conſtat, & totam D N, tota D P minorem eſſe. poteſt enim, & æqualis fieri, & maior. At non exiſtente minori N D non adhuc poterimus dicere circumferentiam N R in minori tempore occultum hemiſphærium permutare, quam P S. oportebat igitur Theodoſium prius oſtendere circumferentias compoſitas noctium, ac dierum in parte D C ſemper minores eſſe circumferentiis compoſitis in parte D B. & ita inferre. reliqua etiam ſimiliter eadem oſtendi, & in ſubiecta figura.

THEOREMA XXIX. PROPOSITIO XXIX.

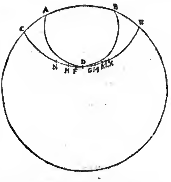
Nos autem à Theodoſio omiſſum aſtronomico more oſtendimus in hunc modum.



Oriatur enim Sol ad F, occidat autem ad G. ſitque minor D F, quam D G. & rurſus ſit H occaſus, qui præcedit ortum F. & ſit N ortus præcedens occaſum H. Sit præterea ortus K poſt occaſum G, & occaſus L poſt ortum K. & ſit nox quidem F H minor nocte G K, dies autem H N die K L maior. Dico totam D N noctem tota D L minorem eſſe. Nam ſi non ita ſit, vel æqualis erit, vel maior. Sit primum ęqualis. Itaque quoniam minor eſt D F, quam D G, & F H, quam G K, erit tota D H minor, quam tota D K. Sit ipſi D H ęqualis M D; eſt autem, & tota N D toti D L æqualis. ergo reliqua H N eſt ęqualis reliquę M L. Cum igitur Sol oriens ad N, occidat ad H in quo tempore Sol circumferentiam H N pertranſit, ipſa H N permutat apparens hemiſphærium. in ęquali autem tempore Sol pertranſit H N, & ipſi æqualem M L, ergo in æquali tempore Sol pertranſit M L, & H N apparens hemiſpherium permutat. Sed in æquali tempore H N apparens hemiſpherium permutat, & ipſa M L; æquales enim ſunt, & ab æſtiuo contactu æqualiter diſtantes. In æquali igitur tempore Sol pertranſit M L, & M L apparens hemiſphęrium permutat. At Sol quidem pertranſit M L in eodem tempore, in quo vtramque M K, K L pertranſit. M L vero permutat apparens hemiſphęrium, in quo M K oritur, & K L apparens hemiſphærium permutat. ergo in æquali tempore Sol vtramque M K, K L pertranſit, & M K quidem oritur, K L vero permutat apparens hemiſphęrium. quorum tempus in quo Sol pertranſit K L eſt æquale tempori, in quo K L apparens hemiſphęrium permutat; oritur enim Sol ad K, & occidit ad L. reliquum

igitur

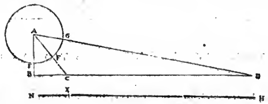
igitur tempus, in quo Sol pertranſit MK æquale eſt tempori, in quo MK oritur. hoc autem fieri non poteſt. quamcumque enim circumferentiam ſol in maiori tempore percurrit, quam ipſa oriatur, vel occidat; quod deinceps oſtendemus. non igitur ND eſt æqualis DL.



Sit rurſus ND, quam DL maior, & ipſi DN ponatur æqualis DX. poſita autem eſt, & DH ipſi DM æqualis, ergo reliqua HN reliquæ MX æqualis erit, & in æquali tempore Sol pertranſit HN, & HN apparens hemiſphærium permutat, in quo autem tempore Sol pertranſit HN, in hoc & ipſam MX: & in quo HN apparens hemiſphærium permutat, in hoc & MX. In æquali igitur tempore Sol pertranſit MX, & MX permutat apparens hæmiſphærium. Sed Sol quidem pertranſit circumferentiam MX in eodem tempore, in quo vnamquamque circumferentiarũ MK, KL, LX pertranſit. Circumferentia igitur MX permutat apparens hemiſphærium in eodem tempore, in quo MK oritur, KL hemiſphærium permutat, & LX occidit. tempus autem in quo Sol pertranſit KB eſt æquale tempori, in quo KL apparens hemiſpherium permutat. reliquum igitur tempus, in quo Sol pertranſit MK æquale eſt tempori, in quo MK oritur. & tempus, in quo pertranſit LX eſt æquale tempori, in quo LX occidit, quod fieri non poteſt; ſiquidem omnem circumferentiam Sol in maiori tempore percurrit, quam ipſa oriatur, vel occidat. quare ND non eſt maior, quam DL. oſtenſum autem eſt neque eſſe æqualem. ergo ND quam DL minor erit, ſimiliter oſtendemus etiam in ijs, quæ ſequuntur. Itaque his ante demonſtratis, & Theodoſij demonſtratio procedit, quemadmodum diximus.

At vero omnem circumferentiam in maiori tempore Solem pertranſire, quam ipſa oriatur, vel occidat, nunc oſtendemus. videbitur autem hoc aliquibus manifeſtum eſſe, & demonſtratione non indigere. Quoniam enim Sol in anno circulum percurrit; ipſe autem circulus in nocte, & die oritur, ut tempus, in quo Sol circulum percurrit, multiplex temporis eius, in quo Sol oritur. Itaque cum in maiori tempore Sol circulum percurrat, quam ipſe circulus oriatur, & particulares circuli circumferentias Sol in maiori tempore percurret, quam ipſę circumferentię oriantur, vel occidant. quare manifeſtum eſt propoſitum, & maiori conſideratione non indiget, ad quod dicendum eſt, ſi particulares Zodiaci circumferentiæ quare æquales ſunt, inæquali tempore orirentur, vel rurſus occiderent, manifeſtum nobis eſſet, quod dicitur. æqualiter enim oriretur circulus, & ſic tempora inter ſe compararentur, quoniam, & ſol æqualiter motus in æquali tempore æquales circumferentias percurrit. Nunc autem Sole æqualiter percurrente circulum, & in ipſo circulo inæqualiter ortus, & occaſus faciente, nobis dicere non licebit, cum tempus, in quo Sol percurrit circulum maius ſit tempore, in quo circulus ipſe oritur, maius eſse tempus particulare, in quo Sol aliquam permeat circumferentiam, quam tempus in quo illa circumferentia & oritur, & occidit. Quibus ita ſe habentibus non adhuc perſpicuum eſt, omnem circumferentiam in maiori tempore Solem percurrere, quam ipſa oriatur, vel rurſus occidat. Vnde autem quoniam non contingit, vt Sol quidem totum circulum percurrat in maiori tempore, quam ipſi circulus oriatur, tempora autem particularia in quibus Sol vnamquamque circumferentiam circuli percurrit, minora ſint temporibus particularibus, in quibus vnaquæque circuli circumferentia oritur. Illud enim in aliquibus motibus fieri non poſse ex hoc conſtat.

THEOREMA XXX. PROPOSITIO XXX.



Sit triangulum orthogonium A B D, rectum angulum habens ad B, & circa centrum A B
A deſcribatur circulus, deinde exponatur recta linea quædam G H ipſi B D æqualis; & punctum quidem N æqualiter latum pertranſeat N H in horis decem; punctum autem B in quo ſcilicet A B occurrit B D, pertranſeat ipſam B D in hora vna: ſeceturque circumferentia B G biſariam in F; & iuncta A F in C producatur. Quoniam igitur in quo quidem tempore punctum B pertranſit B G in hoc punctum B pertranſit B D; in quo autem B pertranſit B F, in hoc & B ipſam B C; atque eſt tempus, in quo B pertranſit B G duplum temporis, in quo pertranſit B F; erit, & tempus, in quo B pertranſit B D, temporis, in quo pertranſit B C, duplum, ſed B pertranſit B D in hora vna, ergo vltima
& B; ipſam B C in dimidia hora pertranſibit. Quod cum circumferentia B F æqualis ſit ſexti.
circũferentiæ F G, erit, & angulus B A F angulo F A G æqualis, vt igitur vtraq; D A, A B C
ad A B, ita eſt D B ad B C centupla autem eſt vtraque D A, A B ipſius A B. quare, & D B D
ipſius B C eſt centupla. Itaque fiat vt D B ad B C, ſic H N ad V X, erit & H N centupla N X. atque eſt B D æqualis N B. ergo & B C ipſi N X eſt æqualis. Quoniam igitur
punctum N æqualiter motum ponitur pertranſire N H in horis decem, centeſimam ipſius partem in decima parte vnius horæ pertranſiit. punctum autem B inæqualiter motum pertranſit B C in dimidia hora. Itaque duobus motibus exiſtentibus, vno quidem inæquali, altero autem ęquali, totum quidem tempus, in quo N pertranſit N H æqualiter, maius eſt toto tempore, in quo B pertranſit B D inæqualiter. tempus autem particulare, in quo N pertranſit N X, minus eſt tempore particulari, in quo B ipſam B C pertranſit quare nihil prohibet etiam in motu Solis, & circuli ortu idem fieri, ideſt Solem quidem in maiori tempore pertranſire circulum, & ipſum circulum in minori tempore oriri. Rurſus autem è contrario aliqua circuli circumferentias oriri in maiori tempore, & Solem ipſas in minori tempore, pertranſire, diminuta nimirum ortus circuli velocitate. vnde igitur quòd non adeo diminuitur, vel aliqua ipſius circumferentia in maiori tempore oriatur, quam illam Sol pertranſeat? Itaque oportet nos conſiderare, vtrum tandem Zodiaci velocitatis ſit ex numero eorum, quæ infinite augentur, & infinite minuuntur; vel eorum, quæ infinite quidem augentur, non autem infinite minuuntur; vel eorum, quæ infinite minuuntur, neque infinite augentur. Ea enim circa aliquas magnitudines contingere ex his conſtat.

THEOREMA XXXI. PROPOSITIO XXXI.

Eorum, quæ infinite augentur, & infinite minuuntur, ſunt magnitudines quædam, ſiquidem omni propoſita magnitudine maiores fiunt & rurſus minores, quæcumque in problematibus indeterminatis efficiuntur.

Fieri

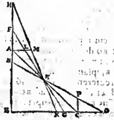
Fieri namque poteſt, vt circa datam rectam lineam applicato quocumque ſpacio, quod quadrato excedat, maius ſpacium quadrato excedens, & rurſus minus applicetur, & hoc infinite. In hac igitur magnitudo applicata augetur infinite, & infinite minuitur.



THEOREMA XXXII. PROPOSITIO XXXII.

Eorum vero, quæ infinite augentur, non autem infinite minuuntur, eſt id, quod fit in deſcripto triangulo.

Si enim ſit triangulum ABC, & AC bifariam ſe-
F cetur in E, ducaturque per E recta linea FEG, erit
G triangulum FGB maius triangulo ABC. & rurſus ducta HEK, triangulum BHK triãgulo FGB maius erit. & ſemper ductis rectis lineis infinite, augebitur triangulum. numquam tamen ducta linea triangulum efficiet minus triangulo ABC. Hæc igitur magnitudo augetur quidem infinite, non autem infinite minuitur, ſed eſt aliqua magnitudo minor triangulo ABC, quæ non eſt triangulum.



THEOREMA XXXIII. PROPOSITIO XXXIII.

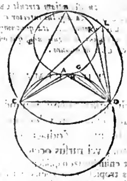
At eorum, quæ non augentur infinite, infinite autem minuuntur, eſt id, quod contingit in recta linea in circulum aptata, non enim quacumque propoſita magnitudine maiorem in circulum aptare poſſumus, nam cum determinata ſit magnitudo diametri, non licet ea maiorem aptare. diminutio autem infinite fieri poteſt, etenim quacumque recta linea minorem aptare licet. Idem etiam conſtat ex eo, quod non omne datum ſpacium ad datam rectam lineam applicatur, deficiens figura quadrata, ſiquidem applicatum ſpacium infinite augeri non poteſt: cum ſit aliquod ſpacium, quo maius applicare non poſſumus. minuentes autem poſſumus omni ſpacio propoſito minus applicare. quæ quidem magnitudo applicata conſideratur in iis, quæ non augentur infinite, ſed infinite minuuntur.

THEOREMA XXXIV. PROPOSITIO XXXIV.

Eorum denique, quæ neque infinite augentur, neque infinite minuuntur, ſunt quædam magnitudines determinatæ; velut hoc, quod ſequitur.

Si enim

Si enim ſint duo circuli ſeſe contingentes in puncto A, alicuius autem circulus vnum eorum contingat in B, & alterum in puncto ſecet C D ſecet. atque ab ipſis C D ad contactus circulorum inflectantur rectæ lineæ C A, A D, C B, B D. Omnium angulorum, qui ad circumferentiam circuli B E A F conſtituuntur, maximus quidem eſt C A D. minimus vero C B D. In hoc igitur magnitudo anguli diminuta non infinite diminuitur, ſed eſt aliqua anguli magnitudo, qua minor adhuc fieri non poteſt. & rurſum angulus auctus non augetur infinite, ſed eſt aliqua magnitudo anguli determinata, qua maior adhuc fieri non poteſt.



COMMENTARIVS.

Sit triangulum orthogonium A B D rectum angulum habens ad B] *Adde, ſint autem duo latera* D A, A B *centupla ipſius* A B. *hoc enim a Pappo inferius ponitur.* A

Et circa centrum A deſcribatur circulus] *Videlicet* E F G. B

Vt igitur vtraque D A, A B ad A B, ita eſt D B ad B C] *Eſt enim ex tertia ſexti elementorum, vt* D A *ad* A B, *ita* D C *ad* C B, *& componendo vt* D A, A B *ad* A B, *ita* D B *ad* B C. C

Centupla autem eſt vtraque D A, A B ipſius A B] *Expoſitione ſcilicet, vt ante diximus.* D

Centeſimam ipſius partem in decima parte vnius horæ pertranſibit] *Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur τὸ ἄρα ἑκατοστὸν αὐτῆς μέρος ἐν ὥρας ὅλῳ τῷ διαλύεται. legendum autem videtur ἐν ὥρας δεκάτῳ.* E

Erit triangulum F G B maius triangulo A B C] *Ducatur per* A *recta linea* A L *parallela ipſi* B C, *quæ ſecet* F B *in* L. *Et quoniam angulus* A E L *eſt æqualis angulo ad verticem* C E G, *& angulus* L A E *angulo* G C E; *anguluſque* A L E *angulo* C G E *ob lineas parallelas erit triangulum* A E L *triangulo* C E G *æquiangulum. vt igitur* A E *ad* E L, *ita* C E *ad* E G. *& permutando vt* A E *ad* E C, *ita* L E *ad* E G. *poſita autem eſt* A E *æqualis* E C. *quare &* L E *ipſi* E G *æqualis erit. & eodem modo oſtendetur* A L *æqualis* G C. *ergo et triangulum* A E L *eſt æquale triangulo* C E G. *& addito vtrique communi trapezio* A E G E, *erit triangulum* A B C *trapezio* A B G L *æquale. Sed triangulum* F B G *maius eſt trapezio* A B G L. *ſuperat enim ipſum triangulo* F A L *triangulum igitur* F B G *triangulo* A B G *eſt maius.* F

Et rurſus ducta H B K, triangulum B H K triangulo F G B maius erit] *Secet enim* H B *ipſam* A L *productam in* M. *Rurſus eodem modo, quo ſupra demonſtrauimus triangulum* B H K *triangulo* A B C *maius eſſe, & ipſa ſuperare triangulo* H A M: *quod quidem maius eſt triangulo* F A L. *ſed triangulum* F B G *ſuperabat idem triangulum* A B C *triangulo* F A L. *triangulum igitur* H B K *triangulo* F B G *maius ſit neceſſe eſt. Similiter a puncto* N *infra* A *ſumpto, & ducta* N B O, *demonſtrabitur triangulum* N B O *maius triangulo* A B C. *nam per* C *ducta* C P *ipſi* A B *parallela, erit trapezium* N B, C P *triangulo* A B C *æquale. ergo triangulum* N B O *ſuperat triangulum* A B C *ipſo* C O P *triangulo.* G

Etenim quacumque recta linea minorem aptare licet] *Quomodo autem recta linea data in circulum aptetur docet Euclides in quarto libro elementorum propoſitione prima, & ipſe Pappus in tertio libro propoſitione 43.* H

Cum ſit aliquod ſpacium, quo maius applicare non poſſumus] *Oportet enim datum ſpacium non maius eſſe eo, quod ad dimidiam applicatur ex 28. ſexti libri elementorum.* K

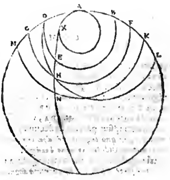
Omnium angulorum, qui ad circumferentiam circuli B E, A F conſtituuntur, maximus quidem eſt C A D, minimus vero C B D] *Sumatur punctum in circumferentia circuli* B E A F *inter* A *&* F, *quod ſit* G, *&* C G, G D *iungantur, ita vt* C G *ſecet circumferentiam circuli* C A D *in* H. *erit angulus* G H D *æqualis angulo* C A D *ex 21. tertij libri elementorum, atque eſt angulus* C H D *exterior maior interiori & oppoſito* C G D, *angulus igitur* C A D *angulo* C G D *eſt maior. & eadem ratione maior quocumq; alio oſtendetur. Rurſus ſumatur aliud punctum* K *in circumferentia eiuſdem circuli inter* B *&* F, *& iunctis* C K, K D *producatur* C K L

vſque

Uſque ad circumferentiam circuli CBD *in* L, *&* DL *iungatur. erit angulus* CLD *æqualis angulo* CBD. *Sed angulus interior* CLD *minor eſt exteriore* CKD. *angulus igitur* CBD *angulo* CKD *eſt minor. &, ita quocumque alio minor demonſtrabitur. Ex quibus conſtat angulum* CAD *omnium angulorum, qui ad circumferentiam circuli* BE, AB *aptantur, maximum eſſe, &* CBD *minimum.*

THEOREMA XXXV. PROPOSITIO XXXV.

His igitur præmiſsis nunc demonſtrabimus Zodiaci velocitatem diminutam nunquam velocitate Solis minorem eſſe. ſed quamcumque circumferentiam Zodiaci Solem in maiori tempore pertranſire, quam ipſa oriatur, vel rurſus occidat.



Sit enim horizon quidem AB, æſtiuus tropicus BED zodiacus DHL maximus autem parallelorum KNM ſitq; principium Cancri in occaſu, & abſcindatur quæpiam Zodiaci circumferentia DH. Dico Solem in maiori tempore circumferentiam DH pertranſire, quam ipſa DH occidat. deſcribatur enim per H maximus circulus HX, qui circulum
A arcticum contingat. Et quoniam ſphæræ diameter ad diametrum æſtiui tropici poteſtate eandem habet proportionem, quam 629. ad 529. etenim recta linea a centro ſphæræ ad centrum tropici ducta, longitudine eam proportionem habet ad ſemidiametrum tropici, quã
B 10. ad 23. erit ſphæræ diameter minor, quam dupla diametri tropici. quare dupla diametri ſphæræ minor erit, quam quadrupla diametri tropici. Sed dupla diametri ſphæræ ad diametrum circuli BEN maiorem proportionem habet, qua circumferentia MN ad DH circumferentiã ex 12. theoremate tertij libri ſphæricorum. ergo circumferentia MN multo minor erit, quam
C quadrupla circumferentiæ DH. Et quoniam Mundi velocitas velocitatis Solis maior eſt, quam quadrupla, & Mundus quidem per circulum KNM, Sol autem per DHL fertur, in quo tempore ſol pertranſit circumferentiam DH, in hoc punctum N maiorem circumferentiam, quam MN pertranſit: etenim N æquæ velociter, atque Mundus fertur. In maiori igitur tempore Sol pertranſit circumferentiam DH, quam N ad M perueniat. Deſcribatur per H parallelus circulus GH. in æquali autem tempore N
D ad M peruenit, & H ad G. Similes enim circumferentiæ ſunt MN, HG. ergo in maiori tempore Sol circumferentiam DH pertranſit, quam H perueniat ad G. In quo autem tempore H peruenit ad G circumferentia DH occidit. in maiori igitur tempo-
E re Sol pertranſit, H quam DDH occidat. Sed inæquali tempore occidit DH, & circumferentia ipſi æqualis, & oppoſita, quæ eſt poſt Capricornum, oritur, & æquales ipſas circumferentias ſol in æquali tempore pertranſit. quare, & in maiori tempore Sol pertranſit circumferentiam, quæ eſt poſt Capricornum, quam ipſa oriatur, fecimus
F autem mentionem de his Zodiaci circumferentijs, quoniam illa videtur in maiori tempore occidere, & hæc in maiori tempore oriri. Cum igitur circumferentia, quæ a contactu Cancri in maiori tempore occidere oſtenſa ſit, quam reliquæ omnes circumferentiæ Zodiaci circuli, atque oſtenſa ſit in minori tempore occidere, quam ipſam Sol pertranſeat, multo magis reliquæ circumferentiæ in minori tempore occident, quam ipſas ſol pertranſeat. Rurſus quoniam circumferentia, quæ eſt a contactu Capricorni in maiori tempore oritur, quam reliquæ omnes Zodiaci circumferentiæ, oſtenſa eſt autem in minori tempore oriri, quam ipſam Sol percurrat, multo magis reliquæ circumferentiæ Zodiaci in minori tempore orientur, quam ipſas Sol percurrat.

COM-

COMMENTARIVS.

Et quoniam ſphæræ diameter ad diametrum æſtiui tropici poteſtate eandem habet proportionem,quam 629. ad 529. etenim recta linea a centro ſphæræ ad centrum tropici ducta longitudine proportionem habet ad ſemidiametrum tropici,quam 10.ad 23.] *Sinus enim rectus maximæ declinationis Solis, videlicet graduum 23 ½. eſt 23. 9. 24. earum partium, quarum ſemidiameter ſphæræ eſt 60000 & ſinus rectus reſidui maximæ declinationis. hoc eſt ſemidiameter tropici eſt 55023. habet autem 2:924. ad 55023. eandem ferè proportionem, quam 10. ad 23.* A

Erit ſphæræ diameter minor, quam dupla diametri tropici] *Habet enim ſphæræ diameter ad diametrum tropici eamferè proportionem, quam 25 $\frac{2}{23}$. ad 23.* B

Et quoniam Mundi velocitas velocitatis Solis maior eſt,quam quadrupla] *Velocitates enim inter ſeſe eandem habent proportionem, quam tempora, in quibus idem ſpatium percurritur, conuerſo tamen modo. Nam cum Sol in anno Zodiacum percurrat, Zodiacus autem in die naturali oriatur, vel occidat, Mundi velocitas ad velocitatem Solis erit, vt tempus annuum, ad vnius diei tempus. Velocitas igitur Mundi maior eſt, quam quadrupla velocitatis Solis. eſt enim maior, quam trecentum ſexagintupla.* C

Similes enim ſunt circumferentiæ NM, HG] *Ex 13. ſecundi libri ſphæricorum Theodoſij.* D

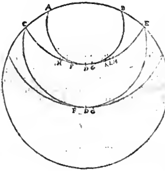
Sed inæquali tempore occidit DH, & circumferentia ipſi æqualis, & oppoſita, quę eſt poſt Capricornum oritur] *Ex 11. phænomenon Euclidis.* E

Quoniam illa videtur in maiori tempore occidere, & hęc in maiori tempore oriri] *Ex 12. & 13. phænomenon Euclidis.* F

THEOREMA XXXVI. PROPOSITIO XXXVI.

Quod ſi F ſit occaſus, & G ortus. erit circumferentiæ FG tempus, in quo ipſam Sol noctu pertranſit. At vero inæqualibus exiſtentibus FD, DG, non fieri media nocte conuerſionem perſpicuum eſt, quoniam, & tempus ipſius FD, quam Sol percurrit, eſt inæquale. Conſtat etiam FDG circumferentię noctem maximam eſſe omnium earum, quæ in anno contingunt, cuius principium eſt æſtiua conuerſio, quippe cum in maximo tempore circumferentia FDG occultum hemiſphęrium permutat. A

B



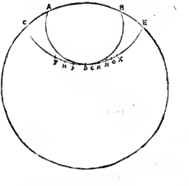
THEOREMA XXXVII. PROPOSITIO XXXVII.

Oſtendenda autem nunc ſint, & quæ ex vtraque parte.

Sitque primum FD maior, quam DO, & ſit ipſius F occaſus ortus H: & circumferentiæ FH æqualis ſit KG circumferentia. in æquali igitur tempore Sol circumferentias FH, KG pertranſit. Sed in quo tempore pertranſit FH, ipſa FH apparens hemiſphærium permutat. In minori autem tempore FH apparens hemiſphærium permutat, quam KG. ergo in minori tempore Sol pertranſit circumferentiam KO, quam KG apparens hemiſphęrium permutat. In quo igitur tempore KG apparens hemiſphærium C D E

rium permutat, Sol circumferentiam pertranſibit maiorem circumferentiam KG. pertranſeat circumferentiam GL. Itaque cum punctum K in occidente ſit, Sol exiſtens ad L ſupra terram erit. Vt igitur pertineat ad occidentem, circumferentiam quandam pertranſibit. pertranſeat LM. ergo in quo tempore GM permutat apparens hemiſphærium, in hoc & Sol ipſam GM circumferentiam pertranſit, atque eſt GM maior quam FH, quare dies in ſemicirculo DE maiores ſunt diebus, qui in ſemicirculo CD
F contingunt. Hoc igitur demonſtrari poteſt, quemadmodum in elemento. Sed quo-
G niam FD eſt maior, quam DG, & FH quam GM minor, HD ad DM nullam habet comparationem. quare demonſtratio ſimiliter non procedet, niſi demonſtrauerimus in portione DC vtraſque dies ac noctes vtriſque diebus, ac noctibus in portione DE maiores eſſe. oportet igitur nos prædicta vti demonſtratione, vt & noctes inter ſe comparentur.

THEOREMA XXXVIII. PROPOSITIO XXXVIII.



Itaque ſit ante H ortum occaſus P. &
H ipſi quidem FD æqualis ponatur DK ipſi vero PF æqualis KX. Et quoniam PF eſt æqualis KX, in æquali tempore Sol vtramque ipſarum pertranſibit. in quo autem tempore pertranſibit FP, Mundi conuerſio ſit, & ipſius FP occa-
K ſus. Sed tempus, in quo KX oritur, eſt
L æquale tempori, in quo occidit FF. tempus igitur, in quo Sol pertranſit KX, eſt conuerſionis mundi tempus, & ortus KX circumferentiæ. tempus autem, in quo Sol circumferentiam KG pertranſit, maius eſt tempore ortus KG. ergo tempus, in quo Sol pertranſit GX, maius eſt con-
M uerſione mundi, & ipſius GX ortu. quare in Mundi conuerſione, & GX ortu Sol minorem circumferentiam pertrãſibit,
N quam ſit GX. pertranſeat GO. puncto igitur X in ortu exiſtente, Sol cum ſit ad O exortus iam eſt. & ob id in quo tempore Sol ad orientem ſit, minorem adhuc circumferentiam percurret, quam GO. ſit GN. erit igitur N punctum orientale poſt ortum O. & nox, cuius ortus N minor nocte cuius occaſus P. Similiter autem, & reliqua oſtendentur. & ſi qua inſtantia fiat, in figura, in qua ortus vel occaſus ſit in æſtiua conuerſione, ſimiliter ſoluitur.

COMMENTARIVS.

A At vero inæqualibus exiſtentibus FD, DG non fieri media nocte conuerſionem perſpicuum eſt, quoniam, & tempus ipſius FD, quam Sol percurrit, eſt in æquale] *Ex ijs, quæ tradit Theodoſius in quarto Theoremate primi libri de diebus, & noctibus.*

B Conſtat etiam FDG circumferentiæ noctem maximam eſſe omnium earum, quæ in anno contingunt, cuius principium eſt æſtiua conuerſio. quippe cum in maximo tempore circumferentia FDG occultum hemiſpherium permutet.] *Vera hæc ſunt de nocte, in quam ſit hyemalis conuerſio, quæ ex quarto theoremate iam dicto manifeſto apparent.*

C Sitque primum FD maior, quam DG, & ipſius F occaſus, ortus H] *Redit ad æſtiuam conuerſionem. atque eſt FDG circumferentia noctis, in qua ea contingit.*

D Sed in quo tempore pertranſibit FH ipſa FH apparens hemiſphærium permutat] *Græcus codex. ἀλλ' ἐν ᾧ τὴν ζθ διαπορεύεται ἡ ζη παραλλάσσει τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον. loco ζη videtur legendum ζθ.*

E In minori autem tempore FH appparens hemiſphærium permutat, quam KG] *Eſt enim KG conuerſioni æſtiuæ propinquior.*

F Hoc igitur demonſtrari poteſt, quemadmodum in elemento.] *Per elementum fortaſſe intelligit Theodoſij libros de diebus, & noctibus, vel potius Euclidis phænomena.*

Niſi

Niſi demonſtrauerimus in portione DC vtraſque dies, ac noctes, &c.] *In Græco codice legitur. ἐν τῷ δα τμήματι. Sed legendum arbitror ἐν τῷ δγ τμήματι.* G

Et ipſi quidem FD æqualis ponatur DK, ipſi vero PF, æqualis KX] *Græcus codex. καὶ κείσθω τῇ μὲν ζδ ἴση ἡ δκ, τῆς δὲ πζ ἴσης τῇ κξ. legendum autem videtur. τῇ δὲ πζ ἴση ἡ κξ.* H

Sed tempus, in quo KX oritur eſt æquale tempori, in quo occidit PF] . . . . K

Tempus autem, in quo Sol circumferentiam KG pertranſit, maius eſt tempore ortus KG] *Ex ijs, quæ Pappus ſupra demonſtrauit.* L

Quare in Mundi conuerſione, & GX ortu Sol minorem circumferentiam pertranſibit, quam ſit GX] *Græcus codex ἐν ἄρα κόσμου περιστροφῇ καὶ τῆς ηξ ἀνατολῆς, γίνεται ὁ ἥλιος, &c. expungendum eſt illud verbum γίνεται.* M

Pertranſeat GO] *Græcus codex. διαπορευθήτω τὴν κδ. ſed legendum puto τὴν κο.* N

Ariſtarchus in libro de magnitudinibus, & diſtantijs Solis, & Lunæ ſex ponit, nempe hæc.

Primum, Lunam a Sole lumen accipere, ſecundum, Terram puncti, ac centri habere rationem ad ſphæram Lunæ tertium, cum Luna dimidiata nobis apparet, vergere in noſtrum viſum circulum maximum, qui Lunæ opacum, & ſplendidum determinat. Quartum, cum Luna dimidiata nobis apparet, tunc ipſam a Sole diſtare minus quadrante, quadrantis parte trigeſima, pro eo, quod eſt, diſtante partes octoginta ſeptem. hę enim minores ſunt quam nonaginta partes quadrantis, partibus tribus, quæ ſunt trigeſima pars nonaginta. Quintum vmbræ latitudinem eſſe duarum Lunarum. Sextum, Lunam ſubtendere quintamdecimam partem ſigni.

Harum autem poſitionum, prima quidem, tertia, & quarta fere cum Hipparchi, & Ptolemæi poſitionibus conſentiunt, Luna enim a Sole ſemper illuminatur, præterquam in ecclypſi, quo tempore lucis expers fit, incidens in vmbram, quam Sol oppoſitus a terra iacit, conicam formam habētem, & circulus determinans lacteum, quod eſt ex illuminatione Solis, & cineritium, qui proprius Lunæ color eſt, haud differens a maximo circulo in dimidiatis ad Solem conſtitutionibus, quam proxime ad quadrantem in Zodiaco conſpectum, ad viſum noſtrum vergit. hoc enim circuli planum, ſi producatur, etiam per viſum noſtrum tranſibit, quamcumque poſitionem habeat Luna primæ, vel ſecundæ dimidiatæ apparitionis. reliquas autem poſitiones diſcrepantes comperiunt dicti mathematici, propterea quod neque terra puncti, ac centri rationem habet ad Lunæ ſphæram ſecundum ipſos, ſed ad ſphæram inerrantium ſtellarum. neque vmbræ latitudo ſit duarum diametrorum Lunæ, neque ipſius Lunæ diameter ſubtendat circumferentiam maximi circuli, ſecundum mediam eius diſtantiam, quintamdecimam partem ſigni, videlicet partes duas. Hipparcho enim diameter Lunæ circulum hunc ſexcenties, & quinquagies metitur. & circulum vmbræ metitur bis, & ſemis ſecundum mediam diſtantiam in coniunctionibus. At Ptolemęo diameter ipſius Lunæ ſecundum A maximam quidem diſtantiam ſubtendit circumferentiam 0. 31. 20. ſecundum minimam vero 0. 35. 20. & diameter circuli vmbræ ſecundum maximam Lunæ diſtantiam 0. 40. B 40. ſecundum minimam 0. 46. vnde ipſi differentes rationes tum diſtantiarum, tum magnitudinum Solis, & Lunæ collegerunt. Ariſtarchus autem dictas poſitiones ſecutus verbum ita ſcribit.

Itaque colligitur diſtantiam Solis a terra maiorem quidem eſse, quam duodeuigintuplam diſtantiæ Lunæ: minorem vero quam vigintuplam, & eandem proportionem habere Solis diametrum ad diametrum Lunæ, quod habetur ex poſitione, quæ eſt circa dimidiatam Lunam. Solis autem diametrum ad diametrum terræ in maiori proportione eſse, quam 19. ad 3. & minori, quam 43. ad 6 ex ratione diſtantiarum, & poſitione circa vmbram, & ex eo, quod Luna quintam decimam ſigni partem ſubtendit. C

Colligitur, inquit, vt deinceps, velut qui hæc paulo poſt demonſtraturus ſit lemmata ad demonſtrationes vtilia præmittens. Ex quibus omnibus concludit, Solem ad terram maiorem quidem proportionem habere, quam 6859. ad 27. minorem vero, quam 79507. ad 216. Terræ diametrum ad diametrum Lunæ in maiori proportione eſſe, quam 108. ad 43. & minori, quam 60. ad 19. Terram vero ad Lunam in maiori eſſe proportione, quam 1259712. ad 79507. & minori, quam 216000. ad 6859. At Ptolemæus in libro quinto magnæ conſtructionis demonſtrauit, quarum partium ſemidiameter terræ eſt vnius, earum Lunæ maximam diſtantiam in coniunctionibus eſſe. D

Digitized by Google

6410. & Solis 1210. ſemidiametrum Lunæ o. 17. 33. & ſemidiametrum Solis 5. 30.
ergo quarum partium diameter Lunæ eſt vnius, earum diameter quidem terræ eſt 3 $\frac{2}{5}$.
H Solis autem 18 $\frac{4}{5}$. terræ igitur diameter tripla eſt diametri Lunæ, & adhuc duabus quintis maior. Solis diameter diametri quidem Lunæ duodeuigintupla eſt, & adhuc maior
K quattuor quintis, diametri autem terræ quintupla, & adhuc dimidio maior. ex quibus & ſolidorum corporum proportiones manifeſtæ ſunt. Quoniam enim cubus vnius eſt
L 1. cubus autem 3 $\frac{2}{5}$. eſt earundem 39 $\frac{1}{3}$. proxime, & cubus 18 $\frac{4}{5}$. ſimiliter 6644 $\frac{2}{3}$. proximè, quarum partium Lunæ ſolida magnitudo eſt vnius, earum magnitudo ter-
M N ræ erit 39 $\frac{1}{3}$. & Solis 6644 $\frac{2}{3}$. quare magnitudo Solis centies, & ſeptuagies proximè terræ magnitudinem continet, & hæc hactenus dicta ſit, comparationis cauſſa dictarum magnitudinum, & diſtantiarum. Deſcribemus autem vnum lemma ex iis, quæ traduntur in quartum theorema eiuſdem libri inquiſitione dignum.

COMMENTARIVS.

A At Ptolemæo diameter ipſius Lunæ, ſecundum maximam quidem diſtantiam ſubtendit circumferentiam o. 31. 20. ſecundum minimam vero o. 35. 20.] *Hoc eſt ſubtendit circumferentiam minutorum 31. & 20. ſecundorum, Vt nunc loquuntur. Græcus autem codex* κατὰ δὲ Πτολεμαῖον, *&c.* κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ἀπόστημα ο λ α κ. κατὰ δὲ τὸ ἐλάχιστον ο λ ε κ. *Sed legendum Videtur,* κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ἀπόστημα ο λ α κ. κατὰ δὲ τὸ ἐλάχιστον ο λ ε κ.

B Et diameter circuli vmbræ ſecundum maximam Lunę diſtantiam o. 40. 40 ſecundum minimam o. 46.] *Gracus codex* ἡ δὲ διάμετρος τοῦ κύκλου τῆς σκιᾶς κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ἀπόστημα τῆς σελήνης ο. μ. μ. κατὰ τὸ ἐλάχιστον ἀπόστημα μϛ. *Sed Videtur legendum* μ. μ. *Vel* ο. μ. μ. κατὰ τὸ ἐλάχιστον ἀπόστημα μ ε λ κ, *quemadmodum in codice Ptolemæi impreſſo legitur.*

C Colligitur igitur diſtantiam Solis a terra maiorem quidem eſse, quam duodeuigintuplam diſtantiæ Lunæ] *In Græco codice Ariſtarchi ita ſcriptum inuenitur* ἐπιλογίζεται ὅτι τὸ τοῦ ἡλίου ἀπόστημα ἀπὸ τῆς γῆς, τοῦ τῆς σελήνης ἀποστήματος μεῖζον μὲν ἢ ὀκτωκαιδεκαπλάσιον, ἔλασσον δὲ ἢ εἰκοσαπλάσιον διὰ τῆς περὶ τὴν διχοτομίαν ὑποθέσεως. τὸν αὐτὸν δὲ λόγον ἔχειν τὴν τοῦ ἡλίου διάμετρον πρὸς τὴν σελήνης διάμετρον· τὴν δὲ τοῦ ἡλίου διάμετρον πρὸς τὴν τῆς γῆς διάμετρον μείζονα μὲν λόγον ἔχειν, ἢ ὃν τὰ ιθ. πρὸς γ. ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν μγ. πρὸς ϛ. διὰ τοῦ εὑρεθέντος περὶ τὰ ἀποστήματα λόγου τῆς περὶ τὴν σκιὰν ὑποθέσεως, καὶ τοῦ τὴν σελήνην ὑπὸ πεντεκαιδέκατον μέρος ζῳδίου ὑποτείνειν.

D Ex quibus omnibus concludit Solem ad terram maiorem quidem proportionem habere, quam 6856. ad 27. minorem vero, quam 79507. ad 216.] *Gracus codex* συνάγει δ' ἐκ πάντων, *&c.* ἐλάσσονα δὲ λόγον ἢ ὃν τὰ μ θ φ ζ. πρὸς ιϛ. *lege* ἐλάσσονα δὲ λόγον ἢ ὃν τὰ μ θ φ ζ πρὸς σιϛ.

E Tertiam vero ad Lunam in maiori eſse proportione, quam 1259712. ad 79507. & in minori, quam 216000. ad 6859.] *Gracus codex* ἡ δὲ γῆ πρὸς τὴν σελήνην ἐν μείζονι λόγῳ ἢ ὃν τὰ σ κ ε μ ν. θ ψ ιβ. πρὸς μ θ φ ζ. ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ὃν μ κ α ϛ. πρὸς, ϛ ω ν θ. *legendum autem vt puto.* ἡ δὲ γῆ πρὸς τὴν σελήνην ἐν μείζονι λόγῳ, ἢ ὃν τὰ μ' κ ε θ ψ ι β πρὸς μ' θ φ ζ. ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ὃν μ κ α, ϛ ω ν θ.

F Quarum partium ſemidiameter terræ eſt vnius, earum Lunæ maximam diſtantiam in conuerſionibus eſse 6410. & Solis 1210.] *Gracus codex* τοιούτων τὸ μὲν τῆς σελήνης ἐν ταῖς συζυγίαις μέγιστον ἀπόστημα ξ δ γ. τὸ δὲ τοῦ ἡλίου α ω ι *lege ex Ptolemæi codice* ξ δ ι. τὸ δὲ τοῦ ἡλίου α σ ι.

G Semidiametrum Lunæ o. 17. 33. & ſemidiametrum Solis 5 30.] *Gracus codex* ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου σελήνης τὸ ιζ. λγ. ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἡλίου ο ι ϛ μ. *videtur autem legendum* ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου σελήνης ο. ι ζ. λ γ. ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἡλίου ε λ.

H Terræ igitur diameter tripla eſt diametri Lunæ, & adhuc duabus quintis maior] *Gracus codex* καὶ ἡ μὲν τῆς γῆς ἄρα διάμετρος τῆς σεληνιακῆς τριπλασία ἐστὶ καὶ τοῖς γῆ μείζων *lege ex Ptolomæo.* καὶ τοῖς β ε μείζων.

K Diametri autem terrę quiutupla; adhuc dimidio maior] *Græcus codex* ἡ τῆς δὲ γῆς πενταπλασία, *&c. delenda eſt dictio* ἡ.

L Et cubus 18 $\frac{4}{5}$. ſimiliter 6644 $\frac{2}{3}$. proxime] *Græcus codex* ὁ δὲ ἀπὸ τῆς ιη. καὶ δὲ ὁμοίως ϛ χ μ δ ι ἔγγιστα. *lege* ὁ δὲ ἀπὸ τῆς ιη. καὶ δὲ ὁμοίως ϛ χ μ δ ι ἔγγιστα.

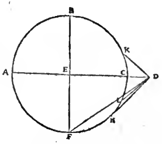
M Et Solis 6644 $\frac{2}{3}$.] *Gracus codex* τὸ δὲ τοῦ ἡλίου μ ϛ χ δ ι. *lege* τὸ δὲ τοῦ ἡλίου ϛ χ μ δ ι.

Quare

Quare magnitudo Solis centies, & ſeptuagies proxime terræ magnitudinem continet] *Græcus codex* ἑκατόντα καὶ ἑβδομηκονταπλάσιον μεῖζον ἄρα ἔγγιστα τὸ τοῦ ἡλίου τοῦ τῆς γῆς. *legendum puto*. ἑκατοντάκις ἑβδομηκονταπλάσιον ἄρα ἔγγιστα τὸ τοῦ ἡλίου τοῦ τῆς γῆς.

THEOREMA XXXIX. PROPOSITIO XXXIX.

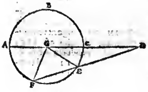
Sit circulus ABC, cuius diameter producta ACD, centrum E, a puncto E ipſi ACD ad rectos angulos ducatur BEF. ab ipſo autem D ducatur DH, circulum ABC contingens: & dimidiæ ipſius FH æqualis ponatur ad vtraſque partes C, videlicet KC, CL, iunganturque KD, DL, FD. Dico angulum KDL angulo FDH maiorem eſſe, præmittuntur autem hæc.



THEOREMA XL. PROPOSITIO XL.

Sit circulus ABC, cuius diameter producta ACD: & a puncto D ducatur quæpiam recta linea DEF. Dico circumferentiam AF circumferentia CE maiorem eſſe.

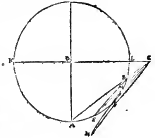
Sumatur enim circuli centrum G & GF, GE iungantur; erit angulus ad F angulo ad E æqualis. & quoniam triangulum eſt GFD, & angulus exterior AGF maior eſt interiori, & oppoſito eo, qui ad F, hoc eſt eo, qui ad E; angulus autem ad E maior eſt angulo DGE propterea quod eſt extra triangulum; erit angulus; AGF angulo EGD maior, & ſunt ad centrum. circumferentia igitur AF maior eſt circumferentia CE, quod demonſtrare oportebat.



THEOREMA XLI. PROPOSITIO XLI.

Sit circulus AB, cuius centrum D, & extra circulum punctum C, ducanturque CDK, & circulum contingens CF. deinde per D centrum A ad rectos angulos ipſi KL diametro agatur DA. ſeceturque AF circumferentia bifariam in puncto E. & CBA, CGE iungantur. Dico angulum BACE angulo EGF maiorem eſſe.

Iungan-



Iungantur enim EB, FG, & quoniam
8. quinti. EB maior eſt, quam FG, & BC minor,
21. tertij. quam CG, habebit EB ad BC maiorem proportionem, quam FG ad GC. itaque fiat vt EB ad BC, ita HG ad GC, & HC iungatur. Quoniam igitur anguli ABE, EGF
C inter ſe æquales ſunt, quod & circumferentia AB circumferentiæ BF, & reliqui
13. primi. anguli EBC, EGC æquales: & circa æ-
6. ſexti. quales angulos latera ſunt proportionalia: erit triangulum EBC triangulo HGC æquiangulum. ergo anguli ACE, BCH inter ſe æquales ſunt. angulus igitur ACB angulo BCF eſt maior.

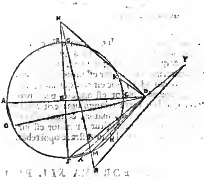
COMMENTARIVS

A Ducaturque CDK, & circulum contingens CF] *Græcus codex* καὶ διήχθω ἡ γδ, δκ. *lege* καὶ διήχθω ἡ γδκ.

B Et CBA, CGE iungantur] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ γβα, γεε. *lege* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ γβα, γηε.

C Quod & circumferentia AB circumferentiæ BF] *Græcus codex* ἐπεὶ καὶ περιφέρεια ἡ αβ περιφερείας τῆς βζ. *lege* περιφέρεια τῇ βζ.

Sit denique eadem figura, quæ prius, & eadem maneant. Dico angulum KDL angulo FDH maiorem eſſe.



Secetur circumferentia FB bifariam in puncto M, & iungatur MD. conſtat igitur ex eo, quod proxime oſtenſum eſt, angulum FDM maiorem eſſe angulo MDH. producantur FEB. DL ad puncta NX: ſitque ipſi AD æqualis NF, & NM, ND iungantur. itaque quoniam circulus eſt ABC, cuius diameter producta ACD, &
40. huius. a puncto D acta eſt DLX ad concauam circumferentiam, erit circumferentia AX, maior quam circumferentia CL. Sed CL eſt æqualis FM, vtraque enim eſt circumferentiæ FH dimidia, circumferentia igitur AX maior eſt, quam FM. Ponatur ipſi FM æqualis circumferentia AO, iunganturque AO, OD, & quoniam circumferentia AFC ſemicirculi æqualis eſt circumferentiæ ſemicirculi FCB, quarum AO eſt æqualis MF, erit & reliqua OC reliquæ MB æqualis. ſed circumferentiæ quidem OC inſiſtit DAO angulus, circumferentiæ vero MB inſiſtit angulus NFM. ergo angulus DAO eſt æqualis angulo NFM. atque eſt vterque recto minor, & cum AD ſit æqualis FN, & AO ipſi FM, duæ DA, AO duabus NF, FM æquales ſunt, & angulus DAO eſt æqualis angulo
4. primi. NFM. quare & baſis OD baſi NM, & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales: angulus igitur ADO eſt æqualis angulo FNM. Rurſus quoniam ſemicirculi circumferen-
31. tertij. tia eſt FAB, erit FA, BG ſemicirculo maior, cui inſiſtit angulus FMG, ergo FMG
A angulus maior eſt recto, & ipſi ſubtenditur recta linea FR, angulo autem acuto RFM
19. primi. ſubtenditur RM. quare FR maior eſt, quam RM. itaque producatur RM ad S: & ipſi FR æqualis ponatur RS. Et quoniam tota ACD æqualis eſt toti FBN, quarum AB eſt

æqua-

æqualis ꝛ f: erit reliqua ꝛ d ipſi e n æqualis. ideoque angulus ꝛ d n eſt æqualis angulo e n d & n d ꝛ maior angulo d n ꝛ. quare latus n ꝛ latere ꝛ d eſt maius. Producatur ꝛ d ad y, ponaturque ipſi n ꝛ æqualis ꝛ y, & s y iungatur. Quoniam igitur f ꝛ eſt æquali ꝛ s, & n ꝛ ipſi ꝛ y, duæ f ꝛ, ꝛ n duabus s ꝛ, ꝛ y æquales ſunt: & angulus f ꝛ n æquali angulo s ꝛ y, quod ſint ad verticem. ergo & baſis n f baſi s y, & reliqui anguli reliquis angulis æquales. quare angulus ꝛ f n eſt æqualis angulo ꝛ s y. ſed angulus ꝛ m d maior eſt angulo ꝛ s y, cum ſit extra triangulum angulus igitur ꝛ m d angulo ꝛ f n eſt maior: eſt autem & f ꝛ n angulus æqualis angulo m ꝛ d, quare & reliquus f n ꝛ maior reliquo ꝛ d m. At oſtenſum eſt angulum f n ꝛ angulo a d o eſſe æqualem. angulus igitur a d o angulo ꝛ d m eſt maior, ac propterea a d x angulus multo maior eſt angulo ꝛ d m. anguli autem a d x duplus eſt angulus k d l, & anguli ꝛ d m minor, quam duplus oſtenſus eſt angulus f o h. ergo k d l angulus angulo f d h maior erit. 5. primi. B C D

COMMENTARIVS.

Et ipſi ſubtenditur recta linea f ꝛ] *Recta enim linea* n m *ſecat* f d *in puncto* ꝛ. A

Quare latus n ꝛ latere ꝛ d eſt maius] *Angulus enim* n d ꝛ *cum ſit maior angulo* e d n, *ipſo* d n ꝛ *multo maior erit, quare, & latus* n ꝛ *latere* ꝛ d *eſt maius.* B

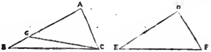
Sed angulus ꝛ m d maior eſt angulo ꝛ s y] *Græcus codex.* ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ρ μ σ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ρ σ υ. *lege* ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ρ μ δ. C

Angulus igitur ꝛ m d angulo ꝛ f n eſt maior] *Græcus codex* καὶ ἡ ὑπὸ μ ρ δ ἄρα μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ρ ζ ν. *lege* καὶ ἡ ὑπὸ ρ μ δ. D

Si ab oculo radius ad circuli centrum pertingens, neque ad rectos angulos ſit ipſi plano, neque ſemidiametro æqualis, maior autem, vel minor, inæquales ſemidiametri circuli apparebunt, præmittuntur autem hæc.

THEOREMA XLII. PROPOSITIO XLII.

Sint duo triangula orthogonia a b c, d e f rectos angulos habentia ad a d, & b c ad c a maiorem proportionem habeat, quam e f ad f d. Dico b c a angulum angulo e f d maiorem eſſe.



Quoniam enim b c ad c a maiorem proportionem habet, quam e f ad f d, & poteſtate, diuidendoque, & longitudine, habebit b a ad a c maiorem proportionem, quã e d ad d f. Fiat vt e d ad d f, ſic g a ad a c. manifeſtum eſt enim g a minorem eſse, quam a b, & g c iungatur. triangulum igitur a g c ſimile eſt triangulo d e f, & a c g angulus angulo d e f æqualis. ergo angulus a c b maior eſt angulo d f e. A B C D

COMMENTARIVS.

Et poteſtate, diuidendoque, & longitudine habebit b a ad a c maiorem proportionem, quam e d ad d f] *Quoniam enim* b c *ad* c a *maiorem proportionem, quam* e f *ad* f d, *habebit quadratum ex* b c, *hoc eſt quadrata ex* b a, a c, *quæ ipſi ſunt æqualia, ad quadratum ex* c a *maiorem proportionem, quadratum ex* e f, *hoc eſt quam quadrata ex* e d d f *ad quadratum ex* d f. *ergo & diuidendo quadratum ex* b a *ad quadratum ex* a c *maiorem ha-* A

rem habet proportionem, quamquod ſit ex ED *quadratum ad quadratum ex* DF, *& ideo recta linea* BA *ad ipſam* AC *maiorem habet proportionem, quam* BD *ad* DF.

B Manifeſtum eſt enim GA minorem eſse, quam AB] *Ex 8. quinti elementorum.*

C Triangulum igitur AGC ſimile eſt triangulo DEF] *Ex 6. ſexti elementorum.*

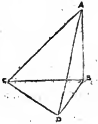
D Ergo angulus ACB maior eſt angulo DFE] *Poſſumus etiam conuerſam huius ita demonſtrare.*

Maneant enim eadem, quæ prius, & ſit angulus BCA *maior angulo* EFD. *Dico* BC *ad* CA *maiorem habere proportionem, quam* EF *ad* FD.

Quoniam enim angulus BAC *maior eſt angulo* EFD, *ad rectam lineam* AC, *& ad punctum*
23. primi *in ea* C *conſtituatur angulus* ACG *æqualis angulo* EFD *ergo & reliquus* AGC *reliquo* DEF
4. ſexti. *eſt æqualis, & triangulum triangulo ſimile. quare* GA *ad* AC *eſt ut* ED *ad* DF, *& ob id quadratum ex* GA *ad quadratum ex* AC *eſt, ut quadratum ex* ED *ad quadratum ex* DF, *& componendo quadrata ex* GA, AC *ad quadratum ex* AC, *ut quadrata ex* ED, DF *ad quadratum ex* DF. *ſed quadrata ex* BA, AC *maiora ſunt quadratis ex* GA, AC *quadrata igitur ex* BA, AC, *hoc eſt quadratum ex* BC *ad quadratum ex* AC *maiorem proportionem habet, quam quadrata ex* GA, AC *ad quadratum ex* AC, *hoc eſt quam quadrata ex* ED, DF, *videlicet quadratum ex* EF *ad quadratum ex* FD. *ergo* BC *ad* CA *maiorem habet proportionem, quam* EF *ad* FD. *quod oportebat demonſtrare.*

THEOREMA XLIII. PROPOSITIO XLIII.

Ducatur à ſublimi puncto A ad ſubiectum planum perpendicularis AB, cui in puncto B occurrat. ſit autem in plano recta linea CD, & à puncto B ad CD perpendicularis agatur BD; iungaturque AD. Dico & AD ad ipſam DC perpendicularem eſſe.

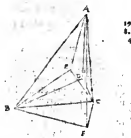


Sumatur in recta linea CD quoduis punctum C &
3. definit. AC, CB iungantur. Itaque quoniam AB perpendicu-
eandem. laris eſt ad ſubiectum planum angulus ABC rectus erit.
47. primi ergo quadratum ex AC eſt æquale quadratis ex AB, BC. quadrato autem ex BC æqualia ſunt quadrata ex BD, DC. quadratum igitur ex AC eſt æquale quadratis ex AB, BD, DC. ſed quadratis ex AB, BD æquale eſt id, quod fit ex AD quadrato: ergo quadratum ex AC quadratis ex AD, DC æquale erit, ac propterea rectus eſt angulus ADC. recta igitur linea AD ad ipſam DC eſt perpendicularis, quod demonſtrare oportebat.

THEOREMA XLIV. PROPOSITIO XLIV.

A puncto ſublimi A ad ſubiectum planum recta linea ducatur AB, quæ ad planum non ſit perpendicularis, & a puncto A ad idem planum perpendicularis ducatur, ipſi occurrens in C, iungaturque CB. Dico angulum ABC minimum eſſe omnium, qui continentur recta linea AB, & qualibet earum, quæ a puncto B in ſubiecto plano ducuntur, atq; eum, qui ipſi propinquior eſt, ſemper remotiore eſſe minorem. duos autem tantum æquales conſtitui ad vtraſque ipſius partes.

Ducatur



19. primi. 8. quinti. 42. huius

Ducatur enim quæpiam recta linea B O in ſubiecto plano, & a puncto C ad ipſam perpendicularis agatur C D: & A D iungatur. eſt igitur A D ad O B perpendicularis ob id, quod proxime oſtenſum fuit. Et quoniam rectus eſt angulus A C D, maior eſt O A, quam A C. ergo B A ad A C maiorem proportionem habet, quam B A ad A D, & ſunt anguli B C A, B D A recti. maior. igitur eſt B A C angulus angulo B A D ex eo, quod ante demonſtratum eſt. quare reliquus angulus A B C minor eſt angulo A B O. Similiter oſtendemus angulum A B C omnibus alijs minorem eſſe. minimus igitur eſt angulus A B C.

Dico etiam angulũ, qui ipſi propinquior eſt, ſemper remotiore eſſe minorẽ. Ducatur enim quædam recta linea B E in ſubiecto plano, atq; a puncto C ad ipſam perpẽdicularis agatur C E, & A E iungatur, ergo A E ad B E eſt perpendicularis. Et quoniam rectus angulus E D C eſt æqualis recto C E B, angulus autem B C O maior eſt angulo B C E; habebit E C ad C B maiorem proportionem, quam D C ad C B. multo igitur maior eſt E C, quam C D. & eſt C A ad rectos angulos vtrique ipſarum C O, C E. quare E A maior eſt quam A D: & B A ad A O maiorem proportionem habet, quam ad A E. ſuntque anguli ad D E recti. ergo angulus B A D maior eſt angulo B A E. angulus igitur A B O angulo A B E eſt minor. Dico præterea duos tantum conſtitui æquales ad vtraſque partes ipſius. Conſtituatur enim ad C B rectam lineam, atque ad punctum in ea B in ſubiecto plano angulus C B F æqualis angulo C B O, & a puncto C ad B F perpendicularis ducatur C F, & A F iungatur. Quoniam igitur angulus C B O æqualis eſt angulo C B F, eſt autem & rectus C D B æqualis recto C F B, & latus C B vtrique triangulorum commune, erit & B D æqualis B F, & C D ipſi C F eſt etiam A C perpendicularis ad vtramque D C, C F. ergo & A D eſt æqualis A F. Quod cum D B ſit ęqualis B F, communis autem B A, & baſis D A æqualis baſi A F; angulus A B D angulo A B F æqualis erit. Eodem modo oſtendemus angulo A B D nullum alium conſtitui ęqualem. angulus igitur A B C minimus eſt, & qui ipſi propinquior ſemper remotiore eſt maior. duo autem tantum æquales ex vtraque eius parte conſtituuntur.

ex antec. A B 8. quinti C D E

COMMENTARIVS.

Angulus autem B C O maior, & angulo B C E] *Nam cum recta linea B F ſit extra ipſam B D, angulus C B O minor eſt angulo C B E. quare B C D angulus angulo B C E maior erit.* A

Habebit E C ad C B maiorem proportionem, quam D C ad C B] *Quoniam enim triangula B O C, B E C orthogonia ſunt, atque eſt angulus B C D maior angulo B C E, habebit B C ad C D maiorem proportionem, quam B C ad C E ex conuerſa 42. huius. quam nos demonſtrauimus. ergo conuertendo ex 26. quinti D C ad C B minorem proportionem habebit, quam E C ad C B: ac propterea E C ad C B minorem proportionem habet, quam O C ad C B.* B

Quare E A maior eſt, quam A O] *Nam cum E C maior ſit, quam C O, erunt quadrata ex E C, C A maiora quadratis ex O C, C A. ſed quadratis ex E C, C A æquale eſt quadratum ex A E, & quadratis ex O C, C A æquale eſt quadratum ex A D. ergo quadratum ex E A maius eſt quadrato ex A O. & ob id recta linea E A, quam A O eſt maior.* C

Ergo angulus B A O maior eſt angulo B A E] *Ex 42. huius.* D

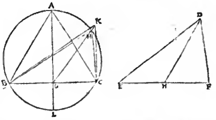
Erit & B D æqualis B F, & C D ipſi C F] *Sunt enim triangula B O C, B F C inter ſe ſimilia, quare vt C B ad D B ita C B ad B F, & permutando vt C B ad ſeipſam, ita D B ad B F. ergo B D ipſi B F eſt æqualis, & eadem ratione D C eſt æqualis C F.* E 4. ſexti.

THEOREMA XLV. PROPOSITIO XLV.

Sint duo triangula A B C, D E F, quæ B C, E F æquales habeant, ſecenturque B C, E F biſariam in punctis G H; & iungantur A G, D H, quæ etiam inter ſe ſint æquales. & ſit A G quidem ad B C perpendicularis, D H ve-

Digitized by Google

ro non perpendicularis ad EF: ſitque AG maior, quam GB. Dico angulum BAC angulo EDF maiorem eſſe.



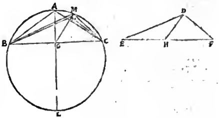
Deſcribatur circa ABC triangulum circulus ABC, & producatur AG ad L. Quoniam igitur AG maior eſt, quam GB, atque eſt AL dia-
A meter: erit centrum circuli inter AG. hoc enim deinceps
B oſtendetur. quare maxima eſt AG, & ipſi propinquior remotiore maior eſt. Conſtituatur angulo DHF æqualis angulus CGM. ergo AG, hoc eſt DH maior eſt, quam GM. ponatur ipſi DH æqualis GK, & BK, KC iungantur. erit angulus EDF æqualis an-
C gulo BKC. Sed angulus BAC angulo BHC eſt maior. angulus igitur BAC angulo EDF maior erit.

COMMENTARIVS.

A Erit centrum circuli inter AG. hoc enim deinceps oſtendetur] *In 47. huius.*
B Quare maxima eſt AG, & ipſi propinquior remotiore maior eſt] *Ex 7. tertij libri elementorum.*
C Sed angulus BAC angulo BKC eſt maior] *Iungantur BM, MC. erit angulus BMC. æqualis angulo BAC ex 21. tertij elementorum, & 21. primi maior angulo BKC. angulus igitur BAC angulo BKC eſt maior.*

THEOREMA XLVI. PROPOSITIO XLVI.

Iiſdem poſitis ſit AG minor, quam GB. Dico angulum BAC angulo EDF minorem eſſe.



Conſtituatur angulus CGM æqualis angulo DHF. Et quo-
A niam AG minor eſt, quam GB & eſt diameter AL, centrum
B circuli erit inter LG. ergo minima eſt AG, & GM maior quam AG, hoc eſt quam DH. ponatur ipſi AG æqualis GN. & BN, NC iungātur. æqualis igitur eſt angulus EDF angulo
C BNC. ſed angulus BNC maior eſt angulo BAC. ergo angulus EDF angulo BAC eſt maior.

COMMENTARIVS.

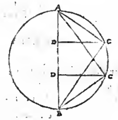
A Centrum circuli erit inter LG] *Quod in ſequenti oſtenditur.*
B Ergo minima eſt AG, & GM maior, quam AG] *Ex 7. tertij elementorum.*
C Sed angulus BNC maior eſt angulo BAC] *Iunctis enim rurſus BM, MC, erit angulus BMC æqualis angulo BAC, & angulo BNC minor. ex quo ſequitur angulum BAC angulo BMC hoc eſt angulo EDF eſſe minorem, quod demonſtrare oportebat.*

THEO-

THEOREMA XLVII. PROPOSITIO XLVII.

Sit circulus ABC, cuius diameter AB, & in ipſa ſumpto quouis puncto D, ducatur DC vtrumque, & ſit AD maior, quam DC. Dico AD etiam ipſa DB maiorem eſſe.

Iungantur AC, CB. & quoniam angulus A
ACD eſt maior angulo CAD, erit reliquus B
DCB reliquo DBC minor. ergo maior eſt C
CD, quam DB. eſt autem, & AD maior,
quam DC. multo igitur maior eſt AD, quam D
DB. Quod ſi AD ſit minor, quam DC, ſi- E
militer oſtendemus & AD ipſa DB maiorem
eſſe.



COMMENTARIVS.

Et quoniam angulus ACD eſt maior angulo CAD] *Ex 18. primi, ponitur enim AD maior, quam DC.* A

Erit reliquus DCB reliquo DBC minor] *Nam cum angulus ABC rectus ſit æqualis duobus angulis DAC, DBC ſitque angulus DCA pars recti maior angulo DAC, erit reliqua eius pars DCB minor angulo DBC.* B

Ergo maior eſt CD, quam DB. *Ex 19. primi.* C

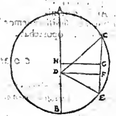
Multo igitur maior eſt AD, quam DB] *Ex hoc conſtat circuli centrum eſſe inter AD, quod demonſtrandum fuit.* D

Quod ſi AD ſit minor, quam DC, ſimiliter oſtendemus & AD ipſa DB minorem eſſe] *Sit enim AD minor, quam DC, & ſimiliter iungantur AC, CB. angulus igitur DCA minor eſt angulo DAC, & ideo reliquus DCB reliquo DBC maior erit. ergo DC minor eſt, quam DB. Sed AD eſt minor, quam DC. multo igitur minor eſt, quam ipſa DB, & circuli centrum inter DB continetur. quod demonſtrare oportebat.* E

THEOREMA XLVIII. PROPOSITIO XLVIII.

Sit circulus ABC; cuius diameter AB, & in ipſa ſumpto D puncto, ducantur DC, DE, ſitque CD maior, quam DE. Dico AD ipſa DB maiorem eſſe.

Iungatur CE, & perpendicularis ad ip-
ſam ducatur DF. maior igitur CF, quam FB. A
ſecetur CB bifariam in puncto G, & per G
ducatur GH, quæ ipſi DF parallela ſit. er- B
go OH perpendicularis eſt ad CE, & ipſam
bifariam ſecat. in recta igitur linea GH eſt C
circuli centrum. Sed eſt etiam in AB. pun-
ctum igitur H circuli centrum erit, ac pro-
pterea AD quam DB eſt maior.



COMMENTARIVS.

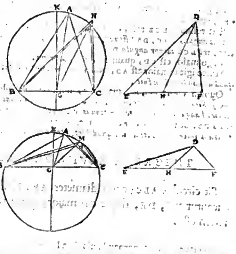
A Maior igitur eſt CF, quam FE] *Quoniam enim CD maior eſt, quam DF, erit quadratum ex CD quadrato ex DE maius. Sed quadrato quidem ex CD æqualia ſunt quadrata ex DF, FC quadrato autem ex DE æqualia quadrata DF, FE. quadrata igitur ex DF, FC maiora ſunt quadratis ex DF, FE, & ſublato communi quadrato ex DF, relinquetur quadratum ex CF maius quadrato ex FE. ergo recta linea CF, quam FE eſt maior.*

B Ergo GH perpendicularis eſt ad CH] *Ex 29. primi elementorum.*

C In recta igitur linea GH eſt circuli centrum] *Ex corollario primæ tertij elementorum.*

THEOREMA XLIX. PROPOSITIO XLIX.

Sint duo triangula ABC, DEF, æquales habentia BC, EF, & ſecentur BC, EF bifariam in punctis GH, iunganturque AG, DH, quæ etiam inter ſe ſint æquales; & neutra ipſarum ſit perpendicularis ad baſim: angulus autem AGC ſit maior angulo DHF. Dico ſi maior quidem ſit AG, quam GC, etiam angulum BAC angulo EDF maiorem eſſe, ſi vero minor, eſſe minorem.



A Deſcribatur rurſus circa ABC triangulum circulus ABC, & a puncto G ipſi BC ad rectos angulos ducatur GK, B quæ circuli diameter erit. Sit prius AG maior C quam GC. ex eo igitur, quod oſtenſum fuit, KG maior eſt, quam GA, etenim maxima eſt GK, & ipſi propinquior ſemper remotiore eſt maior cõſtituatur angulo DHF æqualis angulus CGM. ergo GA, hoc eſt DH maior eſt, quam GM. ponatur ipſi DH æqualis GN; & BN, NC iungantur. angulus igitur BNC eſt æqualis angulo D BDF, ideoque angulus BAC angulo EDF eſt E maior. At ſi AG ſit minor, quam GC, ſimiliter demonſtrabimus BAC angulum angulo EDF minorem eſſe. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Deſcribatur rurſus circa ABC triangulum circulus ABC] *Hæc nos addidimus, quæ in græco codice non erant, ſed tamen deſiderari videbantur, vel ſaltem ex antedictis ſubintelligenda ſunt.*

B Quæ circuli diameter erit] *Ex corollario primæ tertij elementorum.*

Ex eo

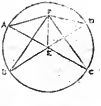
Ex eo igitur, quod oſtenſum fuit KG maior eſt, quam GA, etenim maxima eſt GK, & ipſi propinquior ſemper remotiore eſt maior] *Quoniam enim AG maior eſt, quam GC erit ex antecedente KG maior, quam GL. ergo GK maxima eſt, & quæ ipſi propinquior ſemper remotiore eſt maior; & idcirco KG maior, quam GA. Græcus codex μεγίςη ἄρα ἐςὶν ἡ κη. Vide ne legendum ſit μεγίςη γὰρ ἐςὶν ἡ κη.* C

Ideoque angulus BAC angulo EDF eſt maior] *Angulus enim BMC, hoc eſt BAC eſt maior angulo BNC, hoc eſt angulo BDF.* D

At ſi AG ſit minor, quam GC, ſimiliter demonſtrabimus BAC angulum angulo BDF minorem eſſe] *Sint eadem, quæ prius, & conſtituatur angulus CGM æqualis angulo DHF. erit ex iam demonſtratis KG minor, quam GM. ergo KG minima eſt, & ipſi propinquior remotiore eſt minor. minor igitur eſt AG, hoc eſt DH, quam GM, ponatur ipſi AG æqualis GN, & BN, NC iungantur. erit angulus BNC æqualis angulo BDF. Sed angulus BMC, hoc eſt BAC minor eſt angulo BNC. angulus igitur BAC angulo BDF eſt minor.* E

THEOREMA L. PROPOSITIO L.

Sit circulus ABC, cuius centrum E, & à puncto E ad rectos angulo circuli plano ducatur EF. Dico ſi in ipſa EF oculus ponatur, circuli diametro æquales apparere.

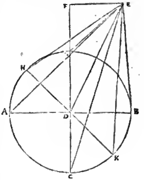


Hoc autem manifeſtum eſt, etenim omnes rectæ lineæ à puncto F ad circuli circumferentiam pertinentes, inter ſe æquales ſunt, & æquales angulos continent. Sed non ſit EF ad rectos angulos circuli plano. ſit autem æqualis ſemidiametro circuli. Dico oculo ad punctum F conſtituto, & ſic diametros æquales apparere. Ducantur enim duæ diametri AC, BD, & iungantur AF, FB, CF, FD. Quoniam igitur tres EA, EC, EF æquales ſunt, rectus eſt angulus AFC. eadem ratione & angulus BFD eſt rectus quare diametri AC, BD æquales apparent. Similiter oſtendemus & alias omnes æquales apparere. Conſtat igitur ſi ſit circulus & ab ipſius centro ad rectos angulos recta linea ducatur, vbicumque ponatur oculus in linea ducta, circuli diametros æquales apparere. Quod ſi à centro ducta non ſit ad rectos angulos circuli plano, ſit autem æqualis ſemidiametro circuli, & ab ipſius termino diametri circuli æquales conſpicientur. Ex quo manifeſtum eſt ſi ſit in ſphæra maximus circulus, & in ſuperficie ſphæræ quomodocunque tunc ponatur oculus in circuli circumferentia, diametros æquales videri.

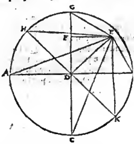
THEOREMA LI. PROPOSITIO LI.

Si ſit circulus, & à centro ipſius erigatur quædam recta linea, neque ad rectos angulos circuli plano, neque ſemidiametro circuli æqualis, & in termino lineæ erectæ oculus ſtatuatur; circuli diametri inæquales apparebunt.

Sit cir-



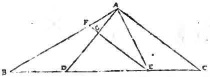
Sit circulus ABC, cuius centrum D, & à puncto D erigatur recta linea DE, vſque ad rectos angulos circuli plano, neque æqualis ſemidiametro circuli, & oculus ad E ſtatuatur. Sit autē primum DE ſemidiametro circuli ABC maior. & à puncto E ad circuli planū A ducatur perpendicularis EF. iunctaque FOD producatur in C. & per D ad rectos angulos ipſi GC ducatur AB. Dico maximam quidem apparere AB, minimam vero GC, & quæ propinquior eſt ipſi GC remotiore ſemper minorem videri, duas autem tantum videri æquales ad vtraſque ipſius partes. conſtat igitur ED ad AB perpendicularem eſſe. ſiquidem à puncto
43.huius. ſublimi E ad circuli planum perpendicularis acta eſt EF, & ducta quauis recta linea AB à puncto F ad ipſam acta eſt perpendicularis FD, & iuncta eſt ED. cōſtat præterea ex iam dictis angulum quidem EDF minimum eſſe, & qui ipſi propinquior
44.huius. eſt, ſemper remotiore eſſe minorem; duos autem tantum æquales ad vtraſque ipſius partes conſtitui. Itaque ducatur quędam recta linea HK. ergo ED non eſt perpendicularis ad HK. nam ſi perpendicularis ſit, cum ſit perpendicularis ad AB, erit & ad planum circuli perpendicularis, quod fieri non poteſt. non igitur ED perpendicularis eſt ad HK. iungantur EA, EB, EH, EK, EG, EC. Et quoniam duo triangula ſunt EAB, EHK. baſes AB, HK æquales habentia, quarum vtraque bifariam ſecatur in puncto D. & eſt ED eadem in vtroque triangulo, ad AB quidem perpendicularis, ad HK minime perpendicularis, eſtque ED maior, quam DA: erit
45.huius. angulus AEB angulo HEK maior. Similiter ductis alijs lineis eodem modo maior omnibus angulis demonſtrabitur. Rurſus quoniam duo triangula ſunt EGC, EHK baſes æquales habentia, & communem ED; atque eſt ED ad neutram ipſarum GC, HK perpendicularis; maior autem eſt angulus EDH, etenim oſtenſum eſt angulum EDO minimum eſſe: & ED maior, quam DH: erit angulus HEK angulo GEC maior,
47.huius. quod itidem oſtenſum fuit. Similiter oſtendemus angulum GEC omnium minimum eſſe, ergo GC minima apparet, & duæ tantum æquales ex vtraque parte ipſius videbuntur. quoniam duo tantum anguli ex vtraque parte ipſius EDF æquales conſti-
44.huius. tuūtur. Quod ſi FD minor ſit, quam DA, ſimiliter demonſtrabimus GC quidam maximam videri. AB vero minimam; & quæ propinquior eſt ipſi AB remotiore ſemper minorem: duas autem tantum ex vtraque parte ipſius GC, vel AB æquales apparere. Quoniam igitur circulus videtur ellipſis imaginem oculo repręſentare, & cen-
τυχὸν trum ipſius apparet ellipſis centrum, inſtantiam non paruam habet theorema. demonſtrare etenim poſſumus aliquod aliud punctum in circulo lineæ, cuius imago repręſentatur, centrum apparere. præmittitur autem lemmatium huiuſmodi.



THEOREMA LII. PROPOSITIO LII.

Sit vt recta linea BK ad KD, ita BH ad HD, & ſit angulus BFH æqualis angulo HFD, iungaturque KF. Dico HKF rectum angulum eſſe.

Ducatur



Ducatur per H ipſi KF parallela CHG, & producatur FD vſque ad G. Itaque quoniam, vt BK ad KD, ita eſt BH ad HD, erit permutando, vt KB ad BH, ita KD ad DH. Sed vt KB ad BH, ita FK ad CH. Vt igitur A FK ad CH, ita KD ad DH. Et vt KD ad DH, ita FK ad HG, æquiangula enim ſunt B triangula FDK, DGH. ergo FK ad vtranque ipſarum eandem proportionem habet, ac propterea CH eſt æqualis HG. & vt CH ad HG, ita CF ad FG. eſt igitur CF ipſi C FG æqualis. Quod cum CH ſit æqualis HG, communis autem FH, & baſis CF æqualis baſi FG, erit angulus CHF æqualis angulo FHG; & vterque ipſorum rectus. rectus D igitur eſt & HFK angulus, quod EG, FK inter ſe parallelæ ſint.

COMMENTARIVS.

Sed vt KB ad BH, ita FK ad CH] *Ex 4. ſexti elementorum, ſimilia enim ſunt triangula* FBK, CBH. A

Et vt KD ad DH, ita FK ad HG] *Ob ſimilitudinem triangulorum* FDK, DHG. B

Et vt CH ad HG, ita CF ad FG] *Ex 3. ſexti elementorum, angulus enim* CFG *a recta linea* FH *bifariam ſecatur.* C

Rectus igitur eſt & HFK angulus, quod EG, FK inter ſe parallelę ſint] *Ex 29. primi elementorum. Quoniam autem Pappus huius quodammodo conuerſa vtitur, non inutile erit eam quoque demonſtrare, quæ eſt huiuſmodi. Sit vt* BK *ad* KD, *ita* BH *ad* HD, *& ſit angulus* HFK *rectus, iunganturque* BF, FD. *Dico angulum* BFH *angulo* HFD *æqualem eſſe.* D

Ducatur per H *ipſi* FK *parallela* CHG, *&* FD *ad* G *producatur. ſimiliter vt ſupra demonſtrabitur* CH *æqualis* HG, *atq; erunt anguli* CHF, FHG *recti inter ſe æquales, ſunt autem* 29. primi
duæ FH, HC *æquales duabus* FH, HG. *ergo, & baſis, triangulumque triangulo, & reliqui an-* 4. primi.
guli reliquis angulis æquales erunt; quibus æqualia latera ſubtenduntur: angulus igitur BFH *angulo* HFD *eſt æqualis. Sed & aliam eiuſdem conuerſam hoc modo demonſtrabimus.*

Sit trianguli HFK *angulus ad* F *rectus, ſitque angulus* BFH *æqualis angulo* HFD. *Dico vt* BK *ad* KD, *ita eſſe* BH *ad* HD.

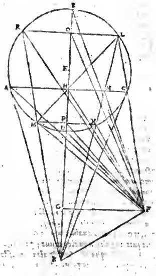
Ducatur rurſus per H *recta linea* CHG *ipſi* FK *parallela: &* BD *producta conueniat cum* CH *in puncto* G. *Itaque quoniam angulus* CFH *ponitur æqualis angulo* HFG. *& angulus* FHC *æqualis eſt angulo* FHG. *ſunt enim vtrique recti, nimirum æquales rectæ* HFK, *ob rectas* 29. primi
lineas parallelas FK, CG. *quare reliquus* FCH *eſt æqualis reliquo* FGH; *& triangulum triangulo ſimile. cum igitur ſit vt* FH *ad* HC, *ita* FH *ad* HG; *erit* CH *ipſi* HG *æqualis. & ea-* 9. quinti,
dem ratione demonſtrabitur FC *æqualis* FG. *ergo vt* FK *ad* CH, *ita eſt* FK *ad* HG. *Sed vt* 7. quinti.
FK *ad* CH, *ita* KB *ad* BH *ob triangulorum* FBK, CBH *ſimilitudinem, & vt* FK *ad* HG, 4. ſexti.
ita KD *ad* DH, *nam ſimilia inter ſe ſunt triangula* FDK, HDG. *vt igitur* KB *ad* BH, *ita eſt* KD *ad* DH, *& permutando vt* BK *ad* KD, *ita* BH *ad* HD. *quod demonſtrare oportebat.*

THEOREMA LIII. PROPOSITIO LIII.

Hoc præmonſtrato, ſit circulus quidem ABCD circa centrum E: viſus autem F non ſit in eodem plano, & perpendicularis; quæ à puncto E ad planum circuli ducitur, videlicet FG non cadat in E centrum, iunctaque EG producatur ad puncta BK, & FD, FB iungantur. angulus autem A BFD bifariam ſecetur à recta linea FH: ipſique DB ad rectos angulos ducatur AHC. & AK, KC circulum contingant. Dico viſu in F poſito circulum ABCD ellipſim apparere, quæ centrum habeat punctum H (non vt quidem arbitrantur punctum O) axes autem coniugatos AC, BD, &

quæ ad

quæ ad BD ordinatim applicantur, eſſe & videri parallelas ipſi AC. quæ vero applicantur ad AC, deduci quidem à puncto K, videri autem ipſi BD parallelas. & eadem apparere circa viſam ellipſim, quæ & coni ſectioni accidunt.



Iungantur AF, FC. erit angulus AFH æqualis angulo HFC. eſt autem, & angu-
B lus HFB angulo HFD æqualis. ergo AH
apparet æqualis HC, & BH ipſi HD. Quod
ſi alia recta linea ducatur, vt LHM, dico
eam apparere bipartito ſectam in puncto H.
C Iungantur enim LK, KM, MX. & MF, FX,
D FN, FL, LK. Quoniam igitur ob lineas cō-
tingentes vt BK ad KD, ita eſt BH ad HD.
E atque eſt angulus BFH æqualis angulo
HFD; erit HFK angulus rectus, hoc enim
F ante demonſtratum eſt. Et quoniam pla-
num, quod per BFK tranſit, rectum eſt ad
planum, quod per AFC, etenim AC eſt per-
pendicularis ad planum BFK, & ad com-
munem ſectionem HF in vno planorum
acta eſt FK perpendicularis; erit FK per-
pendicularis ad planum per AFC; & pro-
G pterea angulus NFK eſt rectus. atque eſt
H vt FK, ad KX, ita LN ad NX; æqualis igi-
tur eſt angulus LFN angulo NFX: quare
K LN apparet æqualis ipſi NX. eſt autem, &
vt LF ad FX, ita LN ad NX. Sed FX eſt
æqualis FM. iuncta enim MX fit paralle-
L la ipſi AC. & vt LN ad NX, ita LH ad HM.
M ergo angulus LFH eſt æqualis angulo HFM.
& LH ipſi HM æqualis videtur. Similiter
& ſi alia recta linea per H ducatur, appa-
rebit bifariam ſecta in H: punctumque H ellipſis centrum apparet, axeſque coniugati
AC, BD: & quæ quidem ipſi AC ſunt parallelæ bifariam ſecantur a recta linea BD. quæ
vero ducuntur a puncto K, a recta linea AC ſecari videntur, quemadmodum in ipſa
N LX demonſtratum eſt. Itaque dico rectas lineas, quæ a puncto K ducuntur, ipſi BD pa-
rallelas apparere. ducatur enim exempli cauſa LK & perpendicularis LO. quæ ad R
O P producatur: iunganturque OF, FP, FR. Quoniam igitur vt LK ad KX, hoc eſt vt LR
Q R ad XM, ita LF ad FX, atque eſt LF æqualis FR, & XF ipſi FM: erit angulus LFR æ-
S qualis angulo XFM, & ideo angulus LFO angulo XFP æqualis. & OL æqualis appa-
ret PX. ergo LX, BD parallelæ videbuntur, quoniam & perpendiculares inter ipſas
interiectæ æquales apparent.

COMMENTARIVS.

A Iunctaque BG producatur ad puncta EK, & FD, FB iungantur] *Recta enim linea BG circulum in D ſecet, & producta ſecet eundem in B.*

B Ergo AH apparet æqualis HC, & BH ipſi HD] *Ex 7. ſuppoſitione optices Euclidis.*

C Iungantur enim LK, KM, MX, & MF, FX, FN, FL, FK] *Græcus codex* ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἵ τε λκ, κμ, μξ καὶ μζ, ζξ, ζν, ζλ καὶ ἔτι ἡ ζκ *loco* ζκ *lege* ζρ.

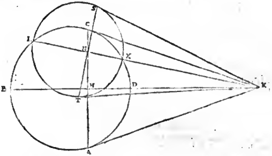
D Quoniam igitur ob lineas contingentes, vt BK ad KD ita eſt BH ad HD] *Hoc à Pappo demonſtratur libro ſequenti propoſitione 154. lemmate autem 28. in libros poriſmatum.*

E Atque eſt angulus BFH æqualis angulo HFD, erit HFK angulus rectus: hoc enim ante demonſtratum eſt] *In præcedenti ſcilicet lemmate.*

F Et quoniam planum, quod per BFK tranſit rectum eſt ad planum, quod per AFC etenim AC eſt perpendicularis ad planum BFK, & ad communem ſectionem HF in vno

planorum

planorum acta eſt FK perpendicularis: erit FK perpendicularis ad planum per FC] *Quoniam enim planum* BFK *rectum eſt ad planum circuli* ABCD, *& ad communem ipſorum ſectionem* BD *acta eſt perpendicularis* AC, *erit ex 4. defin. Vndecimi* AC *perpendicularis ad planum* BFK. *Rurſus cum* AC *exiſtens in plano* AFC *ſitq; perpendicularis ad* HF *communem ſectionem planorum, nempe plani* AFC, *& plani* BFK, *ſit perpendicularis ad planum* BFK, *ſequitur ex eadem 4. defin. planum* BFK *rectum eſſe ad planum* AFC. *ergo* KF, *quæ in plano* BFK *perpendicularis eſt ad* FH *communem dictorum planorum ſectionem, erit etiam ad planum* AFC *perpendicularis.*



Atque eſt vt LK ad KX, ita LN ad NX] *Deſcribatur circa diametrum* LX *circulus* SLT, *& per punctum* N *ipſi* LK *ad rectos angulos ducatur* SNT, *&* SK, KT *iungantur. erit quadratum quidem ex* NS. *hoc eſt rectangulum* SNT *æquale rectangulo* LNX, *hoc eſt rectangulo* CNA. *quadratum vero ex* NK *æquale eſt duobus quadratis ex* NH, HK, *quorum quadratum ex* NH *vna cum rectangulo* CNA *eſt æquale quadrato ex* CH. *ergo quadrata ex* SN, NK, *hoc eſt quadratum ex* KS *eſt æquale quadratis ex* CH, HK. *videlicet quadrato ex* CK. *Sed quadratum ex* CK *æquale eſt rectangulo* BKD, *hoc eſt rectangulo* LKX. *quadratum igitur ex* KH *rectangulo* LKC *eſt æquale, ac propterea* KS *circulum ipſum contingit, & ita demonſtrabitur* TK *circulum contingere. ergo ex demonſtratis a Pappo, vt* LK *ad* KX, *ita erit* LN *ad* NX. G

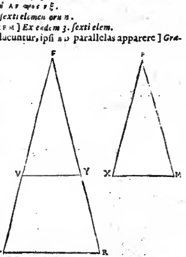
Aequalis igitur eſt angulus LFN angulo NFX] *Ex ijs, quæ nos in anteced. demõſtrauimus.* H

Eſt autem & vt LF ad FK, ita LN ad NX] *Ex 3. ſexti elementorum. Græcus codex* ἀλλ' ὡς δὲ λζ πρὸς ζξ, ἡ νλ πρὸς νξ, *lege* ἡ λν πρὸς νξ. K

Et vt LN ad NX, ita LH ad HM] *Ex 2. ſexti elementorum.* L

Ergo angulus LFH eſt æqualis angulo HFM] *Ex eadem 3. ſexti elem.* M

Itaq; dico rectas lineas, quæ a puncto K ducuntur, ipſi BD parallelas apparere] *Græcus cod.* λέγω ὅτι φαίνονται τῇ ε δ παράλληλοι αἱ ἀπὸ τοῦ κ διαγόμεναι *lege* τῇ β δ. N



Iunganturque OF, FP, FR] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ θζ, ζπ, ζρ. *legendum autem videtur* αἱ οζ, ζπ. ζρ. O

Quoniam igitur vt LK ad LX, hoc eſt vt LR ad XM] *Ob ſimilitudinem triangulorum* LKR, XKM. P

Ita LF ad FX] *Eſt enim vt* LK *ad* KX, *ita* LN *ad* NX, *& vt* LN *ad* NX, *ita* LF *ad* FX. *ergo vt* LK *ad* KX, *ita* LF *ad* FX. Q

Erit angulus LFR æqualis angulo XFM] *Deſcribantur ſeorſum triangula* FLR. FXM: *& a rectis lineis* FL, FR *abſcindantur æquales ipſis* FX, FM, *quæ ſint* FV, FY. *Itaque quoniam* FL, FR *inter ſe æquales ſunt, itemque* FV, FY, *quod & ipſæ* FX, FM *ſint æquales, erit vt* FV *ad* VL, *ita* FY *ad* YR. *quare* VY *parallela eſt ipſi* LR, *& triangulum* VFY *ſimile eſt triangulo* LFR. *Vt igitur* LF *ad* FV, *ita* LR *ad* VY. *Sed vt* LF *ad* FX, R

Ff *hoc eſt*

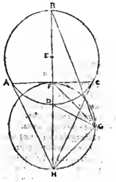
hoc eſt ad FV *ita erit* LR *ad* XM. *ergo* LR *ad* VY *eandem proportionem habet, quam ad* XM; *ac propterea* XM *eſt æqualis* VY. *Quod cum duę* FX, FM *ſint æquales duabus* FV, FY. *& baſis* XM *baſi* VY, *angulus* XFM *angulo* VFY *æqualis erit. angulus igitur* LFR *angulo* XFM *eſt æqualis.*

R Et ideo angulus LFO angulo XFP æqualis] *Eſt enim angulus* LFO *anguli* LFR *dimidius, & angulus* XFP *dimidius anguli* XFM. *Græcus codex,* καὶ ἡ ὑπὸ λζρ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ξζπ. *lege* καὶ ἡ ὑπὸ λζο ἄρα, *&c.*

THEOREMA LIV. PROPOSITIO LIV.

Hoc demonſtrato admirabilius problema demonſtrare poſſumus, ita proponentes.

Circulo poſitione dato, & dato puncto in plano circuli intra circumferentiam ipſius, viſui locum inuenire, a quo circulus ellipſis videatur, centrum habens intra circumferentiam datum.



Sit datus quidem circulus ABCD circa centrum E, datum autem intra punctum F: & oporteat locum inuenire, a quo circulus ellipſis videatur, centrum habens F punctum. Iungatur FB, & ex vtraque parte producatur. deinde per punctum F ipſi FE ad rectos angulos ducatur AC, atque a punctis AC in plano circuli contingentes, ducantur AH, HC, & in FH ſemicirculus FGH deſcribatur, ad circuli planum rectus. Dico ſi ſumatur quoduis punctum in tota circumferentia FGH. & viſus in eo conſtituatur, circulum ellipſim videri centrum habentem punctum F. Sumatur enim G punctũ, & GB, GF, GD, GH iungantur. Itaque quoniam ob lineas contingentes, vt BH ad HD, ita eſt BF ad FD, & FGH angulus eſt rectus: erit angulus BGF æqualis angulo FGD. quare BF ipſi FD æqualis videtur. Conſtat autem & AF videri æqualem FD. Et ſimiliter, vt ſupra demonſtrabitur ellipſis apparentis centrum eſſe punctum F: & AC, BD axes coniugatos.

(Marginal letters: A at "culi planum rectus", B at "angulus eſt rectus", C at "trum eſſe punctum".)

COMMENTARIVS.

A Dico ſi ſumatur, quoduis punctum in tota circumferentia FGH, & viſus in eo conſtituatur, circulum ellipſim videri] *Græcus codex.* λέγω δὴ ὅτι ὁποῖον ἂν ληφθῇ σημεῖον ἐφ' ὅλης τῆς ζηθ περιφερείας πρὸς αὐτὸ τεθεῖσα ἡ ὄψις. *lege* πρὸς αὐτῷ.

B Erit angulus BGF æqualis angulo FGD.] *Quomodo hoc ſequatur, nos ſupra demonſtrauimus.*

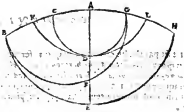
C Et ACBD axes coniugatos] *Græcus codex* καὶ συζυγεῖς ἄξονες οἱ αβ, γδ *lege* αἱ αβ, γδ.

THEOREMA LV. PROPOSITIO LV.

In ſecundo theoremate phænomenon Euclidis prætermittitur demonſtratio huius. Si polus horizontis ſit inter tropicos, vel in aliquo ipſorum, quoties Zodiacus rectus fiat ad horizontem in vna conuerſione. Quare nos demonſtrabimus. Siquidem polus horizontis ſit in aliquo tropicorum, ſemel Zodiacum rectum eſſe ad horizontem in vna conuerſione, ſi vero ſit inter tropicos, bis rectum eſſe.

Sit enim

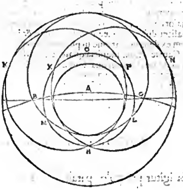
Sit enim Horizon ABH, tropicus æſtiuus CO, hyemalis BH, meridianus autem ADE, Zodiacus BFG; & horizontis polus in tropico æſtiuo, qui ſit D. Dico in vna conuerſione Zodiacum BFG ſemel eſſe rectum ad horizontem ABH. Quoniam enim in vna conuerſione punctum O circumferentiam GC pertranſit, atque eam, quę ipſi continuata eſt ſub terra, & rurſus ad eundem locum redet: in hac autem conuerſione O ſemel peruenit ad polum D, & Zodiacus poſitionem ſumit in KDL: erit is ſemel ad horizontem rectus; etenim per polos eius tranſit. Similiter autem, & ſi polus horizontis ſit in hiemali tropico, vt B Zodiacus ſemel erit rectus ad horizontem. Conſtat enim duos horizontis polos non eſſe in tropico ſiue æſtiuo, ſiue hyemali, nam diametrum ſphæræ non recipit circulus aliquis minor maximo. quare vterque tropicorum non tranſiens per centrum ſphæræ, duos polos horizontis non recipit. punctum igitur G ſub terra non tranſit per alterum polum horizontis, ſed vterque tropicorum vnum recipit polum. Quoniam enim G per diametrum opponitur ipſi B, atque habet G poſitione ad polum D, habebit B ſub terra in tropico hyemali alterum horizontis polum ipſi D oppoſitum. Non igitur in altero duorum tropicorum ſunt duo poli, ſed vterque in vtroque tropicorum exiſtit. 15. primi ſphæric. Theod.

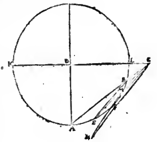


THEOREMA LVI. PROPOSITIO LVI.

Sit polus horizontis inter tropicos, videlicet H. Dico Zodiacum bis fieri rectum ad horizontem in vna conuerſione.

Deſcribatur enim Zodiacus BMG, & ſit parallelus circulus, in quo H fertur MOL. Itaque puncto L ad H applicato Zodiacus BMG poſitionem ſumens in NHX rectus fit primo ad horizontem. Rurſus cum punctum M circumferentiam MOH pertranſierit in conuerſione, atque ad H ſe applicuerit, Zodiacus poſitionem ſumens in KHPC rectus ſecundo fit ad horizontem. ſola enim LM puncta ex ijs, quę ſunt in Zodiaco, & quæ in parallelo ML, in circulo MOL feruntur, & bis tantūmodo faciunt Zodiacum ad horizontem rectū per polum H tranſeuntia in vna Mundi conuerſione, nam vtrumque punctorum ML totum circulum MOL percurrit. quare, & per omnia puncta circumferentiæ circuli in vna conuerſione tranſeunt puncta ML; ergo, & per H in vna conuerſione vtrumque punctorum LM tranſibit.





Iungantur enim EB, FG, & quoniam
8. quinti. EB maior eſt, quam FG, & BC minor,
21. tertij. quam CG, habebit EB ad BC maiorem proportionem, quam FG ad OC. itaque fiat vt EB ad BC, ita HG ad GC, & HC iungatur. Quoniam igitur anguli ABE, EGF
C inter ſe æquales ſunt, quod & circumferentia AB circumferentiæ BF, & reliqui
13. primi. anguli EIC, EGC æquales: & circa æ-
6. ſexti. quales angulos latera ſunt proportionalia: erit triangulum EBC triangulo HGC æquiangulum. ergo anguli ACE, ECH inter ſe æquales ſunt. angulus igitur ACE angulo ECF eſt maior.

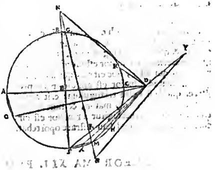
COMMENTARIVS

A Ducaturque CDK, & circulum contingens CF] *Græcus codex καὶ διήχθω ἡ γδ, δε. lege καὶ διήχθω ἡ γδκ.*

B Et CEA, CGE iungantur] *Græcus codex καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ γβα, γηε. lege καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ γβα, γηε.*

C Quod & circumferentia AB circumferentiæ BF] *Græcus codex ἐπεὶ καὶ περιφέρεια ἡ αβ περιφερείας τῆς εζ. lege περιφέρεια τῇ εζ.*

Sit denique eadem figura, quæ prius, & eadem maneant. Dico angulum KDL angulo FDH maiorem eſſe.



Secetur circumferentia FB bifariam in puncto M, & iungatur MD. conſtat igitur ex eo, quod proxime oſtenſum eſt, angulum FDM maiorem eſſe angulo MDH. producantur FBB. DL ad puncta NX: ſitque ipſi AD æqualis NF, & NM, ND iungantur. itaque quoniam circulus eſt ABC, cuius diameter producta ACD, &
40. huius. a puncto D acta eſt DLX ad concauam circumferentiam, erit circumferentia AX, maior quam circumferentia CL. Sed CL eſt æqualis FM, vtraque enim eſt circumferentiæ FH dimidia, circumferentia igitur AX maior eſt, quam FM. Ponatur ipſi FM æqualis circumferentia AO, iunganturque AO, OD, & quoniam circumferentia AFC ſemicirculi æqualis eſt circumferentiæ ſemicirculi FCB, quarum AO eſt æqualis MF, erit & reliqua OC reliquæ MB æqualis. ſed circumferentiæ quidem OC inſiſtit DAO angulus, circumferentiæ vero MB inſiſtit angulus NFM. ergo angulus DAO eſt æqualis angulo NFM. atque eſt vterque recto minor, & cum AD ſit æqualis FN, & AO ipſi FM, duæ DA, AO duabus NF, FM æquales ſunt, & angulus DAO eſt æqualis angulo
4. primi. NFM. quare & baſis OD baſi NM, & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales: angulus igitur ADO eſt æqualis angulo FNM. Rurſus quoniam ſemicirculi circumferen-
31. tertij. tia eſt FAB, erit FA, BG ſemicirculo maior, cui inſiſtit angulus FMG, ergo FMG
A angulus maior eſt recto, & ipſi ſubtenditur recta linea FR, angulo autem acuto RFM
19. primi. ſubtenditur RM. quare FR maior eſt, quam RM. itaque producatur RM ad S: & ipſi FR æqualis ponatur RS. Et quoniam tota ACD æqualis eſt toti FBN, quarum AB eſt æqua-

æqualis EF: erit reliqua ED ipſi EN æqualis. ideoque angulus EDN eſt æqualis an- 5. primi.
gulo END & NDR maior angulo DNR. quare latus NR latere RD eſt maius. Produ- B
catur RD ad Y, ponaturque ipſi NR æqualis RY, & SY iungatur. Quoniam igitur
FR eſt æquali RS, & NR ipſi RY, duæ FR, RN duabus SR, RY æquales ſunt: & an-
gulus FRN æquali angulo SRY, quod ſint ad verticem. ergo & baſis NF baſi SY, &
reliqui anguli reliquis angulis æquales. quare angulus RFN eſt æqualis angulo RSY.
ſed angulus RMD maior eſt angulo RSY, cum ſit extra triangulum angulus igitur RMD C
angulo RFN eſt maior: eſt autem & FRN angulus ęqualis angulo MRD, quare & reli- D
quus FNR maior reliquo RDM. At oſtenſum eſt angulum FNR angulo ADO eſſe æ-
qualem. angulus igitur ADO angulo RDM eſt maior, ac propterea ADX angulus mul-
to maior eſt angulo RDM. anguli autem ADX duplus eſt angulus KDL, & anguli RDM.
minor, quam duplus oſtenſus eſt angulus FDH. ergo KDL angulus angulo FDH ma-
ior erit.

COMMENTARIVS.

Et ipſi ſubtenditur recta linea FR] *Recta enim linea NM ſecat FD in puncto R.* A

Quare latus NR latere RD eſt maius] *Angulus enim NDR cum ſit maior angulo EDN,* B
ipſo DNR multo maior erit, quare, & latus NR latere RD eſt maius.

Sed angulus RMD maior eſt angulo RSY] *Græcus codex. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ρμσ μείζων ἐστὶ* C
τῆς ὑπὸ ρσυ. lege ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ρμδ.

Angulus igitur RMD angulo RFN eſt maior] *Græcus codex καὶ ἡ ὑπὸ μρδ ἄρα μεί-* D
ζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ρζν. lege καὶ ἡ ὑπὸ ρμδ.

Si ab oculo radius ad circuli centrum pertingens, neque ad rectos angulos ſit ipſi plano, neque ſemidiametro æqualis, maior autem, vel minor, inæquales ſemidiametri circuli apparebunt, præmittuntur autem hæc.

THEOREMA XLII. PROPOSITIO XLII.

Sint duo triangula orthogonia ABC, DEF rectos angulos habentia ad AD, & BC ad CA maiorem proportionem habeat, quam EF ad FD. Dico BCA angulum angulo EFD maiorem eſſe.



Quoniam enim BC ad CA maiorem proportionem habet, quam EF ad FD, & poteſtate, diuidendoque, & longitudine, habebit BA ad AC maiorem proportionem, quam A
ED ad DF. Fiat vt ED ad DF, ſic GA ad AC. manifeſtum eſt enim GA minorem eſſe, B
quam AB, & GC iungatur. triangulum igitur AGC ſimile eſt triangulo DEF, & ACG C
angulus angulo DEF æqualis. ergo angulus ACB maior eſt angulo DFE. D

COMMENTARIVS.

Et poteſtate, diuidendoque, & longitudine habebit BA ad AC maiorem propor- A
tionem, quam ED ad DF] *Quoniam enim BC ad CA maiorem proportionem, quam EF ad FD, habebit quadratum ex BC, hoc eſt quadrata ex BA, AC, quæ ipſi ſunt æqualia, ad quadratum ex CA maiorem proportionem, quadratum ex EF, hoc eſt quam quadrata ex ED DF ad quadratum ex DF. ergo & diuidendo quadratum ex BA ad quadratum ex AC maio-*
rem ha-

rem habet proportionem, quamquod ſit ex ED *quadratum ad quadratum ex* DF, *&* *ideo recta linea* BA *ad ipſam* AC *maiorem habet proportionem, quam* BD *ad* DF.

B Manifeſtum eſt enim GA minorem eſſe, quam AB] *Ex 8. quinti elementorum.*

C Triangulum igitur AGC ſimile eſt triangulo DEF] *Ex 6. ſexti elementorum.*

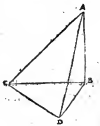
D Ergo angulus ACB maior eſt angulo DFE] *Poſſumus etiam conuerſam huius ita demonſtrare.*

Maneant enim eadem, quæ prius, & ſit angulus BCA *maior angulo* EFD. *Dico* BC *ad* CA *maiorem habere proportionem, quam* EF *ad* FD.

Quoniam enim angulus BAC *maior eſt angulo* EFD, *ad rectam lineam* AC, *& ad punctum*
23. primi *in ea* C *conſtituatur angulus* ACG *æqualis angulo* BFD *ergo & reliquus* AGC *reliquo* DEF
4. ſexti. *eſt æqualis, & triangulum triangulo ſimile. quare* GA *ad* AC *eſt vt* ED *ad* DF, *& ob id quadratum ex* GA *ad quadratum ex* AC *eſt, vt quadratum ex* ED *ad quadratum ex* DF, *& componendo quadrata ex* GA, AC *ad quadratum ex* AC, *vt quadrata ex* ED, DF *ad quadratum ex* DF. *ſed quadrata ex* BA, AC *maiora ſunt quadratis ex* GA, AC *quadrata igitur ex* BA, AC, *hoc eſt quadratum ex* BC *ad quadratum ex* AC *maiorem proportionem habet, quam quadrata ex* GA, AC *ad quadratum ex* AC, *hoc eſt quam quadrata ex* ED, DF, *videlicet quadratum ex* EF *ad quadratum ex* FD. *ergo* BC *ad* CA *maiorem habet proportionem, quam* EF *ad* FD. *quod oportebat demonſtrare.*

THEOREMA XLIII. PROPOSITIO XLIII.

Ducatur à ſublimi puncto A ad ſubiectum planum perpendicularis AB, cui in puncto B occurrat. ſit autem in plano recta linea CD, & à puncto B ad CD perpendicularis agatur BD; iungaturque AD. Dico & AD ad ipſam DC perpendicularem eſſe.



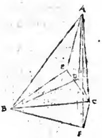
Sumatur in recta linea CD quoduis punctum C &
3. definit. AC, CB iungantur. Itaque quoniam AB perpendicu-
eandem. laris eſt ad ſubiectum planum angulus ABC rectus erit.
47. primi ergo quadratum ex AC eſt æquale quadratis ex AB, BC. quadrato autem ex BC æqualia ſunt quadrata ex BD, DC. quadratum igitur ex AC eſt æquale quadratis ex AB, BD, DC. ſed quadratis ex AB, BD æquale eſt id, quod ſit ex AD quadrato: ergo quadratum ex AC quadratis ex AD, DC æquale erit, ac propterea rectus eſt angulus ADC. recta igitur linea AD ad ipſam DC eſt perpendicularis, quod demonſtrare oportebat.

THEOREMA XLIV. PROPOSITIO XLIV.

A puncto ſublimi A ad ſubiectum planum recta linea ducatur AB, quæ ad planum non ſit perpendicularis, & a puncto A ad idem planum perpendicularis ducatur, ipſi occurrens in C, iungaturque CB. Dico angulum ABC minimum eſſe omnium, qui continentur recta linea AB, & qualibet earum, quæ a puncto B in ſubiecto plano ducuntur, atq; eum, qui ipſi propinquior eſt, ſemper remotiore eſſe minorem. duos autem tantum æquales conſtitui ad vtraſque ipſius partes.

Ducatur

Ducatur enim quæpiam recta linea BO in ſubiecto plano, & a puncto C ad ipſam perpendicularis agatur CD: & AO iungatur. eſt igitur AO ad OB perpendicularis ob id, quod proxime oſtenſum fuit. Et quoniam rectus eſt angulus ACO, maior eſt OA, quam AC. ergo BA ad AC maiorem proportionem habet, quam BA ad AO, & ſunt anguli BCA, BOA recti. maior. igitur eſt BAC angulus angulo BAO ex eo, quod ante demonſtratum eſt. quare reliquus angulus ABC minor eſt angulo ABD. Similiter oſtendemus angulum ABC omnibus alijs minorem eſſe. minimus igitur eſt angulus ABC. 19.primi. 8.quinti 42.huius



Dico etiam angulũ, qui ipſi propinquior eſt, ſemper remotiore eſſe minorẽ. Ducatur enim quædam recta linea BE in ſubiecto plano, atq; a puncto C ad ipſam perpẽdicularis agatur CE, & AE iungatur, ergo AE ad BE eſt perpendicularis. Et quoniam rectus angulus BOC eſt æqualis recto CEB, angulus autem BCO maior eſt angulo BCE; habebit EC ad CB maiorem proportionem, quam OC ad CB, multo igitur maior eſt BC, quam CO. & eſt CA ad rectos angulos vtrique ipſarum CO, CE. quare EA maior eſt quam AD: & BA ad AD maiorem proportionem habet, quam ad AE. ſuntque anguli ad DE recti. ergo angulus BAO maior eſt angulo BAE. angulus igitur ABO angulo ABE eſt minor. Dico præterea duos tantum conſtitui æquales ad vtraſque partes ipſius. Conſtituatur enim ad CB rectam lineam, atque ad punctum in ea B in ſubiecto plano angulus CBF æqualis angulo CBO, & a puncto C ad BF perpendicularis ducatur CF, & AF iungatur. Quoniam igitur angulus CBD æqualis eſt angulo CBF, eſt autem & rectus COB æqualis recto CFB, & latus CB vtrique triangulorum commune, erit & BD æqualis BF, & CO ipſi CF eſt etiam AC perpendicularis ad vtramque OC, CF. ergo & AD eſt æqualis AF. Quod cum DB ſit ęqualis BF, communis autem BA, & baſis OA æqualis baſi AF; angulus ABO angulo ABF æqualis erit. Eodem modo oſtendemus angulo ABO nullum alium conſtitui ęqualem. angulus igitur ABC minimus eſt, & qui ipſi propinquior ſemper remotiore eſt maior. duo autem tantum æquales ex vtraque eius parte conſtituuntur.

ex antec. A B 8.quinti C D E

COMMENTARIVS.

Angulus autem BCO maior, & angulo BCE] *Nam cum recta linea BF ſit extra ipſam BD, angulus CBO minor eſt angulo CBE. quare BCO angulus angulo BCE maior erit.* A

Habebit EC ad CB maiorem proportionem, quam OC ad CB] *Quoniam enim triangula BDC, BEC orthogonia ſunt, atque eſt angulus BCD maior angulo BCE, habebit BC ad CD maiorem proportionem, quam BC ad CE ex conuerſa 42. huius. quam nos demonſtrauimus. ergo conuertendo ex 26. quinti OC ad CB minorem proportionem habebit, quam EC ad CB: ac propterea EC ad CB minorem proportionem habet, quam OC ad CB.* B

Quare EA maior eſt, quam AO] *Nam cum EC maior ſit, quam CO, erunt quadrata ex EC, CA maiora quadratis ex OC, CA. ſed quadratis ex EC, CA æquale eſt quadratum ex AE, & quadratis ex OC, CA æquale eſt quadratum ex AO. ergo quadratum ex EA maius eſt quadrato ex AO. & ob id recta linea EA, quam AO eſt maior.* C

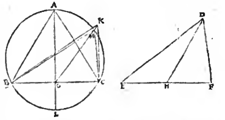
Ergo angulus BAO maior eſt angulo BAE] *Ex 42. huius.* D

Erit & BO æqualis BF, & CO ipſi CF] *Sunt enim triangula BDC, BFC inter ſe ſimilia, quare vt CB ad DB ita CB ad BF, & permutando vt CB ad ſeipſam, ita OB ad BF. ergo BO ipſi BF eſt æqualis, & eadem ratione OC eſt æqualis CF.* E 4. ſexti.

THEOREMA XLV. PROPOSITIO XLV.

Sint duo triangula ABC, DEF, quæ BC, EF æquales habeant, ſecenturque BC, EF biſariam in punctis GH; & iungantur AG, DH, quæ etiam inter ſe ſint æquales. & ſit AG quidem ad BC perpendicularis, DH vero non

ro non perpendicularis ad EF; ſitque AG maior, quam GB. Dico angulum BAC angulo EDF maiorem eſſe.



Deſcribatur circa ABC triangulum circulus ABC, & producatur AG ad L. Quoniam igitur AG maior eſt, quam GB, atque eſt AL diameter: A erit centrum circuli inter AG. hoc enim deinceps B oſtendetur. quare maxima eſt AG, & ipſi propinquior remotiore maior eſt. Conſtituatur angulo DHF æqualis angulus GCM. ergo AG, hoc eſt DH maior eſt, quam GM. ponatur ipſi DH æqualis GK, & BK, KC iungantur. C erit angulus BDF æqualis angulo BKC. Sed angulus BAC angulo BHC eſt maior. angulus igitur BAC angulo EDF maior erit.

COMMENTARIVS.

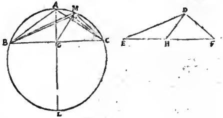
A Erit centrum circuli inter AG. hoc enim deinceps oſtendetur] *In 47. huius.*

B Quare maxima eſt AG, & ipſi propinquior remotiore maior eſt] *Ex 7. tertij libri elementorum.*

C Sed angulus BAC angulo BKC eſt maior] *Iungantur BM, MC. erit angulus BMC. æqualis angulo BAC ex 21. tertij elementorum, & 21. primi maior angulo BKC. angulus igitur BAC angulo BKC eſt maior.*

THEOREMA XLVI. PROPOSITIO XLVI.

Iiſdem poſitis ſit AG minor, quam GB. Dico angulum BAC angulo EDF minorem eſſe.



Conſtituatur angulus CGM æqualis angulo DHF. Et quoniam AG minor eſt, quam GB A & eſt diameter AL, centrum B circuli erit inter LG. ergo minima eſt AG, & GM maior quam AG, hoc eſt quam DH. ponatur ipſi AG æqualis GN. & BN, NC iungatur. æqualis C igitur eſt angulus EDF angulo BNC. ſed angulus BNC maior eſt angulo BAC. ergo angulus EDF angulo BAC eſt maior.

COMMENTARIVS.

A Centrum circuli erit inter LG] *Quod in ſequenti oſtenditur.*

B Ergo minima eſt AG, & GM maior, quam AG] *Ex 7. tertij elementorum.*

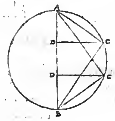
C Sed angulus BNC maior eſt angulo BAC] *Iunctis enim rurſus BM, MC, erit angulus BMC æqualis angulo BAC, & angulo BNC minor. ex quo ſequitur angulum BAC angulo BMC hoc eſt angulo EDF eſſe minorem, quod demonſtrare oportebat.*

THEO-

THEOREMA XLVII. PROPOSITIO XLVII.

Sit circulus ABC, cuius diameter AB, & in ipſa ſumpto quouis puncto D, ducatur DC vtrumque, & ſit AD maior, quam DC. Dico AD etiam ipſa DB maiorem eſſe.

Iungantur AC, CB. & quoniam angulus ACD eſt maior angulo CAD, erit reliquus DCB reliquo DBC minor. ergo maior eſt CD, quam DB. eſt autem, & AD maior, quam DC. multo igitur maior eſt AD, quam DB. Quod ſi AD ſit minor, quam DC, ſimiliter oſtendemus & AD ipſa DB maiorem eſſe.



A B C D E

COMMENTARIVS.

Et quoniam angulus ACD eſt maior angulo CAD] *Ex 18. primi, ponitur enim* AD *maior, quam* DC. A

Erit reliquus DCB reliquo DBC minor] *Nam cum angulus* ABC *rectus ſit æqualis duobus angulis* DAC, DBC *ſitque angulus* DCA *pars recti maior angulo* DAC, *erit reliqua eius pars* DCB *minor angulo* DBC. B

Ergo maior eſt CD, quam DB. *Ex 19. primi.* C

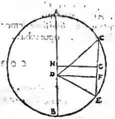
Multo igitur maior eſt AD, quam DB] *Ex hoc conſtat circuli centrum eſſe inter* AD, *quod demonſtrandum fuit.* D

Quod ſi AD ſit minor, quam DC, ſimiliter oſtendemus & AD ipſa DB minorem eſſe] *Sit enim* AD *minor, quam* DC, *& ſimiliter iungantur* AC, CB. *angulus igitur* DCA *minor eſt angulo* DAC, *& ideo reliquus* DCB *reliquo* DBC *maior erit. ergo* DC *minor eſt, quam* DB. *Sed* AD *eſt minor, quam* DC. *multo igitur minor eſt, quam ipſa* DB, *& circuli centrum inter* DB *continetur. quod demonſtrare oportebat.* E

THEOREMA XLVIII. PROPOSITIO XLVIII.

Sit circulus ABC; cuius diameter AB, & in ipſa ſumpto D puncto, ducantur DC, DE, ſitque CD maior, quam DE. Dico AD ipſa DB maiorem eſſe.

Iungatur CE, & perpendicularis ad ipſam ducatur DF. maior igitur CF, quam FE. ſecetur CE bifariam in puncto G, & per G ducatur GH, quæ ipſi DF parallela ſit. ergo GH perpendicularis eſt ad CE, & ipſam bifariam ſecat. in recta igitur linea GH eſt circuli centrum. Sed eſt etiam in AB. punctum igitur H circuli centrum erit, ac propterea AD quam DB eſt maior.



A B C

COMMENTARIVS.

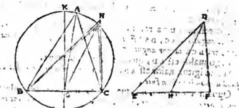
A Maior igitur eſt CF, quam FE] *Quoniam enim CD maior eſt, quam DF, erit quadratum ex CD quadrato ex DE maius. Sed quadrato quidem ex CD æqualia ſunt quadrata ex DF, FC quadrato autem ex DE æqualia quadrata DF, FE. quadrata igitur ex DF, FC maiora ſunt quadratis ex DF, FE, & ſublato communi quadrato ex DF, relinquetur quadratum ex CF maius quadrato ex FE. ergo recta linea CF, quam FE eſt maior.*

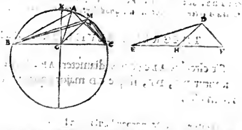
B Ergo GH perpendicularis eſt ad CE] *Ex 29. primi elementorum.*

C In recta igitur linea GH eſt circuli centrum] *Ex corollario primæ tertij elementorum.*

THEOREMA XLIX. PROPOSITIO XLIX.

Sint duo triangula ABC, DEF, æquales habentia BC, EF, & ſecentur BC, EF bifariam in punctis GH, iunganturque AG, DH, quæ etiam inter ſe ſint æquales; & neutra ipſarum ſit perpendicularis ad baſim: angulus autem AGC ſit maior angulo DHF. Dico ſi maior quidem ſit AG, quam GC, etiam angulum BAC angulo EDF maiorem eſſe, ſi vero minor, eſſe minorem.





A Deſcribatur rurſus circa ABC triangulum circulus ABC, & a puncto G ipſi BC ad rectos angulos ducatur GK, B quæ circuli diameter erit. Sit prius AG maior C quam GC. ex eo igitur, quod oſtenſum fuit, KG maior eſt, quam GA, etenim maxima eſt GK, & ipſi propinquior ſemper remotiore eſt maior cóſtituatur angulo DHF æqualis angulus CGM. ergo GA, hoc eſt DH maior eſt, quam GM. ponatur ipſi DH æqualis GN; & BN, NC iungantur. angulus igitur BNC eſt æqualis angulo D EDF, ideoque angulus BAC angulo EDF eſt E maior. At ſi AG ſit minor, quam GC, ſimiliter demonſtrabimus BAC angulum angulo EDF minorem eſſe. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Deſcribatur rurſus circa ABC triangulum circulus ABC] *Hæc nos addidimus, quæ in græco codice non erant, ſed tamen deſiderari videbantur, vel ſaltem ex antedictis ſubintelligenda ſunt.*

B Quæ circuli diameter erit] *Ex corollario primæ tertij elementorum.*

Ex eo

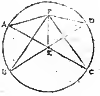
Ex eo igitur, quod oſtenſum fuit KG maior eſt, quam GA, etenim maxima eſt GK, C
& ipſi propinquior ſemper remotiore eſt maior] *Quoniam enim AG maior eſt, quam GC erit ex antecedente KG maior, quam GL. ergo GK maxima eſt, & quæ ipſi propinquior ſemper remotiore eſt maior; & idcirco KG maior, quam GA. Græcus codex μεγίστη ἄρα ἐστὶν ἡ κη. Vide ne legendum ſit μείζων γὰρ ἐστὶν ἡ κη.*

Ideoque angulus BAC angulo EDF eſt maior] *Angulus enim BMC, hoc eſt BAC eſt* D
maior angulo BNC, hoc eſt angulo BDF.

At ſi AG ſit minor, quam GC, ſimiliter demonſtrabimus BAC angulum angulo BDF E
minorem eſſe] *Sint eadem, quæ prius, & conſtituatur angulus CGM æqualis angulo DHF. erit ex iam demonſtratis KG minor, quam GM. ergo KG minima eſt, & ipſi propinquior remotiore eſt minor. minor igitur eſt AG, hoc eſt DH, quam GM, ponatur ipſi AG æqualis GN, & BN, NC iungantur. erit angulus BNC æqualis angulo BDF. Sed angulus BMC, hoc eſt BAC minor eſt angulo BNC. angulus igitur BAC angulo BDF eſt minor.*

THEOREMA L. PROPOSITIO L.

Sit circulus ABC, cuius centrum E, & à puncto E ad rectos angulo circuli plano ducatur EF. Dico ſi in ipſa EF oculus ponatur, circuli diametro æquales apparere.



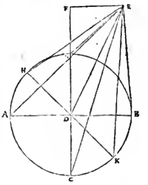
Hoc autem manifeſtum eſt, etenim omnes rectæ lineæ à puncto F ad circuli circumferentiam pertinentes, inter ſe æquales ſunt, & æquales angulos continent. Sed non ſit EF ad rectos angulos circuli plano. ſit autem æqualis ſemidiametro circuli. Dico oculo ad punctum F conſtituto, & ſic diametros æquales apparere. Ducantur enim duæ diametri AC, BD, & iungantur AF, FB, CF, FD. Quoniam igitur tres EA, EC, EF æquales ſunt, rectus eſt angulus AFC: eadem ratione & angulus BFD eſt rectus quare diametri AC, BD æquales apparent. Similiter oſtendemus & alias omnes æquales apparere. Conſtat igitur ſi ſit circulus & ab ipſius centro ad rectos angulos recta linea ducatur, vbicumque ponatur oculus in linea ducta, circuli diametros æquales apparere. Quod ſi à centro ducta non ſit ad rectos angulos circuli plano, ſit autem æqualis ſemidiametro circuli, & ab ipſius termino diametri circuli æquales conſpicientur. Ex quo manifeſtum eſt ſi ſit in ſphæra maximus circulus, & in ſuperficie ſphæræ quomodocunque tunc ponatur oculus in circuli circumferentia, diametros æquales videri.

THEOREMA LI. PROPOSITIO LI.

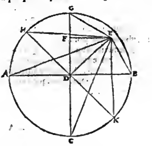
Si ſit circulus, & à centro ipſius erigatur quædam recta linea, neque ad rectos angulos circuli plano, neque ſemidiametro circuli æqualis, & in termino lineæ erectæ oculus ſtatuatur; circuli diametri inæquales apparebunt.

Sit cir-

Sit circulus ABC, cuius centrum D, & à puncto D erigatur recta linea DE, vſque ad rectos angulos circuli plano, neque æqualis ſemidiametro circuli, & oculus ad E ſtatuatur. Sit autē primum DE ſemidiametro circuli ABC maior. & à puncto E ad circuli planū A ducatur perpendicularis EF. iunctaque FGD producatur in C. & per D ad rectos angulos ipſi GC ducatur AB. Dico maximam quidem apparere AB, minimam vero GC, & quæ propinquior eſt ipſi GC remotiore ſemper minorem videri, duas autem tantum videri æquales ad vtraſque ipſius partes. conſtat igitur ED ad AB perpendicularem eſſe. ſiquidem à puncto ſublimi E ad circuli planum perpendicularis



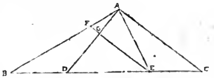
43.huius. acta eſt EF, & ducta quauis recta linea AB à puncto F ad ipſam acta eſt perpendicularis FD, & iuncta eſt ED. cōſtat præterea ex iam dictis angulum quidem EDF minimum eſſe, & qui ipſi propinquior 44.huius. eſt, ſemper remotiore eſſe minorem; duos autem tantum æquales ad vtraſque ipſius partes conſtitui. Itaque ducatur quędam recta linea HK. ergo ED non eſt perpendicularis ad HK. nam ſi perpendicularis ſit, cum ſit perpendicularis ad AB, erit & ad planum circuli perpendicularis, quod fieri non poteſt. non igitur ED perpendicularis eſt ad HK. iungantur EA, EB, EH, EK, EG, EC. Et quoniam duo triangula ſunt EAB, EHK. baſes AB, HK æquales habentia, quarum vtraque bifariam ſecatur in puncto D. & eſt ED eadem in vtroque triangulo, ad AB quidem perpendicularis, ad HK minime perpendicularis, eſtque ED maior, quam DA: erit 45.huius. angulus AEB angulo HEK maior. Similiter ductis alijs lineis eodem modo maior omnibus angulis demonſtrabitur. Rurſus quoniam duo triangula ſunt EGC, EHK baſes æquales habentia, & communem ED; atque eſt ED ad neutram ipſarum GC, HK perpendicularis; maior autem eſt angulus EDH, etenim oſtenſum eſt angulum EDG minimum eſſe: & ED maior, quam DH: erit angulus HEK angulo GEC maior, 47.huius. quod itidem oſtenſum fuit. Similiter oſtendemus angulum GEC omnium minimum eſſe, ergo GC minima apparet, & duæ tantum æquales ex vtraque parte ipſius videbuntur. quoniam duo tantum anguli ex vtraque parte ipſius EDF æquales conſti-44.huius. tuūtur. Quod ſi ED minor ſit, quam DA, ſimiliter demonſtrabimus GC quidam maximam videri. AB vero minimam; & quæ propinquior eſt ipſi AB remotiore ſemper minorem: duas autem tantum ex vtraque parte ipſius GC, vel AB æquales apparere. Quoniam igitur circulus videtur ellipſis imaginem oculo reprę́ſentare, & cen-ευχίσαν trum ipſius apparet ellipſis centrum, inſtantiam non paruam habet theorema. demonſtrare etenim poſſumus aliquod aliud punctum in circulo lineæ, cuius imago reprę́ſentatur, centrum apparere. præmittitur autem lemmatium huiuſmodi.



THEOREMA LII. PROPOSITIO LII.

Sit vt recta linea BK ad KD, ita BH ad HD, & ſit angulus BFH æqualis angulo HFD, iungaturque KF. Dico HKF rectum angulum eſſe.

Ducatur



Ducatur per H ipſi KF parallela CHG, & producatur FD vſque ad G. Itaque quoniam, vt BK ad KD, ita eſt BH ad HD, erit permutando, vt KB ad BH, ita KD ad DH. Sed vt KB ad BH, ita FK ad CH. Vt igitur FK ad CH, ita KD ad DH. Et vt KD ad DH, ita FK ad HG, æquiangula enim ſunt A
triangula FDK, DGH. ergo FK ad vtranque ipſarum eandem proportionem habet, B
ac propterea CH eſt æqualis HG. & vt CH ad HG, ita CF ad FD. eſt igitur CF ipſi C
FG æqualis. Quod cum CH ſit æqualis HG, communis autem FH, & baſis CF æqualis baſi FG, erit angulus CHF æqualis angulo FHG; & vterque ipſorum rectus. rectus D
igitur eſt & HFK angulus, quod CG, FK inter ſe parallelæ ſint.

COMMENTARIVS.

Sed vt KB ad BH, ita FK ad CH] *Ex 4. ſexti elementorum, ſimilia enim ſunt triangula* FBK, CBH. A

Et vt KD ad DH, ita FK ad HG] *Ob ſimilitudinem triangulorum* FDK, DHG. B

Et vt CH ad HG, ita CF ad FG] *Ex 3. ſexti elementorum, angulus enim* CFD *a recta linea* FH *biſariam ſecatur.* C

Rectus igitur eſt & HFK angulus, quod CG, FK inter ſe parallelę ſint] *Ex 29. primi elementorum. Quoniam autem Pappus huius quodammodo conuerſa vtitur, non inutile erit eam quoque demonſtrare, quæ eſt huiuſmodi. Sit vt* BK *ad* KD, *ita* BH *ad* HD, *& ſit angulus* HFK *rectus, iunganturque* BF, FD. *Dico angulum* BFH *angulo* HFD *æqualem eſſe.* D

Ducatur per H *ipſi* FK *parallela* CHG, *&* FD *ad* G *producatur. ſimiliter vt ſupra demonſtrabitur* CH *æqualis* HG, *atq; erunt anguli* CHF, FHG *recti inter ſe æquales, ſunt autem duæ* FH, HC *æquales duabus* FH, HG. *ergo, & baſis, triangulumque triangulo, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt; quibus æqualia latera ſubtenduntur: angulus igitur* BFH *angulo* HFD *eſt æqualis. Sed & aliam eiuſdem conuerſam hoc modo demonſtrabimus.* 29. primi 4. primi.

Sit trianguli HFK *angulus ad* F *rectus, ſitque angulus* BFH *æqualis angulo* HFD. *Dico vt* BK *ad* KD, *ita eſſe* BH *ad* HD.

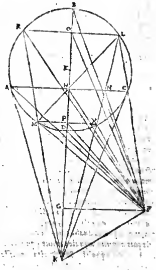
Ducatur rurſus per H *recta linea* CHG *ipſi* FK *parallela: &* FD *producta conueniat cum* CH *in puncto* G. *Itaque quoniam angulus* CFH *ponitur æqualis angulo* HFG. *& angulus* FHC *æqualis eſt angulo* FHG. *ſunt enim vtrique recti, nimirum æquales recto* HFK, *ob rectas lineas parallelas* FK, CG. *quare reliquus* FCH *eſt æqualis reliquo* FGH; *& triangulum triangulo ſimile. cum igitur ſit vt* FH *ad* HC, *ita* FH *ad* HG; *erit* CH *ipſi* HG *æqualis. & eadem ratione demonſtrabitur* FC *æqualis* FG. *ergo vt* FK *ad* CH, *ita eſt* FK *ad* HG. *Sed vt* FK *ad* CH, *ita* KB *ad* BH *ob triangulorum* FBK, CBH *ſimilitudinem, & vt* FK *ad* KG, *ita* KD *ad* DH, *nam ſimilia inter ſe ſunt triangula* FDK, HDG. *vt igitur* KB *ad* BH, *ita eſt* KD *ad* DH, *& permutando vt* BK *ad* KD, *ita* BH *ad* HD. *quod demonſtrare oportebat.* 29. primi 9. quinti. 7. quinti. 4. ſexti.

THEOREMA LIII. PROPOSITIO LIII.

Hoc præmonſtrato, ſit circulus quidem ABCD circa centrum E: viſus autem F non ſit in eodem plano, & perpendicularis; quæ à puncto F ad planum circuli ducitur, videlicet FG non cadat in E centrum, iunctaque EG producatur ad puncta BK, & FD, FB iungantur. angulus autem BFD biſariam ſecetur à recta linea FH: ipſique DB ad rectos angulos ducatur AHC. & AK, KC circulum contingant. Dico viſu in F poſito circulum ABCD ellipſim apparere, quæ centrum habeat punctum H (non vt quidem arbitrantur punctum O) axes autem coniugatos AC, BD, & A

quæ ad

quæ ad B D ordinatim applicantur, eſſe & videri parallelas ipſi A C. quæ vero applicantur ad A C, deduci quidem à puncto K, videri autem ipſi B D parallelas. & eadem apparere circa viſam ellipſim, quæ & coni ſectioni accidunt.



Iungantur A F, F C. erit angulus A F H æqualis angulo H F C. eſt autem, & angu-
B lus H F B angulo H F D æqualis. ergo A H apparet æqualis H C, & B H ipſi H D. Quod ſi alia recta linea ducatur, vt L H M, dico eam apparere bipartito ſectam in puncto H.
C Iungantur enim L K, K M, M X. & M F, F X,
D F N, F L, L K. Quoniam igitur ob lineas cõtingentes vt B K ad K D, ita eſt B H ad H N.
E atque eſt angulus B F H æqualis angulo H F O; erit H F K angulus rectus, hoc enim
F ante demonſtratum eſt. Et quoniam planum, quod per B F K tranſit, rectum eſt ad planum, quod per A F C, etenim A C eſt perpendicularis ad planum B F K, & ad communem ſectionem H F in vno planorum acta eſt F K perpendicularis; erit F K perpendicularis ad planum per A F C; & pro-
G pterea angulus N F K eſt rectus. atque eſt
H vt F K, ad K X, ita L N ad N X; æqualis igitur eſt angulus L F N angulo N F X: quare
K L N apparet æqualis ipſi N X. eſt autem, & vt L F ad F X, ita L N ad N X. Sed F X eſt æqualis F M. iuncta enim M X fit paralle-
L la ipſi A C. & vt L N ad N X. ita L H ad H M.
M ergo angulus L F H eſt æqualis angulo H F M. & L H ipſi H M æqualis videtur. Similiter & ſi alia recta linea per H ducatur, apparebit bifariam ſecta in H: punctumque H ellipſis centrum apparet, axeſque coniugati A C, B N: & quæ quidem ipſi A C ſunt parallelæ bifariam ſecantur a recta linea B N. quæ vero ducuntur a puncto K, a recta linea A C ſecari videntur, quemadmodum in ipſa
N L X demonſtratum eſt. Itaque dico rectas lineas, quæ a puncto K ducuntur, ipſi B D parallelas apparere. ducatur enim exempli cauſa L K & perpendicularis L O, quæ ad R
O P producatur: iunganturque O F, F P, F R. Quoniam igitur vt L K ad K X, hoc eſt vt L R
Q R ad X M, ita L F ad F X, atque eſt L F æqualis F R, & X F ipſi F M: erit angulus L F R æ-
S qualis angulo X F M, & ideo angulus L F O angulo X F P æqualis. & O L æqualis apparet P X. ergo L X, B D parallelæ videbuntur, quoniam & perpendiculares inter ipſas interiectæ æquales apparent.

COMMENTARIVS.

A Iunctaque E G producatur ad puncta F X, & F D, F B iungantur] *Recta enim linea E G circulum in D ſecet, & producta ſecet eundem in B.*

B Ergo A H apparet æqualis H C, & B H ipſi H N] *Ex 7. ſuppoſitione optices Euclidis.*

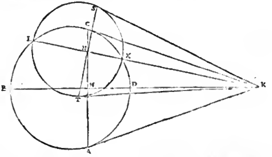
C Iungantur enim L K, K M, M X, & M F, F X, F N, F L, F K] *Græcus codex ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ το λκ, κμ, μξ καὶ μζ, ζξ, ζν, ζλ καὶ ἔτι ἡ ζκ loco ζκ lege ζν.*

D Quoniam igitur ob lineas contingentes, vt E K ad K N ita eſt B H ad H N] *Hoc à Pappo demonſtratur libro ſequenti propoſitione 154. lemmate autem 28. in libros poriſmatum.*

E Atque eſt angulus B F H æqualis angulo H F N, erit H F K angulus rectus: hoc enim ante demonſtratum eſt] *In præcedenti ſcilicet lemmate.*

F Et quoniam planum, quod per B F K tranſit rectum eſt ad planum, quod per A F C etenim A C eſt perpendicularis ad planum B F K, & ad communem ſectionem H F in vno planorum

planorum acta eſt FK perpendicularis: erit FK perpendicularis ad planum per FC] *Quoniam enim planum BFK rectum eſt ad planum circuli ABCD, & ad communem ipſorum ſectionem BD acta eſt perpendicularis AC, erit ex 4. defin. undecimi AC perpendicularis ad planum BFK. Rurſus cum AC exiſtens in plano AFC ſitq; perpendicularis ad HF communem ſectionem planorum, nempe plani AFC, & plani BFK, ſit perpendicularis ad planum BFK, ſequitur ex eadem 4. defin. planum BFK rectum eſſe ad planum AFC. ergo KF, quæ in plano BFK perpendicularis eſt ad FH communem dictorum planorum ſectionem, erit etiam ad planum AFC perpendicularis.*



Atque eſt vt LK ad KX, ita LN ad NX] *Deſcribatur circa diametrum LX circulus SLT, & per punctum N ipſi LK ad rectos angulos ducatur SNT, & SK, KT iungantur. erit quadratum quidem ex NS. hoc eſt rectangulum SNT æquale rectangulo LNX, hoc eſt rectangulo CNA. quadratum vero ex NK æquale eſt duobus quadratis ex NH, HK, quorum quadratum ex NH vna cum rectangulo CNA eſt æquale quadrato ex CH. ergo quadrata ex SN, NK, hoc eſt quadratum ex KS eſt æquale quadratis ex CH, HK. videlicet quadrato ex CK. Sed quadratum ex CK æquale eſt rectangulo BKD, hoc eſt rectangulo LKX. quadratum igitur ex KS rectangulo LKC eſt æquale, ac propterea KS circulum ipſum continget, & ita demonſtrabitur TK circulum contingere. ergo ex demonſtratis a Pappo, vt LK ad KX, ita erit LN ad NX.* G

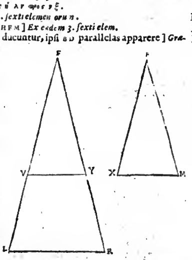
Aequalis igitur eſt angulus LFN angulo NFX] *Ex iis, quę nos in anteced. demōſtrauimus.* H

Eſt autem & vt LF ad FX, ita LN ad NX] *Ex 3. ſexti elementorum. Græcus codex* K
ἔστιν δὲ ὡς λζ πρὸς ζξ, ἡ θλ πρὸς θξ, lege ἡ λγ πρὸς γξ.

Et vt LN ad NX, ita LH ad HM] *Ex 2. ſexti elementorum.* L

Ergo angulus LFH eſt æqualis angulo HFM] *Ex eadem 3. ſexti elem.* M

Itaq; dico rectas lineas, quæ a puncto K ducuntur, ipſi BD parallelas apparere] *Græ-* N
cus cod. λέγω ὅτι φαίνονται τῇ σδ παράλληλοι αἱ ἀπὸ τοῦ κ διαγόμεναι lege τῇ βδ.

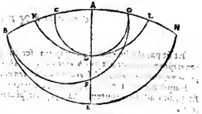


Iunganturque OF, FP, FR] *Græcus co-* O
dex καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ θζ, ζπ, ζρ. legen-
dum autem videtur αἱ οζ, ζπ, ζρ. P

Quoniam igitur vt LK ad LX, hoc eſt vt LR ad XM] *Ob ſimilitudinem triangulorum LKR, XKM.* Q

Ita LF ad FX] *Eſt enim vt LK ad KX, ita LN ad NX, & vt LN ad NX, ita LF ad FX. ergo vt LK ad KX, ita LF ad FX.* R

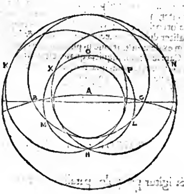
Erit angulus LFR ęqualis angulo XFM] *Deſcribantur ſeorſum triangula FLR. FXM: & a rectis lineis FL, FR abſcindantur æquales ipſis FX, FM, quæ ſint FV, FY. Itaque quoniam FL, FR inter ſe æquales ſunt, itemque FV, FY, quod & ipſæ FX, FM ſint æquales, erit vt FV ad VL, ita FY ad YR. quare VY parallela eſt ipſi LR, & triangulum VFY ſimile eſt triangulo LFR. Vt igitur LF ad FV, ita LR ad VY. Sed vt LF ad FX,*



Sit enim Horizon ABH, tropicus æſtiuus CO, hyemalis BH, meridianus autem ADE, Zodiacus BFG; & horizontis polus in tropico æſtiuo, qui ſit D. Dico in vna conuerſione Zodiacum BFG ſemel eſſe rectum ad horizontem ABH. Quoniam enim in vna conuerſione punctum G circumferentiam GC pertranſit, atque eam, quę ipſi continuata eſt ſub terra, & rurſus ad eundem locum redet: in hac autem conuerſione G ſemel peruenit ad polum D, & Zodiacus poſitionem ſumit in KDL: erit is ſemel ad horizontem rectus; etenim per polos eius tranſit. Similiter autem, & ſi polus horizontis ſit in hiemali tropico, vt B Zodiacus ſemel erit rectus ad horizontem. Conſtat enim duos horizontis polos non eſſe 15. primi ſphæric. Theod. in tropico ſiue æſtiuo, ſiue hyemali, nam diametrum ſphæræ non recipit circulus aliquis minor maximo. quare vterque tropicorum non tranſiens per centrum ſphæræ, duos polos horizontis non recipit. punctum igitur G ſub terra non tranſit per alterum polum horizontis, ſed vterque tropicorum vnum recipit polum. Quoniam enim G per diametrum opponitur ipſi B, atque habet G poſitione ad polum D, habebit B ſub terra in tropico hyemali alterum horizontis polum ipſi D oppoſitum. Non igitur in altero duorum tropicorum ſunt duo poli, ſed vterque in vtroque tropicorum exiſtit.

THEOREMA LVI. PROPOSITIO LVI.

Sit polus horizontis inter tropicos, videlicet H. Dico Zodiacum bis fieri rectum ad horizontem in vna conuerſione.



Deſcribatur enim Zodiacus BMC, & ſit parallelus circulus, in quo H fertur MOL. Itaque puncto L ad H applicato Zodiacus BMC poſitionem ſumens in NHX rectus fit primo ad horizontem. Rurſus cum punctum M circumferentiam MOH pertranſierit in conuerſione, atque ad H ſe applicuerit, Zodiacus poſitionem ſumens in KHPC rectus ſecundo fit ad horizontem. ſola enim LM puncta ex iis, quę ſunt in Zodiaco, & quæ in parallelo ML, in circulo MOL feruntur, & bis tantùmodo faciunt Zodiacum ad horizontem rectũ per polum H tranſeuntia in vna Mundi conuerſione, nam vtrumque punctorum ML totum circulum MOL percurrit. quare, & per omnia puncta circumferentiæ circuli in vna conuerſione tranſeunt puncta ML: ergo, & per H in vna conuerſione vtrumque punctorum LM tranſibit.

COMMENTARIVS.

A Et ſit parallelus circulus, in quo H fertur MOL] *videlicet parallelus, qui in vna conuerſione deſcribitur à polo horizontis, hoc eſt à puncto* H. *Græcus codex ἔστω δὲ καθ᾽ οὗ φέρεται παράλληλος κύκλος τὸ θ σημεῖον ὁ μλθ ſed puto legendum ὁ μολ.*

B Itaque puncto I ad H applicato, Zodiacus BMG poſitionem ſumens in NHX rectus ſit primo ad horizontem] *Ex 15. primi ſphæricorum Theodoſij, cum per polos eius tranſeat.*

C Sola enim LM puncta ex ijs, quæ ſunt in Zodiaco, & quæ in parallelo ML in circulo MOL feruntur] *parallelus enim circulus* MOL *ſecat Zodiacum in duobus punctis* ML. *quare ſola ea puncta Zodiaci in circulo* MOL *feruntur. Græcus codex μόνα γὰρ τὰ λο σημεῖα τῶν ἐπὶ τοῦ Ζωδιακοῦ κύκλου &c. legendum autem arbitror μόνα γὰρ τὰ λμ σημεῖα.*

In duodecimo theoremate dicit Euclides. Semicirculi poſt Cancrum A æquales circumferentiæ in temporibus inæqualibus occidunt, & in maximis quidem, quæ ſunt ad contactus tropicorum, in minoribus, quæ deinceps ſunt; in minimis verò ad æquinoctialem. at in temporibus æqualibus quæ ab æquinoctiali æqualiter diſtant.

Quæritur autem cur de occaſu harum circumferentiarum dicit, de ortu autem non item, ſuperat enim quæſitum, & conuertitur in orientales determinationes. tota namque tractatio huiuſmodi eſt. Inuenire habitationem, in qua exempli gratia Cancer in iiſdem temporibus, in quibus Leo ad ſuperiora aſcendat, Hipparchus autem in libro de duodecim ſignorum aſcenſione per numeros oſtendit, non perinde vt occidunt æquales circumferentię ſemicirculi poſt Cancrum. quæ inter ſe quandam habent temporis comparationem, ita etiam ipſas oriri. etenim quaſdam eſſe habitationes, in quibus ęqualium circumferentiarũ ſemicirculi poſt Cancrũ, ſemper ea, quę æquinoctiali propinquior eſt, in maiori oritur, quam quæ ad contactus tropicorum. quamobrem & ipſe in ijs, quæ æqualiter diſtant, ab æquinoctiali, dixit & in temporibus æqualibus exortus fieri. illud autem ex demonſtratione in phænomenis perſpicuum eſt. Similiter & in ſemicirculo poſt Capricornum inquit, æquales circumferentię in temporibus inęqualibus oriuntur, & in maximis quidem, quæ ſunt ad contactus. in minoribus, quæ has conſequuntur, in minimis vero quæ ad æquinoctialem. at inęqualibus quæ ab æquinoctiali æqualiter diſtant: de occaſu autem ipſorum nihil dicit. ratio enim demonſtrationis in orientales incidit determinationes. atque eſt tractatio de his à Menelao Alexandrino conſcripta; de qua poſterius agemus.

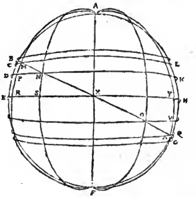
THEOREMA LVII. PROPOSITIO LVII.

Si igitur per polos parallelorum ſit horizon, ita demonſtrabitur.

Sit hori-

Digitized by Google

Sit horizon per polos parallelorũ ABCDEFH, & ſemicirculus Zodiaci poſt Cancrum BXG: maximus autem parallelorum ſit HXF, & diuidatur quadrans BNX in partes æquales in punctis MN, & per A & vtrumque MN maximi circuli deſcribantur. tranſibunt vtique etiam per alterum polum, qui ſint AMF, ANF. & rurſus per MN deſcribantur paralleli circuli CML, DNK. B



Quoniam igitur vnuſquiſque ſemicirculorum AMF, ANF congruit ipſi ADF ſemicirculo occidentali, ſimul enim occidit MB circumferentia & circumferentia CM; in quo autem tempore MO occidit, in hoc M punctum circumferentiá MC pertranſiuit: ſequitur vt in quo tempore punctum M pertranſit circumferentiam MC, in hoc & MB circumferentia occidat. Rurſus circulo AMF horizontis poſitionem aſſumente, puncta MP ſimul in horizonte ſunt, & puncto N facto in horizonte, circumferentiæ PN, NM iam occiderunt. ſimul enim occidit circumferentia PN, & NM. in quo autem tempore occidit NP, punctum N circumferentiam NP pertranſiuit. ergo in quo tempore N circumferentiam NP pertranſit, in hoc circumferentia NM occidit. Similiter & in quo tempore X pertranſit circumferentiam XS, in hoc NX circumferentia occidit. Itaque quoniam per polos parallelorum deſcripti ſunt maximi circuli, ſimiles abſcindent eorum parallelorum circumferentias, quæ inter ipſos eijciuntur. Similis igitur eſt circumferentia MC circumferentiæ C DP, & circumferentiæ BR. circumferentia autem NP ſimilis ipſi SR. Et quoniam D æquales ſunt BM, MN, NX, & per polos maximi circuli deſcribuntur, erit BR maior, quam RS, & RS maior, quam SX. ergo in maiori tempore punctum R circumferentiam RB pertranſit, quam punctũ S circumferentiam SR: & punctũ S circumferentiam SR pertranſit in maiori tempore, quam punctũ X circumferentiam XS. Sed in quo quidem tempore punctum R circumferentiá RB pertranſit in hoc & punctum M circumferentiam MC. in quo autem punctũ S circumferentiam SR, in hoc & N circumferentiá NP. in maiori igitur tempore punctũ M circumferentiam MC pertranſit, quam punctum N circumferentiam NP: & punctum N circumferentiam NP in maiori tempore, quam punctum X circumferentiam XS. Sed in quo tempore punctum M pertranſit circumferentiam MC, in hoc & BM circumferentia occidit: in quo autem punctum N pertranſit NP, in hoc occidit MN, & in quo X pertranſit XS, in hoc & NX occidit. quare in maiori quidem tempore occidit BM, in minori autem MN, & in minimo NX. Simili ratione, & quæ ſunt in quadrante XG demonſtrabuntur. At vero in maiori tempore oriri BM, quá MN, & MN in maiori, quá NX ſic enim oſtendemus. ſecetur enim quadrans XG ſimiliter, vt BX in punctis OΩ, & per polum A, & puncta OΩ maximi circuli deſcribantur FOA, FΩA. Eodem modo demonſtrabitur circumferentia HY E maior, quam ſimilis circumferentiæ YT, & YT maior, quam ſimilis ipſi TX, & circumferentiæ circulorum parallelorum maximo. Circumferentia igitur QΩ maior eſt, quam ſimilis circumferentiæ VO: & VO maior, quam ſimilis circumferentiæ TX: & ob id punctum Ω in maiori tempore circumferentiam ΩQ pertranſit, quam punctum O circumferentiam OV. & punctũ O in maiori tempore pertranſit circumferentiã OV, quam X circumferentiam XT. Sed in quo tempore Ω pertranſit circumferentiam ΩQ in hoc circumferentia ΩG oritur, in quo autem tempore O pertranſit OV, in hoc oritur circumferentia OΩ, & in quo X pertranſit XT, in eo oritur XO. In maiori igitur tempore circumferentia quidem GΩ oritur, quam circumferentia ΩO circumferentia vero ΩO oritur in maiori tempore, quam circumferentia OX. Sed in eodem tempore vnaquæq; circumferentiarũ GΩ, ΩO, OX oritur, in quo vnaquæq; ipſarum BM, MN, NX. hoc eſt GΩ quidem in eodem tempore, in quo BM, & ΩO in eodem in quo

MN, OX

Digitized by Google

M N, O X autem in eodem, in quo N X, hoc enim & in elemento demonſtratum eſt:
F ergo in maiori quidem tempore oritur circumferentia B M, in minori autem circumfe-
G rentia M N, & in minimo circumferentia N X oritur.

COMMENTARIVS.

A Et in maximis quidem, quæ ſunt ad contactus tropicorum, in minoribus, quæ deinceps ſunt, in minimis vero, quæ ad æquinoctialem] *Græcus codex* καὶ ἐν μεγίστοις αἱ πρὸς τῇ συναφῇ τῶν τροπικῶν ἐν ἐλαχίστοις θ αἱ πρὸς τῷ ἰσημερινῷ. *Sed corrige ex Euclide ipſo* καὶ ἐν πλείστοις μὲν αἱ πρὸς ταῖς συναφαῖς τῶν τροπικῶν, ἐν ἐλάσσοσι δὲ αἱ ἑξῆς τούτων, ἐν ἐλαχίστοις δὲ αἱ πρὸς τῷ ἰσημερινῷ.

B Tranſibunt vtique etiam per alterum polum] *ſi enim non tranſeant per alterum polum maximi circuli ſeſe biſariam non ſecabunt, quod eſt abſurdum. ex 11. primi ſphæricorum Theodoſij.*

C Itaque quoniam per polos parallelorum deſcripti ſunt maximi circuli, ſimiles abſcindent parallelorum circumferentias, quæ inter ipſos interijciuntur] *Ex 10. ſecundi ſphæricorum Theodoſij.*

D Et quoniam æquales ſunt B M, M N, N X, & per polos maximi circuli deſcribuntur, erit B R maior, quam R S, & R S maior quam S X] *Ex 6. tertij libri ſphæricorum Theodoſij, & ex 21. huius.*

E Eodem modo demonſtrabitur circumferentia H Y maior, quam ſimilis circumferentiæ Y T, & Y T maior, quam ſimilis ipſi T X; & circumferentiæ circulorum parallelorum maximo] *Demonſtrabitur enim ſimiliter ex 6. tertij libri ſphæricorum Theodoſij, & ex 21. huius circumferentiam H Y maior, quam circumferentia Y T, & rurſus Y T maior, quam T X. Et cum ſint circumferentiæ eiuſdem circuli, erit H Y maior quam ſimilis ipſi Y T, & Y T maior, quam ſimilis T X. ſed circumferentia Q Ω ſimilis eſt circumferentiæ H Y, & circumferentia V O ſimilis circumferentiæ Y T. circumferentia igitur Q Ω maior eſt, quam ſimilis circumferentiæ V O, & V O maior, quam ſimilis ipſi Y T.*

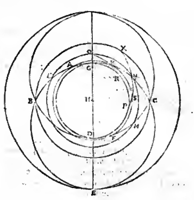
F Hoc enim & in elemento demonſtratum eſt] *Demonſtratur etiam ab Euclide hoc loco, circumferentias, quæ ab æquinoctiali æqualiter diſtant, in temporibus æqualibus, & occidere, & oriri.*

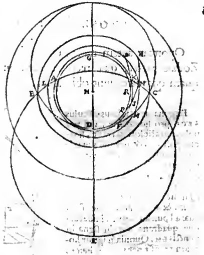
G Ergo in maiori quidem tempore oritur circumferentia B M, in minori autem circumferentia M N, & in minimo circumferentia N X oritur] *Græcus codex* ἀνατέλλει ἄρα ἐν πλείονι χρόνῳ ἡ μβ, ἐν ἐλαχίστῳ δὲ ἡ νξ, *ſed corrige.* ἀνατέλλει ἄρα ἐν πλείστῳ χρόνῳ ἡ μβ, ἐν ἐλάσσονι δὲ αἱ μν, ἐν ἐλαχίστῳ δὲ ἡ νξ.

Oſtenſum igitur eſt ex æqualibus circumferentijs ſemicirculi quidem poſt Cancrum, eam, quæ propinquior eſt tropico æſtiuo in maiori tempore occidere, quam quæ remotior eſt, ſemicirculi vero poſt Capricornum, qui propinquior eſt hyemali tropico in maiori tempore oriri, quam quæ remotior. Si verò aliquis quæſierit, an e contra eueniat, vt ſcilicet ex æqualibus circumferentijs ſemicirculi poſt Cancrum, ſemper quæ propinquiores ſunt tropico æſtiuo in maiori tempore oriantur, quam quæ ſunt remotiores. Dicendum eſt non in omni habitatione hoc contingere poſſe. ſiquidem oſtendetur in aliquibus horizontibus Virginem rectiorem aſcendere, quam Leonem, & contra Leonem in maiori tempore oriri, quam Virginem, & Leonem rectius aſcendere, & in maiori tempore oriri, quam Cancrum.

THEOREMA LVIII. PROPOSITIO LVIII.

At in omni climate, vbi ortus, & occaſus eſt duodecim ſignis, Virginem rectiorem aſcendere, quam Leonem, ita oſtendetur.





Sit horizon ABC, tropicus autem
æſtiuus DG, in primo quidem caſu
contingat horizontem in ſecun 'o
autē ſecet: & polus ipſius ſit H: per-
que H & horizontis polos deſcri-
batur maximus circulus GHB. erit A
igitur meridianus & rectus ad hori-
zontem, etenim per polos ipſius eſt
deſcriptus. deſcribatur etiam per D
Zodiacus circulus BDC, & ſit BC
circulus æquinoctialis, vt eſt. Ita- B
que quoniā circuli DG, & BDC ſe-
ſe coniungunt, & per contactum D
& per polos vnius DG, videlicet H
deſcriptus eſt maximus circulus me-
ridianus GHDB. tranſibit etiam per
polos alterius circuli BDC, & ad ipsū
rectus erit. quare, & Zodiacus erit
ad meridianum rectus, & propte- C
rea per polos eius tranſibit, eſt au-
tem, & horizon, & æquinoctialis per
polos meridiani. ergo & communis D
ſectio trium circulorū, nempe hori-
zontis, & Zodiaci, & æquinoctialis
ſunt puncta BC, ſecundum diame-
trum oppoſita. æquinoctialis igi-
tur eſt circulus. Diuidatur DC in
tres partes æquales in punctis FM
& per FM circuli paralleli deſcri-
bantur AFK, LMO. erit Cancri qui-
dem ſignum DF, Leonis vero FM,
& Virginis MC. Cum igitur MC ori-
tur, Zodiacus poſitionem quan-
dam habebit, habeat eam, quam
PNX: & cum oritur FM Zodiacus
poſitionem habeat, quam RKO.
ergo per 22. theorema 2. libri ſphæ-
ricorum Theodoſij Zodiacus rectiſ-
ſimus eſt, videlicet maxime ſubli-
mis, quando poſitionem habet BDC.
Semper enim. quo propinquior eſt
contactui æſtiuo, eo minus inclina-
tur. rectior igitur eſt PNX, quam
RKO. & NX quidem ſignum oritur,
quod eſt Virginis, Zodiaco poſitio-
nem habente PNX: KO autem Leo-
nis ſignum oritur Zodiaco poſitionem RKO habente, quare Virgo rectior aſcendit,
quam Leo in ijs habitationibus, in quibus omnes partes Zodiaci oriuntur, & occi-
dunt, & manifeſtum eſt poſitione Zodiaci recte ſe habere ex 13. theoremate 2. libri F
ſphæricorum, ſimiles enim ſunt circumferentiæ DP, FS, MN, CX, & æquales FS, RK,
SN, KO, ita vt conuerſa ſphæra in tempore æquali puncta punctis congruant, quem
admodum demonſtratum eſt in libro de ſphæra mota: & circumferentiæ, quæ interij-
ciuntur, æquales æqualibus, & circumferentia item interiecta Zodiaci circuli, opor- G
tet au-

tet autem circumferentia æqualem ipſi MC inter eoſdem parallelos eſſe: propterea quod aſcenſio ipſius MC eadem ſumitur, quæ NX, non procedit autem theorema in maiori eleuatione, quando horizon contingat maiores circulos, quam quos Zodiacus contingit.

COMMENTARIVS.

A Erit igitur meridianus, & rectus ad horizontem] *Ex 15. primi libri ſphæricorum Theodoſij.*

B Itaque quoniam circuli DG, & BDC ſeſe contingunt, & per contactum, & per polos vnius DG, videlicet H deſcriptus eſt maximus circulus meridianus GHDF, tranſibit etiam per polos alterius circuli, & ad ipſum rectus erit] *Ex 5. ſecundi libri ſphæricorum. Græcus codex* ἐπεὶ δὲ οἱ δη βγ ἐφάπτονται ἀλλήλων. *legendum puto.* ἐπεὶ οὖν οἱ δη βδγ ἐφάπτονται ἀλλήλων.

C Ergo & communis ſectio trium circulorum, nempe horizontis, Zodiaci, & æquinoctialis ſunt puncta BC ſecundum diametrum oppoſita] *Communis ſectio dictorum circulorum eſt recta linea BC, quæ ipſorum diameter eſt, cum ſeſe bifariam ſecent.*

D Diuidatur DC in tres partes æquales] *Græcus codex* διῃρήσθω ἡ δγ εἰς δύο ἴσα. *legendum puto* εἰς τρία ἴσα.

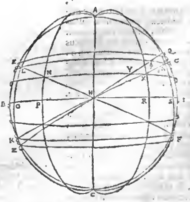
E Ergo per 22. theorema ſecundi libri ſphæricorum Theodoſij Zodiacus rectiſſimus eſt, videlicet maxime ſublimis, quando poſitionem habet BDC] *Rectiſſimum dixit pro minus inclinato, & ſublimiori.*

F Et manifeſtum eſt poſitiones Zodiaci recte ſe habere ex 10. theoremate ſecundi libri ſphæricorum] *Græcus codex* τῷ ιβ τοῦ β *ſed legendum puto* τῷ ιγ.

G Et circumferentia item interiecta Zodiaci circuli] *Græcus codex* καὶ μεταξὺ περιφέρεια ὁ τοῦ ζωδιακοῦ κύκλος. *Vide ne legendum ſit* καὶ μεταξὺ περιφέρεια ἡ τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου.

PROBLEMA I. PROPOSITIO LIX.

Oporteat autem nunc inuenire horizontes habitationum, in quibus Zodiaci ſigna, quæ rectiora aſcendant, in minori tempore oriuntur; quam quæ aſcendunt obliquiora.



Exponatur maximus circulus ABED pro horizonte, qui per polos parallelorum trãſit, ſintque poli AC, & per ipſos maximus circulus AHC, hoc eſt meridianus.
A Sit autem æſtiuus ſemicirculus EO, hyemalis KF. Zodiaci poſitio interdum quidem ſit BHF, interdum vero GHK. & orientales partes ſint,
B quæ ad puncta GDF. diuidaturque quadrans BH in ſigna in punctis LM. Quoniam igitur horizon tranſit per polos ſphæræ, hoc eſt æquinoctialis, ad ipſum rectus erit. quare & æquinoctialis eſt ad horizontem rectus, & per polos eius tranſit. eſt autem, & meridianus per polos
C horizontis. quare communis ſectio æquinoctialis, & meridiani ſunt poli horizontis, & per ipſos æquinoctialis conti-
D nenter fertur. At Zodiacus ſecundum duo puncta tantum, quæ ſunt principia Arietis

& Libræ

& Libræ, fertur per communes ſectiones æquinoctialis, & meridiani. ergo circumfe-
rentia ab horizonte ad polum eſt quadrantis, videlicet partium nonaginta. Et ſunt in E
horizonte puncta tropicorum E G K F. a quibus ad meridianum eſt; quadrantis circum-
ferentia. ergo quadrans eſt a punctis E G, K F ad commune punctum æquinoctialis cir- F
culi, & meridiani, & poli horizontis, quod eſt H. Deſcribantur etiam per L M H paral- G
leli circuli L N, M X, B H D. erit vtique B O O æquinoctialis, vt ante dictum eſt. poſtre-
mo deſcribantur per polum A, & per vnumquodque punctorum L M, N X maximi cir-
culi A O, A P, A R, A S. Et quoniam ex 13. theoremate 2. ſphæricorum, æquales ſunt H
circumferentiæ B L, O N, L M, N X, & M H, X H, diuiſæ autem ſunt in partes æquales;
erunt & in ſigna diuiſæ, & inter ſe æquales. atque eſt punctum B principium Cancri, K
præcedens ſemicirculum: & punctum G principium Cancri ſemicirculum ſequens. qua-
re puncta quidem L M H ſequuntur E, puncta vero N X H præcedunt G, adeo vt ſint
ſigna ὁμόζωνα: & ſit punctum H Arietis ſecundum G, & Libræ ſecundum E. maior igi- L
tur eſt circumferentia E O, quam O P: & O P maior, quam P H. Similiter & D S maior M
quam S R: & S R quam R H maior. quare O H S maior erit, quam dupla ipſius P H R, hoc N
eſt ſimilitudine L N maior, quam dupla ipſius M X. ſit I Φ ſimilitudine dupla M X: & per
Φ H maximus circulus deſcribatur Q Φ, H Z. erit is rectus ad A B C D horizontem. ete-
nim punctum H eſt horizontis polus. Itaq; dico ſi conſtituamus horizontem vel Q Φ H Z
vel G H K, qui æſtiuum tropicum E G contingit, in habitatione, quæ cadit inter Q G,
oſtendetur Virgo rectior aſcendere, quam Leo, in maiori autem tempore Leo oriri, O
quam Virgo. Quoniam enim poſuimus talem horizontem maiores circulos non con- P
tingere, quam ſint circuli tropici, conſtat ex eo, quod ante demonſtratum eſt Virgi-
nem rectiorem aſcendere, quam Leonem. ponatur primum horizon G H K, & ſit ipſius
orientalis ſemicirculus G H K, meridiano exiſtente A B C D ad parallelos & ad G H K recto.
tropicus igitur æſtiuus E G erit circulus arcticus horizontis G H K. atque erit Cancri ſi-
gnum E L, Leonis L M, & Virginis M H. circumferentia autem M H rectior eſt, quam
L M, & eſt M H Virginis. ergo M H rectior aſcendit, quam L M. Dico L M in maiori
tempore oriri, quam M H. Quoniam enim demonſtratum eſt L N ſimilitudine maio-
rem eſſe, quam duplam ipſius M X, & in quo quidem tempore punctum L circumferen-
tiam N L pertranſit, oritur L H, etenim cum L a puncto N orientis incipiat pertranſire
L N, aſcendit L H namq; H eſt in horizonte orientali, in quo autem tempore punctũ M cir-
cumferentiam X M pertranſit, eadem ratione M H oritur: conſtat L H in maiori tem-
pore oriri, quam ſit duplum eius, in quo oritur M H quare maius eſt tempus ortus L M,
quam M H. Si enim a tempore ortus L H auferatur tempus M H minus, quam dimidium
quod tempus L H ſit maius, quam duplum, relinquetur tempus ipſius L M maius, quam
dimidium temporis L H, maius exiſtens tempore M H, quod eſt minus, quam dimi-
dium L H. Rurſus ſit alter horizon Q Φ H Z meridiano exiſtente A B C D, recto ad pa-
rallelos, & ad Q Φ H Z horizontem. nam cum H ſit meridiani polus, recti ad inuicem
erunt. Dico in maiori tempore oriri L M, quam M H. Quoniam enim ablata eſt L Φ
ſimilitudine dupla ipſius M X, manifeſtum eſt L Φ maiorem eſſe, quam duplam M Y.
nam punctum Y cadit inter M X. ſiquidem conſtat H Φ Q non tranſire per M X; fierent Q
enim H M, X H maximorum circulorum diametri, quæ quidem ſunt minores totis ſemi-
circulis E M H F, G X H K. quod fieri non poteſt. Sed neque extra M X, etenim tranſibit
etiam per Φ, vt poſitum eſt: & per H Φ deſcriptus circulus rurſus ſecabit maximos cir-
culos E L F, G X K in alio puncto, atque erit ſectio minor ſemicirculo, quæ eſt in pun-
cto H, quod fieri non poteſt. cadet igitur punctum Y inter M X. Sed in quo quidem
tempore punctum L circumferentiam Φ L percurrit incipiens a puncto Φ orientalis
horizontis, oritur L H. in quo autem tempore M percurrit Y M circumferentiam, in-
cipiens a puncto Y orientalis horizontis, M H oritur. quare perſpicuum eſt in maiori
tempore oriri L M, quam M H, vt ante demonſtratum fuit. Eodem modo demonſtra-
bimus circumferentiam E L in maiori tempore oriri, quam L M. & L M circumferen-
tiam Leonis rectius aſcendere quam E L, quæ eſt Cancri. Demonſtrata igitur ſunt,
quæ proponebantur. Secundum Problemæum vero in ſphæra recta, & in primo cli-
mate, & ſecundo concorditer. Cancer in maiori tempore oritur, quam Leo. ſed poſt
gr. 16. m. 27. eleuationis poli ſecundi climatis vſque ad tertium in maiori tempore ori-
tur Leo, quam Cancer, ita vt diſcrepantia ſit. At Leonem rectius aſcendere, quam
Cancrum demonſtrabitur rurſus ex 21. theoremate ſecundi libri ſphæricorum; quem-
admodum in antecedenti lemmate.

COMMENTARIVS.

A Sit autem æſtiuus ſemicirculus EG, hyemalis KF,] *Per æſtiuum circulum intellige tropicum Cancri, & per hyemalem tropicum Capricorni.*

B Diuidaturque quadrans BH in ſigna in punctis LM] *Græcus codex* καὶ διῃρήσθω τὸ ΕΘ τεταρτημόριον εἰς τὰ ζώδια τὰ λ μ. *ego legendum puto,* κατὰ τὰ λ μ.

C Quare communis ſectio æquinoctialis, & meridiani ſunt poli horizontis.] *In ſphæra recta, de qua nunc ſermo eſt, æquinoctialis, & verticalis ijdem ſunt, communis autem ſectio verticalis, & meridiani eſt gnomon, vt ſcribit Ptolemæus in libro de analemmate cuius termini ſunt poli horizontis. ſed fortaſſe hoc dixit Pappus intelligens per æquinoctialem, & meridianum circumferentias tantum eorum circulorum, quarum communes ſectiones ſunt horizontis poli, & eadem ratione in antecedenti theoremate dixit communem ſectionem trium circulorum, nempe horizontis, Zodiaci, & æquinoctialis eſſe puncta* BC *ſecundum diametrum oppoſita.*

D At Zodiacus ſecundum duo puncta tantum, quæ ſunt principia Arietis, & Libræ fertur per communes ſectiones æquinoctialis, & meridiani] *Græcus codex corruptus eſt, vt reor in quo legitur.* ὁ δὲ ζωδιακὸς ζ ζυγῷ ε' τ κοινῶν τομῶν. *ſed vide ne legendum ſit* διὰ τ κοινῶν τομῶν.

E Et ſunt in horizonte puncta tropicorum EG, KF, a quibus ad meridianum eſt quadrantis circumferentia] *Et hoc loco Græcus codex corruptus eſt, ni fallor, qui ſic habet.* καὶ ἐστιν ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος τὰ εη, κζ ὄντα τ ἀφ' ὧν σημεῖα τ τροπικῶν ἐπὶ τ μεσημβρινὸν τεταρτημόριον. *fortaſſe vero ita corrigetur.* τὰ εη, κζ ὄντα σημεῖα τ τροπικῶν, ἀφ' ὧν ἐπὶ τ μεσημβρινὸν, &c.

F Ergo quadrans eſt a punctis EG, KF ad commune punctum æquinoctialis circuli, & meridiani, & poli horizontis, qui eſt H] *Quod in principio poſuit nunc demonſtrat, poſuit enim ſupra* EH *quadrantem eſſe, cum dixit diuidatur quadrans* EH *in ſigna in punctis* LM.

G Deſcribantur etiam per LMH paralleli circuli LN, MX, HHD] *Græcus codex* καὶ διὰ λ μ θ παράλληλοι γεγράφθωσαν αἱ λ μ ν ξ. *lege* οἱ λ ν μ ξ. *parallelus autem* LN *quadrantem Zodiaci* GH *in puncto* N *ſecet, &* MX *eundem ſecet in* X.

H Et quoniam ex 13. theoremate ſecundi libri ſphæricorum æquales ſunt circumferentiæ EL, GN, & LM, NX, & MH, XH: diuiſæ autem ſunt in partes æquales: erunt; & in ſigna diuiſæ, & inter ſe æquales] *Quadrans* EH *diuiſus eſt in tres partes æquales, hoc eſt in ſigna* EL, LM, MH. *Sed cum æquales ſint* EL, GN, & LM, NX, & MH, XH. *erit & quadrans* GH *in totidem partes æquales diuiſus; videlicet in ſigna, & omnes hæ circumferentiæ inter ſe æquales erunt. Græcus codex* καὶ ἐπεὶ διὰ τὸ ιβʹ τ δευτέρου &c. *theorema illud eſt tertiumdecimum ſecundi libri, non duodecimum, quare ſcribendum erit* ιγʹ.

K Atque eſt punctum E principium Cancri præcedens ſemicirculum, & punctum G principium Cancri ſemicirculum ſequens] *Punctum enim* E *eſt principium Cancri,* L *principium Leonis,* M *Virginis, &* H *Libræ. rurſus* H *eſt principium Arietis,* X *principium Tauri,* N *Geminorum, &* G *Cancri.*

L Et Libræ ſecundum H] *Græcus codex* καὶ συζύγῳ ὁ κατὰ τὸ θ, *vel legemus* καὶ ζυγῷ *vel* συζύγῳ *pro eodem accipiemus.*

M Maiori igitur eſt circumferentia HO, quam OP, & OP maior, quam PH. Similiter & DS maior, quam SR, & SR, quam RH maior] *Ex 6. tertij libri ſphæricorum, vel ex 21. huius.*

N Quare OHS maior erit, quam dupla ipſius PHR, hoc eſt ſimilitudine LN maior, quam dupla ipſius MX] *Eſt enim ex 10. ſecundi libri ſphæricorum* LN *ſimilis ipſi* OHS, & MX *ſimilis* PHR.

O In maiori autem tempore Leo oriri, quam Virgo] *Græcus codex* ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ παρθένῳ ἀνατέλλει *ſed legendum* ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ ὁ λέων παρθένου ἀνατέλλει.

P Quoniam enim poſuimus talem horizontem maiores circulos non contingere]. *Græcus codex.* ἐπείπερ ἐν πλείονι χρόνῳ ὑπεθέμεθα ὁρίζοντα, &c. *delenda ſunt ea verba* ἐν πλείονι χρόνῳ, *vt opinor.*

Q Siquidem conſtat HΦQ non tranſire per MX, fierent enim HM, XH maximorum circulorum diametri, quæ quidem ſunt minores totis ſemicirculis EMHF, GXHK; quod fieri non poteſt.] *Probat punctum* Y *cadere, inter* MX. *nam ſi non cadit inter* MX, *vel cadet in ipſis* MX *punctis, vel extra. cadat primum in punctis* MX. *& quoniam maximi circuli*

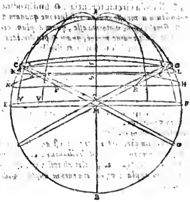
culi

culi G X H K, Q Φ H Z *ſecant ſeſe in puncto* H, *& in puncto* M, *vel* X, *vt ponitur, erunt iuncta* H M, M X *ſemidiametri maximorum circulorum, & circumferentia* H M, H X *ſemicirculi, quod circuli maximi bifariam ſe ſecent, atqui* H M, H X *ſunt minores ſemicirculis, ponebantur enim ſemicirculi tota circumferentia* E M H F, G X H K, *quod fieri non poteſt. Si autem punctũ* Y *cadit extra* X, *maximus circulus* Q Φ H Z *ſecabit maximum circulum* C X H K *in alio puncto inter* X N. *ſecet in* Ξ. *ergo iuncto* H Ξ *diameter eſt maximorum circulorum, & circumferentia* H Ξ *ſemicirculus, quæ eſt ſemicirculo minor, quod eſt abſurdum. Quod ſi* Y *cadat extra* M, *rurſus maximus circulus* Q Φ H Z *ſecabit maximum circulum* E M H F *in alio puncto, quam* H. *& idem quod prius abſurdum ſequitur. Græcus codex, vt opinor, corruptus eſt: ita enim habet* ὅτι μὲν γὰρ *&c.* γίνονται γὰρ διάμετροι τῶν μεγίστων κύκλων αἱ θμ ξθ ἐλάσσονος γὰρ, *&c.* καὶ ἔσται ἡ κοινὴ τὸ ἐλάσσονος ἡμικυκλίου ἡ ἀπὸ τοῦ ε ὅπερ ἀδύνατον. *Sed forte corrigetur in hunc modum.* γίνονται γὰρ διάμετροι τῶν μεγίστων κύκλων, *&c.* ἐλάσσονες γὰρ, *&c.* καὶ ἔσται ἡ τομὴ τοῦ ἐλάσσονος τοῦ ἡμικυκλίου ἡ ἀπὸ τοῦ θ.

THEOREMA LIX. PROPOSITIO LX.

Sit per polos ſphæræ circulus A B C D, poli autem ſphæræ A B. & ſit A
alius circulus maximus C D, obliquus quidem ad parallelos, rectus vero ad circulum A B C D, & diuidatur quadrans C Q in tres partes æquales ad puncta S T, & per S T Q deſcribantur circuli paralleli: ſintque ipſorum, & circuli A B C D communes ſectiones C D, K L, N H, E F, quæ quidem, B
& diametri fiunt. Sit præterea ipſi K L parallela C G. Æſtiuus igitur tro- C
picus circa C G deſcriptus rectus eſt ad circulum A B C D, continget enim in C & iungatur M G. Dico circumferentiam, quæ eſt ſecundum rectam D E
lineam X O, haberque baſim ipſi X O æqualem ſimilitudine maiorem eſſe, quam duplam circumferentiæ, quæ eſt ſecundum rectam P R in circulo N H.

Intelligantur enim communes ſectiones omnium circulorum, erunt vtique S X, T P, Q M perpendiculares ad C D; & ad K L, N H, E F. Deſcribantur per S T Q & per A circulorum maximorum circumferentiæ A Y, A N, A Q, quare A Q ſemicirculos aſſumptos parallelorum circulorum bifariam ſecat. Ducantur etiam a punctis O R ad rectos angulos ipſis K L, N H in planis ſemicirculorum O Ψ, R Z; quæ erunt æquales ipſis X S, P T. ergo & circumferentiæ ſecundum rectas lineas X O, P R erunt S Ψ, T Z. eſt igitur circumferentia S Ψ ſimilitudine maior quam dupla circumferentiæ T Z quare, & dimidia circumferentia S Ω ſimilitudine maior eſt, F G H



quam dupla dimidiæ T Ϛ. Sed circumferentia quidem S Ω ſimilis eſt circumferentiæ L
Y Q, circumferentia vero T Ϛ ſimilis ipſi V Q. Similitudine igitur circumferentia Y Q M

 maio-

maior eſt, quam dupla circumferentiæ V Q, quod quidem ita ſe habet. nam circumferentia S T æqualis eſt circumferentiæ T Q. & per polum, & per S T Q maximi circuli
N deſcribuntur. hoc enim in ſphæricis demonſtratum eſt.

COMMENTARIVS.

A Sit per polos ſphæræ circulus A B C D] *Hoc theorema videtur quodammodo ſupervacaneum. quod enim in eo demonſtratur, ſatis ſuperque demonſtratum iam fuit.*

B Quæ quidem, & diametri fiunt] *Nam* C D *maximi circuli* C Q D *diameter eſt, &* K L, N H, E F *ſunt diametri parallelorum circulorum.*

C Aeſtiuus igitur tropicus circa C G deſcriptus rectus eſt & ad circulum A B C D. continget enim in C] *Græcus codex ſic habet* ὁ ἄρα περὶ τ γν θ ὀρθὸς ἐστὶ πρὸς τ α β γ δ ἢ γν ἐφάψεται γὰρ κατὰ τὸ γ *ego ſic legendum puto* ὁ ἄρα περὶ τ γη θ ὀρθὸς ἐστὶ πρὸς τὸν α β γ δ ἐφάψεται γὰρ κατὰ τὸ γ. *per* θ *autem videtur ſignificari* θερινὸς παράλληλος, *videlicet tropicus æſtiuus, qui cum hoc loco inſtar ſit circuli arctici, vt ſupra dictum eſt, horizontem in* C *vel* G *contingit.*

D Et iungatur M G] *Græcus codex mendoſe habet* μν *pro* μη.

E Dico circumferentiam, quæ eſt ſecundum rectam lineam X O] *Græcus codex* φημὶ δὴ &c. τῷ ηθ κύκλῳ. *fortaſſe legendum erit* ἐν τῷ ν θ κύκλῳ *vel* τῷ ρ θ κύκλῳ.

F Erunt vtique S X, T P, Q M perpendiculares ad C D, & K L, N H, E F] *Quoniam enim circuli* C Q D, K S L, N T H, E Q F *recti ſunt ad circulum* A B C D, *communes ipſorum ſectiones*
30. eſt vndecimi. *ad dictum planum perpendiculares erunt ex 19. vndecimi ergo, & ad omnes rectas lineas, quæ in eo exiſtentes plano ipſas contingunt.*

G Quare A Q ſemicirculos aſſumptos parallelorum circulorum bifariam ſecat] *Ex 9. ſecundi ſphæricorum Theodoſij.*

H Ducantur etiam a punctis O R ad rectangulos ipſis K L, N H in planis ſemicirculorũ O Ψ, R Z, quæ erunt æquales ipſis X S, P T] *Perpendiculares enim* O Ψ, R Z *ſunt communes ſectiones dictorum circulorum ex 19. vndecimi, quare per eorum plana tranſeant neceſſe eſt. & quoniam in circulo rectæ lineæ æquales ſunt, quæ æqualiter à centro diſtant ex 14. tertij elementorum erunt, & earum dimidia æquales. Græcus codex* ἤχθωσαν δὲ καὶ ἀπὸ &c. *ὁ τ ο ο τ καὶ ὁ ρ α ſed cum elemento* τ *ſupra vtatur in linea* π τ, *viſum eſt pro* τ *hoc loco ponere* ψ. *inuſitatum enim eſt, & nouum in eadem figura idem elementum bis ſumere.*

K Eſt igitur circumferentia S Ψ ſimilitudine maior, quam dupla circumferentiæ T Z. quare, & dimidia circumferentia S Ω ſimilitudine maior eſt, quam dupla dimidiæ T ς] *Ad propoſitum demonſtrandum reſolutione quadam vtitur. Si enim ponamus circumferentiam* S Ψ *ſimilitudine maiorem eſſe, quam duplam circumferentiæ* T Z, *erit dimidia circumferentia* S Ω *ſimilitudine maior, quam dupla dimidiæ* T ς.

L Sed circumferentia quidem S Ω ſimilis eſt circumferentiæ Y Q, circumferentia vero T ς ſimilis ipſi V Q.] *Poſt quæ in Græco codice hæc leguntur.* ἡ δὲ υχ τῆς τὸ μεῖζον *quæ nos delenda arbitramur, niſi forte legendum ſit* ἡ δὲ υ χ τῆς φ χ μεῖζων.

M Similitudine igitur circumferentia Y Q maior eſt, quam dupla circumferentiis V Q, quod quidem ita ſe habet] *Sequitur hoc ex eo, quod ante poſitum eſt, & ita ſe habet: quare, & illud ex quo ſequitur neceſſario verum erit.*

N Hoc enim in ſphæricis demonſtratum eſt] *Videlicet in 6. tertij libri ſphæricorum, & à Pappo in 59. huius.*

Compoſitio autem ita fiet.

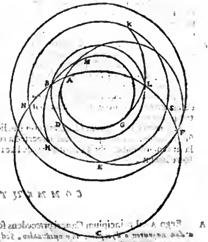
Quoniam enim circumferentia S T *eſt æqualis circumferentiæ* T Q, *& per polum* A, *& per puncta* S T Q *maximi circuli deſcribuntur, erit* Y V *maior, quam* V Q, *& ob id* Y Q *maior, quam dupla* V Q. *Sed* S Ω *ſimilis eſt ipſi* Y Q, *&* T ς *ſimilis* V Q *ergo* S Ω *ſimilitudine maior eſt; quam dupla* T ς, *& ita earum dupla, videlicet* S Ψ *ſimilitudine maior, quam dupla ipſius* T Z

THEO-

THEOREMA LX. PROPOSITIO LXI.

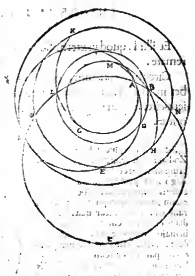
Et illud, quod prætermiſſum eſt in duodecimo, & tertiodecimo theoremate.

Circumferentiarum, quæ ſunt in ſemicirculo poſt Cancrum, quælibet in maiori tempore oritur, quam occidit. Earum vero, quæ in reliquo ſemicirculo poſt Capricornum quælibet in maiori tempore occidit, quam oritur.



Sit enim in ſphæra horizon ABC Zodiaci vero ſemicirculus poſt Cancrum in apparēti hemiſphærio ADF. Ergo A eſt principium Cancri præ- A
cedens ſemicirculum in occaſu. Sit etiam æſtiui tropici portio ſupra terram AG, & auferatur quædam Zodiaci circumferentia DE. Dico DE in maiori tempore oriri, quam occidere. Deſcribantur enim per puncta DE paralleli circuli EDL, NHEK. Itaque DL maior erit, quam ſimilis B
ipſi ES, & EN maior, quam ſimilis
DE. Cum enim D præcedat, oritur C
prius, quam E, quod ſequitur: & incipit D moueri a puncto L, & E a puncto S. eſt igitur DL maior, quam
ſimilis ES, quod, & tempus eſt maius. D
Et quoniam D prius quam E, occidit in E, incipiens a D: & E occidit in N incipiens ab E, erit ED minor, quam ſimilis ipſi EN. Deſcribantur per EL circuli maximi contingentes circulum AG, qui ſint HBM, KLG. circumferentia igitur DE oritur quidem poſitionem habens KL, quando punctum K circumferentiam KS pertranſierit occidit autem poſitionem habens EH; quando H pertranſierit circumferentiam HN; etenim poſitiones ſunt eiuſdem circuli Zodiaci ADE,
MBH, GLK, quæ ſimiles circumferentias concludunt AG, DL, EK, & MA, ED, HE. quare E
DL maior eſt, quam ſimilis ES, & KN maior, quam ſimilis DE, vt etiam demon-
ſtratum fuit. ſunt præterea æquales GK, AE, MH. quod vtraque ipſarum MH, GK ſit F
æqualis ipſis AE. & idcirco congruunt inter ſeſe adhuc puncta KLG ſimul perueniunt ad EDA, ſimiliter & EDA ad HBM; æquales enim ſunt & KL, ED, HE. quare & circumferentiæ KL, ED, HE, inter ſe congruunt. Dico KS circumferentiam circumferentia NH maiorem eſſe. Quoniam enim DL ſimilis eſt ipſi EK, & DE ipſi EH, erit
etiam tota LE toti HK ſimilis. Sed LE maior eſt quam ſimilis NS. ergo & HK eſt ma- G
ior, quam ſimilis NS. & ſunt eiuſdem circuli. quare KH, quam NS eſt maior. commu- H
nis auferatur HS. reliqua igitur KS maior eſt, quam HN. videlicet tempus ortus cir- K
cumferentiæ DE maius tempore occaſus. Et quoniam ex vndecimo theoremate phæ- L
nomenon Euclidis. Aequalium circumferentiarum circuli Zodiaci, & ex diametro M
oppoſitarum, in quo tempore vna oritur, altera occidit: & in quo tempore vna occidit, altera oritur; ſi ipſi DE ſumatur æqualis circumferentia ex diametro oppoſita in altero ſemicirculo poſt Capricornum, oſtendetur in maiori tempore occidere, quam oriri. tempus enim ortus alterius ſemicirculi maius eſt tempore occaſus.

Iidem



Iiſdem poſitis in ſecundo caſu theorematis, ut ſemicirculi poſt Capricornum portio ſupra terram A B F: & auferatur circumferentia quędam D E. Dico D E in maiori tempore occidere, quam oriri. Conſtruantur eadem. Et quoniam A eſt principium Cancri ſequens ſemicirculum, & F principium Capricorni ſemicirculum præcedens, erit F occidentale, & A orientale, ergo D E oritur quidem poſitionem habens B H, quando H circumferentiam
N N H pertranſierit, quare & oritur puncto D ſequente quodammodo circumferentiam D E in ortu ſecundum B: & puncto E præcedente ſupra terram ſecundum A: cum pertranſierit circumferentiam N H ab ortu B. occidit autem poſitionem habens K L, quando K circumferentiam K S pertranſierit. ergo
O & occidit puncto E pręcedente circumferentiam D E, cum prius occiderit circumferentia K S & puncto D ſub ſequente in occaſu L. & prius oſtenſa eſt circumferētia S K maior, quam circumferentia N H. quare, & tempus occaſus circumferentiæ D E maius erit tempore ortus.

Sed hæc ſatis in librum phænomenon Euclidis. At vero ea, quæ ad ortus, & occaſus ſignorum Zodiaci pertineant, imperfecta reliquiſſe, ſe non ignorare arbitror, ſingula autem horum ex libris a Ptolemæo de hac re conſcriptis, abunde, facileque cognoſcere licebit.

COMMENTARIVS.

A Ergo A eſt principium Cancri præcedens ſemicirculum in occaſu] *Græcus codex τὸ α ἄρα καρκίνου ὁ ἡγούμενον τοῦ ἡμικυκλίου. Sed puto legendum τὸ α ἄρα καρκίνου ὁ ἡγούμενον τοῦ ἡμικυκλίου & videtur nota illa ♋ ſignificare principium ſigni, quemadmodum & in omnibus tabulis apud latinos.*

B Itaque D L maior erit, quam ſimilis ipſi E S, & E N maior, quam ſimilis D B] *Hoc ipſe deinceps probat.*

C Cum enim D præcedat, oritur prius, quam E, quod ſequitur &c.] *Quoniam enim D prius oritur, quam E, incipit autem D moueri à puncto L, & E incipit à puncto S, maius erit tempus, in quo punctum incipiens ab L peruenit ad D, quam tempus, in quo punctum incipiens ab S peruenit ad E. ergo D L maior eſt, quam ſimilis ipſi E S.*

D Et quoniam D priuſquam E occidit in B incipiens à D, & E occidit in N incipiens ab E, erit B D minor, quam ſimilis ipſi E N] *Quoniam D prius occidit, quam E, occidit autem D in B incipiens à D, & E occidit in N, incipiens ab E, tempus in quo D peruenit ad B, minus erit tempore, in quo E peruenit ad N. quare D B minor eſt, quam vt ſit ſimilis ipſi E N.*

D Quæ ſimiles circumferentias concludunt A G D, L E K, & M A, B D, H E] *Ex 13. ſecundi libri ſphæricorum Theodoſij.*

E Sunt præterea æquales G K, A E, M H] *Ex eadem.*

F Sed L B maior eſt, quam ſimilis N S] *Ex 20. ſecundi libri ſphæricorum Theodoſij.*

G Ergo & H K maior quam ſimilis N S] *Deſiderabantur hæc in græco codice, quæ nos reſtituimus ita enim legendum erit. ἡ δὲ λβ τῆς νς μείζων ἐστὶν, ἢ ὁμοία, καὶ ἡ θκ ἄρα τῆς νς μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία.*

Quare

Quare KH, quam NS eſt maior, communis auferatur HS] *Græcus codex* ἡ ἄρα κθ τῆς νσ, κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ θσ *Sed legendum puto* ἡ ἄρα κθ τῆς νσ μείζων ἐστί, ἀφῃρήσθω ἡ θσ. K

Reliqua igitur KS maior eſt, quam HK, videlicet tempus ortus circumferentiæ L
DE maius tempore occaſus] *Græcus codex.* λοιπὸς ἄρα &c. ὁ ἀνατολικὸς τῆς δε περιφερείας τοῦ δυτικοῦ χρόνου τῆς θν *Sed legendum videtur.* ὁ ἀνατολικὸς χρόνος τῆς δε περιφερείας τοῦ δυτικοῦ χρόνου τοῦ θν.

Et quoniam ex vndecimo theoremate phænomenon Euclidis. Aequalium circumfe- M
rentiarum circuli Zodiaci, & ex diametro oppoſitarum] *Græcus codex* καὶ ἐπεὶ τοῦ ια ου &c. ἐν ᾧ χρόνῳ αἱ ἴσαι περιφέρειαι κατὰ διάμετρον ἴσαι, ἐν ᾧ χρόνῳ &c. *Sed vide ne legendum ſit, quem admodum in Euclide ipſo.* τοῦ τῶν ζῳδίων κύκλου τὸν ἴσων καὶ ἀπεναντίον περιφερειῶν, ἐν ᾧ χρόνῳ ἡ ἑτέρα ἀνατέλλει, ἡ ἑτέρα δύνει.

Quare, & oritur puncto D ſequente quodammodo circumferentiam DE in ortu ſe- N
cundum B] *Græcus codex corruptus eſt, vt opinor qui ſic habet* ὥστε καὶ ἀνατέλλει τὸ δ ἑπόμενον τῇ δε περιφερείᾳ ὂν πρότερον πρὸς τῇ ἀνατολῇ. *Sed vide ne legendum ſit.* ὥστε καὶ ἀνατέλλει τοῦ δ ἑπομένου τῇ δε περιφερείᾳ, &c.

Ergo & occidit puncto E præcedente circumferentiam DE, cum prius occiderit cir- O
cumferentia KS, & puncto D ſubſequente in occaſu L] *Græcus codex, & hoc loco corruptus videtur.* ὥστε καὶ δύνει ἡγουμένης τῆς δε περιφερείας προδυνούσης τῆς κσ περιφερείας τοῦ δ ἑπομένου ὄντος κατὰ τῆς δύσεως τοῦ λ. *Sed forte legendum erit.* ὥστε καὶ δύνει τοῦ ε ἡγουμένου τῆς δε περιφερείας προδυνούσης τῆς κσ περιφερείας, τοῦ δ ἑπομένου ὄντος πρὸς τῇ δύσει κατὰ τὸ λ.

SEXTI LIBRI FINIS.

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

LIBER SEPTIMVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

LOCVS, qui vocatur ἀναλυόμενος, hoc eſt reſolutus, ô Hermodore fili, vt ſummatim dicam, propria quædam eſt materia poſt communium elementorum conſtitutionem, ijs parata, qui in geometricis ſibi comparare volunt vim, ac facultatem inueniendi problemata, quæ ipſis proponuntur: atque huius tantummodo vtilitatis gratia inuenta eſt. Scripſerunt autem hac de re tum Euclides, qui elementa tradit, tum Apollonius Pergæus, tum Ariſtæus ſenior. Quæ quidem per reſolutionem, & compoſitionem procedit. Reſolutio igitur eſt via a quæſito tamquam conceſſo per ea, quæ deinceps conſequuntur ad aliquod conceſſum in compoſitione: in reſolutione enim id quod quæritur tamquam factum ponentes, quid ex hoc contingat, conſideramus: & rurſum illius antecedens, quouſque ita progredientes incidamus in aliquod iam cognitum, vel quod ſit è numero principiorum. Et huiuſmodi proceſſum reſolutionem appellamus, veluti ex contrario factam ſolutionem. In compoſitione autem per conuerſionem ponentes tamquam iam factum id, quod poſtremum in reſolutione ſumpſimus: atque hic ordinantes ſecundum naturam ea antecedentia, quæ illic conſequentia erant, & mutua illorum facta compoſitione ad quæſiti finem peruenimus, & hic modus vocatur compoſitio. Duplex autem eſt reſolutionis genus, alterum quidem, quod veritatem perquirit, & contemplatiuum appellatur: alterum vero, quo inueſtigatur id quod dicere propoſuimus, vocaturq; problematicum. In contemplatiuo igitur genere quod quæritur, vt iam exiſtens, & vt verum ponentes per ea, quæ deinceps conſequuntur tamquam vera, & quæ expoſitione ſunt, procedimus ad aliquod conceſſum, quod quidem ſi

verum

Digitized by Google

verum ſit, verum erit, & quæſitum; & demonſtratio, quæ reſolutioni ex contraria parte reſpondet. Si vero falſo euidenti occurramus, falſum erit, quæſitum. In problematico autem genere, quod propoſitum eſt vt cognitum ponentes, per ea, quæ deinceps conſequuntur, tamquam vera procedimus ad aliquod conceſſum, quod quidem ſi fieri, compatirique poſſit (quod datum vocant mathematici) etiam illud, quod propoſitum eſt, fieri poterit, & rurſus demonſtratio reſolutioni ex cõtraria parte reſpondens. At ſi euidenti, quod fieri non poſſit, occurramus: & problema itidem fieri non poterit. Determinatio autem eſt, quæ declarat quando, & qua ratione, & quot modis problema fieri poſſit. Hæc igitur de reſolutione, & compoſitione dicta ſint.

Dictorum autem librorum, qui ad reſolutum locum pertinent, ordo talis eſt. Euclidis datorum liber vnus. Apollonij λόγου ἀποτομῆς, hoc eſt de proportionis ſectione libri duo. χωρίου ἀποτομῆς, hoc eſt de ſpacij ſectione duo. ἐπαφῶν hoc eſt tactionum duo. Euclidis poriſmatum tres. Apollonij νεύσεων, hoc eſt inclinationum duo. Eiuſdem τόπων ἐπιπέδων, hoc eſt planorum locorum duo. Conicorum octo. Ariſtæi τόπων στερεῶν, hoc eſt locorum ſolidorum quinque. Euclidis τόπων πρὸς ἐπιφανείᾳ, hoc eſt locorum ad ſuperficiem duo. Eratoſthenis de medietatibus duo. Itaque omnes libri ſunt numero triginta & vnus, quorum periochas, vel argumenta vſque ad Apollonij conica tibi expoſuimus ad contemplationem, & multitudinem locorum, & determinationum, & caſuum in vnoquoq; libro. Sed etiam lemmata, quæ requiruntur, & in librorum tractione nullam, vt arbitramur, quæſtionem omiſimus.

De datis Euclidis.

Primus autem liber, qui eſt datorum, theoremata nonaginta continet, quorum primum quidem vniuerſe in magnitudinibus diagrammata XXIII. vigeſimum quartum vero eſt in rectilineis proportionalibus ſine poſitione. at quæ deinceps ſequuntur quattuordecim ſunt in rectis lineis poſitione datis. Quæ vero ſequuntur decem in triangulis ſpecie datis ſine poſitione, quæ ſequuntur ſex parallelogrammis, & applicationibus ſpaciorum ſpecie datorum. Eorum, quæ deinceps ſunt, quinque, primum quidem eſt in lineis; quattuor vero in ſpacijs triangulis, quod differentiæ quadratorum laterum ad ipſa triangula ſpacia proportionem habeant datam. Quæ ſequuntur ſeptem vſq; ad ſeptuageſimum tertium in duobus parallelogrammis, quod ob poſitiones in angulis proportionem inter ſe datam habeant: aliqua autem horum epilogos ſimiles habent in duobus triangulis. In ſequentibus vero ſex diagrammatibus vſque ad ſeptuageſimum nonum; duo quidem ſunt in triangulis; quattuor vero in pluribus rectis lineis proportio-

tionalibus. Quæ deinceps ſunt tria in duabus rectis lineis proportionalibus quæ datum ſpacium continent. At quæ in omnibus octo vſque ad nonaginta in circulis oſtenduntur, vel magnitudine tantum datis, vel etiam poſitione, nimirum rectis lineis per datum punctum ductis.

De Libris Apollonij λόγου ἀποτομῆς *hoc eſt de proportionis ſectione.*

Librorum autem de portionis ſectione, qui duo ſunt, propoſitio eſt vna ſubdiuiſa, quare & vnam propoſitionem ita deſcribemus.

Per datum punctum rectam lineam ducere ſecantem à duabus rectis lineis poſitione datis ad data in ipſis puncta lineas, quæ proportionem habeant eandem datæ proportioni.

Contingit autem figuras differentes eſſe & numero plures ob ſubdiuiſionem factam, & linearum datarum inter ſe poſitionem, & differentes caſus puncti dati: & ob reſolutiones, compoſitioneſq; ipſorum, & determinationum. Habet enim primus liber de proportionis ſectione locos ſeptem, caſus vigintiquattuor, & determinationes quinque, quarum tres quidem maximæ, duæ vero minimæ ſunt, atq; eſt maxima ad tertium caſum quinti loci, minima ad ſecundum ſexti, & ſeptimi loci: maximæ autem ad ſexti, & ſeptimi quartos caſus. Secundus liber de proportionis ſectione habet locos vigintiquattuor, caſus ſexaginta tres, & determinationes ex primo libro, totus enim ad primum librum refertur: lemmata viginti. Habent autem duo libri de proportionis ſectione theoremata centum octoginta vnum. ſed ſecundum Periclem etiam plura.

De Libris χωρίου ἀποτομῆς *hoc eſt de ſpacij ſectione.*

Libri de ſpacij ſectione duo ſunt; problema autem vnum bis ſubdiuiſum, & vna propoſitio, quæ alia quidem habet ſuperiori ſimilia, ſed eo tantum differt, quòd in illa oportet duas rectas lineas abſciſſas datam habere proportionem, in hac autem datum ſpacium continere. dicetur enim ſic.

Per datum punctum rectam lineam ducere ſecantem à duabus rectis lineis poſitione datis ad data puncta, lineas, quę ſpacium contineant dato ſpacio æquale. Et hæc ob eandem cauſam multitudinem habet figurarum. Itaque primus liber de ſpacij ſectione habet locos ſeptem, caſus vigintiquattuor, & determinationes ſeptem, quarum quattuor maximæ, & tres minimæ,

nimæ, & maxima quidem eſt ad ſecundum caſum primi libri, ad primum, & ſecundum caſum quarti loci, & ad ſexti loci tertium, minima vero ad tertium caſum tertij loci, ad quartum caſum quarti loci, & ad primum ſexti loci. Secũdus autem liber de ſpacij ſectione habet locos treſdecim, caſus ſeptem, & determinationes ex primo libro, ad ipſum enim refertur, & continet primus liber theoremata quadraginta octo, ſecundus ſeptuaginta ſex.

De Libris Διωρισμένης τομῆς *id eſt determinatæ ſectionis.*

Poſt hæc ſequuntur determinatæ ſectionis libri duo, quorum ſimiliter propoſitionem vna dicere licet, atque hanc diſiunctam. Datam infinitam rectam lineam vno puncto ſecare, ita vt interiectarum linearum ad data ipſius puncta, vel vnius quadratum, vel rectangulum duabus contentum datam proportionem habeat, vel ad rectangulum contentum vna ipſarum interiecta, & alia extra data, vel duabus interiectis contentum punctis ad vtraſque partes datis. huius igitur velut bis diſiunctæ, & difficiles determinationes habentis demonſtratio per plura fiat neceſſe eſt. demonſtrauit autem hanc rurſus Apollonius, in nudis rectis lineis vſitato, ac peruulgato modo tentans, vt in ſecundo libro primorum elementorum Euclidis, & rurſus eandem demonſtrauit ad inſtitutionem magis accommodate, & ingenioſe per ſemicirculos. Primus autem liber habet problemata ſex, epitagmata ſexdecim, & determinationes quinque, quarum quattuor maximæ, atque vna minima, & ſunt maximæ ad ſecundum epitagma ſecundi problematis, ad tertium quarti problematis, ad tertium quinti, & ad tertium epitagma tertij problematis. Secundus liber determinatæ ſectionis continet problemata tria, epitagmata nouem, & determinationes tres; quarũ minimę quidem ſunt ad tertium primi, & ad tertium ſecundi; maxima autem ad tertium tertij problematis. Lemmata primi libri ſunt viginti ſeptem, ſecundi libri viginti quattuor. Theoremata autem duorum librorum determinatæ ſectionis ſunt octoginta tria.

De Libris Επαφῶν *id eſt tactionum.*

Deinceps ſequuntur duo libri tactionum. Propoſitiones autem in ipſis videntur eſſe plures, ſed nos vnam poſuimus, quæ ſic habet. Punctis, & rectis lineis, & circulis tribus quibuſcumque poſitione datis circulum deſcribere per vnumquodq; datorum punctorum, qui vnamquamq; linearum datarum contingat. Huius ob multitudinem datorum in poſitionibus ſimiliũ, vel diſſimilium particulares propoſitiones differentes fieri neceſſarium eſt. ex tribus enim diſſimilibus generibus triadis differentiæ inordinatæ fiunt numero decem; vel enim data tria puncta; vel tres rectę lineæ; vel duo pun-

cta,& recta linea;vel duæ rectę lineę,& punctũ;vel duo pũcta, & circulus,vel duo circuli,& punctum,vel duo circuli,& recta linea;vel punctũ,& recta linea,& circulus;vel duę rectę lineę, & circulus; vel tres circuli. Horũ prima duo oſtenſa ſunt in quarto libro primorũ elementorũ,quæ ab eo ſcripta ſunt: illud enim, tribus datis punctis, quæ non ſint in recta linea, idem eſt, quod circa datum triangulũ circulũ deſcribere. at illud datis tribus rectis lineis,quę non ſint parallelæ, ſed omnes inter ſe conueniant, idem eſt, quod in dato triangulo circulum deſcribere. etenim ſi duæ ſint parallelæ, & vna incidat, eſt veluti pars ſextæ ſubdiuiſionis. Deſcribuntur in his omnia, & ſex, quæ deinceps ſunt in primo libro. duo vero reliqua, videlicet duabus datis rectis lineis in circulo, vel tribus datis circulis tantum, in ſecundo libro. cum autem ob multas tum circulorum, tum rectarum linearum inter ſe poſitiones, quæ pluribus determinationibus indigent, homogeneæq; ſunt, ac eiuſdem naturæ cum prædictis tactionibus, multitudo quædam oriatur problematum, factum eſt,vt ab ijs, qui libros digeſſerunt,ommiſſa fuerit in hoc ſecundo libro, a nonnullis autem priori libro addita ſit. Erat enim breuis, introductionique imprimis accommodatus, in eoque abſoluebatur vniuerſum genus tactionum. Rurſus autem vnica tantum propoſitione omnia complectar, quæ quidem hypotheſi a prædicta deficiat, epitagmate vero abundet. eſt autem huiuſmodi. Ex punctis, & rectis lineis, & circulis quibuſcumque duobus datis circulum deſcribere magnitudine datum, qui per datum punctum, vel data puncta tranſeat; contingat autem vnamquamq; datarum linearum. hæc continet problematum ſpecies numero ſex: ex tribus enim diſſimilibus generibus dualitatis differentiæ inordinatæ fiunt numero ſex. nam vel duobus datis punctis, vel duabus datis rectis lineis, vel duabus datis circulis, vel puncto, & recta linea, vel puncto, & circulo, vel recta linea, & circulo, datum magnitudine circulum deſcribere, vt dictum eſt. hæc autem reſoluere, & componere, & determinare ſecundum datum.

Itaque primus liber tactionum habet problemata ſeptem. Secundus problemata quattuor. lemmata autem duorum librorum ſunt vigintiunum; theoremata ſexaginta.

De Poriſmatibus.

Poſt ipſas autem tactiones ſequuntur Euclidis poriſmata tribus voluminibus contenta; opus quidem artificioſiſſimum, ac perutile ad reſolutionem obſcuriorum problematum, ac eorum generum, quæ haud comprehendunt eam, quæ multitudinem prębet naturam. nihil vero additum eſt ijs, quæ Euclides primum ſcripſit, præterquam quod nonnulli inepti, qui ante nos fuerunt, ſecundas deſcriptiones paucis ipſorum addiderunt. Et cum vnumquodq; numerum demonſtrationis præfinitum habeat, quemadmodum oſtendimus, hi vnam ſolummodo pro ſingulis poriſmatibus ex Euclide

clide demonſtrationem apponentes eam maximè obſcurarunt. At vero hæc ſubtilem, naturalemque in ſe habent contemplationem, & neceſſariam, & admodum vniuerſalem, & ijs, qui hæc valent perſpicere, atque inueſtigare, etiam ſuauem. Horum autem ſpecies omnes neq; theorematum ſunt, neq; problematum, ſed mediam quodammodo inter hæc formam, ac naturam habent, ita vt eorum propoſitiones formari poſſint, vt theorematum vel vt problematum. quo factum eſt, vt ex multis Geometris alij quidem ea genere eſſe theoremata, alij vero problemata opinati ſint, dum ad ſolam tantum propoſitionis formam reſpicerent. Horum autem trium differentiam veteres multo melius cognouiſſe ex definitionibus perſpicuum eſt. dixerunt enim theorema eſſe, quod proponitur in ipſius propoſiti demonſtrationem. Problema, quod affertur in conſtructionem propoſiti. Poriſma vero, quod proponitur in poriſmum, hoc eſt in inuentionem, & inueſtigationem propoſiti. immutata autem eſt hæc poriſmatis definitio à iunioribus, qui nequeunt omnia inueſtigare, ſed his elementis vtuntur, & oſtendunt ſolummodo quod hoc eſt, quod quæritur, non autem illud ipſum inueſtigant. cumque & ex definitione ipſa, & ex ijs, quæ nobis tradita ſunt, redarguerentur ab accidente ſic poriſma definierunt. Poriſma eſt quod hypotheſi deficit à locali theoremate. Huius autem generis poriſmatum loci ipſi ſunt vna ſpecies; atque de hac ipſa abunde tractatur in reſoluto loco; ſeorſum autem à poriſmatibus collecta, inſcriptaq; ac tradita ſunt, quod magis diffuſa, & copioſa ſit cæteris ſpeciebus. Locorum igitur ſpecies ſunt decem: ſiquidem alij ſunt planorum, alij ſolidorũ, alij linearium: & in ijs, quæ ad medietates pertinent. Sed & hoc poriſmatibus contingit, nempe propoſitiones habere diſſectas ob difficultatem multarum rerum, quæ ſubintelligi conſueuerunt, ita vt complures Geometræ aliqua ex parte ea aſſequantur, quæ vero magis neceſſaria ſunt, ſignificata ignorant. facillimum autem eſt multa in his vna propoſitione complecti, propterea quod & ipſe Euclides non multa de vnaquaq; poſuerit ſpecie, ſed cauſſa oſtendendæ multæ copiæ, in qua pauca ad principium primi libri poſuit. conſimilia ab vberima illa ſpecie locorum, vt numero decem. quare cum has vna propoſitione comprehendi poſſe intelligeremus, ita deſcripſimus.

Si in tria puncta in vna recta linea, vel parallela alia data ſint, reliqua vero præter vnum tangant poſitione datam rectam lineam, & hoc poſitione datam rectam lineam tanget. hoc eſt quattuor quidem rectis lineis tantum; quarum non plures, quàm duæ per idem punctum tranſeunt; ignoratur autem in omni propoſita multitudine verum quod in ea ineſt ſic appellatum. Si quotcumque rectæ lineæ ſeſe mutuo ſecent, non plures, quam duæ per idem punctum, omnia autem in vna ipſarum data ſint, & vnumquodq; eorum, quæ ſunt in altera tangat poſitione datam rectam li-

ctam lineam, vel vniuerſalius hoc modo. Si quotcumque rectæ lineæ ſeſe mutuo ſecent, non plures quàm duæ per idem punctum, omnia autem in vna ipſarum data ſint, & reliquorum multitudinem habentium triangulum numerum, huius latus ſingula habet puncta tangentia rectam lineam poſitione datam, quorum trium non ad angulum exiſtens trianguli ſpacij vnumquodq; reliquum punctum rectam lineam poſitione datam tanget. Euclidem vero non veriſſimile eſt ignorare hoc, ſed principium dumtaxat ſtatuere, & in omnibus poriſmatibus apparet principia, & ſeminaria ſola multarum, ac magnarum multitudinum ab eo iacta, quorum vnumquodq; non iuxta poſitionum differentias diſtinguere oportet, ſed iuxta differentias accidentium, & quæſitorum. Et poſitiones quidem omnes inter ſe differunt, cum ſpecialiſſimæ ſint. accidentium, vero & quæſitorum vnumquodque vnum, & idem exiſtens multis poſitionibus differentibus contingit, eo quòd genere ſint eadem. Itaque in primo libro hæc genera quæſitorum in propoſitionibus ſtatuere oportet. in principio quidem ſeptimi, diagramma hoc. Si à duobus datis punctis ad rectam lineam poſitione datam rectæ lineæ inflectantur, abſcindat autem vna à recta linea poſitione data ad datum in ipſa punctum, abſcindet, & altera proportionem habens datam. In ijs autem, quæ ſequuntur. Quod hoc punctum tangit poſitione datam rectam lineam. Quod proportio huius ad hanc data eſt. Quod proportio huius ad apromen. Quod hæc poſitione data eſt. Quod hæc ad datum punctum vergit. Quod proportio huius ad aliquam ab hoc vt dato. Quod proportio huius ad aliquam ab hoc ductæ. Quod proportio huius ſpacij ad id, quod data recta linea, & hac continetur. Quod huius ſpacij alterum quidem eſt datum, alterum proportionem habet ad apromen. Quod hoc ſpacium, vel hoc vna cum aliquo ſpacio dato eſt, illud autē proportionem habet ad apromen. Quod hæc cum qua ad quam hæc proportionem habet datam, proportionem habet ad aliquam ab hoc, vt dato. Quod id quod ſub dato, & hac æquale eſt ei, quod ſub dato, & ab hoc vt dato. Quod proportio huius, & huius ad aliquam ab hoc vt dato. Quod hæc abſcindit a poſitione datis datum continentes.

At in ſecundo libro poſitiones quidem aliæ, quæſitorum autem plurima eadem ſunt, quæ in pr. lib. Eximia vero hæc. Quod hoc ſpaciū vel proportionē habet ad apromen, vel vna cum dato proportionē habet ad apromen. Quod proportio huius ſub his ad apromen. Quod proportio huius ſub vtroque horū, & vtrorūq; horum ad apromen. Quod hoc ſub hac, & vtraq; hac: & huius ad quam hæc proportionem habet datam: & hoc ſub hac, & hac ad quam hæc proportionem habet datam ad apromen. Quod vtriuſq; proportionis ad aliquam huius vt dati. Quod datum ſub datis. In tertio libro plures ſun propoſitiones in ſemicirculis paucæ autem in circulis, & circulorum portionibus. Quæſitorum autem multa ſimilia ſunt antedictis. Eximia vero hæc. Quod proportio huius ſub his ad hoc ſub his. Quod

propor-

proportio huius ab hac ad apotomen. Quod hoc ſub his, huic ſub dato, & aſſumpta ſub perpendiculari vſque ad datum. Quod vterq; & ad quam hæc proportionem habet datam, proportionem habet ad apotomen. Quod eſt aliquod datum punctum, à quo iunctæ ad datum continent ſpecie triangulum. Quod eſt aliquod datum punctum, à quo iunctæ rectæ lineæ ad hoc æquales aſſumunt circumferentias. Quod quæ in parathesi erit, vel vna cum aliqua recta linea ad datum punctum vergente datum continet angulum. Habent autem tres libri poriſmatum lemmata 38. ipſa vero theoremata ſunt 101.

De locis planis

Locorum omnium alij ſunt ἑκτικοί, hoc eſt in ſe ipſis tantum conſiſtentes, de quibus, & Apollonius ante propria elementa dicit puncti quidem locum eſſe punctum, lineæ locum lineam; ſuperficiei ſuperficiem, & ſolidi ſolidum. alij autem διεξοδικοί, hoc eſt ſeſe extra tendentes, vt puncti locum lineam, lineæ ſuperficiem, ſuperficiei ſolidum. locorum autem, qui in reſoluto loco alij quidem poſitione dati ἑκτικοὶ ſunt, alij autem plani dicti, & ſolidi, & lineares: διεξοδικοὶ vero ſunt punctorum, & alij ad ſuperficies, ἀναστροφικοὶ quidem punctorum, διεξοδικοὶ, autem linearum. lineares loci ex ijs qui ſunt ad ſuperficies demonſtrantur. dicuntur autem plani loci tum hi, de quibus agemus, tum vniuerſe quicumq; ſunt rectæ lineæ, vel circuli. Solidi loci quicunmq; ſunt conorum ſectiones, parabolæ, vel ellipſes, vel hyperbolæ. lineares loci quicumq; lineæ ſunt, neq; rectæ, neq; circuli, neque aliqua dictarum coni ſectionum. loci autem ab Eratoſthene inſcripti ad medietates ex prædictis genere ſunt a proprietate hypotheſeon in illis. Antiqui igitur horum planorum ordinem reſpicientes elementa tradiderunt, quem cum negligerent poſteriores, alios appoſuerunt, tamquam non infinitos multitudine, ſi quis velit aſcribere quæ ordinem illum conſequantur. itaque ponam propoſiti quidem poſteriora ordinem autem priora, vna propoſitione comprehendens hoc modo. Si duæ lineæ agantur, vel ab vno dato puncto, vel à duobus, & vel in rectam lineam, vel parallelæ, vel datum continentes angulum, vel inter ſe datam proportionem habentes, vel datum comprehendentes ſpacium: contingat autem terminus vnius locum planum poſitione datum, & alterius terminus locum planum poſitione datum continget, interdum quidem eiuſdem generis, interdum vero diuerſum, & interdum ſimiliter poſitum ad rectam lineam, interdum contrario modo. Hæc autem fiunt iuxta differentias ſubiectorum. At propoſita in principio quidem tertij libri à Charmandro his congruunt. Si rectæ lineæ poſitione datæ vnus terminus datus ſit, & alter circumferentiam concauam poſitione datam continget. Si à duobus punctis datis inflectantur rectæ lineæ datum angulum continentes, commune ipſorum punctum cõtinget circum-

ferentiam

ferentiam concauam poſitione datam. Si trianguli ſpacij magnitudine dati baſis poſitione, & magnitudine data ſit, vertex ipſius rectam lineam poſitione datam continget. Alia autem huiuſmodi. Si rectæ lineæ magnitudine datæ, & cuipiam poſitione datæ æquidiſtantis vnus terminus contingat rectam lineam poſitione datam, & alius terminus rectam lineam poſitione datam continget. Si à puncto quodam ad poſitione datas duas rectas lineas parallelas, vel inter ſe conuenientes ducantur rectæ lineæ in dato angulo, vel datam habentes proportionem, vel quarum vna ſimul cum ea, ad quam altera proportionem habet datam, data fuerit, continget punctum rectam lineam poſitione datam. Et ſi ſint quotcumque rectæ lineæ poſitione datæ: atque ad ipſas à quodam puncto ducantur rectæ lineæ in datis angulis, ſit autem quod data linea, & ducta continetur vna cum contento data linea, & altera ducta æquale ei, quod data, & alia ducta; & reliquis continetur punctum ſimiliter rectam lineam poſitione datam continget. Si ab aliquo puncto ad poſitione datas parallelas ducantur rectæ lineæ in datis angulis, quæ ad puncta in ipſis data abſcindant rectas lineas, vel proportionem habentes, vel ſpatium continentes datum, vel ita vt ſpecies ab ipſis ductis vel exceſſus ſpecierum æqualis ſit ſpacio dato, punctum continget poſitione datas rectas lineas.

Secundus autem liber hæc continet. Si à datis punctis rectæ lineæ inflectātur, & ſunt quæ ab ipſis fiunt dato ſpacio differentia, punctum poſitione datas rectas lineas continget. Si ſint in proportione data vel rectæ lineæ vel circumferentiæ, Si ſit poſitione data recta linea, & in ipſa datum punctum, à quo ducatur quædam linea terminata, à termino autem ipſius ducatur & ad poſitionem, & ſit quod fit à ducta æquale ei, quod à data, & abſciſſa, vel & ad datum punctum, vel ad alterum punctum datum, vel ad alterum datum in linea data poſitione, terminus ipſius poſitione datam circumferentiam contingere. Si à duobus punctis datis rectæ lineæ inflectantur, & ſit quod ab vna efficitur eo, quod ab altera dato maior, quàm in proportione, punctum poſitione datam circumferentia continget. Si à quotcumq; datis punctis ad punctum vnum inflectantur rectæ lineę: & ſint ſpecies, quę ab omnibus fiunt dato ſpacio æquales punctũ continget poſitione datam circumferentiã. Si à duobus punctis datis inflectantur rectæ lineæ; à puncto autem ad poſitione datam lineam abſciſſa à recta linea poſitione data ad datum punctum, & ſint ſpecies ab inflexis æquales ei, quod à data, & abſciſſa continetur, punctum ad inflexionem poſitione datam circumferentiam continget. Si in circulo poſitione dato ſit datum punctum perque ipſum agatur quædam recta linea, & in ipſa punctum extra ſumatur; ſi autem quod ſit à linea ducta vſq; ad punctum intra datum æquale ei, quod à tota, & extra ſumpta, vel ſoli, vel vna cum eo, quod duabus, quæ intra

circulum

circulum portionibus continetur: punctum extra ſumptum poſitione datam rectam lineam continget. Et ſi hoc quidem punctum contingat poſitione datam rectam lineam circulus autem non ponatur, quæ ſunt ad vtraſq; partes dati puncti contingent poſitione eandem datam circumferentiam. habent autem planorum locorum duo libri theoremata, vel diagrammata centum quadraginta ſeptem, lemmata autem octo.

De inclinationibus νεύσεων.

Inclinare dicitur linea ad punctum, ſi producta ad ipſum peruenit; vniuerſe autem idem eſt ſiue ad aliquod punctum inclinare linea dicatur, ſiue aliquod in ipſa ſit punctum datum, ſiue per datum punctum exiſtat. Inſcripſerunt autem hæc, inclinationes ab vno eorum, quæ dicta ſunt. Et cum hoc ſit problema vniuerſale. Duabus lineis poſitione datis inter ipſas ponere rectam lineam magnitudine datam, quæ ad datum punctum pertingat: in hac particularibus ſubiecta differentia habentibus, alia quidem erant plana, alia ſolida, alia vero linearia. Ex planis autem, quæ ad multa vtiliora ſunt eligentes problemata hæc oſtenderunt. Poſitione dato ſemicirculo, & recta linea, ad rectos angulos baſi ſit duorum ſemicirculorum in directum baſes habentium inter duas lineas ponere rectam lineam magnitudine datam, quæ ad ſemicirculi angulum pertingat. Rhombo dato, & vno latere producto aptare ſub angulo exteriori magnitudine datam rectam lineam, quæ ad oppoſitum angulum pertingat. Circulo poſitione dato aptare rectam lineam magnitudine datam, quæ ad datum punctum pertingat. Horum autem in primo libro, quod in vno ſemicirculo, & recta linea oſtenſum eſt, quatuor habens caſus, & quod in circulo duos habens caſus, & quod in rhombo ſimiliter duos caſus habens. At in ſecundo libro in duobus ſemicirculis poſitione decem caſus habente. In his autem ſubdiuiſiones plures determinantes cauſa magnitudinis rectæ lineæ. Hæc igitur in reſoluto loco plano, hoc eſt quæ, & priora. oſtenduntur ſeorſum à medietatibus Eratoſthenis: etenim illa poſteriora ſunt. Poſt plana ſolidorum ordo contemplationem. ſolida autem vocant problemata, non quæ in ſolidis figuris proponantur; ſed quæ cum non poſſint oſtendi per plana, per conicas lineas oſtendantur. quare de his prius ſcribere neceſſarium eſt. Erant igitur conicorum elementorum primum Ariſtei ſenioris libri quinque, velut iis, qui hæc percipere poſſent cum breuitate conſcripti. Itaque inclinationum libri duo habent thoremata, vel diagramata centum vigintiquinqne, lemmata autem triginta octo.

De Conicis Apollonij.

Euclidis libros quattuor conicorum cum Apollonius expleuiſſet, ac quattuor alios adiunxiſſet, octo conicorum libros confecit. Ariſtæus au-

tem, qui ſcribit ea, quæ ad hoc vſque tempus tradita ſunt, ſolidorum locorum libros quinque conicis cohærentes vocauit. Et qui ante Apollonium fuerunt trium conicarum linearum, vnam quidem coni acutianguli, alterum rectanguli, tertiam vero obtuſianguli coni ſectionem appellarunt. Quoniam autem in vnoquoq; horum trium conorum differenter ſectorum tres lineæ fiunt, dubitans, vt apparet Apollonius, curuam, qui ante ſe hanc tractationem expleuerant, vna quidem acutianguli coni ſectionem vocauerunt, quæ poteſt, & rectanguli, & obtuſianguli coni eſſe; alteram rectanguli, quæ poteſt & in acuti angulo, & obtuſiangulo cono reperiri; tertiam vero obtuſiangulo, quæ & in acutiangulo, & rectangulo cono in eſſe poteſt, mutatis nominibus, quę quidem acutianguli coni ſectio nominatur, ellipſim appellat, quæ rectanguli parabolen, quæ vero obtuſianguli hyperbolen, vnicuique ab aliquo proprio accidente nomen imponens ſpacium enim quoddam ad lineam quampiam comparatum in acutianguli coni ſectione deficiens fit quadrato, in obtuſianguli coni ſectione quadrato excedens; in rectanguli vero vni ſectione neque deficiens, neque excedens. Hoc autem illi accidit, quod non conſiderauit iuxta vnum dumtaxat caſum plani conum ſecantis, & tres lineas gignentis in vnoquoque conorum aliam neque aliam fieri lineam, quam a coni proprietate nominarunt. Si enim ſecans planum ducatur vni laterum coni æquidiſtans, vna tantum ex tribus lineis efficitur ſemper eadem, quam Ariſtæus illius coni ſectionem appellauit. Apollonius igitur quæ continent ab ipſo conſcripti conicorum octo libri, dicit, ſummatim colligens in proœmio libri primi, hoc modo. Continet autem primus liber generationes trium coni ſectionum, & earum, quæ oppoſitæ dicuntur; itemque principalia ipſarum accidentia a nobis, & vberius, & vniuerſalius, quam ab alijs, qui de ea reſcripſerunt, elaborata. Secundus liber tractat ea, quæ attinent ad diametros, & ad axes ſectionum, & ad lineas illas, quæ cum ſectione, non conueniunt, quæ à Gręcis ἀσύμπτωτοι appellantur, tum de alijs diſſerit, quæ & generalem, & neceſſariam vtilitatem ad determinationes afferunt. quas autem vocem diametros, & quos axes ex hoc libro cognoſces. Tertius liber continet multa, & admirabilia theoremata, quæ vtilia erunt & ad ſolidorum locorum compoſitiones, & ad determinationes, quorum complura, & pulcherrima, & noua ſunt. Hæc nos perpendentes animaduertimus non poſitam eſſe ab Euclide rationem componendi loci ad tres, & quattuor lineas, verum ipſius tantummodo particulam quandam, atque hanc non ſatis fœliciter: non enim fieri poterat, vt ea compoſitio rectę perficeretur abſque ijs, quæ à nobis inuenta ſunt. Quartus liber tradit quot modis conorum ſectiones inter ſeſe, & circuli circumferentiæ occurrere poſſint, & multa alia ad pleniorem doctrinam; quorum nihil ab ijs, qui ante nos fuerunt, memoriæ proditum eſt, coni ſectio, & circuli circumferentia, & oppoſitæ ſectiones ad quot puncta oppoſitis ſectionibus occurrant. Reliqui autem quattuor libri ad abundantiorem

tiorem ſcientiam pertinent. Quintus enim de minimis, & maximis magna ex parte agit. Sextus de æqualibus, & ſimilibus coni ſectionibus. Septimus continet theoremata, quæ determinandi vim habent. Octauus problemata conica determinata. Et hæc quidem Apollonius. Quem autem dicit in tertio libro locum ad tres, & quatuor lineas ab Euclide perfectum non eſſe, neque ipſe perficere poterat, neque aliquis alius: ſed neque paululum quid addere ijs, quæ Euclides ſcripſit per ea tantum conica, quæ vſque ad Euclidis tempora præmonſtrata ſunt, vt etiam ipſe teſtatur dicens, fieri non poſſe vt locus perficeretur abſque ijs, quæ ipſe ſcribere coactus ſit. Euclides autem ſecutus Ariſtæum ſcriptorem luculentum in ijs, quæ de conicis tradiderat: neque anteuertens, neque volens eorum tractationem deſtruere, cum mitiſſimus eſſet, & benignus erga omnes, præſertim eos, qui mathematicas diſciplinas aliqua ex parte augere, & amplificare poſſent, vt par eſt, & nullo modo infenſus, ſed accuratus, non arrogans, velut hic, quantum oſtendi potuit de loco per eius conica memoriæ prodidit. non addens perfectum illud, abſolutumque eſſe; tunc enim neceſſario reprehendi poſſet: nunc vero haudquaquam illud faciendum eſt; ſiquidem & ipſe in conicis plæraque imperfecta relinquens non ſatis ea valet tueri. Adijcere autem loco, quæ deerant, facile potuit, animo comprehendens ea, quæ ab Euclide de loco ſcripta fuerant, & dans operam Euclides diſcipulis Alexandriæ longo tempore, ex quo adeo excellentem in mathematicis habitum eſt aſſecutus, neque vſquam deceptus eſt. At locus ad tres, & quattuor lineas, in quo magnifice ſe iactat, & oſtentat nulla habita gratia ei, qui prius ſcripſerat, eſt huiuſmodi. Si poſitione datis tribus rectis lineis ab vno, & eodem puncto ad tres lineas in datis angulis rectæ lineæ ducantur, & data ſit proportio rectanguli contenti duabus ductis ad quadratum reliquæ: punctum continget poſitione datum ſolidum locum, hoc eſt vnam ex tribus conicis ſectionibus. Et ſi ad quattuor rectas lineas poſitione datas in datis angulis lineæ ducantur; & rectanguli duabus ductis contenti ad contentum duabus reliquis proportio data ſit: Similiter punctum datam coni ſectionem poſitione continget. Si quidem igitur ad duas tantum locus planus oſtenſus eſt. Quod ſi ad plures, quam quattuor punctum continget locos non adhuc cognitos, ſed lineas tantum dictas; quales autem ſint, vel quam habeant proprietatem, non conſtat. earum vnam, neque primam, & quæ manifeſtiſſima videtur, compoſuerunt, oſtendentes vtilem eſſe. propoſitiones autem ipſarum hę ſunt.

Si ab aliquo punctum ad poſitione datas rectas lineas quinque ducantur rectæ lineæ in datis angulis, & data ſit proportio ſolidi parallelepipedi rectanguli, quod tribus ductis lineis continetur ad ſolidum parallelepipedum rectangulum, quod continetur reliquis duabus, & data quapiam linea, punctum poſitione datum lineam continget. Si autem ad ſex, & ſit data proportio ſolidi tribus lineis contenti ad ſolidum, quod tribus reliquis conti-

netur; rurſus punctum continget poſitione datam lineam. Quod ſi ad plures quàm ſex, non adhuc habent dicere, data ſit proportio cuiuſpiam contenti quattuor lineis ad id quod reliquis continetur. Quoniam non eſt aliquid contentum pluribus quam tribus dimenſionibus. Acquieſcunt autem his, qui paulo ante talia interpretati ſunt, neque vnum aliquo pacto comprehenſibile ſignificantes quod his continetur, licebit autem per coniunctas proportiones hæc, & dicere, & demonſtrare vniuerſe in dictis proportionibus, atque his in hunc modum. Si ab aliquo puncto ad poſitione datas rectas lineas ducantur rectæ lineæ in datis angulis, & data ſit proportio coniuncta ex ea, quam habet vna ductarum ad vnam, & altera ad alteram, & alia ad aliam, & reliqua ad datam lineam, ſi ſint ſeptem; ſi vero octo, & reliqua ad reliquam; punctum continget poſitione datas lineas. & ſimiliter quotcumque ſint impares, vel pares multitudine, cum hæc vt dixi, loco ad quattuor lineas reſpondeant, nullum igitur poſuerunt ita vt linea nota ſit. hæc reſpicientes minime extolluntur, quemadmodum antiqui, & vnuſquiſque eorum, qui meliora conſcribunt. Ego autem & à principio in mathematicis verſatus, & in materia quæſtionum à natura propoſita videns omnes commotos erubui, cum & multo meliora oſtenderim, & quæ multam afferant vtilitatem. Sed ne vacuis manibus difficultati huic ceſſiſſe videar hæc legentibus tradam. Perfectorum vtrorumque ordinum proportio compoſita eſt ex proportione amphiſmatum, & rectarum linearum ſimiliter ad axes ductarum à punctis, quæ in ipſis grauitatis centra ſunt. Imperfectorum autem proportio compoſita eſt ex proportione amphiſmatum, & circumferentiarum à punctis, quę in ipſis ſunt centra grauitatis, factarum. Harum circumferentiarum proportio diuiditur in proportionem ductarum linearum, & earum, quas continent ipſarum extrema ad axes angulorum, continent autem hunc propoſitiones ferè exiſtentes vna multa, & varia theoremata, & linearum, & ſuperficierum, & ſolidorum omnia ſimul vna demonſtratione, & quæ nondum demonſtrata ſunt, & quæ & in duodecimo libro horum elementorum. Itaque habent omnes libri conicorum Apollonij theoremata, vel diagrammata quadringenta octoginta ſeptem, lemmata vero quæ in ipſa ſunt, nonaginta.

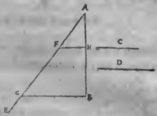
PRO-

PROBLEMA I. PROPOSITIO I.

Data rectam lineam in datam proportionem ſecare.

Sit data quidem recta linea AB data autem proportio, quam habet C ad D; & oporteat ſecare AB in proportionem C ad D.

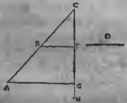
Inclinetur ad AB in quouis angulo recta linea AE, & ipſi C æqualis abſcindatur AF, ipſi vero D æqualis FG; & iuncta BG, ducatur FH ei parallela. Quoniam igitur vt AH ad HB, ita eſt AF ad FG; eſt autem AF æqualis C, & FG ipſi D: erit vt AH ad HB, ita C ad D. ergo AB ſecta eſt in puncto H. quod facere oportebat.



PROBLEMA II. PROPOSITIO II.

Tribus datis rectis lineis AB, BC & D, inuenire vt AB ad BC, ita aliam quandam ad D.

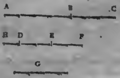
Rurſus inclinetur ad AC recta linea CH in quouis angulo, & abſcindatur CF æqualis D, iunctaque BF, ipſi parallela ducatur AG. ergo rurſus vt AB ad BC, ita erit GF ad FC, hoc eſt ad D. inuenta igitur eſt FG. ſimiliter & ſi recta detur, quartam inueniemus.



THEOREMA I. PROPOSITIO III.

Habeat AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad EF. Dico, & componendo AC ad CB maiorem proportionem habere, quam DF ad FE.

Fiat enim vt AB ad BC ita alia quædam G ad EF. ergo G ad EF maiorem proportionem habet, quam DE, ad EF & propterea maior G quã DE ponatur ipſi G æqualis HE. Quoniam igitur vt AB ad BC; ita eſt HE ad DF; erit componendo vt AC ad CB, ita HF ad FE ſed HF ad FE maiorem proportionem habet, quam DF ad FE. ergo: & AC ad CB maiorem proportionem habebit, quam DF ad FE.



COM-

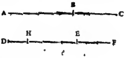
COMMENTARIVS.

Sed HF ad FE maiorem proportionem habet, quam DF ad FE.] *Ex 8. quinti. Græcus codex ſic habet τὸ δὲ θζ πρὸς τὸ ζε, poſt quæ verba hæc addenda ſunt. μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ δζ πρὸς τὸ δε.*

THEOREMA II. PPROOSITIO IV.

Rurſus AB ad BC minorem proportionem habeat, quam DE ad EF.
A Dico & AC ad CB minorem habere proportionem, quam DF ad FE.

Rurſus enim quoniam AB ad BC minorem habet proportionem; quam FE ad EF, ſi fiat vt AB ad BC, ita alia quædam ad EF, quæ ſit HE; erit ea minor, quam DE, & vt AC ad CB, ita erit HF ad FE. Sed HF ad FE, minorem habet proportionem quam DF ad FE. ergo & AC ad CB minorem proportionem habebit, quam DF ad FE.



COMMENTARIVS.

A Dico & AC ad CB minorem habere proportionem, quam DF ad FE] *Intellige componendo.*

THEOREMA III. PROPOSITIO V.

Habeat rurſus AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad EF. Dico & permutando AB ad DE maiorem proportionem habere, quam BC ad EF.

18. quinti. Fiat enim vt AB ad BC, ita alia quædã, quæ ſit GF ad EF. manifeſtum eſt eam maiorem eſſe, quam DE. quare permutando vt AB ad GF, ita eſt BC ad EF. habet autem AB ad DE maiorem proportionem, quam AB ad GE, hoc eſt, quam BC ad EF. ergo AB ad DE maiorem proportionem habebit, quam BC ad EF.



Eadem ratione & ſi AB ad BC minorem habeat proportionem, quam DE ad EF, ſequetur etiam permutando AB ad DE minorem proportionem habere, quam BE ad EF.
A Erit enim vt AB ad BC, ita alia quædam ad EF, quæ minor ſit, quam DE. reliqua vero eadem erunt.

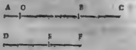
COMMENTARIVS.

A Quæ minor ſit, quam DE] *Græcus codex ὅτι πρὸς ἐλάσσονα τῷ δε vide ne legendum ſit ὅτι ἐλάσσων τῷ δε. Mirum autem videtur Pappum hoc loco diuiſiuam rationem prætermiſiſſe, cum præſertim ea ſæpe vtatur; niſi forte temporis iniuria interciderit, quod credibilius eſt: nos igitur eam ſupplere aggrediemur.*

Habeat AC *ad* CB *maiorem proportionem, quam* DF *ad* FE. *Dico & diuidendo* AB *ad* BC *maiorem proportionem habere, quam* DE *ad* EF.

Fiat vt

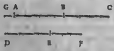
Fiat Vt DF *ad* FE, *ita alia quapiam* GO *ad* CB. *Erit vtique* GC *minor, quam* AC. *& erit diuidendo* GB *ad* BC, *Vt* OE *ad* EF. *Sed* AB *ad* BC *maiorem proportionem habet, quam* GB *ad* BC. *ergo & AB ad* BC *maiorem habebit proportionem, quam* DE *ad* EF.



10. quinti

Habeat rurſus AC *ad* CB *minorem proportionem, quam* DF *ad* FE, *& diuidendo* AB *ad* BC *minorem proportionem habebit, quam* DE *ad* EF.

Fiat enim rurſus Vt DF *ad* FE, *ita alia quadam* GC *ad* CB, *erit* GC *maior, quam* AC. *atque erit diuidendo* GB *ad* BC, *Vt* DE *ad* EF. *Sed* AB *ad* BC *minorem habet proportionem, quam* GB *ad* BC, *quare & minorem habebit, quam* DE *ad* EF.

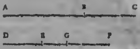


10. quinti
8. quinti.

THEOREMA IV. PROPOSITIO VI.

Habeat AC ad CB maiorem proportionem, quam DF ad FE. Dico per conuerſionem rationis CA ad AB minorem habere proportionem, quam FD ad DE.

Fiat enim vt AC ad CB, ita DF ad aliam quandam. erit vtique ad minorem, quam FE. Sit autem FG: quare per conuerſionem rationis, vt CA ad AB, ita erit FD ad DG. Sed FD ad DG minorem proportionem habet, quam FD ad DE, ergo & CA ad AB minorem habebit proportione, quam FD ad E. A



8. quinti.

Similiter autem & ſi AC ad CB minorem proportionem habeat, quam DF ad FE, habebit per conuerſionem rationis CA ad AB maiorem proportionem, quam FD ad DE.

Erit enim vt AC ad CB, ita DF ad maiorem, quam FE, reliqua vero manifeſta erunt.

COMMENTARIVS.

Ergo & CA ad AB minorem habebit proportionem, quam FO ad OB] *Vide ne hæc in Græco codice deſiderentur.* καὶ τὸ αγ ἄρα πρὸς τὸ αβ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ζ δ πρὸς τὸ δε. A

THEOREMA V. PROPOSITIO VII.

Habeat rurſus AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad EF Dico conuertendo CB ad BA minorem proportionem habere, quam FE ad ED.

Fiat enim vt AB ad BC, ita DE ad aliam aliquam, erit ad minorem, quam EF, vt ad EG: conuertendo igitur vt CB ad BA, ita eſt GE ad ED. Sed GE ad ED minorem proportionem habet, quam FE ad ED. ergo CB ad BA minorem habebit proportionem, quam FE ad ED. A B



Similiter autem & ſi AB ad BC minorem proportionem habeat, quam DE ad EF, conuertendo CB ad BA maiorem habebit proportionem, quam FE ad ED. C

Erit enim vt AB ad BC, ita DE ad maiorem, quam EF, reliqua, quæ ſequuntur perſpicua ſunt.

Ex his

Ex his autem conſtat ſi AB ad EC maiorem proportionem habeat, quam DE ad EF, & FE ad EO maiorem habere proportionem, quam CB ad BA. Quod ſi A ad BC minorem proportionem habeat, quam DE ad EF, & FE ad EO minorem habebit proportionem, quam CB ad BA.

COMMENTARIVS.

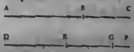
A Vt ad EG] *Græcus codex* ὥςε πρὸς τὸ εη *ego legerem* ὡς πρὸς τὸ εη,

B Ergo CB ad BA minorem habebit proportionem, quam FE ad ED] *In Græco cod hæc deſiderari videntur.* καὶ τὸ γβ ἄρα πρὸς τὸ βα ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ζε πρὸς τὸ εδ,

C Similiter autem & ſi AB ad BC minorem proportionem habeat, quam DE ad EF] *Græcus codex* ὁμοίως δὲ κἂν τὸ αβ ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ. *Sed videtur legendum* ὁμοίως δὲ κἂν τὸ αβ πρὸς τὸ βγ ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ.

THEOREMA VI, PROPOSITIO VIII.

Habeat AB ad DE maiorem proportionem, quam BC ad EF. Dico & AB ad DE maiorem habere proportionem quam AC ad DF.



Fiat enim vt AB ad DE, ita BC ad aliam. erit vtique ad minorem, quam EF, ſit ad EG. A tota igitur AC ad totam DG, eſt vt AB ad DE, Sed AC ad DG maiorem proportionem habet, quam ad DF. ergo & AB ad DE maiorem habebit proportionem, quam AC ad DF.

B Et manifeſtum eſt totam AC ad totam DF minorem proportionem habere, quam AB ad DE. & ſi minor ſit proportio partis, totius maior erit.

COMMENTARIVS.

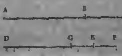
A Tota igitur AC ad totam DG, eſt vt AB ad DE.] *Ex 12. quinti.*



B Et ſi minor ſit proportio partis, totius maior erit] *Hoc eſt ſi AB ad DE minorem proportionem habeat, quam BC ad EF, habebit AC ad DF maiorem proportionem, quam AB ad DE. Fiat enim. Vt AB ad DE, ita BC ad aliam, quæ ſit EG. erit igitur GE maior, quam EF. atque erit AC ad DG, vt AB ad DE. Sed AC ad DG minorem proportionem habet, quam ad DF, ergo & AB ad DF minorem habebit proportionem, quam AC ad DF: & propterea AC ad DF maiorem proportionem habebit, quam AB ad DE. Græcus codex* κἂν ἐλάσσων τὸ μέρος μεῖζον ὅλης, *quæ verba fortaſſe deprauata ſunt, & ita reſtituenda.* κἂν ἐλάσσων τοῦ μέρους, μείζων ὅλης,

THEOREMA VII. PROPOSITIO IX.

Habeat rurſus tota AC ad totam DF maiorem proportionem, quam AB ad DE. Dico & reliquam BC ad reliquam EF maiorem proportionem habere, quam AC ad DF.



A Fiat enim vt AC ad DF, ita AB ad DG. ergo & reliqua BC ad reliquam GF eſt vt AC ad DF. B Sed BC ad EF maiorem proportionem habet, quam ad FG. ergo & BC ad EF maiorem habebit proportionem, quam AC ad DF.

C Si vero totius ad totam ſit minor proportio, reliqua minor erit,

COM-

COMMENTARIVS.

Fiat enim vt AC ad DF, ita AB ad DG] *In Græco codice hæc desiderantur,* πεποιήσθω ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν δζ. A

Sed BC ad EF maiorem proportionem habet, quam ad FG] *In Græco codice nonnulla desiderantur. quare ita restituendus erit.* ἡ δὲ βγ πρὸς τὴν εζ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν ζη. B

Si vero totius ad totam ſit minor proportio, reliqua minor erit] *Græcus codex* ἐὰν δὲ ὅλη πρὸς τὴν ὅλην ἐλάσσων, ἡ λοιπὴ μείζων. *Sed legendum puto* ἐὰν δὲ ὅλης πρὸς τὴν ὅλην ἐλάσσων, ἡ λοιπὴ ἐλάσσων. *Si enim tota* AC *ad totam* DF *minorem proportionem habeat, quam* AB *ad* DE *& reliqua* BC *ad* EF *minorem habebit, quam* AC *ad* DF. C

THEOREMA VIII. PROPOSITIO X.

Sit AB maior, quam C, D vero æqualis E. Dico AB ad C maiorem habere proportionem, quam D ad E.

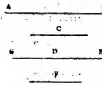


Ponatur enim ipſi C æqualis BF. eſt igitur vt BF ad C, ita D ad E. Sed AB ad C maiorem proportionem habet, quam BF ad C. ergo & AB ad C maiorem habebit proportionem, quam D ad E.

Et manifeſtum eſt ſi AB ſit minor, quam C, AB ad C minorem proportionem habere, quam D ad E, ob conuerſam ſcilicet rationem.

THEOREMA IX. PROPOSITIO XI.

Sed ſit AB maior, quam C, & DE minor, quam F. Dico AB ad C maiorem habere proportionem, quam DE ad F. A



Quod quidem patet ſine demonſtratione. Si enim æquali exiſtente DE ipſi F, AB ad C maiorem habet proportionem, quam DE ad F, eo minori exiſtente multo maiorem proportionem habebit. Ob demonſtrationem vero hoc modo. B

Quoniam enim maior eſt AB quam C, ſi fiat vt AB ad C ita alia quædam ad F. erit ea maior, quam F. quare & maior, quam DE. Sit igitur ipſi æqualis GE. ergo GE ad F maiorem proportionem habet, quam DE ad F. Sed vt GE ad F, ita AB ad C. ergo & AB ad C maiorem habebit proportionem, quam DE ad F.

Et manifeſtum eſt, vbi minor, ſemper minorem habere proportionem, & rectangulum contentum AB & F maius eſſe eo, quod C & DE continetur. quippe cum ipſi æquale ſit rectangulum ex C & EG, quod quidem rectangulo ex C & DE eſt maius.

COMMENTARIVS.

Sed ſit AB maior, quam C, & DE minor, quam F. Dico AB ad C maiorem habere proportionem, quam DE ad F.] *Græcus codex* ἔλασσον δὴ τὸ δ τῆς ζ ὅτι &c. ἤπερ τὸ δ πρὸς τὸ ε. *ſed legendum* ἔλασσον δὲ τὸ δε τῆς ζ, ὅτι, &c. τὸ δε πρὸς τὸ ζ. A

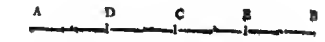
B Quod quidem patet ſine demonſtratione] *Græcus codex* φανερὸν μὲν ὅτι καὶ διὰ ἀποδείξεως, *legendum autem* καὶ ἄνευ ἀποδείξεως, *nam paulo poſt ita ſcribit* διὰ ἀποδείξεως δ' οὕτως.

C Et manifeſtum eſt vbi minor, ſemper minorem habere proportionem] *Si* A E *ſit minor, quam* C, *non propterea ſequitur vt* A B *ad* C *minorem habeat proportionem, quam* D E *ad* F, *niſi vel* D B *ſit maior, quam* F, *vel ipſi æqualis.*

D Quippe cum ipſi æquale ſit rectangulum ex C & B G] *Ex 16. ſexti libri elementorum.*

THEOREMA X. PROPOSITIO XII.

Sit recta linea A B, & ſecetur in puncto C. Dico omnia quidem puncta, quæ ſunt inter A & C, diuidere A B in proportiones minores ea, quę eſt A C ad C B. omnia vero, quæ ſunt inter C & B diuidere eandem in proportiones maiores.



Sumantur enim puncta ex vtraque parte ipſius C, quæ ſint D E. Quoniam igitur D A minor eſt, quam A C,
A maior autem D B, quam B C; habebit D A ad A C minorem proportio-
B nem, quam D B ad B C, quare permutando A D ad D B minorem habebit proportionem, quam A C ad C B. Eodem modo demonſtrabitur in omnibus punctis, quæ ſunt inter A & C. Rurſus quoniam E A maior eſt, quam A C, minor autem E B, quam B C, habebit E A ad A C maiorem proportionem, quam E B ad B C. ergo permutando A E ad E B maiorem proportionem habebit, quam A C ad C B. ſimiliter demonſtrabimus & in reliquis punctis, quæ inter C & B ſumuntur.

Ex antecedente 5. huius.

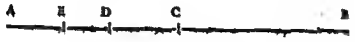
COMMENTARIVS.

A Habebit D A ad A C minorem proportionem, quam D B ad B C] *ſequitur hoc ex iis, quæ proxime demonſtrata ſunt. Græcus codex* ἡ δὲ δα πρὸς τὴν αγ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, &c. *Videtur legendum* ἡ δα ἄρα πρὸς τὴν αγ.

B Quare permutando A D ad D B minorem habebit proportionem, quam A C ad C B] *Ex 5. huius, Græcus codex* ἐναλλὰξ ἡ αδ πρὸς τὴν δβ. *Sed legendum puto* ἐναλλὰξ ἄρα.

THEOREMA XI. PROPOSITIO XIII.

Si ſit recta linea A B, quæ bifariam in puncto C ſecetur, rectangulum, quod punctum C abſcindit, videlicet A C B maximum eſt omnium, quæ à quoquam alio abſcindantur.

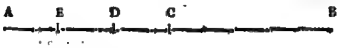


Si enim ſumatur punctum D, erit rectangulum A D B vna cum quadrato ex C D, æquale quadrato ex A C, hoc eſt A C B rectangulo: quare rectangulum A C B eſt maius. Eadem ſequentur, & ad alteras partes.

THEO-

THEOREMA XII. PROPOSITIO XIV.

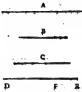
Dico inſuper punctum, quod ipſi c propinquius eſt, ſemper maius ſpacium efficere eo, quod eſt remotius.



Sumatur enim aliud punctum E inter A, & D. oſtendendum eſt rectangulum contentum ADB maius eſſe eo, quod AEB continetur. Quoniã enim rectangulum ADB vna cum quadrato ex DC æquale eſt quadrato ex AC; eſt autem & rectangulum AEB vna cum quadrato ex EC æquale quadrato ex AC: erit rectangulum ADB vna cum quadrato ex DC æquale rectangulo AEB vna cum quadrato ex CE. quorum quadratum ex DC minus eſt quadrato ex CE. reliquum igitur rectangulum ADB rectangulo AEB eſt maius.

THEOREMA XIII. PROPOSITIO XV.

Si enim ſit A vna cum B æquale ipſi C vna cum DE, ſit autem DE maius, quam B; erit A ipſo C maius.



Ponatur ipſi B æquale DF. ergo A vna cum DF æquale eſt DE vna cum C. commune auferatur DF. reliquum igitur A eſt æquale ipſis C & FE, ac propterea A quam C maius erit.

COMMENTARIVS.

Quorum quadratum ex DC minus eſt quadrato ex CE] *Græcus codex corruptus eſt in quo legitur.* ἂν τὸ ἀπὸ δζ ἔλασσον ἐστι τοῦ ἀπὸ γε. *ſed legendum* ὧν τὸ ἀπὸ δγ.

Sit autem DE maius, quam B, erit A ipſo C maius] *In Græco codice aliqua deſiderantur, quæ ſic habet.* μεῖζον ἂν γένοιτο τὸ α τοῦ γ. *legendum autem in hanc ſententiam* μεῖζον ἂν γένοιτο τὸ δε τοῦ β. ὅτι μεῖζον τὸ α τοῦ γ. A

B

THEOREMA XIV. PROPOSITIO XVI.

Habeat A ad B maiorem proportionem, quam C ad D. Dico rectangulum contentum rectis lineis AD maius eſſe eo, quod ipſis BC continetur.

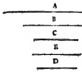


Fiat enim vt A ad B, ita C ad E. ergo C ad B maiorem proportionem habet, quam ad D, & idcirco E quam D eſt minor. Itaque ſumpta A communi altitudine erit rectangulum ex AE minus rectangulo ex AD. ſed rectangulum ex AE rectangulo ex BC eſt æquale. rectangulum igitur ex BC minus eſt rectangulo ex AD: & ob id rectangulum ex AD rectangulo ex BC. eſt maius. 16 Texti.

Similiter etiam ſi minor ſit proportio rectangulum rectangulo minus erit,

Sed rurſus ſit rectangulum ex AD rectangulo ex BC maius. Dico A ad B maiorem proportionem habere, quam C ad D,

 Po-



Ponatur enim rectangulo ex AD æquale re-
A ctangulum ex BE erit rectangulum ex FE maius
B eo, quod ex BC. quare & E maior, quam C. vt
C autem A ad B, ita E ad D. ſed E ad D maiorem
D habet proportionem, quam C ad D. ergo & A ad B proportionem maiorem habebit quam C ad D.

COMMENTARIVS.

A Erit rectangulum ex FB maius eo, quod ex BC] *Græcus codex. γίνεται ἄρα μεῖζον μὲν τῦ ὑπὸ τῶν βε τοῦ ὑπὸ τῶν βγ ſed legendum γίνεται ἄρα μεῖζον μὲν τὸ ὑπὸ τῶν βε.*

B Quare & E maior, quam C] *Græcus codex ὥστε καὶ ἡ β τῆς γ μείζων: lege ὥστε καὶ ἡ ε τῆς γ μείζων.*

C Vt autem A ad B, ita E ad D] *Ex 16. ſexti elementorum. Græcus autem codex corruptus videtur, ego ita reſtituendum puto ὡς δὲ ἡ α πρὸς τὴν β. οὕτως ἡ ε πρὸς τὴν δ ἡ δὲ ε πρὸς τὴν δ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γ πρὸς τὴν δ. καὶ ἡ α ἄρα πρὸς τὴν β μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γ πρὸς τὴν δ. Sed & illud idem aptius, breuiuſque concludi poteſt non mutata priori figura hoc modo. Ponatur rectangulo ex* BC *æquale rectangulum ex* AB. *erit* E *minor, quam* D, *& vt* A *ad* B, *ita erit* C *ad* E. *Sed* C *ad* E *maiorem habet proportionem, quam ad* D. *ergo &* A *ad* B *maiorem proportionem habebit, quam* C *ad* D.

D Ergo & A ad B proportionem maiorem habebit, quam C ad D] *Eodem modo, ſi rectangulum ex* AD *minus ſit rectangulo ex* BC, *demonſtrabitur* A *ad* B *minorem habere proportionem, quam* C *ad* D.

THEOREMA XV. PROPOSITIO XVII.

Sint duæ rectæ lineæ AB, BC, & inter AB, BC media proportionalis ſit BD, ipſique AD æqualis ponatur DE. Dico rectam lineam CE eſſe exceſſum, quo vtræque AB, BC excedunt eam, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continetur.



Quoniam enim vtræq; AB, BC excedunt vtraſq; AB, BB recta linea CE, erit CB exceſſus, quo vtræque AB, BC v-
A traſque AB, BB excedunt; vtræq; autẽ
B AB, BB, ſunt duæ BD: & duæ BD poſſunt id, quod quater continetur AB, BC. ergo CE eſt exceſſus, quo vtræque AB, BC excedunt eam, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continetur.

COMMENTARIVS.

A Vtræque autem AB, BB ſunt duæ BD.] *Nam vtraque* AB, BE *ſunt æquales his tribus* AD, DB, BB, *duæ verò* BD *ſunt æquales ipſis* BD, BB, BD, *quarum* BD *eſt æqualis ipſi* AD: *Quoniam igitur vtraque* AB, BB, *& duæ* BD *eiſdem ſunt æquales, & inter ſe æquales ſint neceſſe eſt.*

B Et duæ BD poſſunt id, quod quater continetur AB, BC] *Cum enim* BD *ſit media proportionalis* B *inter* AB, BC, *erit eius quadratum rectangulo* ABC *æquale. Sed quadratum duplæ ipſius* BD *quadruplum eſt quadrati ex* BD, *hoc eſt rectanguli* ABC. *ergo duæ* BD *poſſunt quadruplum rectanguli* ABC, *videlicet id, quod quater* AB, BC *continetur.*

THEO-

THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVIII.

Sit rurſus ipſarum AB, BC media proportionalis BD: & ipſi AD æqualis ponatur DE. Dico CE conſtare ex vtriſque AB, BC, & ea, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continetur.



Quoniam enim CE conſtat ex CD, DE, atque eſt AD æqualis DE conſtabit CE ex AD, DC, hoc eſt ex vtriſque AB, BC & duabus BD. duæ autem BD poſſunt id, quod quater continetur AB, BC. ergo CE conſtat ex vtriſque AB, BC, & ea, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continetur.

COMMENTARIVS.

Sit rurſus ipſarum AB, BC media proportionalis BD] *Hoc loco BD non abſcinditur ab ipſa AB, quemadmodum in ſuperiori, ſed extra ipſum ſumitur, vt in figura apparet.*

THEOREMA XVII. PROPOSITIO XIX.

Rurſus ipſarum AB, BC media proportionalis ſit BD, & ipſi CD ponatur æqualis DE. Dico AE eſſe exceſſum, quo vtræque AB, BC excedunt eam, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continetur.



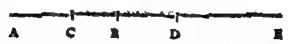
Quoniam enim vtræque AB, BC excedunt vtraſque EB, BE ipſa AE; vtræque vero, EB, BC ſunt duæ BD. hoc eſt quæ poteſt id, quod quater continetur AB, BC. ergo AE eſt exceſſus, quo vtræq; AB, BC excedunt eam, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continetur.

COMMENTARIVS.

Vtræque vero EB, BC ſunt duæ BD] *Quoniam enim vtraq; EB, BC ſunt æquales his, videlicet BD, DC, & duplæ CB; duæ vero BD æquales ſunt duplæ DC, & duplæ CB, quarum dupla DC eſt æqualis ipſis ED, DC: erunt vtræq; EB, BC, & duæ BD inter ſe neceſſario æquales.*

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XX.

Rurſus ipſarum AB, BC media proportionalis ſit BD, & ipſi CD æqualis ponatur DE. Dico AE conſtare ex vtriſque AB, BC, & ea, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continetur.



Cum enim AE conſtat ex AD, DE, ſitq; DE æqualis CD, conſtabit AE, ex AD, DC, hoc eſt vtriſq; AB, BC, & duabus BD. At duæ BD poſſunt id quod quater cõtinetur AB, BC ergo AE conſtat ex vtriſque AB, BC, & ea, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continetur.

Hæc

Hæc ſumuntur ad ſectionem proportionis, hæc autem ad ſpacij ſectionem, differenter tamen

Problema in ſecundum de ſectione proportionis, vtile ad epilogum tertijdecimi loci.

PROBLEMA III. PROPOSITIO XXI.

Datis duabus rectis lineis AB, BC & producta AD, ſumere datum punctum D faciens proportionem BD ad DA, eandem, quæ eſt ipſius CD ad exceſſum, quo vtræque AB, BC excedunt eam, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continetur.



A Sed aliter conſtitui non poteſt, niſi vtræque DB, AC æquales ſint exceſſui EA. totaque DA toti AB, & adhuc EA, AC, CB inter ſe proportionem habeant, quam numerus quadratus ad quadratum numerum & BC ipſius DB ſit dupla.

B Factum iam ſit, & exceſſus ſit AE. ex ijs enim quę ſuperius dicta ſunt ipſum inueni-
C mus. eſt igitur vt BD ad DA, ita CD ad AE: & permutando, diuidendoque erit ſpacium ſpacio ęquale, videlicet rectangulum contentum BE, EA æquale rectangulo CDE, datum autem eſt rectangulum ex BE, EA. ergo & rectangulum CDE erit datum. & ad datam rectam lineam CE applicatur, excedens figura quadrata. datum igitur eſt
D punctum O.

Componetur autem hoc pacto.

Sit exceſſus EA, & rectangulo ex BC, EA æquale applicetur ad rectam lineam CE,
E excedens figura quadrata, quod ſit CDE. Dico O punctum quæſitum eſſe.

Quoniam enim rectangulum ex BC, EA æquale eſt rectangulo CDE, erit ob proportionem, & componendo, permutandoque, vt BD ad DA, ita CD ad EA, quæ qui-
F dem eſt exceſſus.

Eodem modo fiet, ſi velimus ſumere punctum faciens, vt BO ad OA, ita CD ad re-
E ctam lineam, conſtantem ex vtrique AB, BC, & ex ea, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continere.

COMMENTARIVS.

A Sed aliter conſtitui non poteſt, niſi vtræque DB, AC æquales ſint exceſſui EA, totaque DA toti AB, & adhuc EA, AC, CB inter ſe proportionem habeant, quam numerus quadratus ad quadratum numerum, & BC ſit ipſius OB dupla] *Vereor ne hęc ab aliquo addita ſint, non enim video cur problema aliter conſtitui non poſſit.*

B Et exceſſus ſit AE, ex ijs enim, quę ſuperius dicta ſunt ipſum inuenimus] *Ex 17. huius.*

C Et permutando, diuidendoque erit ſpacium ſpacio æquale] *Quoniam enim vt BD ad DA, ita eſt CO ad AE, erit permutando vt BO ad DC, ita DA ad AE: & diuidendo vt BE ad CD, ita DE ad EA. ergo rectangulum ex BE, EA æquale eſt rectangulo CDE.*

D Datum igitur eſt punctum D] *Ex 59. libri datorum.*

E Et rectangulo ex BC, EA æquale applicetur ad rectam lineam CE, excedens figura quadrata, quod ſit CDE] *Ex 29. ſexti libri elementorum.*

F Erit ob proportionem, & componendo, permutandoque vt BD ad DA, ita CD ad EA quæ quidem eſt exceſſus] *Eſt enim BC ad CO, vt DE ad EA & componendo BD ad DC, vt OA ad AE, permutandoque vt BD ad DA, ita CD ad AE.*

G Eodem modo fiet, ſi velimus ſumere punctum faciens vt BD ad DA, ita CO ad rectam lineam, &c.] *Quanam ſit recta linea, quæ conſtet ex vtriſque AB, BC & ex ea, quæ poteſt, quod quater AB, BC continetur, apparet ex 18. huius.*

Primus liber de proportionis ſectione habet locos ſeptem, caſus, vigintiquattuor & deter-

determinationes quinque, quarum tres ſunt maximæ, & duæ minimæ, atque eſt maxima quidem ad tertium caſum quinti loci, minima vero ad ſecundum caſum ſexti loci, & ad eundem ſeptimi. maxima etiam eſt ad quartos caſus ſexti, & ſeptimi loci.

Secundus liber de proportionis ſectione habet locos ſeptem, caſus vigintiquattuor & determinationes ſeptem, quarum quattuor ſunt maximæ, & tres minimæ, & maxima quidem eſt ad ſecundum caſum primi loci, & ad primum quarti loci, & ad tertium tertij, & ad quartum quarti, & ad primum ſexti.

Secundus liber de ſpacij ſectione habet locos tredecim, caſus ſeptem, determinationes quattuor ex primo, in idem reducuntur.

Quæret fortaſſe aliquis cur ſecundus liber de proportionis ſectione habet locos quatuordecim, ſecundus autem de ſpacij ſectione habet locos tredecim: habet autem ob hanc cauſam, quod ſeptimus locus in libro de ſpacij ſectione tamquam manifeſtus omittitur. Nam ſi vtræque parallelæ lineæ in terminos cadant, qualeſcumque ducantur ſpacium datum abſcindunt, etenim æquale eſt contento rectis lineis, quæ inter terminos, & vtrarumque linearum a principio poſitione datarum congreſſum interijciuntur. in libro autem de proportionis ſectione non adhuc ſimiliter contingit. ob hoc igitur excedit loco vno in ſecundum ſecundi, & reliqua . . . .

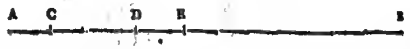
De determinata ſectione liber primus. ἐπίταγμα.

LEMMA I. LEM. I.

Vtile ad primum præceptum quinti problematis.

THEOREMA XIX. PROPOSITIO XXII.

Sit recta linea AB, & in ipſa ſumantur tria puncta CDE, ſitque ADC rectangulum rectangulo BDE æquale. Dico vt BD ad DE, ita eſſe rectangulum ABC ad rectangulum AEC.



Quoniam enim rectangulum ADC æquale eſt BDE rectangulo, erit vt AD ad DB, ita ED ad DC. tota igitur AE ad totam BC eſt vt ED ad DC: & conuertendo. rurſus quoniam rectangulum ADC rectangulo BDE eſt æquale, vt AD ad DE, ita erit BD ad DC. ergo tota AB ad totam CE eſt vt BD ad DC. erat autem vt BC ad AE, ita CD ad DE. quare proportio compoſita ex proportione AB ad CE, & ex proportione BC ad AE eſt eadem, quæ componitur ex proportione BD ad DC, & proportione CD ad DE. Sed proportio quidem compoſita ex proportione AB ad CE, & ex proportione BC ad AE eſt rectanguli ABC ad AEC rectangulum: proportio vero compoſita ex proportione BD ad DC; & ex proportione CD ad DE eſt ea, quam habet BD ad DE. Vt igitur BD ad DE, ita ABC rectangulum ad rectangulum AEC, quod demonſtrare oportebat. A B 14. ſexti C D

ALITER. LEM. II.

Quoniam rectangulum ADC æquale eſt rectangulo BDE, ob proportionem, & tota ad totam, erit vt AB ad EC, ita AD ad DE. componendoque vt vtraque AB CE ad EC, ita AB ad ED. quod igitur continetur vtriſque AE, CB, & ED æquale eſt rectangulo ABC. Rurſus quoniam eſt vt AD ad DB, ita AE ad DE; & tota AE ad totam BC eſt vt ED ad DC. quare conuertendo, componendoque id quod continetur vtriſq; AE, CB, & ED eſt æquale rectangulo ABC. oſtenſum autem eſt, quod continetur vtriſque AE, CB, & BD æquale eſſe rectangulo ABC. permutando igitur vt rectangulũ contentum E F E

H tum vtriſque AE, CF & ED ad contentum vtriſque AB, CB, & DE, hoc eſt vt EB ad DB ita erit rectangulum ABC ad AEC rectangulum.

COMMENTARIVS.

A Erit vt AD ad DB, ita BD ad DC] *Ex 14. ſexti elementorum.*

B Tota igitur AB ad totam BC eſt vt BD ad DC] *Ex 12. quinti elementorum. Hæc autem omnia nos reſtituimus, quæ deerant in Græco codice. quare ita legendum erit καὶ ὅλη ἄρα ἡ αβ πρὸς ὅλην τὴν γβ ἐστιν ὡς βδ πρὸς δγ.*

C Erat autem vt BC ad AE, ita CD ad DE] *demonſtratum etenim eſt totam AB ad totam BC eſſe, vt BD ad DC. quare conuertendo, vt BC ad AB, ita erit CD ad DB. Græcus codex τὸ δὲ καὶ ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν δα, legendum ἡ βγ πρὸς τὴν βα,*

D Sed proportio quidem compoſita ex proportione AB ad CB. & ex proportione BC ad AB eſt rectanguli ABC ad AEC rectangulum] *Ex 23. ſexti elementorum.*

E Quoniam rectangulum ADC æquale eſt rectangulo BDE, ob proportionem, & tota ad totam, erit vt AB ad BC, ita AD ad DB] *Eſt enim ex 14. ſexti vt AD ad DB ita BD ad DC. quare ex 12. quinti vt AB ad BC, ita eſt AD ad DB.*

F Quod igitur continetur vtriſque AE, CB, & ED æquale eſt rectangulo ABC] *Ex 16. ſexti.*

G Permutando igitur vt rectangulum contentum vtriſque AE, CB & ED ad contentum vtriſque AE, CB, & DE *Græcus codex mancus eſt, quem nos ita reſtituemus. ἐναλλὰξ ἄρα γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αε, γβ καὶ τῆς βδ πρὸς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αε, γε καὶ τῆς δε.*

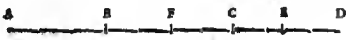
H Hoc eſt, vt BD ad DE] *Rectangula enim, quorum eadem eſt altitudo ita ſe habent ſicuti baſes ex prima ſexti elementorum.*

ALITER.

LEM. III. In primum præceptum quinti problematis, præmonſtratis tamen duobus, quæ deinceps exponentur.

THEOREMA XX. PROPOSITIO XXIII.

Sit recta linea AB æqualis CD, & in ipſa CD ſumatur quoduis punctum E. Dico rectangulum ACD æquale eſſe, & rectangulo AED, & rectangulo BEC.



A Secetur BC bifariam in F. ergo rectangulum ACD vna cum quadrato ex CF æquale eſt quadrato ex FD eadem ratione rectangulum AED vna cum quadrato ex FE æquale eſt quadrato ex FD. quare rectangulum ACD vna cum quadrato ex CF æquale

B eſt rectangulo AED vna cum quadrato ex FE. hoc eſt vna cum rectangulo BEC, & eo, quod fit ex CF quadrato. commune auferatur quadratum ex CF. reliquum igitur rectangulum ACD æquale eſt rectangulo AED & rectangulo BEC.

COMMENTARIVS.

A Ergo rectangulum ACD vna cum quadrato ex CF æquale eſt quadrato ex FD] *Ex 5. ſecundi elementorum.*

B Hoc eſt vna cum rectangulo BEC, & eo quod fit ex CF quadrato] *Rectangulum enim BEC vna cum quadrato ex CF æquale eſt quadrato ex FE per 6. eiuſdem.*

THEO-

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXIV.

LEM.
Iiſdem poſitis ſit punctum E extra lineam A D. Dico rurſus rectangu- IV.
lum B E C rectangulo A E D, & rectangulo B D C æquale eſſe. A



Secetur rurſus B C bifariam in puncto F. erit rectangulum B E C vna cum quadrato ex C F æquale quadrato ex F E. ergo rectan- B
gulum B E C vna cum quadrato ex C F æquale eſt rectangulo A ꝧ D vna cum eo, quod C
fit ex O F quadrato, hoc eſt vna cum rectangulo B D C, & quadrato ex C F. commune D
auferatur quadratum ex C F. reliquum igitur rectangulum B E C æquale erit rectangu- E
lo A E O, & rectangulo B D C.

COMMENTARIVS.

Dico rurſus rectangulum B E C rectangulo A E D, & rectangulo B D C æquale eſſe] A
Græcus codex ὅτι πάλιν τὸ ὑπὸ τῶν βεγ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν αδε. *ſed legendum videtur* τῷ ὑπὸ τῆς αεδ.

Erit rectangulum B E C vna cum quadrato ex C F æquale quadrato ex F E] *Ex ſexta* B
ſecundi elementorum.

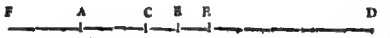
Ergo rectangulum B E C vna cum quadrato ex C F æquale eſt rectangulo A E D vna C
cum eo, quod fit ex D F quadrato] *Rectangulum enim* A E D *vna cum quadrato ex* D F *ſimiliter æquale eſt quadrato ex* F E. *per ſextam ſecundi elementorum. Græcus codex* ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αδε *ſed legendum* τῷ ὑπὸ αεδ.

Hoc eſt vna cum rectangulo B D C, & quadrato ex C F] *Eſt enim rectangulum* B D C D
vna cum quadrato ex C F *æquale quadrato ex* O F *per ſextam eiuſdem. Græcus codex* τουτέστι τῷ ὑπὸ βγδ καὶ τῷ ὑπὸ χζ *ego legendum puto.* τουτέστι τοῦ ὑπὸ β.δγ, καὶ τοῦ ὑπὸ γζ.

Reliquum igitur rectangulum B E æquale erit rectangulo A E D, & rectangulo B D C] E
Græcus codex τῷ ὑπὸ τῶν αδε *ſed legendum* τῷ ὑπὸ τῶν αεδ.

THEOREMA XXII. PROPOSITIO XXV.

LEM.
His præmonſtratis oſtendendum eſt ſi rectangulum A B C æquale ſit V.
rectangulo D B E, vt D B ad B E, ita eſſe rectangulum A D C ad A E C re- A
ctangulum.



Ponatur ipſi C E æqualis F A. Quoniam igitur rectangulũ A B C æquale eſt rectãgulo D B E, commune apponatur rectangulum F B E ergo totum rectangulum ex B
D F, B E æquale eſt rectangulo F B E, & rectangulo A B C. hæc autem ex antecedenti C
æqualia ſunt rectangulo F C B, hoc eſt rectangulo A B C. aſſumatur extrinſecus rectan- D
gulum F O B. ergo vt rectangulum F D B ad rectangulum ex F O, B E, videlicet vt D B E
ad B E, ita rectangulum F D E ad rectangulum A E C. & componendo vt D B ad B F, ita F
rectangulum F O B vna cum rectangulo A B C ad rectangulum A B C ſed rectangulum
F D B vna cum rectangulo A B C æquale eſt rectangulo A O C ex antecedente, vt igitur
D B ad B E, ita rectangulum A D C ad rectangulum A E C.

COMMENTARIVS.

A Vt DB ad BB, ita eſſe rectangulum ADC ad AEC rectangulum] *Græcus codex γίνεται ὡς ἡ δβ πρὸς βγ. ſed legendum πρὸς βε.*

B Ergo totum rectangulum ex DF, EB æquale eſt rectangulo FEB, & rectangulo ABC] *Rectangulum enim ex* DF, BE, *æquale eſt duobus rectangulis* DBE, *&* FBE *ex prima ſecundi elementorum. Græcus codex. ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ δζβ ἴσον ἐστὶ τούτῳ &c. legendum autem eſt ὅλον τὸ ὑπὸ δζ, βε ἴσον ἐστὶ τούτῳ &c.*

C Hęc autem ex antecedenti æqualia ſunt rectangulo FEB] *ex 23. huius.*

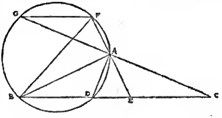
D Hoc eſt rectangulo AEC] *Quoniam enim* FA *facta eſt æqualis* CE, *ſi addatur vtrique communis* AC, *erit* FC *æqualis* AB, *& ideò ex prima ſexti elementorum rectangulum* FCB *rectangulo* ABC *eſt æquale.*

E Videlicet vt DB ad EB] *ex prima ſexti elementorum.*

F Ita rectangulum FDB ad rectangulum AEC, & componendo, vt DB ad EB, ita rectangulum FDB vna cum rectangulo ABC ad rectangulum AEC. Sed rectangulum FDB vna cum rectangulo ABC æquale eſt rectangulo ADC ex antecedēte] *Hunc locū ita reſtituendum cenſuimus, in Græco enim codice ſic legebatur οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν αεγ διὰ τὸ προγεγραμμένον ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν αδγ, ſed forte ita reſtituetur. οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ζδε πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αεγ συνθέντι ἄρα ὡς ἡ δβ πρὸς τὴν βε, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ζδε μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν αεγ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αεγ ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ζδε μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν αεγ διὰ τὸ προγεγραμμένον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αδγ.*

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXVI.

LEM. VI. Si ſit triangulum ABC, & duæ rectæ lineæ ducantur, vt AD, AE, ita vt anguli BAC, DAE duobus rectis ſint æquales; erit vt rectangulum BCD ad rectangulum BED, ita quadratum ex CA ad quadratum ex AE.



Si enim circa triangulum ABD circulum deſcribamus, & lineas BA, CA producamus ad puncta FG, transferetur

A rectangulum quidem BCD ad rectangulum GCA, rectangulum vero BED ad

B rectangulū FBA, & oportebit permutando quærere ſi eſt vt rectangulum GCA ad quadratum ex CA ita rectangulum FEA

C ad quadratum ex BA. hoc autem idem eſt, ac ſi quæratur, ſi eſt vt GC ad CA, ita FE

D ad BA. ſi igitur GF parallela eſt ipſi BC, erit vt GC ad CA ita FE ad BA. parallela eſt

E F autem. Quoniam enim anguli BAC, DAE duobus rectis ſunt æquales, erit DAB an-

G gulus æqualis ipſi BAG. Sed angulus quidem DAE eſt æqualis angulo FBD extrà

H quadrilaterum; angulus vero BAG æqualis angulo BFG. angulus igitur FBD angulo

K BFG æqualis erit; & ſunt alterni. ergo GF parallela eſt ipſi BC. hoc autem eſt quod quærebatur.

COMMENTARIVS.

A Transferetur rectangulum quidem BCD ad rectangulum GCA, rectangulum vero BED ad rectangulum FBA] *Hoc eſt rectangulum* GCA *erit loco rectanguli* BCD, *vtpote ipſi æquale, & rectangulum* FBA *loco rectanguli* BED *ex 36. tertij elem.*

Et opor-

Et oportebit permutando quærere, ſi eſt vt rectangulum GCA ad quadratum ex CA, B
ita rectangulum FBA ad quadratum ex BA] *Si enim hoc demonſtratum fuerit, ſequetur permutando vt rectangulum GCA ad rectangulum FBA, hoc eſt vt rectangulum BCD ad rectangulum BBD, ita eſſe quadratum ex CA ad quadratum ex AB, quod demonſtrare oportet. Græcus codex* ϗ δεῖ ἐναλλὰξ ζητῆσαι εἰ ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ τῆς ηγα *ego legendũ arbitror* ϗ δεῖ ἐναλλὰξ ζητῆσαι εἰ ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ τῆς ηγα.

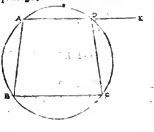
Hoc autem idem eſt, ac ſi quæratur, ſi eſt vt GC ad CA, ita FE ad EA] *Vt enim rectangulum* GCA *ad quadratum ex* CA, *ita* GC *ad* CA: *& vt rectangulum* FBA *ad quadratum ex* BA, *ita* FE *ad* EA *ex prima ſexti elementorum.* C

Si igitur GF parallela eſt ipſi BC, erit vt GC ad CA, ita FB ad BA] *Fient enim triangula* AFG, ABC *inter ſe ſimilia. quare vt* GA *ad* AF, *ita erit* CA *ad* AB, *& permutando vt* GA *ad* AC, *ita* FA *ad* AB, *componendoque vt* GC *ad* CA, *ita* FB *ad* EA. D

Erit vt GC ad CA, ita FB ad BA] *Hæc nos addidimus, quæ in Græco codice non erant, quare ita legendum erit* εἰ ἄρα ἔστιν ἡ ηζ παράλληλος τῇ βγ γίνεται ὡς ηγ πρὸς τὴν γα οὕτως ἡ ζε πρὸς τὴν εα ἔστι δή. E

Erit DAB angulus æqualis ipſi BAG] *Sunt enim & anguli* GAB, BAC *æquales duobus rectis. ergo dempto communi angulo* BAC, *erit reliquus* DAE *reliquo* BAG *æqualis.* F

Sed angulus quidem DAE eſt æqualis angulo FBD extra quadrilaterum] *Hoc nos ſequenti lemmate demonſtrabimus. Sit quadrilaterum* ABCD *in circulo deſcriptum. & AD ad E producatur. Dico angulum* CDE *angulo* ABC *æquale eſſe.* G



Sunt enim anguli ABC, ADC *oppoſitis duobus rectis æquales ex 22. tertij elementorum. Sed & anguli* ADC, CDE *ſunt æquales duobus rectis, dempto igitur communi angulo* ADC, *relinquetur angulus* CDB. *angulo* ABC *æqualis. Eodem modo in reliquis angulis demonſtratio fiet.*

Angulus vero BAG çqualis angulo BFG] *Ex 21 tertij elementorum.* H

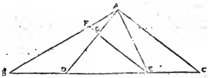
Et ſunt alterni ergo OF parallela eſt ipſi BC] *Ex 27. primi elementorum. Græcus codex* ϗ εἰσιν ἐναλλὰξ ἄρα ἔστιν *&c. legendum* ϗ εἰσιν ἐναλλὰξ παράλληλος ἄρα ἐστιν. K

THEOREMA XXIV. PROPOSITIO XXVII.

A L I T E R.

LEM. VII.

Sint in triangulo ABC anguli BAC, DAE duobus rectis æquales. Dico vt rectangulum CBE ad rectangulum CDE, ita eſſe quadratum ex ÇA ad quadtatum ex AE. A



Ducatur per E ipſi AC parallela EF. æqualis igitur B
eſt angulus DAB angulo AFB C
& propterea rectangulum FBO quadrato ex AE eſt æquale. Itaque quoniam vt D
AC ad FB, ita eſt CB ad BB. E
Vt autem CA ad GB, ita CD F
ad DB, erit proportio compoſita ex CA ad FB, & ex CA ad GB eadem, quæ componitur ex CB ad BE, & ex CD G
ad DB. Sed proportio compoſita ex CA ad FB, & ex CA ad GB eſt quadrati ex CA ad rectangulum FEG, hoc eſt ad quadratum ex AB. compoſita vero ex proportione CB ad BB, & ex proportione CD ad DB eadem eſt, quæ rectanguli CBE ad CDB rectangulum. eſt igitur vt rectangulum CBE ad rectangulum CDB, ita quadratum ex CA ad quadratum ex AE.

COMMENTARIVS.

A Dico vt rectanguium CBE ad rectangulum CDB, ita eſſe quadratum ex CA ad quadratum ex AE] *Græcus codex* ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ γβδ πρὸς τὸ ὑπὸ βεδ *ſed legendum eſt* ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ γβε πρὸς τὸ ὑπὸ γδε, *vt ex concluſione apparet.*

B Aequalis igitur eſt angulus DAE angulo AFE] *Anguli enim* BAC, DAB *ſunt æquales duobus rectis, vt poſuimus. Sed & anguli* BAC, AFB *æquales ſunt duobus rectis ex 29. primi elementorum, quare ſublato communi angulo* BAC, *relinquitur, angulus* DAE *ipſi* AFE *æqualis.*

C Et propterea rectangulum FEG quadrato ex AB eſt æquale] *Quoniam enim trianguli* AGE *angulus* GAB *eſt æqualis angulo* AFE, *trianguli* FAE, *& angulus* AEF *eſt vtrique communis; erit & reliquus reliquo æqualis, triangulumque triangulo ſimile, quare vt* FE *ad* EA, *ita eſt* AE *ad* EG *rectangulum igitur* FEG *quadrato ex* AB *æquale erit.*

D Itaque quoniam vt AC ad FE ita eſt CB ad BE] *Ob triangulorum* ABC, FBE *ſimilitudinem.*

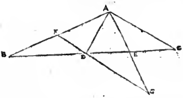
E Vt autem CA ad GE, ita ED ad DE] *Ob ſimilitudinem triangulorum* ADC, GDE.

F Erit proportio compoſita ex CA ad FE, & ex CA ad GE, &c.] *Græcus codex* ὁ ἄρα συνημμένος ἔκ τε τοῦ τῆς γα πρὸς ζε καὶ αὐτοῦ τῆς γδ πρὸς ηε. *Scribendum autem* καὶ τοῦ τῆς γα πρὸς ηε.

G Sed proportio compoſita ex CA ad FE, & ex CA ad GE eſt quadrati ex CA ad rectangulum FEG &c.] *Ex 23. ſexti elementorum.*

THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXVIII.

LEM. VIII. Sit rurſus vterque angulorum BAE, CAD rectus. Dico vt rectangulum BCE ad rectangulum BDE, ita eſſe quadratum ex CA ad quadratum ex AD.



Ducatur per D ipſi AE parallela FG. & in quo puncto conuenit cum AB ſit G;
A rectus igitur eſt angulus ADF. Sed & rectus eſt
B FAG. ergo rectangulum FDG quadrato ex DA eſt æquale, & vt quadratum ex CA ad quadratum ex AD, ita quadratum ex CA ad FDG reetangulum. Sed proportio quadrati ex CA ad reetangulum FDG compoſita eſt ex proportione, quã
C habet CA ad DG; hoc eſt CB ad BD, & ex proportione, quam CA habet ad FD; hoc
D eſt CE ad ED. proportio autem compoſita ex proportione CE ad ED, & ex proportione, CB ad BD eadem eſt, quę reetanguli BCE ad reetangulum BDE. Vt igitur rectangulum BCE ad reetangulum BDE, ita eſt quadratum ex CA ad quadratum ex AD.

COMMENTARIVS.

A Reetus igitur eſt angulus ADF] *Ex 29. primi elementorum parallelæ enim ſunt* AC, FG, *& angulus* DAE *eſt rectus.*

B Ergo rectangulum FDG quadrato ex DA eſt æquale] *Ex 8. & 17. ſexti elementorum.*

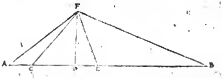
C Hoc eſt CB ad BD] *Ex 4. ſexti ob ſimilitudinem triangulorum* AEC, DEG.

D Hucc eſt CB ad BD] *Similia enim ſunt triangula* ABC, FBD.

THEO-

THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XXIX. LEM. IX.

Quod cum ita ſit antedictum lemma aliter demonſtrabimus. videli- A
cet vt BD ad DE, ita eſſe rectangulum ABC ad rectangulum AEC.



Erigatur a puncto D quęuis recta linea DF, & rectangulo ADC æquale ponatur quadratum ex DF; iunganturq; AF, CF, EF, BF. Quoniam igitur rectangulum ADC æquale eſt quadrato ex DF, erit angulus CFD angulo A ęqualis. Rurſus quoniam rectangulum BDE æquale eſt quadrato ex DF, angulus DFE angulo B ęqualis erit. Sed, & angulus CFD æqualis eſt angulo A. totus igitur angulus CFE angulis AB eſt æqualis. anguli autem AB vna cum angulo AFB duobus rectis æquales ſunt. ergo & anguli AFB, CFE ſunt æquales duobus rectis. eſt igitur ob lemma præ- C
cedens vt quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABC ad rectan- D
gulum AEC. Sed vt quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita eſt BD ad DE. Vt igitur BD ad DE, ita ABC rectangulum ad rectangulum AEC.

COMMENTARIVS.

Quod cum ita dictum ſit ante dictum lemma aliter demonſtrabimus] *Lemma illud demonſtratum eſt in 22. huius. Sit enim recta linea* AB, *in qua ſumantur tria puncta* CDE, *vt ſit rectangulum* ADC *æquale rectangulo* BDE, *erit vt* BD *ad* DE, *ita rectangulum* ABC *ad* AEC *rectangulum.* A

Quoniam igitur rectangulum ADC æquale eſt quadrato ex DF, erit angulus CFD angulo A æqualis] *Eſt enim ex 14. ſexti elementorum, vt* AD *ad* DF, *ita* FD *ad* DC. *quare triangulum* ADF *ſimile eſt triangulo* FDC; *quod angulus* CDF *ſit vtrique communis, & circa ipſum latera proportionalia. angulus igitur* CFD *angulo* DAF *æqualis erit. & eadem ratione colligitur angulum* DFE *angulo* DBF *eſſe æqualem.* B

Eſt igitur ob lemma præcedens vt quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABC ad rectangulum AEC] *Ex 26. huius.* C

Sed vt quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita eſt BD ad DE] *Quoniam enim* D
triangulum BDF *ſimile eſt triangulo* FDE, *erit vt* BD *ad* DF, *ita* FD *ad* DE *& ideo vt pri-* 4. ſexti.
ma ad tertiam, ita quadratum primæ ad ſecundæ quadratum, hoc eſt vt BD *ad* DE, *ita qua-* coro. 20. ſexti.
dratum ex BD *ad quadratum ex* DF. *ſed rurſus vt* BD *ad* DF, *ita* BF *ad* FE *ob ſimilitudi-* 4. ſexti.
nem eorundem triangulorum BDF, FDE, *& vt quadratum ex* BD *ad quadratum ex* DF. *ita quadratum ex* BF *ad quadratum ex* FE. *ergo vt quadratum ex* BF *ad quadratum ex* FE, *ita* BD *ad* DE. *Græcus codex* ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ βζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζε, οὕτως ἡ βδ πρὸς δε. *post quæ hæc leguntur* ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ βδε τῷ ἀπὸ δζ. *quæ omnino delenda ſunt. non enim illud ex antedictis ſequitur, quod in principio ponebatur.*

LEMMA vtile ad ſecundum præceptum eiuſdem problematis.

THEOREMA XXVII. PROPOSITIO XXX. LEM. X.

Rurſus cum æquale ſit rectangulum ADE rectangulo BDC, oſten- dendum eſt vt BD ad DC, ita eſſe ABE rectangulum ad rectangulum ECA.

Quoniam



A Quoniam eoim eſt, vt BO ad OE
B ita AD ad DC, erit tota EA ad to-
C tam CB, vt BD ad OE. Rurſus quooiam vt ED ad OA, ita BD ad
D DC, erit reliqua BE ad reliquam
E AC, vt BD ad DC. erat autem, & vt BO ad DE, ita AB ad CE. ergo proportio compoſita ex proportione, quam habet BO ad DB, & ex ea, quam BO habet ad DC, quę quidem eſt proportio BD, DC, eadem eſt, quæ componitur ex proportiooe AB ad CE,
23.ſexti. & proportione CB ad AC: quæ eſt proportio rectanguli ABB ad rectangulum BCA, vt
F igitur BD ad DC, ita erit rectangulum ABB ad DCA rectangulum. quod demonſtrare oportebat.

ALITER.

14.ſexti. Quoniam eſt vt AD ad OB ita CD ad OE, erit reliqua AC ad rellquam EB, vt AD
19.quinti ad DE; & componendo vt vtræque AC, BB ad EB, ita AB ad BO. rectangulum igitur,
16.ſexti. quod cootioetur vtriſque AC, EB, & BD æquale eſt rectanulo ABB. Rurſus quoniam
G vt BD ad DA, ita eſt EO ad OC, erit reliqua EB ad reliquam CA, vt EO ad OC. & compooendo, vt vtræque CB, AC ad AC, ita EC ad CO. ergo rectangulum, quod
H vtriſque AB, AC, & CD cootinetur, rectangulo ECA eſt æquale. Oſtenſum autem eſt rectangulum contentum vtriſque AC, EB, & BD æquale eſſe rectangulo ABB. vt igitur rectangulum conteotum vtriſque AC, BB, & BD ad contentum vtriſque AC, EB, & CD, hoc eſt vt BO ad DC, ita eſt rectangulum ABE ad rectangulum ECA. quod oſtendere oportebat.

COMMENTARIVS.

A Quooiam enim eſt, vt BD ad DE, ita AD ad OC] *Ex 14. ſexti elementorum.*
B Erit tota BA ad totam CE, vt BO ad DE.] *Ex 12. quinti elementorum.*
C Rurſus quooiam vt BD ad OA, ita BD ad OC.] *Ex 14. ſexti elementorum.*
D Erit reliqua BB ad reliquam AC, vt BD ad DC] *Ex 19. quinti elementorum.*
E Ergo proportio compoſita ex proportiooe, quam habet BD ad DB, & ex ea, quam BO habet ad OC, quæ quidem eſt proportio BO ad OC] *Propartio enim compoſita ex proportione BD ad DB, & ex proportione BO ad DC, eſt proportio rectanguli BOE ad rectangulum COE, hac eſt BD ad DC.*
F Vt igitur ED ad DC] *Gracus codex* ἔστιν ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν δε, *legendum autem videtur,* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν δγ.
G Erit reliqua BB ad reliquam CA, vt BO ad OC] *Gracus codex* λοιπὴ ἄρα ἡ βε πρὸς λοιπὴν τὴν γα ἔστιν ὡς ὁ τῶν λόγων ὡς ἡ εδ πρὸς τὴν δγ. *Sed nos verba illa* ὡς ὁ τῶν λόγων *conſulto omiſimus tamquam ſuperuacanea, & ab aliquo addita.*
H Oſtenſum autem eſt rectangulum contentum vtriſque AC, EB, & BD æquale eſſe rectangulo ABB. Vt igitur rectangulum cootenrum vtriſque AC, BB, & BD ad contentum, &c.] *In Graco codice hac deſiderantur* ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν αβε. καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αγεβ, καὶ τῆς βδ πρὸς τὸ &c.

THEOREMA XXVIII. PROPOSITIO XXXI.

LEM. XII. ALITER.

Hoc autem oſtenſo ſit AB æqualis CD, & ſumatur punctum aliquod E. Oſtendendum eſt rectangulum AED rectangulo ACD, & rectangulo BEC æquale eſſe.

Secet ur

Secetur BE bifariam in puncto F. erit rectangulum AED vna cum quadrato ex EF æquale quadrato ex DF: rectangulum autem ACD vna



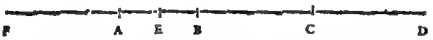
cum quadrato ex CF. eſt æquale ei quod fit ex DF quadrato. ergo rectangulum AED vna cum quadrato ex EF æquale eſt rectangulo ACD vna cum quadrato ex CF; hoc eſt vna cum rectangulo BEC & quadrato ex EF. commune auferatur quod fit ex EF quadratum. reliquum igitur rectangulum AED rectangulo ACD & rectangulo BEC æquale erit.

THEOREMA XXIX. PROPOSITIO XXXII.

LEM. XIII.

Hoc demonſtrato ſit rectangulum ABC æquale rectangulo DBE. Dico vt DB ad BE, ita eſſe ADC rectangulum ad rectangulum AEC. A B

Ponatur ipſi CD æqualis AF, erit ob antecedens rectangulum FBD æquale rectangulo FED, & rectangulo ABC.



C

Quoniam autem rectangulum ABC rectangulo DBE eſt æquale, quodcumq; eorũ auferatur a rectangulo FBD, reliquũ erit rectangulũ FED, hoc eſt ADC æquale rectangulo D E
ex DB, & FE. Rurſus quoniam rectangulum ABC eſt æquale rectangulo DBE, erit F
ob proportionem, & diuidendo vt AB ad EB, ita DE ad CB, hoc eſt FA ad BC. tota G
igitur FE ad totam EC eſt vt AB ad BE, & propterea rectangulum FEB eſt æquale 16. ſexti.
rectangulo CEA. oſtenſum autem eſt rectangulum ex FE & BD æquale rectangulo
ADC. quare permutando vt rectangulum ex FE & BD ad rectangulum FEB, hoc eſt, 1. ſexti.
vt DB ad BE, ita rectangulum ADC ad ABC rectangulum.

COMMENTARIVS.

Sit rectangulum ABC æquale rectangulo DBE. *Græcus codex* ἴσω τὸ ὑπὸ τῶν αβγ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν δβ *legendum autem* τῷ ὑπὸ τῶν βδε. A

Dico vt DB ad BE, ita eſſe ADC rectangulum ad rectangulum AEC] *Græcus codex* ὅτι ἐστὶν τοῦτο τὸ ὑπὸ αεδ. *ſed ſcribendum* ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αδγ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αεγ. B

Quodcumque eorum auferatur a rectangulo FBD, reliquum erit rectangulum FCD] *Demonſtratum etenim eſt rectangulum* FBD *æquale duobus rectangulis, videlicet, rectangulo* ABC, *& rectangulo* FCD. C

Hoc eſt ADC] *Quippe cum* AF *poſita ſit æqualis ipſi* CD. D

Aequalis rectangulo ex DB & FE] *Nam rectangulum* FBD *ex prima ſecundi eſt æquale duobus rectangulis, rectangulo ſcilicet ex* DB *&* FE *& rectangulo* DBE. *quare ablato rectangulo* DBE *relinquetur rectangulum ex* DB *&* FE. *rectangulum igitur* FCD, *hoc eſt* ADC *rectangulo ex* DB *&* FE *æquale erit.* E

Erit ob proportionem & diuidendo vt AB ad EB, ita DE ad CB] *Eſt enim vt* AB *ad* BE, *ita* DB *ad* BC *quare diuidendo vt* AB *ad* EB, *ita* DE *ad* CB. F

Tota igitur FE ad totam AC eſt vt AE ad EB] *Ex* 12. *quinti.* G

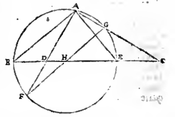
THEOREMA XXX. PROPOSITIO XXXIII.

LEM. XIV.

Hoc præmiſſo idem aliter demonſtrabitur.

Sit triangulum ABC, & intra ducantur rectæ lineæ AD, AE, quę vtrumque angulorum ABE, CAD rectum efficiant. Dico vt rectangulum BCE ad rectangulum BDE, ita eſſe quadratum ex CA ad quadratum ex AD. A B

Deſcri-



C Deſcribatur circa ABE triangulum circulus ABFG, & FG iungatur. Quoniam igitur rectus eſt vterque angulorum BAE,
D CAD, erit vtraque BE, FG circuli diameter.
E quare centrum eius eſt punctum H. & cum FH ſit æqualis HG, erit vt AC ad CG, ita AD ad DF: & conuertendo. Sed vt GC ad CA, ita eſt rectangulum ACG ad quadratum
F ex CA, hoc eſt rectangulum BCE ad id, quod ex CA quadratum: & vt FD ad DA, ita rectangulum FDA ad quadratum ex DA
G hoc eſt rectangulum BDE ad quadratum ex DA, permutando igitur vt BCE rectangulum ad rectangulum BDE, ita erit quadratum ex CA ad quadratum ex AD.

COMMENTARIVS.

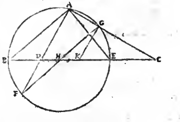
A Hoc præmiſſo idem aliter demonſtrabitur] *Hoc ſcilicet quod ſequitur.*

B Sit triangulum ABC, & introducantur rectæ lineæ AD, AE, quæ vtrumque angulorum BAE, CAD rectum efficiant.] *Oportet autem angulum BAC obtuſum eſſe alioqui, quod proponitur fieri non poſſet.*

C Deſcribatur circa ABE triangulum circulus ABFG] *Hoc eſt circa triangulum ADE deſcribatur circulus, & producta AD ipſum in puncto F ſecet; recta vero linea AC ſecet in G.*

D Erit vtraque BE, FG circuli diameter] *Ex 31. tertij elementorum.*

E Et cum FH ſit æqualis HG, erit vt AC ad CG, ita AD ad DF] *Ducatur à puncto G ad BE recta linea GK, quæ ipſi AD ſit parallela fient triangula DFH, HGK inter ſe ſimilia; anguli enim ad verticem DHF, GHK æquales ſunt. itemque æquales ob lineas parallelas DFH, HGK, & HDF, HKG. quare vt HF ad FD, ita HG ad GK & permutando vt FH ad HG, ita DF ad GK. ſunt autem æquales FH, HG ergo & DF, GK æquales erunt: & ideo vt AD ad GK, ita AD ad DF. Sed vt AC ad CG, ita AD ad GK ob triangulorum ACD, GCK ſimilitudinem: vt igitur AC ad CG, ita AD ad DF.*



F Hoc eſt rectangulum BCE ad quadratum ex CA. *Ex 36. tertij elementorum.*

G Hoc eſt rectangulum BDE ad quadratum ex DA] *Ex 35. eiuſdem.*

THEOREMA XXXI. PROPOSITIO XXXIV.

LEM. XV. Quod cum ita ſit, antedictum lemma aliter demonſtrabitur videlicet vt BD ad DC, ita rectangulum ABE ad rectangulum ACE.

A Erigatur a puncto D ipſi AB ad rectos angulos DF, & alterutri rectangulorum ADE, BDC æquale ponatur quadratum DF, & AB, FC,
B FE, FB iungantur. erit vterque angulorum AFE, CFB rectus. quare ex antecedente ſequitur, vt rectangulum ABE ad rectangulum ACE,
C hoc eſt BCA, ita eſſe quadratum ex BF ad quadratum ex FC. vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FC ita eſt BD ad DC. ergo vt BD ad DC, ita eſt ABE rectangulum ad rectangulum ACE.



COM-

COMMENTARIVS.

Quodeum ita ſit antedictum Lemma aliter demonſtrabitur] *Hoc eſt 32. huius. Sit enim recta linea* AB, *in qua ſumantur tria puncta* CDE, *ita vt rectangulum* ADE *ſit æquale rectangulo* BDC. *Dico vt* BD *ad* DC, *ita eſſe rectangulum* ABE *ad* ACK *rectangulum. Græcus codex ὅτω τὸ ὑπὸ αβγ πρὸς τὸ ὑπὸ αγι. ſed legendum τὸ ὑπὸ τῶν αβε πρὸς τὸ ὑπὸ αγε.* A

Erit vterque angulorum AFE, CFB rectus] *Ex conuerſa octaua ſexti elementorum.* B

Vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita eſt BD ad DC] *Sunt enim tres rectæ lineæ proportionales* BD, DF, DC. *quare ex corollario 20. ſexti, vt quadratum ex* BD *ad quadratum ex* DF, *ita eſt* BD *ad* DC. *Sed vt* BD *ad* DF, *ita eſt* BF, *ad* FE *ob triangulorum* BDF, BFC *ſimilitudinem, & ob id vt quadratum ex* BD *ad quadratum ex* DF, *ita quadratum ex* BF *ad quadratum ex* FE. *Vt igitur quadratum ex* BF *ad quadratum ex* FE, *ita erit* BD *ad* DC. C

IN PRIMVM præceptum ſexti problematis.

THEOREMA XXXII. PROPOSITIO XXXV.

Sit recta linea AB; & in ipſa tria puncta CDE, ſitque rectangulum ABE æquale rectangulo CBD. Dico vt AB ad BE, ita DAC rectangulum ad rectangulum CED. LEM. XVI.



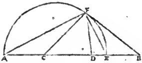
Quoniam enim rectangulum ABE eſt æquale rectangulo CBD, erit ob proportionem, & reliquum ad reliquum, & per conuerſionem rationis, vt exceſſus ipſarum AC DE ad AC, ita DA ad AE. ergo rectangulum, quod continetur exceſſu ipſarum AC, DE, & AB eſt æquale rectangulo DAC. Ruſus quoniam vt AC ad DB, ita CB ad BE, erit diuidendo vt exceſſus AC, DB ad DE, ita CB ad EB. quod igitur continetur exceſſu AC, DB & EB rectangulo CED eſt æquale. oſtenſum autem eſt rectangulum contentum exceſſu AC, DE & AB æquale rectangulo DAC. ergo permutando vt rectangulum contentum exceſſu AC, DF, & AB ad contentum exceſſu AC, DE, & EB, hoc eſt vt AB ad BE, ita DAC rectangulum ad rectangulum CED. A B C

ALITER per coniunctam proportionem.

Quoniam eſt vt AB ad BC, ita DB ad BE, erit reliqua AD ad reliquam CB vt AB ad BC. Ruſus quoniam vt AB ad BD, ita CB ad BE reliqua AC ad DB reliquam eſt vt CB ad BE. quare proportio compoſita ex proportione AB ad BC, & proportione CB ad BB, quæ quidem eſt proportio AB ad BE, eadem eſt, quæ componitur ex proportione AD ad CB, & AC ad DB, quæ eſt rectanguli DAC ad rectangulum CED. D

ALITER.

LEM. XVIk



Deſcribatur in recta linea AB ſemicirculus AFB, & ducatur contingens BF, iunganturque AF, CF, DF, EF. Quoniam igitur BF quidem circulum contingit, ſecat autem BA, re- E
ctangulum ABE æquale eſt quadrato ex BF. F
Sed rectangulum ABE rectangulo CBD æquale ponitur. ergo rectangulum CBD quadra- G H K
to ex BF æquale erit. & ideo BFD angulus æqualis eſt angulo BCF. quorum angulus L M

O BFE eſt æqualis ipſi FAC. reliquus igitur DFB reliquo AFC eſt ęqualis. ergo vt re-
P ctangulum DAC ad rectangulum CBD, ita quadratum ex AF ad quadratum ex FE. Sed vt quadratum ex AF ad quadratum ex FE, ita eſt AB ad BE. vt igitur AB ad BE, ita erit DAC rectangulum ad rectangulum CBD.

COMMENTARIVS.

A Erit ob proportionem, & reliquum ad reliquum, & per conuerſionem rationis, vt exceſſus ipſarum AC, DE ad AC, ita DA ad AE] *Quoniam enim rectangulum ABE æquale rectangulo CBD, vt AB ad BC, ita eſt DB ad BE. ergo reliqua AD ad reliquam CE, vt AB ad BC: & per conuerſionem rationis vt AD ad exceſſum ipſarum AD, CE, hoc eſt ipſarum AC, DE, ita BA ad AC: conuertendoque, & permutando, vt exceſſus ipſarum AC, DE ad AC, ita DA ad AE. Græcus codex* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τῶν αεβ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν αγ, οὕτως ἡ βα πρὸς τὴν αδ. *Sed legendum videtur* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τῶν αγ, εδ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν αγ, οὕτως ἡ δα πρὸς τὴν αε.

B Ergo rectangulum, quod continetur exceſſu AC, DE, & AB] *Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αγ, εβ *lege* τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αγ, εδ.

C Rurſus quoniam vt AC ad DE, ita CB ad BF] *Rurſus enim cum rectangulum ABE rectangulo CBD ſit æquale, erit vt AB ad BD, ita CB ad BE ergo reliqua AC ad DE, eſt vt CB ad BE. Græcus codex* πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ αε πρὸς τὴν εδ *lege* ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν εδ.

D Aliter per coniunctam proportionem] *Græcus codex* ἄλλως τὸ αὐτὸ συνημμένος *ego legendum arbitror* ἄλλως τὸ αὐτὸ διὰ τοῦ συνημμένου.

E Deſcribatur in recta linea AE ſemicirculus AFE] *Maneant autem eadem, quæ ſupra, vt ſcilicet rectangulum ABE rectangulo CBD ſit æquale.*

F Iunganturque AF, CF, DF, BF] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αζ, δζ, εζ. *Addendum* γζ.

G Secat autem BA] *Græcus codex* τέμνει δὲ ἡ βδ *corrige* ἡ βα.

H Sed rectangulum ABE rectangulo CBD æquale ponit r] *Græcus codex* ἀλλά τὸ ὑπὸ αβε τῷ ὑπὸ γβδ. *lege* ἀλλά τὸ ὑπὸ αβε ἴσον τῷ ὑπὸ γβδ.

K Ergo rectangulum CBD] *Græcus codex,* καὶ τὸ ὑπὸ βγδ ἄρα. *Scribe* τὸ ὑπὸ γβδ.

L Et ideo BFD angulus eſt æqualis angulo BCF] *Quoniam enim rectangulum CBD eſt æquale quadrato ex BF, vt CB ad BF, ita erit FB ad BD, ergo triangulum CBF ſimile eſt triangulo FBD, & propterea angulus BFD angulo BCF eſt æqualis.*

N Quorum angulus BFE eſt æqualis ipſi FAC] *Rurſus quoniam rectangulum ABE quadrato ex BF eſt æquale, vt AB ad BF, ita eſt FB ad BE triangulum igitur ABF ſimile eſt triangulo FBE, & angulus FAB, hoc eſt FAC æqualis angulo BFE.*

N Reliquus igitur DFB reliquo AFC eſt æqualis] *Etenim angulus BCF exterior eſt æquali vtriſque interioribus, & oppoſitis CAF, AFC. quare ſi ab angulo BCF auferatur CAF reliquus erit AFC angulus.*

O Ergo vt rectangulum DAC ad rectangulum CBD, ita quadratum ex AF ad quadratum ex FB] *Ex 12. ſexti libri huius.*

P Sed vt quadratum ex AF ad quadratũ ex FE, ita eſt AB ad BE] *Eſt enim triangulum ABF ſimile triangulo FBE, vt demonſtratum fuit. quare vt BA ad AF, ita eſt BF ad FE: & permutando vt AB ad BF, ita AF ad FE. ergo vt quadratum ex AB ad quadratum ex BF ita eſt quadratum ex AF ad quadratum ex FE. Rurſus vt AB ad BF, ita eſt FB ad BE. Vt igitur quadratum ex AB ad quadratum ex BF, hoc eſt vt quadratum ex AF ad quadratum ex FE, ita erit AB ad BE.*

THEOREMA XXXIII. PROPOSITIO XXXVI.

LEM. I
XIX.
A. Lemma vtile ad primum præceptum primi problematis.

B Rurſus cum rectangulum ABE æquale ſit rectangulo CBD, oſtendendum eſt vt CB ad BD, ita eſſe rectangulum ACE ad rectangulum ADE.

Quoniam



Quoniam enim vt AB ad BD, ita eſt CB ad BE, erit reliqua AC ad reliquam DE, vt CB ad EB. C
Eadem ratione, & reliqua D
AD ad CB reliquam erit vt DB ad BE. & conuertendo. proportio igitur compoſita E
ex proportione CB ad BE, & proportione EB ad BD, quæ quidem eſt proportio CB ad F
BD, eadem eſt, quæ componitur ex proportione AC ad DE & ex proportione CB ad G
AD, quæ eſt proportio rectanguli ACE ad rectangulum ADE. ergo vt CB ad BD, ita erit ACB rectangulum ad rectangulum ADB.

A L I T E R.

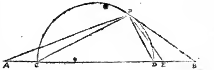
LEM. XX.

Quoniam vt AB ad BD, ita eſt CB ad BE, erit reliqua AC ad reliquam DE, vt CB H
ad BE, & per conuerſionem rationis, vt AC ad exceſſum ipſarum AC, DE, ita CB ad 16. ſexti
CE. rectangulum igitur ACE eſt æquale ei, quod continetur exceſſu ipſarum AC, DE & EC. Ruſus quoniam reliqua AC ad reliquam DE, eſt vt AB ad BD, erit diuidendo vt exceſſus AC, DE, ad DE, ita DA ad DB. ergo rectangulum ADB eſt æquale rectangulo contento exceſſu AC, DE, & DB. vt igitur rectangulum contentum exceſſu AC, K
DE, & EC ad contentum exceſſu AC, DE, & DB, hoc eſt vt CB ad BD, ita ACE rectan- 1. ſexti.
gulum ad rectangulum ADE.

A L I T E R.

LEM. XXI.

Deſcribatur in recta linea CD ſemicirculus CFD. & ducatur contingens BF. iunganturque AF, CF, DF, BF. itaque cum rectangulum AEB æquale ſit rectangulo CBD, rectangulum autem CBD æquale quadrato contingentis BF, & rectangulũ L M 36. tertij.



ABE quadrato contingentis BF æquale erit. angulus igitur BFE eſt æqualis angulo A. N
ſed & totus angulus BFD æqualis eſt toti FCB. ergo reliquus EFD reliquo AFC. vt O
igitur quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita rectangulum ACB ad ADB rectan P
gulum. Sed vt quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita CB ad BD. ergo vt CB ad Q
BD, ita ACB rectangulum ad rectangulum ADB. R

COMMENTARIVS.

Lemma vtile ad primum præceptum primi problematis] *Vereor ne locus corruptus ſit. ſuperius enim poſuit lemmata vtilia ad primum, & ſecundum præceptum quinti problematis.* A

Rurſus cum rectangulum ABE æquale ſit rectangulo CBD] *Manentibus ſcilicet ijſdem quæ ſupra.* B

Erit reliqua AC ad reliquam DE, vt CB ad BE,] *Græcus codex λοιπὴ ἄρα, &c. ſcribe ὡς ἡ τῶν λοιπῶν . ὡς ἡ γβ πρὸς τὴν βε.* C

Eadem ratione & reliqua AD ad CB reliquam erit vt DB ad BE, & conuertendo] *Rurſus enim quoniam eſt, vt* AB *ad* BC*, ita* DB *ad* BE*, erit reliqua* AD *ad* CB*, vt* BD *ad* BE *quare conuertendo vt* CB *ad* AD *ita* EB *ad* BD. D

Proportio igitur compoſita ex proportione CB ad BE] *Græcus codex ὅτι ὁ συνημμένος λοιπός. corrige λόγος.* E

Quæ quidem eſt proportio CB ad BD] *Græcus codex . ὅς ἐστιν αὐτὸς τῷ τῆς γβ πρὸς τὴν βε lege πρὸς τὴν βδ.* F

Et ex proportione CB ad AD] *Græcus codex . καὶ ἡ βγ πρὸς τὴν βδ legendum eſt καὶ ἡ γβ πρὸς τὴν αδ.* G

H Vt AC ad exceſſum ipſarum AC, DE, ita CB ad CB] *Græcus codex, ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν αδ, γε ὑπεροχὴν lege πρὸς τὴν αγ δε ὑπεροχήν.*

K Vt igitur rectangulum contentum exceſſu AC, DE, &c.] *Græcus codex hoc loco mancus eſt, in quo legitur ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς τῶν αβ, γδ ὑπεροχῆς ϗ τῆς δβ legendum autem ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς τῶν αγ, δε ὑπεροχῆς ϗ τῆς βγ πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς τῶν αγ, δε ὑπεροχῆς ϗ τῆς δβ.*

L Et ducatur contingens BF] *Græcus codex ἐφαπτομένη ἤχθω ἡ γζ ſcribendum ἡ βζ.*

M Iunganturque AF, CF, DF, EF] *Græcus codex ϗ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αζ, δζ. Sed ſcribendum αἱ αζ, γζ, δζ, εζ.*

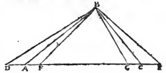
N Angulus igitur EFE eſt æqualis angulo A] *Ob ſimilitudinem triangulorum* ABF, FEB.

O Sed & totus angulus BFD æqualis eſt toti FCB] *Ob ſimilitudinem triangulorum* CBF FBD.

P Ergo reliquus BFD reliquo AFC] *Eſt enim angulus* FCB *æqualis vtriſque interioribus & oppoſitis* CAF, *&* AFC.

Q Vt igitur quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita rectangulum ACE ad ADE rectangulum] *Illud autem hoc lemmate oſtendemus.*

Sit triangulum orthogonium ABC *rectum habens angulum ad* B, *& ex parte quidem* A *ducatur vtcumque extra triangulum recta linea* BD, *ex parte autem* C *ducatur ſimiliter extra triangulum recta* BE, *ita vt angulus* CBE *ſit æqualis angulo* DBA. *Dico vt quadratum ex* AB *ad quadratum ex* BC, *ita eſſe rectangulum* DAE *ad rectangulum* DCE.



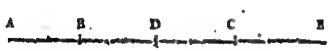
Fiant rurſus intra triangulum alij duo anguli prædictis æquales, nempe ductis rectis lineis BF, BG, *videlicet angulus* ABF *æqualis angulo* DBA, *& angulus* GBC *æqualis ipſi* CBE. *erit ex 12. ſexti libri huius, vt quadratum ex* AB *ad quadratum ex* BC, *ita rectangulum* GAF *ad rectangulum* FCG. *Et quoniam trianguli* ABG *angulus ad* B *rectus eſt, & angulus* GBC *eſt æqualis angulo* CBE, *erit ex ijs, quæ nos demonſtrauimus in commentarijs in 51. ſexti libri huius, vt* AE *ad* EC, *ita* AG *ad* GC. *& eadem ratione, vt* CD *ad* DA, *ita* CF *ad* FA. *quare conuertendo erit vt* AD *ad* DC, *ita* AF *ad* FC. *proportio autem rectanguli* GAF *ad rectangulum* FCG *componitur ex proportione* AF *ad* FC, *& proportione* AG *ad* GC. *Sed* AF *ad* FC *erat vt* AD *ad* DC: *&* AG *ad* GC, *vt* AE *ad* EC. *proportio igitur compoſita ex proportione* AD *ad* DC, *& proportione* AE *ad* EC, *quæ eſt rectanguli* DAE *ad rectangulum* DCE, *eadem eſt, quæ componitur ex proportione* AF *ad* FC *& proportione* AG *ad* GC. *quare rectangulum* DAE *ad rectangulum* DCE *eſt vt rectangulum* GAF *ad rectangulum* FCG. *ſed rectangulum* GAF *ad rectangulum* FGC *eſt vt quadratum ex* AB *ad quadratum ex* BC. *vt igitur quadratum ex* AB *ad quadratum ex* BC, *ita eſt rectangulum* DAE *ad rectangulum* DCE. *quod demonſtrandum proponebatur.*

R Sed vt quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita CB ad BD] *Eſt enim ob ſimilitudinem triangulorum* CBF, FBD, *vt* CF *ad* FD, *ita* BC *ad* BF. *& vt quadratum ex* CF *ad quadratum ex* FD, *ita quadratum ex* CB *ad quadratum ex* BF. *Rurſus vt* CB *ad* BF, *ita* BF *ad* BD. *ergo vt quadratum ex* CB *ad quadratum ex* BF, *hoc eſt vt quadratum ex* CF *ad quadratum ex* FD, *ita* CB *ad* BD.

THEOREMA XXXIV. PROPOSITIO XXXVII.

LEM. XXII.

A Sit recta linea AB, & in ipſa ſumantur duo puncta CD, ſit autem vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC. Dico rectangulum ABC, quadrato ex BD æquale eſſe.



Ponatur ipſi CD æqualis DE.

B diuidendo igitur vt AC ad CB, ita rectangulum CAB ad quadratum ex CD; hoc eſt ad rectangulum

C BDC vt autem AC ad CB, ita ſumpta communi altitudine AB, rectangulum CAB ad rectangulum, quod AB, CB contine-

ntur

netur. ergo vt rectangulum CAE ad rectangulum BDC, ita rectangulum CAB ad re- D
ctangulum contentum AE, CB. rectangulum igitur contentum AE, CB rectangulo BDC 9. quinti.
eſt æquale. quare ob proportionem componendoque vt AD ad DB, hoc eſt ad DC, E
ita erit DB ad BC, & tota AB ad totam BD, vt DB ad BC. ergo rectangulum ABC æ- 12. quin.
quale eſt quadrato ex BD, quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Sit autem vt AB ad BC] *Græcus codex corrigendus eſt, in quo legitur.* ἔστω δὲ ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν βδ. *lege* πρὸς τὴν βγ. A

Diuidendo igitur vt AG ad CB, ita rectangulum CAB ad quadratum ex CD, hoc eſt ad rectangulum BDC] *Quoniam enim vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC, erit diuidendo, vt AC ad CB, ita exceſſus, quo quadratum ex AD ſuperat quadratum ex DC ad ipſum quadratum ex DC. quadratum autem ex AD ſuperat quadratum ex DC hoc eſt quadratum ex DB, quadrato ex AE, & duplo rectanguli AED, hoc eſt rectangulo AEC. eſt enim ED æqualis DC. Sed quadrato ex AE & rectangulo AEC æquale eſt rectangulum CAE. Vt igitur AC ad CB, ita rectangulum CAE ad quadratum ex CD, hoc eſt ad rectangulum BDC. Græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet.* οὕτω τὸ ὑπὸ γδ πρὸς τὸ ὑπὸ γδ *corrige* οὕτω τὸ ὑπὸ γαε πρὸς τὸ ὑπὸ γδ. B

Vt autem AC ad CB, ita ſumpta communi altitudine AB, rectangulum, &c.] *Græcus codex* οὕτως ἐπὶ κοινὸν ὕψος παραληφθείσης τῆς αε. *ſed forte legendum eſt.* οὕτως ἐπὶ κοινοῦ ὕψους παραληφθείσης τῆς αε. C

Ergo vt rectangulum CAB ad rectangulum BDC, ita rectangulum CAB ad rectangulum contentum AE, CB] *In Græco codice hæc deſiderantur* οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν γαε πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς αε, γβ. D

Quare ob proportionem, componendoque vt AD ad DB hoc eſt ad DC, ita erit DB ad BC.] *Quoniam enim rectangulum ex AE & CB eſt æquale rectangulo BDC, erit vt AB ad BD, ita DC ad CB: & componendo vt AD ad DB, hoc eſt ad DC, ita DB ad BC.* E

Ergo rectangulum ABC æquale eſt quadrato ex BD] *Ex 17. ſexti elementorum. Græcus autem codex.* ἴσον ἐστὶ τῷ βδ. *lege* τῷ ἀπὸ βδ. F

THEOREMA XXXV. PROPOSITIO XXXVIII.

LEM. XLIII.

Sit rurſus vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC. Dico rectangulum ABC quadrato ex BD æquale eſſe.



Ponatur ipſi CD æqualis DE. erit diuidendo vt AC ad CB, hoc eſt vt rectangulum BAC ad rectangulum, quod BA, BC continetur; ita BAC rectangulum ad rectangulum CDE. rectangulum igitur contentum EA, BC rectangulo CDE æquale erit. & ob proportionem, diuidendoque vt AD ad DE, hoc eſt ad DC, ita DB ad BC. ergo & reliqua AB ad BD reliquam eſt vt DB ad BC. rectangulum igitur ABC quadrato ex BD eſt æquale. A B

COMMENTARIVS.

Erit diuidendo vt AC ad CB, hoc eſt vt rectangulum BAC ad rectangulum, quod BA, BC continetur: ita BAC rectangulum ad rectangulum CDB] *Erit enim diuidendo vt AC ad CB, hoc eſt vt rectangulum BAC ad rectangulum ex BA, BC, ita exceſſus, quo quadratum ex AD excedit quadratum ex DC, hoc eſt BAC rectangulum ad quadratum ex DC, hoc eſt ad rectangulum CDE. quomodo autem hoc ſequatur, nos proxime oſtendimus.* A

Et ob proportionem, diuidendoque vt AD ad DE, hoc eſt ad DC, ita DB ad BC, ergo & reliqua AB ad BD reliquam, eſt vt DB ad BC.] *Eſt enim vt AB ad BD, ita DC ad* B

CB: &

CB: & diuidendo vt AD *ad* DE, *hoc eſt ad* DC, *ita* DB *ad* EC. *reliqua igitur* AB *ad reliquam* BD *eſt vt* DB *ad* BC. *Græcus autem codex corruptus vt opinor. ita enim habet.* ὥστε ἡ αγ πρὸς τὴν γβ καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ γβ πρὸς λοιπὴν τὴν δβ ἐστιν ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν γβ. *Sed legendum puto.* ὥστε ἡ δβ πρὸς τὴν βγ καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ αβ πρὸς λοιπὴν τὴν βδ ἐστιν ὡς ἡ δβ πρὸς τὴν βγ.

THEOREMA XXXVI. PROPOSITIO XXXIX.

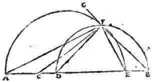
LEM. XXIV.

Sit recta linea AB, & in ipſa tria puncta CDE. Sit autem vt rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CD. Dico vt rectangulum ABD ad rectangulum AED, ita eſſe quadratum ex BC ad quadratum ex CE.



A Sumatur enim æqualitatis punctum F, ita vt rectangulum AFD rectangu-
B lo BFE ſit æquale. Vt igitur AF ad FD, ita eſt rectangulum BAE ad rectangulum EDE. eſt enim lemma in
C determinata ſectione ſed vt rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita eſt quadratum ex AC ad quadratum ex CD. ergo & vt AF ad FD, ita quadratum ex AC ad quadra-
D tum ex CD. rectangulum igitur AFD, hoc eſt rectangulum BFE quadrato ex FC eſt
E F. æquale. ergo vt BF ad FE, ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE: Sed vt BF ad FE, ita eſt rectangulum ABD ad rectangulum AED. vt igitur rectangulum ABD ad rectangulum AED ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE.

ALITER.



Deſcribatur in rectis lineis AE, DB ſemicirculi AFE, DFB: & iungantur AF, FC, FD,
G FE, FB. Itaque quoniam anguli AFE, DFB duobus rectis ſunt æquales, vt rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita erit quod fit ex AF quadratum ad quadratum ex FD. Sed
H vt rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita eſt quadratum ex AC ad quadratum ex CD. Vt igitur quadratum ex AC ad quadratum ex CD, ita quadratum ex AF ad quadratum ex FD: & ideo vt AC ad CD, ita
K L eſt AF ad FD. quare angulus AFD bifariam ſectus eſt recta linea CF. At producta BF ad punctum G, angulus DFE æqualis eſt angulo GFA. totus igitur EFC angulus toti
M N CFG eſt æqualis. ergo vt BC ad CE, ita eſt BF ad FE. & vt quadratum ex BC ad
O quadratum ex CE, ita quadratum ex BF ad quadratum ex FE. Vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABD ad rectangulum AED. quare vt rectangulum ABD ad rectangulum AED, ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Sumatur enim æqualitatis punctum F, ita vt rectangulum AFD rectangulo BFE ſit æquale] *Secetur* BD *ad punctum* F *in proportionem eam, quam habet* AB *ad* DE. *ex* 10. *ſexti elementorum, vel ex prima huius, & factum iam erit quod proponebatur. Quoniam enim eſt vt tota* AB *ad totam* DE, *ita* BF *ad* FD, *erit reliqua* AF *ad reliquam* FE, *vt* AB *ad* DE *hoc eſt vt* BF *ad* FD. *rectangulum igitur* AFD *rectangulo* BFE *eſt æquale.*

B Vt igitur AF ad FD, ita eſt rectangulum BAE ad rectangulum EDB, eſt enim lemma in determinata ſectione] *videlicet ex* 22. *huius.*

Sed

Sed vt rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita eſt quadratum ex AC ad quadratum ex CD.] *Ex poſitione. Græcus codex* ὡς δὲ τὸ ὑπὸ βαε πρὸς τὸ ὑπὸ βαε. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ βδε. C

Rectangulum igitur AFD, hoc eſt rectangulum BFE quadrato ex FC eſt æquale] *Ex 37. huius.* D

Ergo vt BF ad FE, ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE] *Ex conuerſa 38. huius.* E

Sed vt BF ad FE, ita eſt rectangulum ABD ad rectangulum AED] *Ex 22. huius.* F

Itaque quoniam anguli AFE, DFE duobus rectis ſunt æquales] *Anguli enim AFE, DFB utrique recti ſunt, quod in ſemicirculo, & angulus DFB eſt æqualis duobus angulis DFE, EFB. quare angulus AFE vna cum duobus angulis DFE, EFB eſt æqualis duobus rectis. Sed angulus AFB eſt æqualis angulo AFE vna cum angulo EFB. anguli igitur AFE, DFE duobus rectis æquales fiat neceſſe eſt.* G

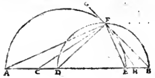
Vt rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita erit quadratum ex AF ad quadratum ex FD] *Ex 26. huius. In Græco codice multa deſiderantur, ut ita legendum ſit.* ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ αβε πρὸς τὸ ὑπὸ βδε, οὕτω τὸ ἀπὸ αζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζδ. ἀλλ' ὡς τὸ ὑπὸ βαε πρὸς τὸ ὑπὸ βδε, οὕτως ὂν τὸ ἀπὸ αγ πρὸς τὸ ἀπὸ γδ. H

Quare angulus AFD bifariam ſectus eſt recta linea FE] *Ex 3. ſexti elementorum.* K

At producta BF ad punctum G angulus DFB æqualis eſt angulo GFA] *Anguli enim AFB, DFB duobus rectis ſunt æquales, ut demonſtratum eſt, ſed & duobus rectis æquales ſunt AFB, AFG. quare dempto communi angulo AFB reliquus DFB reliquo GFA æqualis erit.* L

Ergo vt BC ad CE, ita BF ad FE] *Secetur angulus EFB recta linea FH. erit angulus BFH æqualis angulo AFC. eſt autem angulus AFE in ſemicirculo rectus, cui quidem æquales ſunt duo anguli AFC, CFE. Sed angulus BFH eſt æqualis ipſi AFC. ergo & duo anguli CFE, BFH uni recto ſunt æquales: ac propterea CFH angulus rectus eſt.* M

Itaque quoniam triangulum CFH orthogonium eſt, & angulus EFH eſt æqualis angulo HFB, erit ex iis, quæ nos demonſtrauimus ad 51. ſexti libri huius, ut CB ad BH, ita CB ad EH, & permutando, ut BC ad CE, ita BH ad HE. Sed ut BH ad HE, ita BF ad FE ex tertia ſexti elementorum. Vt igitur BC ad CE, ita erit BF ad FE.



Et vt quadratum ex BC ad quadratum ex CE, ita quadratum ex BF ad quadratum ex FE] *Græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet.* καὶ ὡς τὸ ἀπὸ πρὸς τὸ ἀπὸ &c. *legendum autem* καὶ ὡς τὸ ἀπὸ βγ πρὸς τὸ ἀπὸ γε, οὕτω τὸ ἀπὸ βζ πρὸς τὸ ἀπὸ βζ. N

Vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABD ad rectangulum AED] *Ex 26. huius.* O

THEOREMA XXXVII. PROPOSITIO XL.

LEM. XXVI.

Sit rurſus vt rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratum ex CD ad quadratum ex DE. Dico vt rectangulum EAC ad rectangulum CBE, ita eſſe quadratum ex AD ad quadratum ex DB.

Sumatur rurſus æqualitatis punctum F, vt rectangulum AFB rectangulo CFE ſit æquale. eſt igitur vt CF ad FB, ita rectangulum ACB ad AEB rectangulum. A

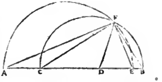


B

Vt autem rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratum ex CD ad id, quod fit ex DE quadratum. C

æquale igitur eſt rectangulum CFE, hoc eſt AFB quadrato ex FD. quare vt AF ad FB, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DB. Sed vt AF ad FB, ita eſt rectangulum EAC ad CBE rectangulum. eſt igitur vt rectangulum EAC ad rectangulum CBE, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DB. D

A L I T E R.



Deſcribantur circa AB, CB ſemicirculi AFB, CFB, & iungantur AF, CF, DF, EF, BF,
G erit angulus AFC angulo BFE æqualis. eſt
H igitur vt rectangulum ACB ad rectangulum ABB, ita quadratum ex CF ad quadratum ex FB. Vt autem rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ſic erat quadratum ex CD ad quadratum ex DB. ergo & vt quadratum ex CD ad quadratum ex DB, ita quadratum
K ex CF ad quadratum ex FE. æqualis igitur eſt angulus CFD angulo DFB. Sed & angulus AFB æqualis eſt angulo BFE. ergo totus AFD angulus toti BFD eſt æqualis. ac
L propterea vt quadratum ex AF ad quadratum ex FE, ita quadratum ex AD ad qua-
M dratum ex DB. Vt autem quadratum ex AF ad quadratum ex FE, ita rectangulum BAC ad rectangulum CBE. ergo vt rectangulum BAC ad CBB rectangulum, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DB, quod oportebat demonſtrare.

COMMENTARIVS.

A Sumatur rurſus æqualitatis punctum F, vt rectangulum AFB rectangulo CFE ſit æquale] *Sumatur inter* AC *punctum* G, *ita vt* GC *ſit æqualis ipſi* BB: *fiatque vt* AG *ad* GC, *ita* AE *ad* BF, *& factum iam erit quod proponebatur. Quoniam enim eſt vt* AG *ad* GC *ita* AE *ad* EF, *erit componendo vt* AC *ad* CG, *hoc eſt ad* EB, *ita* AF *ad* FE. *ergo reliqua* CF *ad* FB *erit vt* AF *ad* FB, *ac propterea rectangulum* AFB *rectangulo* CFB *eſt æquale.*

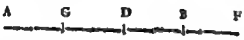
B Eſt igitur vt CF ad FB ita rectangulum ACB ad ABB rectangulum.] *Quoniam enim rectangulum* AFB *eſt æquale rectangulo* CFB, *vt* AF *ad* FB, *ita eſt* CF *ad* FB. *ergo reliqua* AC *ad reliquam* BB *eſt vt* AF *ad* FB, *videlicet vt* CF *ad* FB; *& per conuerſionem rationis vt* AC *ad exceſſum ipſarum* AC, BE, *hoc eſt ad* AG, *ita* FC *ad* CB, *conuertendoque vt* GA *ad* AC, *ita* BC *ad* CF. *rectangulum igitur contentum* AG, CF *eſt æquale rectangulo* ACB. *Rurſus quoniam vt* AC *ad* BE, *ita eſt* AF *ad* FE, *erit diuidendo vt* AG *ad* BB, *ita* AB *ad* BF. *ergo rectangulum contentum* AG, BF *eſt æquale rectangulo* ABB. *erat autem rectangulum contentum* AG, CF *æquale rectangulo* ACB. *quare vt rectangulum contentum* AG, CF *ad rectangulum* ACB, *ita contentum* AG, FB *ad rectangulum* AEB: *& permutando vt rectangulum contentum* AG, CF *ad contentum* AG, BF, *hoc eſt vt* CF *ad* FB, *ita rectangulum* ACB *ad rectangulum* ABB.

C Vt autem rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratum ex CD ad id, quod fit ex DE quadratum] *Ita enim ponitur ex quibus conſtat vt* CF *ad* FB, *ita eſſe quadratum ex* CD *ad quadratum ex* DE.

D Aequale igitur eſt rectangulum CFB, hoc eſt rectangulum AFB quadrato ex FD] *Quoniam enim in recta linea* CF *ſumuntur duo puncta* DB, *eſtque vt* CF *ad* FE, *ita quadratum ex* CD *ad quadratum ex* DE; *erit ex 37. huius rectangulum* CEF, *quadrato ex* FD *æquale.*

E Quare vt AF ad FB, ita quadratum ex DA ad quadratum ex DB] *hoc nos ſequenti lemmate demonſtrabimus.*

Sit recta linea AF, *& in ipſa ſumantur duo puncta* DB, *ſitque vt rectangulum* AFB *quadrato ex* FD *æquale. Dico vt* AF *ad* FB, *ita eſſe quadratum ex* AD *ad quadratum ex* DB.



Ponatur ipſi FD *æqualis* DG, *& quoniam rectangulum* AFB *eſt æquale quadrato ex* FD, *vt*
14. ſexti. AF *ad* FD, *ita erit* DF *ad* FB, *& diuidendo vt* AD *ad* DF, *ita* DB *ad* BF. *permutandoque vt*
16. ſexti, 9. quinti, AD *ad* DB, *hoc ad* DG, *ita* DF *ad* FB, *& rurſus*
1. ſexti. *diuidendo, vt* AG *ad* GD, *ita* DB *ad* BB. *rectangulum igitur contentum* AG, BE *eſt æquale rectangulo* GDB. *quare vt rectangulum* BAG *ad rectangulum contentum* AG, BE, *ita rectangulum* BAG *ad* GDB *rectangulum. Sed vt rectangulum* BAG *ad contentum* AG, BE, *ita eſt*
3. ſecun. AB *ad* BE. *Vt igitur* AB *ad* BE, *ita* BAG *rectangulum ad rectangulum* GDB, *hoc eſt ad quadratum ex* GD, *eſt enim* DD *ipſi* DB *æqualis, & rectangulo quidem* BAG *eſt æquale quadratum ex*

tum ex AG *vna cum rectangulo* AGB: *rectangulo autem* AGB *æquale eſt duplum rectanguli* AGD. *ergo vt* AB *ad* BF, *ita quadratum ex* AG *vna cum duplo rectanguli* AGD *ad quadratum ex* DG, *& componendo vt* AF *ad* FB, *ita quadrata ex* AG, GD *vna cum duplo rectanguli* AGD *ad quadratum ex* DG. *quadratis autem ex* AG, GD *vna cum duplo rectanguli* AGD *æquale eſt quadratum ex* AD, *vt igitur* AF *ad* FB, *ita quadratum ex* AD *ad quadratum ex* DG *hoc eſt ad quadratum ex* DB. 4. ſecun.

Sed vt AF ad FB, ita eſt rectangulum BAC ad CBE rectangulum] *Ex 35. huius. etenim in recta linea* AF *ſumuntur tria puncta* CEB, *atque eſt rectangulum* AFB *æquale rectangulo* CFE. FI

Erit angulus AFC angulo BFE æqualis] *Eſt enim rectus angulus* AFE *æqualis recto* CFB. *quare dempto communi angulo* CFE, *reliquus* AFC *reliquo* EFB *æqualis erit.* G

Eſt igitur vt rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratum ex CF ad quadratum ex FB] *Ex demonſtratis a nobis ad 36. huius.* H

Aequalis igitur eſt angulus CFD angulo DFB] *Ex 3. ſexti elementorum. ſequitur enim ex ante dictis, & 22. ſexti vt* CD *ad* DE, *ita eſſe* CF *ad* FE. K

Ac propterea vt quadratum ex AF ad quadratum ex FB, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DB.] *Quoniam enim angulus* AFD *eſt æqualis angulo* BFD, *vt* AD *ad* DB, *ita eſt* AF *ad* FB. *quare ex 22. ſexti vt quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FB, *ita quadratum ex* AD *ad quadratum ex* DB. L 3. ſexti.

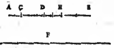
Vt autem quadratum ex AF ad quadratum ex FB, ita rectangulum BAC ad rectangulum CBE.] *Ex 12. ſexti libri huius.* M

LEMMATA in Secundum librum de determinata ſectione.

THEOREMA XXXVIII. PROPOSITIO XLI.

LEM. I.

Sit recta linea AB, in qua ſumantur tria puncta CDE, ita vt rectangulum ADC ſit æquale rectangulo BDE: & vtriſque AE, CB, æqualis ponatur recta linea F. Dico rectangulum quidem FAD rectangulo BAE æquale eſſe. rectangulum autem FCD æquale rectangulo BCE, rectangulumque FBD rectangulo ABC, & rectangulum FED rectangulo AEC æquale. A B



Quoniam enim rectangulum ADC rectangulo BDE eſt æquale, erit ob proportionem, & conuertendo, & tota ad totam, componendoque vt BC, AE, hoc eſt F ad AE, ita BA ad AD. rectangulum igitur FAD eſt æquale rectangulo BAE. Rurſus quoniam tota AE ad totam CB, eſt vt ED ad DC, erit componendo vt vtraque AE, CB ad CB, hoc eſt vt F ad CB, ita CB ad CD. ergo rectangulum FCD rectangulo BCE æquale erit. Eodem modo in reliquis fient igitur quattuor, vt dictum eſt. C D E F

COMMENTARIVS.

Dico rectangulum quidem FAD rectangulo BAE æquale eſſe] *Græcus codex* ὅτι γίγνεται τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ζαθ ἴσον τὸ ὑπὸ βαε, *ſed legendum,* ὅτι γίνεται τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ζαδ. A

Rectangulum autem FCD æquale rectangulo BCE, rectangulumque FBD rectangulo ABC, & rectangulum FED rectangulo AEC æquale] *Græcus codex corruptus eſt, & in eo multa deſiderari videntur. qui ſic habet,* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ζγδ ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν αβγ τὸ δὲ ὑπὸ ζδε τῷ ὑπὸ αεγ *legendum autem erit, vt opinor,* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ζγδ ἴσον τῷ ὑπὸ βγε, τὸ δὲ ὑπὸ ζβδ τῷ ὑπὸ αβγ, τὸ δὲ ὑπὸ ζεδ τῷ ὑπὸ αεγ. B

Quoniam enim rectangulum ADC rectangulo BDE eſt æquale, erit ob proportio- C

nem,& conuertendo,& tota ad totã,componendoq; vt BC, AB hoc eſt F ad AE, ita BA ad AD] *Nam cum rectangulum* ADC *æquale ſit rectangulo* BDE, *erit vt* AD *ad* DB, *ita* BD *ad* DC, *& conuertendo, vt* ED *ad* DA, *ita* CD *ad* DB, *componendoque, vt* BA *ad* AD, *ita* CB *ad* BD, *permutandoque & conuertendo vt* BC *ad* AB *ita* BD *ad* DA, *& rurſus componendo vt* BC, AB *hoc eſt* F *ad* AB, *ita* BA *ad* AD. *Græcus codex,* ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν αγδ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν βδε. *ſed legendum* ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν αδγ.

D Rectangulum igitur FAD eſt æquale rectangulo BAE] *Ex 16. ſexti libri elementorum. Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ζαδ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν βδε. *lege* ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν βαε.

E Rurſus quoniam tota AB ad totam CB eſt vt BD ad DC] *Quoniam vt* BA *ad* AD, *ita* CB *ad* BD, *& permutando vt* AE *ad* CB, *hoc eſt vt tota ad totam, ita* AD *ad* DB, *hoc eſt ita pars ad partem, erit, & reliqua* ED *ad reliquam* DC, *vt tota* AB *ad totam* CB. *Græcus codex* ὡς ἡ ιδ πρὸς τὴν εγ. *lege* πρὸς τὴν δγ.

F Eodem modo & reliquis] *Rurſus quoniam vt* AB *ad* BC, *ita* AD *ad* DB, *& componendo vt* AB, BC, *hoc eſt* F *ad* BC, *ita* AB *ad* BD; *rectangulum* FBD *æquale eſt rectangulo* ABC. *Denique quoniam vt tota* BC *ad totam* AB, *ita* BD *ad* DA, *erit reliqua* CD *ad reliquam* DE, *vt tota* BC *ad totam* AB: *& componendo vt* BC, AB, *hoc eſt* F *ad* AB, *ita* CB *ad* BD, *rectangulum igitur* FED *rectangulo* AEC *eſt æquale.*

THEOREMA XXXIX. PROPOSITIO XLII.

LEM. II.

A Sit rurſus nunc rectangulum ADC æquale rectangulo BDE, & vtriſq; B AE, CB æqualis ponatur recta linea F. Dico rurſus quattuor fieri, videlicet rectangulum quidem FAD æquale rectangulo BAE, rectangulum vero FCD rectangulo BCE, æquale; rectangulumque FBD rectangulo ABC, & rectangulum FED rectangulo AEC.



C Quoniam enim rectangulum ADC æquale eſt rectangulo BDE, erit ob proportionem,& conuertendo,& reliqua ad reliquam,componendoque vt vtræque AE, CB ad DB, ita BA ad AD. vtræque igitur AE, CB æquales ſunt ipſi F. ergo vt F ad AE, ita BA ad AD: & ideo rectangulum FAD æquale eſt rectangulo BAE. Rurſus quoniam vt AD ad DB, ita ED ad DC, erit reliqua AE ad reliquam CB, vt ED ad D ad DC. quare componendo vt AE, BC, hoc eſt vt F ad BC, ita BE ad ED. rectangulum igitur FCD rectangulo BCE æquale erit. Eadem & in duobus reliquis oſtendemus, quattuor igitur fient, vt proponebatur.

COMMENTARIVS.

A Sit rurſus nunc rectangulum ADC æquale rectangulo BDE] *Græcus codex* ἔστω νῦν πάλιν τὸ ὑπὸ τῶν αγδ ἴσον τῷ *&c. lege* τὸ ὑπὸ τῶν αδγ.

B Videlicet rectangulum quidem FAD æquale rectangulo BAE, rectangulum vero FCD rectangulo BCE æquale] *Græcus codex hoc loco corruptus eſt, & mancus, in quo legitur.* τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ζαβ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν βγε. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν *&c. legendum autem eſt.* τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ζαδ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν βαε, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ζγδ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν βδε· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν &c.

C Quoniam enim rectangulum ABC æquale eſt rectangulo BDE, erit ob proportionem, & conuertendo, & reliqua ad reliquam, componendoque vt vtræque AB, CB ad AB, ita BA ad AD] *Quoniam rectangulum* ADC *æquale eſt rectangulo* BDE, *vt* AD *ad* DB *ita erit* ED *ad* DC, *& conuertendo vt* BD *ad* DA, *ita* CD *ad* DE. *ergo reliqua* CB *ad* AE *reliquam vt* BD *ad* DA *& componendo vt* CB, AE *ad* AE, *ita* BA *ad* AD.

D Rectangulum igitur FCD rectangulo BCE æquale erit] *Græcus codex pro* βγε *mendoſe habet* βιγ.

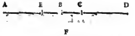
Eadem

Eadem & in reliquis duobus oſtendemus] *Rurſus enim quoniam ut* AD *ad totam* OB, ED *ad* DC, *reliqua* AB *ad* CB *reliquam erit, ut* AO *ad* OB: *& componendo* AB, CB, *hoc eſt* F *ad* CB, *vt* AB *ad* BD. *ergo rectangulum* FBD *eſt æquale rectangulo* ABC. *postremo quoniam vt* AO *ad* DB, *ita* EO *ad* OC, *& conuertendo ut* BO *ad* DA, *ita* CD *ad* DE, *erit reliqua* BC *ad* AB, *vt* CD *ad* DE. *& componendo vt* BC, AB *hoc eſt* F *ad* AB, *ita* CB *ad* BD. *ex quibus ſequitur rectangulum* FBD *rectangulo* AEC *æquale eſſe*. E

THEOREMA XL. PROPOSITIO XLIII.

LEM. III.

Sit autem punctum extra totam lineam, & ſit rectangulum ADC æquale rectangulo BDE. Dico rurſus ſi linearum AE, CB exceſſui æqualis ponatur F quattuor fieri. videlicet rectangulum quidem FAD æquale rectangulo BAE, rectangulum vero FCD æquale rectangulo BCE, rectangulumque FBD rectangulo ABC, & rectangulum FDE rectangulo AEC. A B C



Quoniam enim rectangulum ADE æquale rectangulo BOB, erit ob proportionem, & reliqua ad reliquam, & per conuerſionem rationis. eſt igitur, vt AB ad exceſſum linearum AB, CB, ita DA ad AB. Sed ipſarum AB, CB exceſſus eſt F. ergo rectangulum FAD eſt æquale rectangulo BAE. Rurſus quoniam reliqua AB ad reliquam BC eſt, vt ED ad DC, erit diuidendo, vt exceſſus linearum AB, BC ad BC, ita BC ad CD. rectangulum igitur contentum exceſſu ipſarum AB, BC & CO, hoc eſt rectangulum FCD eſt æquale rectangulo BEB. Eadem & in reliquis duobus oſtendentur. fiunt igitur quattuor ea, quæ proponebantur. D E

COMMENTARIVS.

Sit autem punctum extra totam lineam] *Græcus codex* ἔςω δὲ ἐκτὸς τῆς ὅλης τὸ σημεῖον. *fortaſſe autem legendum erit* τὰ σημεῖα *poſſunt enim extra totam lineam* AB *eſſe tria puncta* BCO, *itemque duo* CD. A

Et ſit rectangulum ADC æquale rectangulo BDB] *Græcus codex* καὶ ἔςω τὸ ὑπὸ τῶν δαγ τῷ ὑπὸ τῶν βδε, *ego legendum arbitror*. καὶ ἔςω τὸ ὑπὸ τῶν αδγ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν βδε. B

Rectangulum vero FCD æquale rectangulo BCE] *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ βγε; *ſed legendum* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ζγδ τῷ ὑπὸ βγε. C

Quoniam enim rectangulum ADC æquale eſt rectangulo BDE, erit ob proportionem, & reliqua ad reliquam, & per conuerſionem rationis, eſt igitur vt AB ad exceſſum linearum AB, CB, ita DA ad AB] *Quoniam enim rectangulum* AOC *æquale eſt rectangulo* BDE, *erit ut* AD *ad* OB, *ita* ED *ad* DC. *ergo reliqua* AE *ad* BC *reliquam eſt, vt* AD *ad* DB. *& per conuerſionem rationis ut* AB *ad exceſſum ipſarum* AB, BC, *ita* DA *ad* AB. D

Eadem & in reliquis duobus oſtendentur] *Quoniam* AE *ad* BC *eſt ut* AD *ad* DB, *diuidendo exceſſus ipſarum* AB, BC, *hoc eſt* F *ad* BC *erit ut* AB *ad* BD. *rectangulum igitur* FBO *eſt æquale rectangulo* ABC. *Rurſus enim ſit* AB *ad* BC, *vt* ED *ad* DC, *erit per conuerſionem rationis, ut* AB *ad exceſſum* AB, BC, *hoc eſt ad* F, *ita* DB *ad* BC, *& propterea rectangulum* FDB *rectangulo* ABC *æquale erit*. E

THEOREMA XLI. PROPOSITIO XLIV.

LEM. IV.

Hoc autem demonſtrato facile inuenientur, quæ in primum de determi-

terminata ſectione iiſdem poſitis in hunc modum.

A Dico vt BD ad DE, ita eſſe rectangulum ABC ad rectangulum AEC

Quoniam enim demonſtratum eſt rectangulum quidem FED rectangulo ABC æquale, rectangulum vero FDB æquale rectangulo AEC, erit vt rectangulum FED ad rectangulum FDE, hoc eſt vt BD ad DE, ita rectangulum ABC ad AEC rectangulum.



COMMENTARIVS.

A Dico vt BD ad DE, ita' eſſe rectangulum ABC ad rectangulum AEC] *Græcus codex mancus eſt, in quo legitur ὕτω τὸ ὑπὸ τῶν αεγ, legendum autem ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αβγ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αεγ.*

IN PRIMVM PRAECEPTVM PRIMI PROBLEMATIS.

THEOREMA XLII. PROPOSITIO XLV.

LEM. V.

A Sit rurſus rectangulum ADC æquale rectangulo BDE, & quoduis punctum F. Dico ſi vtriſque AE, CB ponatur æqualis G, rectangulum AFC excedere rectangulum BFE, rectangulo GDF.

B Quoniam enim prius demonſtratum eſt rectangulum GDB æquale rectangulo AEC,
C commune auferatur rectangulum GFE. reliquum igitur rectangulum GDF eſt exceſſus, quo rectangulum AEC, exeedit rectangulum GFB.
D Quo autem rectangulum ABC ipſum GFB excedit, ablato communi rectangulo AEF, eodem rectangulum, quod continetur AB, CF excedit rectangulum contentum BC, FE.
E & quo rectangulum ex AB, CF execdit rectangulum ex BC, FE. ablato communi rectangulo CFE, eodem rectangulum AFC excedit rectangulum BFE. rectangulum igitur AFC ipſum BFE excedit reetangulo GDF. quod demonſtrare oportebat.



COMMENTARIVS.

A Sit rurſus reetangulum ADC æquale rectangulo BDE] *Græcus codex mancus eſt, in quo legitur. ἴσω πάλιν ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν βδε, ſed legendum, ἴσω πάλιν ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν αδγ τῷ ὑπὸ τῶν βδε,*

B Quoniam enim prius demonſtratum eſt rectangulum GDE æquale rectangulo AEC] *videlicet in lemmate primo vel in 41, huius.*

C Reliquum igitur rectangulum GDF. eſt exceſſus, quo rectangulum AEC exeedit rectangulum GFB] *Nam ſi à rectangulo* GDE *auferatur rectangulum* GFE, *relinquitur* GDF *rectangulum. ergò rectangulum* GDF *eſt etiam exceſſus, quo rectangulum* AEC *ipſum* GFE *excedit.*

D Quo autem rectangulum AEC ipſum GFE execdit, ablato communi reetangulo AEF, eodem reetangulum, quod eontinetur AB, CF excedit rectangulum eontentum BC, EF] *Rectangulum enim* AEC *eſt æquale rectangulo* AEF *vna cum rectangulo contento* AB, CF, *ex prima ſecundi elementorum. & eadem ratione rectangulum* GFE *eſt æquale rectangulo*

ctangulo A E F *vna cum rectangulo contento* B C , F B , *ponitur enim* G *vtriſque* A B , B C *æqualis. Itaque ſi à rectangulo* A E C *auferatur rectangulum* A E F , *relinquitur rectangulum contentum* A B , C F : *& ſi à rectangulo* G D F *idem* A E C *auferatur, reliquum eſt rectangulum, quod* B C , F C *continetur. rectangulum igitur contentum* A B , F C *eodem exceſſu ſuperat rectangulum contentum* B C , E F , *quo rectangulum* A E C *ipſum* G E F *ſuperabat: Græcus codex* ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ &c. τούτῳ ὑπερέχει τοῦ ὑπὸ τῆς αεγζ τὸ ὑπὸ τῆς βγζε , *ſed legendum eſt.* ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ &c. τούτῳ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν αεγζ τοῦ ὑπὸ τῆς βγδε.

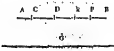
Et quo rectangulum ex A B , C F excedit rectangulum ex B C , F E , ablato communi rectangulo C F B , eodem rectangulũ A F C excedit rectangulũ E F B] *Nam rectangulum contentum* A E , C F *eſt æquale rectangulo* C F B *vna cum rectangulo* A F C *ex prima ſecundi elementorum & ſimiliter rectangulum contentum* B C , E F *eſt æquale rectangulo* C F B *vna cum rectangulo* E F B , *ablato communi rectangulo* C F E , *reliquum rectangulum* A F C *eo em illo exceſſu, videlicet rectangulo* G O F *reliquum rectangulum* E F B *excedit Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur* κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ὑπὸ τῶν βζε &c. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αζε τοῦ &c. *legendum autem eſt.* κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ὑπὸ τῶν γζε &c. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αζγ τοῦ &c. E

Aliud in tertium tertij.

THEOREMA XLIII. PROPOSITIO XLVI.

LEM. VI.

Sit inter E B punctum F. Dico rectangulum A F C vna cum rectangulo E F B æquale eſſe rectangulo G D F. A B



Quoniam igitur ante oſtenſum eſt rectangulum G D E rectangulo A E C æquale, comune apponatur rectangulũ G E F . totũ igitur rectãgulũ G D F ęquale eſt rectãgulo A E F rectangulo A B C, & rectangulo, quod B C, E F continetur. Sed rectangulum A E C vna cum rectangulo A E F eſt totum rectangulum contentum A B , C F. Rectangulum igitur G D F eſt æquale rectangulo contento A E , C F , & ei , quod continetur C B , E F. At rurſus rectangulum contentum C B , E F eſt æquale rectangulo C F B , & rectangulo E F B : rectangulum vero ex A B , C F vna cum rectangulo C F B eſt totum rectangulum A F C. Sed habebamus etiam rectangulum E F B . ergo rectangulum G F D æquale eſt rectangulo A F C & rectangulo E F B. C D

COMMENTARIVS.

Sit inter E B punctum F.] *Græcus codex* ἔσω μετὰ τὸ σημεῖον τῶν εβ τὸ ζ. *ſed legendum puto.* ἔσω σημεῖον μεταξὺ τῆ εβ τὸ ζ. A

Dico rectangulum A F C vna cum rectangulo E F B] *Græcus codex* ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αζδ *lege* ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αζγ. B

Totum igitur rectangulum G D F æquale eſt rectangulo A E C , rectanguloque A E F , & rectangulo, quod B C , E F continetur.] *Eſt enim totum rectangulum* G D F *æquale duobus rectangulis videlicet rectangulo* G D E , *& rectangulo* G E F , *rectangulum autem* G E F *æquale iiſdem eſt duobus , rectangulo ſcilicet* A E F , *& ei quod continetur* C B , E F , *etenim* G *vtriſque* A B , C B *æqualis ponitur. Græcus codex.* ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς ηβζ *lege* τὸ ὑπὸ τῆς ηδζ. C

Rectangulum igitur G D F eſt æquale rectangulo contento, &c.] *Græcus codex* ἐν τὸ ὑπὸ ηζδ *lege* τὸ ὑπὸ ηδζ. D

IN Primum Præceptum tertij problematis.

THEOREMA XLIV. PROPOSITIO XLVII.

LEM. VII.

A Sit rurſus punctum F extra lineam A B. Oſtendendum eſt rectangulum A F C excedere rectangulum E F B rectangulo G D F.



B Quoniam enim rectangulum G D B eſt æquale rectangulo A B C, commune apponatur
C rectangulum G B F. totum igitur rectangulum G D F æquale eſt rectangulo A B C, rectanguloque G B F, hoc eſt reetangulo contento A E, B F, & rectangulo C B F. rectangulum autem A B C vna eum rectangulo C B F eſt totum rectangulum, quod A F, C B
D continere. ergo rectangulum G D F eſt æquale rectangulo contento A F, C B, & con-
E tento A B, B F. Sed rectangulum contentum A F, C B vna cum contento A E, B F eſt exceſſus, quo rectangulum A F C excedit rectangulum E F B. rectangulum igitur G D F eſt exceſſus, quo A F C rectangulum ipſum E F B excedit.

COMMENTARIVS.

A Sit rurſus punctum F extra lineam A F.] *Græcus codex ἔστω πάλιν τὸ σημεῖον ἐπὶ τῆς δαβ τὸ ζ. ſed legendum puto ἔστω πάλιν τὸ σημεῖον ἐκτὸς τῆς αβ τὸ ζ.*

B Quoniam enim rectangulum G B D eſt æquale rectangulo A B C] *quod in primo lemmate demonſtratum fuit.*

C Totum igitur rectangulum G D B æquale eſt rectangulo A B C, rectanguloque G B F hoc eſt reetangulo contento A E, B F, & rectangulo C B F] *Eſt cum rectangulum G D F æquale rectangulo G D B vna cum rectangulo G B F, & rectangulum G B F rurſus æquale rectangulo contento A E, B F & rectangulo C B F, quod G vtriſq; A E, C B ſit æqualis. rectangulum igitur G D F æquale eſt rectangulo B B C vna cum reetangulo contento A E, B F, & rectangulo C B F. Græcus codex ἔτι τῷ ὑπὸ αε, βζ καὶ τῷ ὑπὸ βζ. lege καὶ τῷ ὑπὸ γβζ.*

D Sed reetangulum contentum A F, C B vna cum contento A B, B F eſt exceſſus, quo rectangulum A F C excedit rectangulum.] *Nam rectangulum A F C eſt æquale rectangulo contento A F, C B vna cum rectangulo A F B, hoc eſt vna cum rectangulo contento A E, B F, & rectangulo B F B. rectangulum igitur A F C excedit rectangulum B F B rectangulo contento A F, C B vna cum contento A E, B F. Græcus codex. ὑπεροχὴ ἐστιν ᾗ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν δζγ τῷ ὑπὸ τῶν εβζ. ſed legendum τὸ ὑπὸ τῶν αζγ τῷ ὑπὸ τῶν εζβ.*

E Rectangulum igitur G D F eſt exceſſus, quo A F C rectangulum ipſum E F B excedit] *Græcus codex pro ε δ ζ habebat ε β ζ.*

IN ſecundum præceptum eiuſdem problematis.

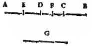
THEOREMA XLV. PROPOSITIO XLVIII.

LEM. VIII.

Sit rectangulum A D C æquale rectangulo E D B, ſitque punctum F inter D C, & vtriſque A E, C B æqualis ponatur G. Dico rectangulum E F B [ex]cedere rectangulum A F C rectangulo G D F.

Quoniam

Quoniam enim rectangulum GDC æquale eſt rectangulo BCE, commune auferatur rectangulum GFC. reliquum igitur rectangulum GDF eſt exceſſus, quo ECB rectangulum excedit rectangulum GFC. quo autem rectangulum ECB excedit rectangulum GFC, communi ablato rectangulo BCF, eodem rectangulum, quod EF, CB continetur, excedit rectangulum contentum AE, FC. & quo rectangulum contentum EF, CB excedit contentum AB, FC addito communi rectangulo AFC, eodem rectangulum BFB excedit rectangulum AFC, rectangulum igitur BFB excedit ipſum AFC rectangulo GDF. A B C



COMMENTARIVS.

Eodem rectangulum, quod BF, CB continetur, excedit rectangulum contentum AB, FC] Græcus codex τούτῳ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῆς εζ, γβ τοῦ ὑπὸ τῶν εζ, γβ τοῦ ὑπὸ τῶν αβ, ζγ lege τοῦ ὑπὸ τῶν αε, ζγ. A

Addito communi rectangulo AFC] Græcus codex κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ὑπὸ εζγ. Sed ratio cogit, vel legatur πρὸς κοινοῦ τεθέντος εζγ. B

Eodem rectangulum BFB excedit rectangulum AFC] Græcus codex τούτῳ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ εζδ τοῦ ὑπὸ αεγ lege τὸ ὑπὸ εζβ. C

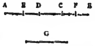
IN ſecundum præceptum ſecundi problematis.

THEOREMA XLVI. PROPOSITIO XLIX.

LEM. IX.

Sed ſit punctum F inter CB. Dico rectangulum AFC vna cum rectangulo BFE æquale eſſe rectangulo GDF. A

Quoniam enim rectangulum GDC æquale eſt rectangulo BCE, commune addatur rectangulum GCF. totum igitur GDF eſt æquale rectangulo BCE vna cum rectangulo GCF, hoc eſt vna cum rectangulo contento AE, CF, & rectangulo BCF. rectangulum autem ECB vna cum rectangulo BCF eſt totum quod EF, CB continetur. ergo rectangulum contentum EF, CB vna cum contento AE, CF eſt æquale rectangulo GDF. Sed rectangulum quidem contentum EF, CB eſt æquale rectangulo BFC, & rectangulo EFB. rectangulum autem BFC vna cum rectangulo contento AE, CF eſt totum rectangulum AFC. rectangulum igitur AFC vna cum rectangulo BFE eſt æquale ipſi GDF rectangulo. B



COMMENTARIVS.

Dico rectangulum AFC vna cum rectangulo BFE æquale eſſe rectangulo GDF] Græcus codex ὅτι γίνεται τὸ ὑπὸ τῶν αζγ μετὰ τοῦ αζε lege μετὰ τοῦ ὑπὸ βζε. A

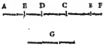
Ergo rectangulum contentum EF, CB vna cum contento AE, CF] Græcus codex γὰρ γωνία ἐν τὸ ὑπὸ εζ, γβ μετὰ τοῦ ὑπὸ αβ, γζ, &c. lege μετὰ τοῦ ὑπὸ αε, γζ. B

IN

IN ſecundum præceptum tertij problematis.

THEOREMA XLVII. PROPOSITIO L.

LEM. X. Sit punctum F extra lineam AB. Dico rectangulum AFC excedere rectangulum EFB rectangulo GDF.



A Quoniam enim rectangulum GDB eſt
B æquale rectangulo ABC, commune apponatur rectangulum GBF, totum igitur GDF eſt æquale rectangulo ABC vna cum rectangulo GBF, hoc eſt vna cum rectangulo contento AE, FF, & rectangulo CBF. rectangulum autem ABC, vna cum rectan
C gulo CBF eſt totum, quod AF, CB conti-
D netur. ergo rectangulum contentum AF, CB vna cum contento AE, BF eſt æquale
E rectangulo GDF. Sed contentum AF, CB vna cum contento AE, BF eſt exceſſus, quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB. rectangulum igitur AFC excedit rectangulum EFB rectangulo GDF. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Quoniam enim rectangulum GDB eſt æquale rectangulo ABC] *Ex tertio lemmate.*

B Commune apponatur rectangulum GBF. totum igitur GDF, &c.] *Græcus codex κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ τῶν η δ ζ. ſed legendum puto. κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ τῶν η β ζ. ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν η δ ζ.*

C Eſt totum, quod AF, CB continetur] *Græcus codex ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ α η, γ β lege τὸ ὑπὸ α ζ, γ β.*

D Eſt æquale rectangulo GDF] *Græcus codex ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ η α ζ lege τῷ ὑπὸ η δ ζ.*

E Sed contentum AF, CB vna cum contento AB, BF eſt exceſſus, quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB] *Rectangulum enim AFC eſt æquale duobus rectangulis, nempe rectangulo contento AF, CB, & rectangulo AFB, quorum rectangulum AFB eſt itidem æquale rectangulo contento AE, BF & rectangulo EFB, rectangulum igitur AFC excedit rectangulum EFB rectangulo contento AF, CB & contento AE, BF.*

IN tertium præceptum primi problematis.

THEOREMA XLVIII. PROPOSITIO LI.

LEM. XI. Sit rectangulum ADC rectangulo BDE, æquale: & exceſſui linearum AE, BC æqualis ponatur G: ſumaturque F punctum inter EB. Dico rectangulum AFC excedere rectangulum EFB rectangulo GFD.



A Quoniam enim rectangulum GBD eſt æquale rectangulo ABC, commune apponatur rectangulum GBF, totum igitur GFD æquale eſt rectangulo ABC vna cũ rectangulo GBF, hoc eſt vna cum rectangulo, quod exceſſu linearum AE, BC & BF continetur. Sed rectangulum ABC eſt id, quod continetur AF, BC vna cum rectangulo FBC. rectangulum igitur GFD eſt æquale rectangulo contento AF, BC vna cum rectangulo

CBF, &

CBF, & eo, quod exceſsu ipſarum AB, BC, & BF continetur. rectangulum autem CBF B
vna cum eo, quod exceſsu AB, BC, & BF continetur totum eſt rectangulum contentum AE, ergo rectangulum GFD eſt æquale rectangulo contento AF, BC, & conten- C
to AE, FB. Sed rectangulum AF, BC contentum vna cum contento AB, FB eſt exceſ- D
ſus quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB, rectangulum igitur AFC excedit rectangulum EFB rectangulo GDF. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Quoniam enim rectangulum GBD eſt æquale rectangulo ABC.] *Ex tertio lemmate* A
Græcus autem codex. ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν ηβδ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αγβ *lege* τῷ ὑπὸ αβγ.

Rectangulum autem CBF vna cum eo, quod exceſsu AB, BC, & BF continetur to- B
tum eſt rectangulum contentum AB, FB] *Eſt enim* AB *æqualis exceſſui, quo ipſa excedit* BC *vna cum* BC, *& propterea rectangulum contentum* AB, FB *eſt æquale rectangulo* CBF, *Vna cum eo, quod exceſſu ipſarum* AB, BC, *&* BF *continetur Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ γβ, βζ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῆς τῶν αγ, γβ ὑπεροχῆς καὶ τῆς βζ, ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αεζ. *lege* τὸ δὲ ὑπὸ γβ, βζ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῆς τῶν αε, γβ ὑπεροχῆς καὶ τῆς βζ, ὅλον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αε ζβ.

Ergo rectangulum GFD eſt æquale rectangulo contento AF, BC] *Græcus codex* C
τὸ ὑπὸ ηζδ ἴσον ἐστὶ τοῖς *&c. lege* τὸ ὑπὸ ηζδ ἄρα ἴσον ἐστὶ τοῖς, *&c.*

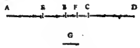
Sed rectangulum AF, BC contentum vna cum contento AB, FB eſt exceſſus, quo re- D
ctangulum AFC excedit rectangulum EFB] *Quomodo hoc ſequatur nos proxime explicauimus.*

IN primum præceptum ſecundi problematis.

THEOREMA XLIX. PROPOSITIO LII.

LEM. XII.

Iiſdem poſitis ſit punctum F inter BC. Dico rectangulum AFC vna cum rectangulo EFB æquale eſſe ei, quod G & FD continetur.



Quoniam enim rectangulū GCD æquale eſt rectangulo BCB, commune apponatur rectangulum GFC A
totum igitur GFD eſt æquale rectangulo BCB, & rectangulo GFC. B
Sed rectangulum quidem GFC eſt id, quod exceſsu ipſarum AF, BC, & FC continetur. rectangulum au- C
tem BCB eſt rectangulum BCF & contentum BF, BC. ergo rectangulum GFD æqua- D
le eſt rectangulo contento BF, CB, rectanguloque BCF & ei quod exceſsu AE, BC & CF continetur. rectangulum vero contentum exceſsu AB, BC, & CF vna cum re- E
ctangulo BCF eſt totum rectangulum contentum AE, CB. rectangulum igitur GFD eſt æquale rectangulo contento AE, CF, & contento BF, CB. At rectangulum qui- F
dem contentum BF, BC eſt rectangulum BFC, & rectangulum EFB; rectangulum autem BFC vna cum contento AB, FC eſt totum rectangulum AFC. Sed habebamus etiam rectangulum EFB. rectangulum igitur AFC vna cum rectangulo EFB æquale eſt rectangulo GFD, quod demonſtrandum proponebatur.

COMMENTARIVS.

Commune apponatur rectangulum GFC] *Græcus codex* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ ηζ. A
lege τὸ ὑπὸ ηζγ.

Totum igitur GFD eſt æquale rectangulo BCB] *Græcus codex* ἀνάλογον ἄρα *ego le-* B
gendum puto ὅλον ἄρα.

C Rectangulum autem ECB eſt rectangulum BCF, & contentum BF, BC] *Hoc eſt rectangulum* ECB *eſt æquale rectangulo* ECF *&* *contento* BF, BC.

D Ergo rectangulum GFD æquale eſt rectangulo contento EF, BC] *Græcus codex* γίνεται ἄρα τὸ ὑπὸ ηζδ ἴσον τῷ ὑπὸ εζβ. *lege* τῷ ὑπὸ εζ, βγ.

E Rectangulum vero contentum exceſſu AE, BC, & CF] *Non ſunt hæc in Græco codice, quæ tamen deſiderari videntur, ut ita legendum ſit* τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν αε, βγ ὑπεροχῆς καὶ τῆς γζ μετὰ τοῦ ὑπὸ βγζ, ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αε, γζ. *eſt autem rectangulum contentum* AB, CF *æquale rectangulo contento exceſſu ipſarum* AB, BC, *&* CF *una cum rectangulo* BCF, *quoniam* AE *eſt æqualis exceſſui, quo excedit* CB, *&* *ipſi* CB, *ut ſuperius dictum fuit.*

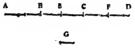
F At rectangulum quidem contentum BF, BC eſt rectangulum BFC. & rectangulum BFE] *Hoc eſt rectangulum contentum* EF, BC *eſt æquale rectangulo* EFC *una cum rectangulo* EFB. *Græcus autem codex corruptus eſt, qui ſic habeat* ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ εζ, βγ τό τε ὑπὸ εζ, ζγ ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ βγ, γβ *ſed legendum puto* τό τε ὑπὸ εζ, ζγ ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ εζ, ζβ.

G Rectangulum autem EFC una cum contento AE, FC eſt totum rectangulum AFC] *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ βζγ μετὰ τοῦ ὑπὸ αεγ ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αγζ *corrige* τὸ δὲ ὑπὸ εζγ μετὰ τοῦ ὑπὸ αε, ζγ ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αζγ.

IN Tertium Præceptum tertij problematis.

THEOREMA L. PROPOSITIO LIII.

LEM. XIII. Sit rurſus punctum F inter CB. Dico rectangulum AFC minus eſſe, quam rectangulum EFB rectangulo GFD.



Quoniam enim rectãgulum ECB eſt æquale rectangulo BCE, commune auferatur GCF rectangulum reliquum igitur GFD eſt exceſſus, quo rectangulum BCE ſuperat re-
A ctangulũ GCF, hoc eſt id, quod ex-
B ceſſu AE, BC & CF cõtentũ. Quo autẽ rectangulum ECB ſuperat rectan-
C gulum contentum exceſſu AE, BC, & CF, addito communi rectangulo FCB, eodem rectangulum contentum BF, BC ſuperat contentum AE, CF. & rurſus communi addito EFC rectangulo, eodem rectangulum EFB ſuperat ipſum AFC. ergo rectangulum AFC minus eſt, quam rectangulum EFB rectangulo GFD.

COMMENTARIVS.

A Hoc eſt id, quo exceſſu AE, BC, & CF continetur] *Græcus codex* ἔστι τοῦ ὑπὸ καὶ τῆς αε, γβ ὑπεροχῆς καὶ τῆς γζ. *lege* ἔστι τοῦ ὑπὸ τῆς τῶν αε, γβ ὑπεροχῆς καὶ τῆς γζ.

B Quo autem rectangulum ECB ſuperat rectangulum contentum, &c.] *Græcus codex* ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αζβ. *lege* τὸ ὑπὸ εζβ.

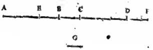
C Eodem rectangulum contentum BF, BC ſuperat contentum AE, CF] *Rectangulum enim* BF, BC *contentum eſt æquale rectangulo* ECB *una cum rectangulo* FCB, *&* *rectangulum contentum* AE, CF *rurſus eſt æquale rectangulo contento exceſſu* AE, BC, *&* CF *una cum rectangulo* FBC.

IN Tertium præceptum tertij Problematis.

THEOREMA LII. PROPOSITIO LIV.

LEM. XIV. Sed ſit punctum F extra. Dico rurſus rectangulum AFC ſuperare rectangulum EFB rectangulo GDF.

Quoniam



Quoniam enim rectangulum GCD eſt æquale rectãgulo ECB vtraque auferatur a rectangulo GCF. reliquum igitur GDF eſt exceſſus, quo GCF rectangulum ſuperat ipſum ECB, & communi addito rectangulo BCF, eodem exceſſu rectangulum contentum AB, CF ſuperat contentum EF, BC, etenim exceſſus AB, CB vna cum BC eſt ipſa AE. Quo autem rurſus rectangulum contentum AB, CF ſuperat contentum EF, BC, addito communi rectangulo BFC. eodem rectangulum AFC ſuperat ipſum EFB, rectangulum igitur AFC ſuperat rectangulum EFB rectangulo GDF. A B

COMMENTARIVS,

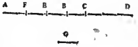
Reliquum igitur GDF] *Græcus codex ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ η δ ζ ſed ego potius legendum cenſeo λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ η δ ζ.* A

Etenim exceſſus AE, CB vna cum BC eſt ipſa AE] *Græcus codex ἡ ἄρα τῶν α ε, γ β ὑπεροχὴ μετὰ τῆς β γ ἡ α ε ἐστιν ego potius legerem ἡ γὰρ τῶν α ε, γ β ὑπεροχὴ, &c. videtur enim reddere rationem, cur rectangulum contentum AE, CF ſit æquale rectangulo GCF, hoc eſt rectangulo contento exceſſu linearum AE, CB, & CF vna cum rectangulo BCF, quam nos ſupra attulimus. quare opportunius feciſſet Pappus, ſi hoc in vndecimo lemmate explicaſſet.* B

IN tertium præceptum tertij problematis.

THEOREMA LII. PROPOSITIO LV.

Sit punctum F inter AE. Dico rectangulum AFC vna cum rectangulo EFB æquale eſſe rectangulo GFD. LEM. XV.



Quoniam enim rectangulum GBD æquale eſt rectangulo ABC, commune addatur rectangulum GBF. totum igitur GFD eſt æquale rectanguloque ABC & rectangulo GBF. Sed rectangulum quidem ABC æquale eſt rectangulo contento AF, BC, & rectangulo FBC; rectangulum verò contentũ exceſſu AE, BC, & FB vna cum rectangulo CBF æquale eſt rectangulo, quod AB, BF continetur. At rectangulum contentum AB, BF eſt rectangulum EFB, & rectangulum AFB, quod quidem AFB vna cum eo, quod continetur AF, BC eſt rectangulum AFC, rectangulum igitur AFC vna cum rectangulo EFB æquale eſt rectangulo GFD, quod demonſtrare oportebat. A B C D

COMMENTARIVS.

Totum igitur GFD eſt æquale rectanguloque ABC, & rectangulo GBF] *Hoc eſt æquale rectangulo ABC vna cum eo, quod continetur exceſſu linearum AB, BC, & BF.* A

Rectangulum verò contentum exceſſu AE, BC, & BF vna cum rectangulo CBF æquale eſt rectangulo, quod AB, BF continetur] *Eſt enim AE æqualis exceſſui, & ipſi CB.* B

At rectangulum contentum AB, BF eſt rectangulum EFE, & rectangulum AFB] *Græcus codex corruptus eſt, & manens in quo legitur ἄρα ἐστι τοῦτο ὑπὸ β ζ γ καὶ τὸ ὑπὸ α ζ β fortaſſe verò ita reſtituetur. τὸ ὑπὸ α ε β ζ. ἄρα ἐστι τὸ τὸ ὑπὸ β ζ ε καὶ τὸ ὑπὸ α ζ β, vel hoc modo τὸ δὲ ὑπὸ α ε β ζ ἐστι τὸ τὸ ὑπὸ β ζ ε &c. rectangulum enim contentum AE, BF eſt æquale rectangulo BFE vna cum rectangulo AFB ex prima ſecundi elementorum.* C

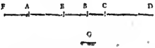
 Quod

D Quod quidem AFB vna cum eo, quod continetur AF, EC eſt rectangulum AFC] *Græcus codex ὃ μετὰ τοῦ ὑπὸ αδβ ἴσι τὸ ὑπὸ αζγ. Sed legendum puto ὃ μετὰ τοῦ ὑπὸ αζβγ ἴσι τὸ ὑπὸ αζγ.*

IN tertium præceptum tertij problematis.

THEOREMA LIII. PROPOSITIO LVI.

LEM. XVI. Sit rurſus punctum F extra. Dico rectangulum AFC minus eſſe, quàm rectangulum EFB, rectangulo GFD.



Quoniam .n. rectangulum GAD
A eſt æquale rectangulo BAE, commune apponatur rectangulũ GAF. totum igitur rectangulum GDF eſt æquale rectanguloque BAE, & rectangulo contento exceſſu
B AE, BC & AF. Rurſus commune apponatur rectãgulum, quod FA, BC continetur. Sed rectangulum quidem contentum exceſſu AE, BC & AF vna cum contento FA, BC æquale eſt rectangulo FAB. rectangulum verò BAE vna cum rectangulo FAB totum eſt rectangulum contentum FB, AE. quod igitur FB, AE continetur æquale eſt rectanguloque GDF & rectangulo contento FA, BC. quare GDF eſt
C exceſsus, quo rectangulum contentum FE, AF ſuperat contentum FA, BC. Sed quo rectangulum ex FB, AE ſuperat rectangulum ex FA, BC, addito communi rectangulo BFA, eodem, & rectangulum BFE ſuperat rectangulum CFA. rectangulum igitur BFE
D ſuperat rectangulum CFA rectangulo GDF, Quare CFA rectangulum minus eſt quam rectangulum BFE rectangulo GDF. quod oportebat demonſtrare.

COMMENTARIUS.

A Commune apponatur rectangulum GAF] *Græcus codex. pro ηαζ mendoſe habebat βαδ.*

B Rurſus commune apponatur rectangulm, quod FA, BC continetur] *Græcus codex corruptus eſt, & mancus, in quo legitur τὸ ὑπὸ ζβ, αε λοιπὸν τὸ ὑπὸ ζαβγ ego reſtituendum puto in hanc ſententiam πάλιν κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ ζα βγ, ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῆς τῶν αε, βγ ὑπεροχῆς καὶ τῆς αζ μετὰ τοῦ ὑπὸ ζα, βγ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ζαε τὸ δὲ ὑπὸ βαε μετὰ τοῦ ὑπὸ ζαε ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ζβ. αε τὸ ἄρα ὑπὸ ζβ, αε ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ηδζ καὶ τῷ ὑπὸ γα, βγ, ὥστε τὸ ὑπὸ ηδζ ἡ ὑπεροχή ἐστιν &c.*

C Sed quo rectangulum ex FB, AE ſuperat rectangulum ex FA, BC addito communi rectangulo BFA, eodem & rectangulum BFE ſuperat rectangulum CFA] *Græcus codex ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ζβ, αε τοῦ ὑπὸ ζα, βγ ὑπερέχει, κοινοῦ προστεθέντος τοῦ ὑπὸ βζα, τούτῳ ὑπερέχει ὡ καὶ τὸ βζε τοῦ ὑπὸ γζα ſed legendum cenſeo. ἀλλ' ᾧ, τὸ ὑπὸ ζβ, αε τοῦ ὑπὸ ζα, βγ ὑπερέχει, κοινοῦ προστεθέντος τοῦ ὑπὸ βζα, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ βζε τοῦ ὑπὸ γζα.*

D Quare CFA rectangulum minus eſt, quam rectangulum BFE rectangulo GDF. *Græcus codex ὥστε τὸ ὑπὸ γζ ἀπὸ τοῦ ὑπὸ βζε lege τὸ ὑπὸ γζα τοῦ ὑπὸ βζε.*

IN Tertium preceptum primi Problematis.

THEOREMA LIV. PROPOSITIO LVII.

LEM. XVII. Sit AB æqualis ipſi CD, & quodvis punctum E inter BC puncta. Dico rectangulum AED ſuperare rectangulum BEC rectangulo ACD.

Quoniam

Quoniam enim rectangulum AED æquale eſt rectangulo AEC, & rectangulo contento AB, CD, quorum rectangulum AEC rurſus eſt æquale rectangulo BEC, & rectangulo contento AB, BC; erit rectangulum AED æquale rectangulo BEC vna cum rectangulo contento AB, BC, & contento AB, CD. rectangulum igitur AED ſuperat rectangulum BEC rectanguloque contento AB, BC, hoc eſt BCD, etenim AB, CD æquales ſunt, & rectangulo contento AE, CD. Sed rectangulum ECD, & contentum AE, CD ſunt totum rectangulum ACD. ergo rectangulum AED ſuperat rectangulum BEC rectangulo ACD. B C D E



COMMENTARIVS.

Sit AB æqualis ipſi CD] *Græcus codex.* ἴσω ἡ αβ τῇ γδ *fortaſſe addendum erit verbum* ἔστω *vel ſubintelligendum, & ſimiliter in lemmate, quod ſequitur.* A

Quoniam enim rectangulum AED æquale eſt rectangulo ABC, & rectangulo contento AB, CD, quorum rectangulum AEC rurſus eſt æquale rectangulo BEC & rectangulo contento AB; BC] *Hæc nos perſpicuitatis gratia latius explicauimus.* B

Rectangulum igitur AED ſuperat rectangulum BEC, &c.] *Græcus codex.* τὸ ἄρα ὑπὸ αγδ τῦ ὑπὸ βε, εγ *lege* ἄρα ὑπὸ αε, εδ τῦ ὑπὸ βε, εγ. C

Et rectangulo contento AB, CD] *Græcus codex* καὶ τὸ ὑπὸ αγ, γδα *lege* καὶ τῷ ὑπὸ αε, γδ. D

Sed rectangulum ECD & contentum AE, CD ſunt totum rectangulum ACD] *Græcus codex mancus eſt hoc loco, & fortaſſe ita reſtituetur* ἀλλὰ τὸ τῦτε ὑπὸ εγ, γδ καὶ τὸ ὑπὸ αε, γδ γίνεται ὅλον τὸ ὑπὸ αγ, γδ. E

IN Tertium præceptum primi problematis.

THEOREMA LV. PROPOSITIO LVIII.

LEM. XVIII.

Sit AB æqualis CD, & ſumatur punctum E inter CD. Dico rectangulum AED vna cum rectangulo BEC æquale eſſe rectangulo ACD. A

Quoniam enim rectangulum AED æquale eſt rectangulo contento AC, ED, & rectangulo CED cõmune apponatur rectangulum BEC. rectangulum igitur AED vna cum rectangulo BEC eſt æquale rectangulo contento AC, ED. rectanguloque CED, & rectangulo BEC, ſed rectangulum quidem CED vna cum rectangulo BEC totum eſt rectangulum contentum BD, CE, hoc eſt ACE æquales enim ſunt, & totæ lineæ AC, BD. rectangulum vero contentum AC, ED vna cum rectangulo ACE eſt æquale rectangulo ACD. B C D



COMMENTARIVS.

Dico rectangulum AED vna cum rectangulo BEC æquale eſſe rectangulo ACD *Græcus codex hoc loco corruptus eſt, & mancus, in quo legitur* ὅτι τὸ ὑπὸ αε, εδ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῆς αγ, εδ, καὶ τῷ ὑπὸ γε, εδ. καὶ κοινὸν προσκείσθω, *&c. ego ita reſtituendum cenſeo* ὅτι τὸ ὑπὸ αε, εδ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αγδ, ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῆς αε, εδ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῆς αγ, εδ, καὶ τῷ ὑπὸ γε, εδ κοινὸν προσκείσθω. A

Sed rectangulum quidem CED vna cum rectangulo BEC] *Græcus codex* ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ γε, εβ *lege* τὸ μὲν ὑπὸ γε, εδ. B

Aequalis enim ſunt, & totæ lineæ AC, BD] *Nam cum* AB, CD *æquales ponantur, addaturque communis* BC, *erit* AC *ipſi* BD *neceſſario æqualis.* C

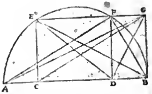
Re-

D Rectangulum vero contentum AC, BD vna cum rectangulo ACE eſt æquale rectangulo ACD] *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν α γ, β δ μετὰ τοῦ ὑπὸ β ε, ε γ ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ α γ ε *ego legendum arbitror* μετὰ τοῦ ὑπὸ α γ ε ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ α γ δ.

IN Monachos primi ſecundi, & tertij Epitagmatis.

THEOREMA LVI. PROPOSITIO LIX.

LEM. XIX. Semicirculo exiſtente AEB, & diametro AB, exiſtentibuſque perpendicularibus CE, DF, & ducta recta linea EFG, & ad ipſam perpendiculari BG, tria porrò contingunt, videlicet rectangulum quidem CBD æquale eſſe quadrato ex BG; rectangulum vero contentum AC, BD quadrato ex FG, & contentum AD, CB quadrato ex EG.



Iungantur enim GC, GD, AF, AD, AG, FB. Quoniam igitur rectus eſt angulus, qui ad, & perpendicularis FD, erit angulus DFB angulo
A BAF æqualis. Sed angulus quidem
B DFB eſt æqualis angulo DGB. angulus vero BAF (iuncta BE) eſt æqua
C lis angulo BEF, hoc eſt angulo BCG. angulus igitur DGB angulo BCG æ
D qualis erit, & propterea rectangulum CBD eſt æquale quadrato ex BG. eſt autem, & totum rectangulum ABD æqua
E le quadrato ex BF. reliquum igitur quod AC, DB continetur eſt æquale quadrato ex FG. rurſus quoniam rectangulum ABC æquale eſt quadrato ex BB, quorum rectangu
F lum CBD eſt æquale quadrato ex BG, erit reliquum contentum AD, CB quadrato ex BG æquale. contingunt igitur tria, quæ proponebantur.

COMMENTARIVS.

A Sed angulus quidem DFB eſt æqualis angulo DGB] *Quoniam enim quadrilateri* DB, FG *duo anguli oppoſiti* FDB, BGF *recti ſunt, erunt reliqui duo æquales duobus rectis, nam quadrilateri cuiuſque anguli quattuor rectis ſunt æquales; cum in duo triangula diuidantur. ergo ex conuerſa 23. tertij elementorum quattuor puncta* FD, BG *ſunt in circumferentia eiuſdem circuli angulus igitur* DFB *angulo* DGB *eſt æqualis.*

B Angulus vero BAF (iuncta BE) eſt æqualis angulo BEF] *Ex 21. tertij elementorum.*

C Hoc eſt angulo BCG] *Quod eodem modo demonſtrabimus, quo ſupra angulum* DFB *æqualem eſſe angulo* DGB. *Sunt enim rurſus puncta* EC, BG *in eiuſdem circuli circumferentia.*

D Et propterea rectangulum CBD eſt æquale quadrato ex BG] *Quoniam enim trianguli* CBG *angulus* BCG *eſt æqualis angulo* BGD, *& angulus ad* B *rectus: erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile. ergo vt* CB *ad* BG, *ita eſt* GB, *ad* BD, *rectangulum igitur* CBD *quadrato ex* BG *eſt æquale.*

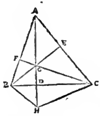
E Reliquum igitur, quod AC, DB continetur eſt æquale quadrato ex FG] *Nam rectangulum quidem* ABD *eſt æquale rectangulo* CBD *vna cum rectangulo contento* AC, DB *ex prima ſecundi elementorum, quadratum vero ex* FB *æquale eſt quadrato ex* BG *vna cum quadrato ex* FG *ex 47. primi elementorum.*

F Erit reliquum contentum AD, CB quadrato ex BG æquale] *Rurſus enim eadem ratione rectangulum* ABC *æquale eſt rectangulo* CBD *vna cum eo, quod* AD, CB *continetur.*

IN Monachum tertij Problematis.

THEOREMA LVII. PROPOSITIO LX.

Sit triangulum ABC, & ducantur AD, BE, CF, ſitque AD perpendi- LEM XX.
cularis ad BC, & puncta AF, GF ſint in circulo. Dico angulos ad FE A
rectos eſſe.



Producatur enim AD, & ipſi GD æqualis ponatur DH. iunganturque BH, HC. æqualis igi- B
tur eſt angulus H angulo BGC, hoc eſt ipſi FGE.
ſed angulus FGE. vna cum angulo A æqualis eſt C
duobus rectis. ergo, & BHC angulus vna cum D
angulo A duobus rectis eſt æqualis. In circulo
igitur ſunt AB, HC puncta, & ideo angulus BAG E
æqualis eſt angulo BCH, hoc eſt GCD. ſunt au-
tem, & anguli ad G ſecundum verticem inter ſe F
æquales, reliquus igitur angulus ad DB æqua-
lis reliquo ad F. ſed angulus ad D eſt rectus.
ergo & rectus, qui ad F. Eadem ratione, & an- G
gulus, qui ad E eſt rectus, anguli igitur ad FE puncta recti ſunt, quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Et puncta AF, GB ſint in circulo] *In Græco codice legitur. ἐν κύκλῳ δὲ τὰ ζε σημεῖα. ſed puto legendum τὰ αζ, ηε σημεῖα.* A

Aequalis igitur eſt angulus H angulo BCG] *Quoniam enim trianguli* COD *duo latera* GD, DC *ſunt æqualia duobus lateribus* HD, DC *trianguli* CHD, *& anguli ad* D *recti, erit & baſis* GC *baſi* CH *æqualis, & angulus* DGC *æqualis angulo* DHC, *& eodem modo demonſtrabitur angulus* BGD *æqualis angulo* BHD. *totus: igitur angulus* BGC *toti* BHC *eſt æqualis.* B

Sed angulus FGE vnà cum angulo A æqualis eſt duobus rectis] *Ex 22. tertij elementorum. Græcus codex ἀλλά μὴ ὑπὸ ζαε lege ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ζαε.* C

In circulo igitur ſunt AB, HC puncta] *Ex conuerſa 22. tertij elementorum. Græcus codex ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ αβγ σημεῖα lege τὰ αβ, θγ σημεῖα.* D

Et ideo anguluss BAG æqualis angulo BCH] *NEx 21. tertij elementorum.* E

Reliquus igitur angulus ad D æqualis eſt reliquo ad F] *Græcus codex λοιπόν ἄρα ὑπὸ δ. lege λοιπὴ ἄρα ἡ δ.* F

Eadem ratione, & angulus, qui ad E eſt rectus] *Græcus codex διὰ τὰ αὐτὰ καὶ μὴ πρὸς τῷ ε. lege καὶ ἡ πρὸς τῷ ε.* G

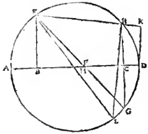
Monachus primi problematis tertij Epitagmatis.

THEOREMA LVIII. PROPOSITIO XLI.

LEM. XXI.

Tribus datis rectis lineis AB, BC, CD ſi fiat vt rectangulum ABD ad rectangulum ACD, ita quadratum ex BE ad quadratum ex EC, ſingularis A proportio, & minima eſt rectanguli AED ad rectangulum BEC. Itaque dico eandem eſſe, quæ eſt quadrati ex AD ad quadratum exceſſus, quo recta linea, quæ poteſt rectangulum contentum AC, BD excedit eam, quæ poteſt contentum AB, CD.

Deſcri-



Deſcribatur circulus circa AD, & BF, CG perpendiculares ducantur. Quoniam igitur eſt vt rectangulum ABD ad rectangulum ACD, hoc eſt vt quadratum ex BF ad quadratum ex CG ita quadratum ex HB ad id, quod ex EC quadratum, erit etiam longitudine, vt BF ad CG, ita HB ad
B EG, ergo recta linea eſt, quæ per FEG tranſit, ſit FEG, & CG ad H producatur;
C ducatur; iuncta vero FH producatur
59. huius. ad K, atque ad ipſam perpendicularis agatur DK. ergo per antecedens lemma rectangulum contentum AC, BD eſt æquale quadrato ex FK: rectangulum vero contentum AB, CD quadrato ex HK æquale. reliqua igitur FH eſt exceſſus, quo recta linea, quæ poteſt rectangulum contentum AC, BD excedit eam, quæ poteſt contentum AB, CD. ducatur per centrum FL, & HL iungatur. Itaq; quoniam rectus angulus FHL eſt æqualis recto BEG, & angulus ADL æqualis ei, qui ad
D G; æquiangula erunt triangula, & ideo vt LF ad FH hoc eſt vt AD ad FH, ita GE ad
E EC. ergo & vt quadratum ex AD ad quadratum ex FH, ita quadratum ex GE ad qua-
F dratum ex EC: & rectangulum GEF, hoc eſt AED ad rectangulum BEC. eſt autem
μοναχὸς rectanguli quidem AED ad rectangulum BEC ſingularis & minor proportio; FH vero eſt exceſſus, quo recta linea, quæ poteſt rectangulum contentum AC, BD, hoc eſt quadratum ex FK, excedit eam, quæ poteſt contentum AB, CD, hoc eſt quadratum
G ex HK. ergo ſingularis, & minor proportio eadem eſt, quæ quadrati ex AD ad qua-
μοναχὸς dratum exceſſus, quo recta linea, quæ poteſt rectangulum contentum AC, BD excedit eam, quæ poteſt contentum AB, CD.

COMMENTARIVS.

A Singularis propoſtio, & minima eſt rectanguli AED ad rectangulum BEC] *Græcus codex ὁ μοναχὸς λόγος καὶ ἐλάχιστός ἐστιν ὁ τοῦ ὑπὸ αεδ πρὸς τὸ ὑπὸ βεγ, quibus verbis quid ſignificetur, quidque per monachos, & epitagma in his lemmatibus intelligat, ſatis percipi non poteſt, cum Apollonij libris careamus, in quibus ea conſcripta ſunt.*

B Ergo recta linea eſt, quæ per FEG tranſit] *Iungatur FG ſecans rectam lineam AD in puncto M. Quoniam igitur anguli FMB, GMC ad verticem ſunt æquales, & angulus ad B rectus æqualis recto ad C, erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum MFB triangulo*
4. ſexti. *MGC ſimile. ergo vt FB ad BM, ita GC ad CM: & permutando vt FB, ad GC, ita BM ad MC. erat autem vt FB ad GC, ita BE ad EC. quare & vt BE ad EC, ita eſt BM ad MC: & componendo vt BC ad CE, ita BC ad CM. ergo CM ipſi CE eſt æqualis, & punctum M idem, quod E recta igitur linea eſt, quæ per FEG tranſit.*

C Iuncta vero FH producatur ad K, atque ad ipſam perpendicularis agatur DK] *Græcus codex ἐπιζευχθεῖσα δὲ ἡ ζθ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ η καὶ ἀπ' αὐτῆς κάθετος ἤχθω ἡ δη. ſed pro H hoc loco reponendum eſt K, & ita inferius.*

D Et ideo vt LF ad FH, hoc eſt vt AD ad FH.] *Græcus codex ἔστιν ἄρα ὡς ἡ αζ πρὸς τὴν θζ lege ὡς ἡ λζ πρὸς τὴν θζ nam cum LF per centrum tranſeat, circuli diameter erit ipſi AD æqualis.*

E Ergo & vt quadratum ex AD ad quadratum ex FH, ita quadratum ex GE ad quadratum ex EC] *Ex 22. ſexti elementorum. Græcus codex mancus eſt, in quo legitur. καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὸ ἀπὸ ηη πρὸς τὸ ἀπὸ ηγ. lege καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὸ ἀπὸ θζ, οὕτως τὸ ἀπὸ ηη πρὸς τὸ ἀπὸ εγ.*

F Et rectangulum GEF, hoc eſt AED ad rectangulum BEC] *Namque vt quadratum ex GE ad quadratum ex EC, ita eſt rectangulum GEF ad rectangulum BEC, quod mox oſtendetur. ergo vt quadratum ex AD ad quadratum ex FH, ita rectangulum GEF, hoc eſt rectangulum AED ad rectangulum BEC. Quoniam enim triangulum EGC ſimile eſt triangulo EFB, vt GE ad EF, ita eſt CE ad EB. Sed vt GE ad EF, ita quadratum ex GE ad rectangulum GEF: vt autem CE ad EB, ita quadratum ex CE ad CEB rectangulum quare vt quadratum*

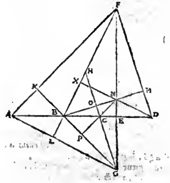
dratum ex GB *ad rectangulum* GEF *ita quadratum ex* CB *ad rectangulum* CEB, *& permutando vt quadratum ex* GB *ad quadratum ex* EC, *ita rectangulum* GEF *ad rectangulum* CEB *Vereor tamen ne in græco codice nonnulla deſiderentur.*

Ergo ſingularis, & minor proportio eadem eſt, quæ quadrati ex AD ad quadratum G
exceſſus, quo recta linea quæ poteſt rectangulum contentum AC, D exced[illegible]am, quæ
poteſt contentum AB, CD] *Græcus codex* ἔστι ὁ μοναχὸς καὶ ἐλάσσων λόγος ὁ αὐτὸς ὅς ἐστι τῆς ἀπὸ τῆς αδ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει ἡ δυναμένη τὸ ὑπὸ αβ γδ. ὅπερ *legendum autem* ὁ δυναμένη τὸ ὑπὸ αγ, βδ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αβ, γδ ὅπερ.

Monacus tertij Problematis ſecundi Epitagmatis.

THEOREMA LIX. PROPOSITIO LXII.

Ruſſus tribus datis rectis lineis AB, BC, CD, ſi fiat vt rectangulum LEM. XXII.
ADB ad rectangulum ACB, ita quadratum ex DE ad quadratum ex EC, A
ſingularis, & minor proportio eadem eſt, quæ quadrati rectæ lineæ conſtantis ex ea, quæ poteſt rectangulum contentum AC, BD, & ex ea, quæ poteſt contentum AD, BC ad quadratum ex DC.



Ducatur a puncto E ipſi AD ad
rectos angulos EF, & producatur,
ſitq; rectangulo ADB æquale qua-
dratum ex FD, & ipſi FD paralle-
la ducatur GC. Quoniam igitur, B
vt rectangulum ADB ad rectangu-
lum ACB, ita eſt quadratum ex DE
ad quadratum ex EC, hoc eſt qua- C
dratum ex DF ad quadratum ex
CG; atque eſt rectangulum ADB D
quadrato ex FD æquale: erit, &
rectangulum ACB æquale quadra-
to ex CG. Iungantur AF, FB, AG,
GB. Itaque cum rectangulum ADB E
ſit æquale quadrato ex DF, angu-
lus BFD æquali eſt angulo FAB.
eſt autem, & BGC angulus angulo F
BAG æqualis. Sed & angulus BFD G
angulo BHG, anguli igitur BHG, H
BGH, hoc eſt ſi producatur GB angulus KBF æqualis eſt angulo LAK. quare in circu- K
lo ſunt AL, BK puncta, & per antecedens lemma anguli ad KL puncta recti ſunt. Du- L
catur ad FD perpendicularis EM, & iuncta DN ad X producatur. perpendicularis M
igitur eſt ad FL, & ipſi GL parallela. Rurſus autem iuncta OC producatur ad P. N
ergo perpendicularis ad BN; eſt enim FD ad BM perpendicularis. Quoniam igitur O P
rectangulum ACB æquale eſt quadrato ex CG, erit angulus BGC angulo GAC æqualis Q
Sed angulus quidem BGC. æqualis eſt angulo CNB in circulo, angulus autem GAB æ- R
qualis eſt ipſi BDN in parallelis. ergo & angulus BAC angulo FDN eſt æqualis, ac S
propterea rectangulum DBC æquale eſt ei, quod fit ex BN quadrato. Quoniam au- T V
tem in triangulo BDF acta eſt perpendicularis DNX, & inflexæ ſunt ad ipſam FN, NB,
erit quadratorum ex FD, DB exceſſus æqualis exceſſui quadratorum ex FN, NB. ſed X
exceſſus quadratorum ex FD, DB eſt ABD rectangulum. ergo & quadratorum ex FN
NB exceſſus eſt idem rectangulum ABD eſt autem & rectangulum DBC æquale qua-
drato ex BN. quare NF poteſt rectangulum, quod AC, BD continetur. Rurſus quo- Y
niam quadratorum ex NG, GB exceſſus eſt æqualis exceſſui quadratorum ex NC, CB,
quadratorum autem ex NC, CB exceſſus eſt ECB rectangulum, erit quadratorum ex Z
NG, GB exceſſus rectangulum BCB atque eſt rectangulum AEB æquale quadrato ex
BG. ergo NG poteſt totum rectangulum, quod AD, BC continetur. Sed, & FN po- a

y teſt rectangulum contentum A C, B D. Itaque quoniam rectus eſt angulus F E G & per-
7.quinti. pendicularis A E, erit rectangulum A E B rectangulo F E G æquale. ergo vt rectangu-
lum A E B ad rectangulum C E D, ita eſt rectangulum F E G ad rectangulum C E D, vt
♪ autem rectangulum F E G ad rectangulum C E D, ita quadratum ex F G ad quadratum
ex C D. & vt igitur rectangulum A E B ad rectangulum C E D, ita quadratum ex F G ad
quadratum ex C D. eſtque rectanguli quidem A E B ad rectangulum C E D vnica, & mi-
e nor proportio; recta vero linea F E G conſtat ex ea, quæ poteſt rectangulum conten-
ζ tum A C, B D, & ex ea, quæ poteſt contentum A D, B C. proportio igitur vnica, & mi-
nor, eadem eſt, quæ quadrati rectæ lineæ conſtantis ex ea, quæ poteſt rectangulum
contentum A C, B D, & ex ea, quæ poteſt contentum A D, B C ad quadratum ex C D.

COMMENTARIVS.

A Rurſus tribus datis rectis lineis A B, B C, C D, ſi fiat vt rectangulum A D B ad rectan-
gulum A C B, ita quadratum ex D E ad quadratum ex E C] *Græcus codex ἐὰν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ αδζ πρὸς τὸ ὑπὸ αεγ lege ἐὰν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ αδβ πρὸς τὸ ὑπὸ αγβ.*

B Quoniam igitur vt rectangulum A D B ad rectangulum A C B, ita eſt quadratum ex
D E ad quadratum ex E C] *Græcus codex ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ὑπὸ αδβ πρὸς ὑπὸ αβγ lege πρὸς τὸ αγβ.*

C Hoc eſt quadratum ex D F ad quadratum ex C G] *Eſt enim ob ſimilitudinem triangulorum D E F, C E G, vt D E ad E C, ita D F ad C G.*

D Atque eſt rectangulum A D B quadrato ex F D æquale erit, & rectangulum A C B æ-
quale quadrato ex C G] *Ex 14. primi libri elementorum.*

E Itaque cum rectangulum A D B æquale ſit quadrato ex D F, angulus B F D æqualis eſt
angulo F A B] *Quoniam enim rectangulum A D B eſt æquale quadrato ex D F, erit, ex 17. ſexti elementorum, vt A D ad D F, ita F D ad D B: & ſunt circa angulum A D F latera proportionalia. triangula igitur A D F, F D B inter ſe ſimilia erunt: ideoque angulus B F D æqualis erit angulo F A D.*

F Eſt autem & B G C angulus angulo B A G æqualis] *Rurſus quoniam rectangulum A C B æquale eſt quadrato ex C G, vt A C ad C G, ita erit G C ad C B ex eadem 17. ſexti. & circa angulum A C G ſunt latera proportionalia. ergo triangulum B C G ſimile eſt triangulo G C A, angulusque B G C angulo C A G æqualis.*

G Sed & angulus B F D eſt æqualis angulo B H G] *Ex 29. primi elementorum. producta nimirum G C vſque ad F B in H; facta eſt enim G C ipſi F D parallela: Græcus codex. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ αζδ. lege ἡ ὑπὸ βζδ.*

H Anguli igitur B H G, B G H, hoc eſt ſi producatur G B, angulus K B F æqualis eſt angu-
lo L A K] *Nam cum demonſtratum ſit angulum B F D æqualem eſſe angulo F A D, itemque angulum B G C angulo B A G, erunt duo anguli B F D, B G H, hoc eſt duo anguli B H G, B G H æquales duobus angulis F A D, B A G, hoc eſt angulo L A K, qui ex his conſtat; ſed producta G B angulus K B F eſt æqualis duobus interioribus, & oppoſitis B H G, B G H ex 32. primi elementorum. angulus igitur K B F angulo L A K æqualis erit.*

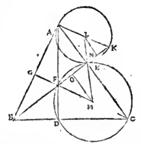
K Quare in circulo ſunt A L, B K puncta] *Quoniam enim angulus K B F eſt æqualis angulo L A K & anguli K B F, K B L æquales ſunt duobus rectis, erunt quadrilateri A K B L anguli L A K K B L oppoſitis duobus rectis æquales. ergo ex conuerſa 22. tertij elementorum. quattuor puncta A L B K in circuli circumferentia ſit neceſſe eſt.*

L Et per antecedens lemma anguli ad K L puncta recti ſunt] *Videlicet per 60. huius.*

M Et iuncta D N ad X producatur. perpendicularis igitur eſt ad F L, & ipſi G L paral-
lela] *Hoc nos ſequenti lemmate demonſtrabimus.*

Sit triangulum acutiangulum A B C, & ducatur perpendicularis A D, à puncto autem B ad A C rurſus perpendicularis ducatur B E ſecans A D in F: & iuncta C F in G producatur. Dico C G ad A B perpendicularem eſſe. Ducatur enim à puncto A ipſi A B ad rectos angulos A K,
31. tertij. *& producatur B E, ita vt cum A K in K puncto conueniat. ſeceturque F E bifariam in M, &*
centro quidem M, interuallo autem M F. circulus F E C deſcribatur, qui tranſibit per E: an-
31. tertij. *gulus enim F E C rectus eſt. ſimiliter ſecta A K bifariam in L, centro L interuallo autem L K alius circulus deſcribatur A K C, qui per E tranſibit. Iungatur L M, quæ itidem tranſibit per*
28. primi. *E punctum ex 13. tertij. Denique à punctis L M ad B K perpendiculares ducantur L N, M O,*

quæ



quæ inter ſe parallelæ erunt. æqualis igitur eſt KN *ipſi* NB, *&* EO *ipſi* OF. *Itaque quoniam angulus* MEO *eſt æqualis angulo* LEN, *aduerticem enim ſunt, & angulus* MOE *rectus æqualis recto* LNE, *erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum* EOM *triangulo* ENL *æquiangulum. quare vt* LE *ad* EM, *ita* NE *ad* EO, *& permutando vt* LE *ad* EN, *ita* ME *ad* EO. *ſed vt* NE *ad* EK *eius duplam, ita* OE *ad* EF *eius duplam ex æquali igitur vt* LE *ad* EK, *ita* ME *ad* EF. *& ſunt circa æquales angulos* KEL FEM *latera proportionalia. triangulum igitur* EMF *triangulo* ELK *æquiangulum eſt; & angulus* EFM *angulo* EKL *æqualis, ideoque* FM *ipſi* LK *eſt parallela. Sed* KA *perpendicularis eſt ad* BA. *ergo &* CG *ad eandem perpendicularis erit, quod oportebat demonſtrare.* 3.tertij. 4. ſexti. 6.ſexti. 29.primi

Rurſus autem iuncta OC producatur ad O, ergo perpendicularis eſt ad BN;] *Atqui prius ducta eſt* GC *cum facta ſit ipſi* FD *parallela, & producta eſt ad* BF *in* H, *alioqui non eſſet angulus* BHG *æqualis angulo* BFD, *vt dictum eſt vel igitur hæc corrupta ſunt, vel intelligendum* GC *productam ſecare ipſam* BM *ad rectos angulos, atque in puncto* O, *propterea quod* FD, *quæ ipſi parallela eſt, eadem ad rectos angulos ſecat.* N 29.primi

Eſt enim FD ad BM perpendicularis.] *Namque ducta eſt ad* FD *perpendicularis* BM. *Græcus codex habet* καὶ γὰρ ἡ βδ ἐπὶ τὴν νβ, *ſed opinor legendum* καὶ γὰρ ἡ ζδ ἐπὶ τὴν νβ. O

Quoniam igitur rectangulum ACB æquale eſt quadrato ex CG] *Hoc enim ſuperius demonſtratum fuit.* P

Erit angulus BGC angulo GAC æqualis] *Qua ratione hoc ſequitur nos proxime explicauimus.* Q

Sed angulus quidem BGC æqualis eſt angulo CNB. in circulo] *Quomodo anguli* BGC, CNB *æquales ſint in circulo conſiderare poſſumus. namque, & aliter idem oſtendere producatur* NC *vſque ad* BG *in* P. *& quoniam in triangulo* BGN *ductæ ſunt perpendiculares, ad* BN *quidem* GO *ad* NG *vero* BE, *erit ex iis, quæ proxime demonſtrata ſunt,* NCP, *ad* BG *perpendicularis quare angulus* CPO *rectus eſt æqualis recto* CON, *atque eſt* PCG *angulus æqualis angulo* OCN *cum ſint aduerticem; reliquus igitur* PGC *reliquo* ONB *eſt æqualis.* R

Angulus vero GAB æqualis eſt ipſi BDN in parallelis] *Ex 29. primi eſt enim* AG *ipſi* DN *parallela quod ſupra demonſtrauit.* S

Ac propterea rectangulum DBC æquale eſt ei, quod fit ex BN quadrato] *Quoniam enim angulus* BNC *æqualis eſt angulo* BDN, *vt oſtenſum fuit, atque eſt angulus* NBC *vtrique communis, erit, & reliquus* BCN *reliquo* BND *æqualis, & triangulum* BNC *æquale triangulo* BDN. *ergo vt* BD *ad* BN, *ita eſt* NB *ad* BC: *& ob id rectangulum* DBC *eſt æquale quadrato ex* BN. *Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ βδγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ βν τετραγώνῳ *lege* τὸ ἄρα ὑπὸ δβγ. T

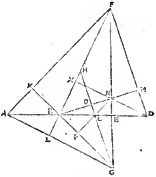
Quoniam autem in triangulo BDF acta eſt perpendicularis DNX, & inflexæ ſunt ad ipſam FN, NB, erit quadratorum ex FD, DB exceſſus æqualis exceſſui quadratorum ex FN, NB] *Eſt enim quadratum ex* FD *æquale duobus quadratis ex* FX, XD, *& quadratum ex* DB *æquale quadratis ex* BX, XD *quare ſublato communi quadrato ex* DX, *erit exceſſus, quo quadratum ex* FD *ſuperat quadratum ex* DB *idem, quo quadratum ex* FX *ſuperat quadratum ex* BX *& ſimili ratione exceſſus, quo quadratum ex* FN *ſuperat quadratum ex* NB *idem quo quadratum ex* FX *ſuperat quadratum ex* BX. *exceſſus igitur quadratorum ex* FD, DB *eſt idem ſiue æqualis exceſſui quadratorum ex* FN, NB. V

Sed exceſſus quadratorum ex FD, DB eſt ABD rectangulum] *Poſitum eſt enim quadratum ex* FD *æquale rectangulo* ADB, *rectangulum autem* ADB *æquale eſt rectangulo* ABD *vna cum quadrato ex* BD *ex tertia ſecundi elementorum, quadratum igitur ex* FD *ſuperat quadratum ex* BD *rectangulo* ABD. X

Quare NF poteſt rectangulum, quod AC, BD continetur] *Quoniam enim quadratorum ex* FN, NB *exceſſus eſt rectangulum* ABD, *& quadratum ex* BN *eſt æquale rectangulo* DBC, *erit quadratum ex* FN *æquale rectangulo* ABD *vna cum* DBC *rectangulo. ſed rectan-* Y

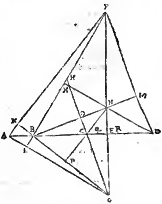
gulo A B D *vna cum rectangulo* D B C *æquale eſt rectangulum, quod* A C, B D *continetur ex prima ſecundi libri elementorum. quadratum igitur ex* F N *eſt æquale rectangulo contento* A C, B D *ideoque recta linea* F N *poteſt rectangulum quod* A C, B D *continetur.*

Z Quadratorum autem ex N C, C B exceſſus eſt B C B rectangulum] *Quoniam enim triangulum obtuſiangulum eſt* N B C, *&* *a puncto* N *ad* B C *protractam ducta eſt perpendicularis* N E, *erit quadratum ex* N C *minus, quam quadrata ex* N E, E C, *rectangulo, quod bis* E B C *continetur, vt nos demonſtrauimus ad 13. ſecundi libri elementorum. ergo quadratum ex* N C *vna cum rectangulo, quod bis* E B C *continetur eſt æquale quadratis ex* N B, B C, *hoc eſt æquale rectangulo* D B C, *& ei quod fit ex* B C *quadrato. demonſtratum etenim eſt rectangulum* D B C *quadrato ex* N B *æquale eſſe. ſed rectangulo* D B C *eſt æquale rectangulum* D C B *vna cum quadrato ex* B C *per 3. ſecundi elementorum, rectangulo autem* E B C *eſt æquale rectangulum* E C B *vna cum quadrato ex* B C. *quadratum igitur ex* N C *vna cum duobus quadratis ex* B C, *& eo, quod bis* E C B *continetur eſt æquale duobus quadratis ex* B C, *& rectangulo* D C B. *quare ſublatis vtrinque duobus quadratis ex* B C. *erit reliquum quadratum ex* N C *vna cum eo, quod bis* E C B *continetur, æquale rectangulo* D B C. *vel igitur* B C *eſt æqualis* E D, *vel maior, vel minor. Sit primum æqualis, vt in prima figura, & quoniam rectangulo* D C B *æquale eſt rectangulum* E C B *vna cum eo, quod* E D, B C *continetur, hoc eſt vna cum quadrato ex* B C, *ſublato*

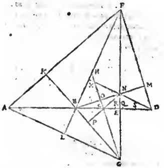


1. ſecundi *to ex vtriſque rectangulo* E C B, *erit quadratum ex* N C *vna cum rectangulo* E C B *æquale quadrato ex* B C. *exceſſus igitur quadratorum ex* N C, C B *eſt rectangulum* E C B. *ſed ſit* B C *maior, quam* E D, *vt in ſecunda figura, & ipſi* D E *addatur* E Q, *ita vt* D Q *ſit æqualis* B C, *& ipſi* Q E *æqualis ponatur* E R. *Dico quadratorum ex* N C, C B *exceſſum eſſe rectangulum* R C B. *Quoniam enim quadratum ex* N C *vna cum eo, quod bis* E C B *continetur, eſt æquale rectangulo* D C B *vt proxime demonſtratum eſt; rectangulo autem* D C B *æquale eſt rectangulum* Q C B, *vna cum eo, quod continetur* D Q, *&* B C, *hoc eſt vna cum quadrato ex* B C; *& rectangulo* E C B *æquale eſt re-*

1. ſecundi *ctangulum* Q C B, *& id, quod* E Q, B C *continetur, ſublato communi* Q C B *rectangulo erit quadratum ex* N C *vna cum rectangulo* E C B, *& eo quod continetur* E Q, B C *æquale ei quod ex* B C *quadrato, ſed rectangulum* R C B *eſt æquale rectangulo* E C B, *& ei quod* E Q, *hoc eſt* R E, *&* C B *continetur, quadratum igitur ex* B C *ſuperat quadratum ex* N C, *rectangulo* R C B, *ideoque rectangulum* R B C *eſt exceſſus quadratorum ex* N C, C B. *Poſtremo ſit* B C *minor, quam* E D, *& ab ipſa* E D *abſcindatur* D Q *æqualis* B C, *ponaturque* E R *ipſi* E Q *æqualis, & ipſi* C E *æqualis* E S, *erit* Q S *æqualis ipſi* C R, *& rectangulum* S C B *æquale ei, quod bis* E C B *continetur. Dico rurſus quadratorum ex* N C, C B *exceſſum eſſe rectangulum* R C B.



Quo-



Quoniam enim rurſus quadratum ex N C *vna cum eo, quod bis continetur* E C B *hoc eſt vna cum rectangulo* S C B *æquale eſt rectangulo* D C B *& rectangulo* D C B *eſt æquale rectangulum* Q E B *vna cum ea, quod* D Q *&* B C *continetur, hoc eſt vna cum quadrata ex* B C, *rectangulo autem* S C B *eſt æquale rectangulum* Q C B, *& id, quod* S Q *&* B C *continetur, ſublato communi rectangulo* Q C B, *relinquitur quadratum ex* N C *vna cum ea, quod* Q S, C B *continetur, hoc eſt vna cum rectangulo* R C B *æquale quadrata ex* B C. *quadratarum igitur ex* N C, C B *exceſſus eſt rectangulum* R C B.

α Atque eſt rectangulum A E B æquale quadrato ex B G] *Rurſus quoniam* B C G *triangulum obtuſiangulum eſt, & ad* B C *protractam ducitur perpendicularis* G E, *erit quadratum ex* G C *minus quam quadrata ex* C B, B G, *rectangulo, quod bis* E B C *continetur, ergo quadratum ex* G C *vna cum rectangula, quod bis continetur* E B C *æquale eſt quadratis ex* C B, B G. *Sed quadrato ex* G C *æquale erat rectangulum* A C B, *rectangulo autem* A C B *eſt æquale rectangulum* A B C *vna cum quadrata ex* B C. *ergo rectangulum* A B C *vna cum quadrato ex* B C, *& eo quod bis* E B C *continetur eſt æquale quadratis ex* C B, B G. *dempto igitur communi quadrato ex* B C, *relinquere rectangulum* A B C *vna cum eo, quod bis continetur* E B C *æquale eſt quadrato ex* B G. *Quod ſi* A B *ſit æqualis* B E, *ſitque* B C *ipſius* C E *dupla, vt in prima figura apparet, rectangulum* A E B *quadrato ex* B G *æquale erit, cum ſit æquale rectangulo* A B C, *vna cum ea, quod bis* E B C *continetur. illud vero nos hoc modo demonſtrabimus eſt enim rectangulum* A E B *æquale rectangula* A B E *vna cum quadrato ex* B E, *& rectangulum* A B E *æquale rectangulo* A B C, *vna cum, quod ſit ex* A B *&* C E. *Rurſus quadrata ex* E B *æqualia ſunt quadrata ex* B C, C E *vna cum eo, quod bis* E C B *continetur. At ex altera parte rectangulum bis contentum* E B C *eſt æquale ei, quod bis* E C B *continetur, & duobus quadratis ex* B C. *quorum rectangulum* A B C, *& id quod bis continetur* E B C, *quadratumque ex* B C *vtriſque communia ſunt. reliquum eſt, vt oſtendamus rectangulum, quod ſit ex* A B, C E *vna cum quadrato ex* E C *æquale eſſe ei, quod ex* C B *quadrato ſecetur* B C *bifariam in puncto* Q. *Itaq; quoniam* B C *bifariam ſecta eſt in* Q *atque ipſi adijcitur* Q E, *erit rectangulum* B E C *vna cum quadrato ex* C Q *æquale quadrato ex* Q E. *ſed rectangulo quidem* B E C *eſt æquale illud, quod ſit ex* A B, C B, *quadrato autem ex* C Q *æquale quadratum ex* C B, *& denique quadrato ex* G B, *æquale ex* B C *quadratum; namque poſita eſt* A B *æqualis* B E, *&* B C *ipſius* C E *dupla. rectangulum igitur quod ſit ex* A B, C B *vna cum quadrato ex* E C *æquale eſt quadrata ex* C B, *ideoque rectangulum* A E B *eſt æquale rectangulo* A B C *vna cum eo, quod bis* E B C *continetur, hoc eſt æquale quadrato ex* B G *quod oſtendendum erat. Videtur autem Pappi demonſtratio congruere in eo tantum caſu, in quo* A B, B E *æquales ſunt, itemque æquales inter ſe* B C, E D, *& ipſius* C E *dupla, vt in prima figura.*

β Ergo N G poteſt totum rectangulum, quod A D, B C continetur] *Quoniam enim rectangulum* E B C *eſt exceſſus quadratorum ex* N G, G B, *erit quadratum ex* N G *æquale rectangula* A E B *dempto ex eo prius* E B C *rectangulo, quod quidem eſt æquale rectangulo quod* A D, B C *continetur hoc eſt rectangulum contentum* A D, B C *vna cum rectangulo* E C B *eſt æquale rectangula* A B B, *vt demonſtrabitur eſt enim ex antedictis rectangulum* A E B *æquale & rectangulo* A B C *vna cum ea, quod ſit ex* A B, C B, *& quadratis ex* B C, C B *vna cum rectangula, quod bis* E C B *continetur. Rurſus rectangulum contentum* A D, B C *eſt æquale rectangula* A B C, *quadrataque ex* B C, *& rectangulo* E C B, *vna cum eo, quod* E D, B C *continetur, hoc eſt vna cum quadrata ex* B C. *quibus addatur exceſſus, videlicet rectangulum* E B C. *eorum autẽ omnium rectangulum quidem* A B C, *quadratumque ex* B C, *& id, quod bis* E B C *continetur vtriſque ſunt communia, rectangulum vero, quod* A *continetur* E C B *vna cum quadrata ex* B C *iam demonſtratum fuit æquale quadrata ex* B C. *quare omnia omnibus æqualia ſunt. ex quibus ſequitur quadratum ex* N G *æquale eſſe rectangula, quod ſit ex* A D, B C, *proptereaque ipſam* N G *poſſe rectangulum; quod* A D, B C *continetur.*

γ Itaque quoniam rectus eſt angulus F K G, & perpendicularis A E, erit rectangulum A E B re-

ABB rectangulo FEG æquale] *Nam cum angulus ad* K *rectus ſit æqualis recto ad* E, *&* *angulus* KBA *ad verticem æqualis angulo* BEG, *erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum* AKB *ſimile triangulo* GEB. *ſed & triangulum* ABF *ſimile eſt triangulo* AKB, *eſt cum angulus* KAB *vtrique communis, & rectus* ABF *æqualis recto* AKB, *quare & reliquus reliquo æqualis. triangulum igitur* AEF *ſimile eſt triangulo* GEB, *& vt* AE *ad* EF, *ita eſt* GE *ad* EB, *ideoque rectangulum* ABE *æquale eſt rectangulo* FEG.

Vt autem rectangulum FEG ad rectangulum CED, ita quadratum ex FG ad quadratum ex CG] *Quoniam enim rectæ lineæ* FD, GC *parallelæ ſunt, & in ipſas incidit* FG, *angulus* EFD *æqualis eſt angulo* EGC, *eſtque angulus* FED *rectus æqualis recto* GEC. *ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum* EFD *triangulo* EGC *ſimile. vt igitur* FE *ad* EG, *ita eſt* DE *ad* EC: *& permutando, vt* FE *ad* ED, *ita* GE *ad* EC, *quare ex 12. quinti. vt* FE *ad* ED, *ita* FG *ad* CD. *Rurſus quoniam vt* FE *ad* EG, *ita* DE *ad* EC, *erit ex 1. diffin. ſexti rectangulum* FEG *ſimile rectangulo* DEC. *ſimilia autem polygona in dupla ſunt proportione homologorum laterum. ergo rectangulum* FEG *ad rectangulum* DEC *duplam habet proportionem eius, quæ eſt* FE *ad* ED, *hoc eſt* FG *ad* CD. *ſed & quadratum ex* FG *ad quadratum ex* CD *duplam proportionem habet eius, quæ eſt* FG *ad* CD. *Vt igitur rectangulum* FEG *ad rectangulum* CED, *ita eſt quadratum ex* FG *ad quadratum ex* CD. *Græcus codex* ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ὑπὸ γεδ, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς γδ. *lege* οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς ζη πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γδ.

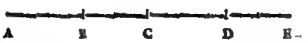
ε Recta vero linea FEG conſtat ex ea, quæ poteſt rectangulum contentum AC, BD, & ex ea, quæ poteſt contentum AD, BC] *Græcus codex* ἡ δὲ εζη ἡ συγκειμένη ἔκ τε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αβ, γδ. *lege* ἡ δὲ ζεη ἡ συγκειμένη ἔκ τε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αγ, βδ καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αδ, βγ.

ζ Proportio igitur vnica, & minor eadem eſt, quæ quadrati rectæ lineæ conſtantis ex ea, quæ poteſt rectangulum contentum AC, BD, & ex ea, quæ poteſt contentum AD, BC ad quadratum ex CD] *Græcus codex* ὁ ἄρα ἐστὶ μοναχὸς καὶ ἐλάσσων λόγος, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αγ, εδ, καὶ τῆς τὸ ὑπὸ αβ, γδ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς κδ. *lege* ἄρα ἐστὶ μοναχὸς καὶ ἐλάσσων λόγος ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αγ, βδ, καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αδ, βγ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γδ.

In tertium Epitagma tertij Problematis.

THEOREMA LX. PROPOSITIO LXIII.

LEM. XXIII. Sit AB quidem æqualis CD, rectangulum autem BEC rectangulo ABD
A maius. Dico rectangulum BAC ſuperare rectangulum AED ipſo BDC rectangulo.



B Quoniam enim rectangulum BEC æquale eſt & rectangulo
C BCE, & quadrato ex EC, hoc eſt
D & rectangulo CED vna cum rectangulo ECD; rectangulũ autẽ BCE vna cũ ECD rectãgulo totũ
E F eſt regulũ quod BD, CE continetur, hoc eſt rectangulum ACE: erit rectangulum BEC æ-
G quale rectanguloque ACE, & rectangulo CED. Sed rectangulum ACE æquale eſt &
H rectangulo, quod continetur AC, BD, & rectangulo ACD; rectangulum vero contentum AC, BD vna cum rectangulo CED totum eſt AED rectangulum. factum igitur eſt
K rectangulum BEC æquale rectanguloque AED, & rectangulo ACD, quod eſt rectangulum BDC, quare BEC rectangulum ſuperat rectangulum AED rectangulo BDC.

COMMENTARIVS.

A Dico rectangulum BEC ſuperare rectangulum AED ipſo BDC rectangulo] *Græcus codex* ὅτι τὸ ὑπὸ βεγ τοῦ ὑπὸ αεδ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ βγδ. *lege* τῷ ὑπὸ βδγ.

Quò-

Quoniam enim rectangulum BEC æquale eſt & rectangulo BCE, & quadrato ex EC] *Ex 3. ſecundi elementorum.* B

Hoc eſt & rectangulo CBD vna cum rectangulo ECD] *Ex 2. eiuſdem.* C

Rectangulum autem ECB vna cum ECD rectangulo totum eſt rectangulum, quod ED, CB continetur] *Ex primi eiuſdem.* D

Hoc eſt rectangulum ACB] *Quoniam enim AB eſt æqualis CD, addita vtrique communi BC, erit AC ipſi BD æqualis. ergo rectangulum ACE eſt æquale ei, quod ED, CB continetur.* E

Erit rectangulum BEC æquale rectanguloque ACE, & rectangulo CED] *Græcus codex τὸ ἄρα ὑπὸ βεγ ἴσον ἐστι τοῦτο ὑπὸ γαε, καὶ τῷ ὑπὸ γεδ. lege τοῦτ' ἐστι ὑπὸ αγε καὶ τῷ ὑπὸ γεδ.* F

Sed rectangulum ACE æquale eſt, & rectangulo, quod continetur AC, ED, & rectangulo ACD] *Ex prima ſecundi elementorum. Græcus codex ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ βγε ἴσον ἐστι τοῦτε ὑπὸ αγ, εδ καὶ τῷ ὑπὸ αγ, γδ lege ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ αγε ἴσον ἐστι τοῦτε ὑπὸ αγ, εδ καὶ τῷ ὑπὸ αγ, γδ.* G

Rectangulum vero contentum AC, ED vna cum rectangulo CED totum eſt AED rectangulum] *Ex eadem.* H

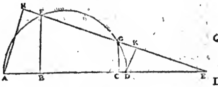
Quod eſt rectangulum BDC] *Eſt enim ED ipſi AC æqualis, vt ſuperius dictum eſt. Græcus codex ὅ ἐστι τὸ ὑπὸ βα, δγ lege τὸ ὑπὸ βδ, δγ.* K

Monachus tertij problematis.

THEOREMA LXI. PROPOSITIO LXIV.

LEM. XXIV.

Tribus datis rectis lineis AB, CD, DE, ſi fiat vt rectangulum ABD ad rectangulum ACD, ita quadratum ex BE ad quadratum ex EC, ſingularis & maxima proportio eſt rectanguli AED ad rectangulum BEC. Dico eandem eſſe, quæ quadrati ex AD ad quadratum rectæ lineæ, quæ componitur ex ea, quæ poteſt rectangulum contentum AG, BD, & ex ea, quæ poteſt contentum AB, CD. A B



Deſcribatur in recta linea AD ſemicirculus AFGD: & ad rectos angulos ipſi AD agantur BF, CG. Quoniam igitur factum eſt vt ABD rectangulum ad rectangulum ACD, ita quadratum ex BE ad quadratum ex EC; rectãgulo autem ABD æquale eſt in ſemicirculo quadratum ex BF, & rectangulo ACD æquale quadratum ex CG: erit vt quadratum ex BF ad quadratum ex CG, ita quadratum ex BE ad id, quod fit ex EC quadratum, & longitudine vt BF ad CG, ita BE ad EC: ſuntque BF, CG parallelæ. ergo recta linea eſt, quæ per FGE trãſit. & producatur, atque ad ipſam agantur perpendiculares AH, DK. Quoniam igitur ſingularis & maxima proportio eſt rectanguli AED ad rectangulũ BEC, rectangulum autem FEG rectangulo AED eſt æquale; erit ſingularis & maxima proportio eadem, quæ rectanguli FEG ad rectangulum BEC. vt autem rectangulum FEG ad rectangulum BEC, ita eſt ob lineas parallelas quadratum ex GE ad quadratum ex EC; hoc eſt quadratum ex AE ad quadratum ex EH, in circulo enim ſunt puncta HA, CG; cum anguli ad HG recti ſint. Vt autem quadratum ex AE ad quadratum ex EH, ita eſt quadratum ex AD ad quadratum ex HK ob parallelas. ſingularis igitur, & maxima proportio eſt quadrati ex DA ad quadratum ex HK. ſed HG quidem poteſt rectangulum contentum AC, BD, GK verò poteſt, quod AB, CD continetur, quare ſingularis & maxima proportio eadem eſt, quæ quadrati ex AD ad quadratum rectæ lineæ, quæ C D E F G H K L M N O P

cum-

componitur ex ea, quæ poteſt rectangulum contentum AC, BD, & ea, quæ poteſt id, quod AB, CD continetur.

COMMENTARIVS.

A Tribus datis rectis lineis AB, CD, DB, ſi fiat vt rectangulum ABD ad rectangulum ACD, ita quadratum ex BF ad quadratum ex FC] *Græcus codex habet τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν αβ, γδ, εζ προστιθεμένων τινὸς, ἐὰν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ αβδ πρὸς τὸ ὑπὸ αγδ, οὕτω τὸ ὑπὸ βε πρὸς τὸ ὑπὸ εδα. ſed legendum vt opinor τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν αβ, γδ, δε, ἐὰν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ αβδ πρὸς τὸ ὑπὸ αγδ, οὕτω τὸ ὑπὸ βε πρὸς τὸ ὑπὸ εγ. verba autem illa προστιθεμένων τινὸς, tamquam ſuperuacanea, & ab aliquo addita omiſſimus.*

B Dico eandem eſſe, quæ quadrati ex AD ad quadratum rectæ lineæ, quæ componitur ex ea, quæ poteſt rectangulum contentum AC, BD, & ex ea, quæ poteſt contentum AB, CD] *Græcus codex λέγω δὴ ὅτι ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς αδ πρὸς ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ τῶν αε βδ, καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αβ γδ. lege ἔκ τε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ τῶν αγ βδ, καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αβ γδ.*

C Quoniam igitur factum eſt vt ABD rectangulum ad rectangulum ACD, ita quadratum ex BE ad quadratum ex EC] *Græcus codex mancus, quem nos ita reſtituemus. ἐπεὶ δὲ γέγονεν ὡς τὸ ὑπὸ αβδ πρὸς τὸ ὑπὸ αγδ οὕτω τὸ ἀπὸ βε πρὸς τὸ ἀπὸ εγ.*

D Rectangulo autem ABD æquale eſt in ſemicirculo quadratum ex BF, & rectangulo ACD æquale quadratum ex CG] *Ex 8. & 17. ſexti libri elementorum, eſt enim BF media proportionalis inter AB, BD; itemque CG media proportionalis inter AC, CD.*

E Et longitudine vt BF ad CG, ita BE ad EC] *Ex 22. ſexti. Græcus codex tantum habet, καὶ μήκει nos autem perſpicuitatis cauſſa ita vertendum cenſuimus.*

F Ergo recta linea eſt, quæ per FGB tranſit] *Ex lemmate quod nos in 41. huius oſtendimus.*

G Rectangulum autem FEG rectangulo AED eſt æquale] *Ex corollario 36. tertij elementorum. Græcus codex ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ζεη ὁ ἄρα &c. ſed legendum ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ζεη ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αεδ. ὁ ἄρα &c.*

H Erit ſingularis, & maxima proportio eadem, quæ rectanguli FEG ad rectangulum BEC] *Græcus codex ὁ ἄρα μοναχὸς καὶ μέγιστος λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ζεη πρὸς τὸ ὑπὸ βεγ lege ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ὑπὸ βεγ.*

K Vt autem rectangulum FEG ad rectangulum BEC, ita eſt ob lineas parallelas quadratum ex GE ad quadratum ex EC] *Sunt enim rectangula FEG, BEC inter ſe ſimilia, cum ob ſimilitudinem triangulorum FEB, GEC, vt FE ad EG, ita ſit BE ad EC. rectilineæ autem figuræ ſimiles in dupla ſunt proportione homologorum laterum. ergo rectangulum FEG ad rectangulum BEC duplam habet proportionem eius, quam GE habet ad EC, ſed & eandem habet quadratum ex GE ad quadratum ex EC. vt igitur rectangulum FEG ad rectangulum BEC, ita eſt quadratum ex GE ad id, quod ex EC quadratum. Græcus autem codex corruptus & mancus eſt qui ita reſtituetur. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ὑπὸ βεγ, οὕτως ἐστὶ μὲν παραλλήλων τὸ ἀπὸ ηε πρὸς τὸ ἀπὸ εγ.*

L Hoc eſt quadratum ex AE ad quadratum ex EH] *Ob triangulorum AEH, GEC ſimilitudinem. nam cum puncta HA, CG ſint in circulo, erit angulus AHE in ſemicirculo rectus æqualis recto GCE; eſtque angulus ad E vtriq; communis. reliquus igitur HAE reliquo CGE æqualis, & triangulum triangulo ſimile erit quare vt GE ad EC, ita AE ad EH, & vt quadratum ex GE ad quadratum ex EC, ita quadratum ex AE ad quadratum ex EH. Græcus codex τοῦτ᾽ ἔστι τὸ ἀπὸ αε πρὸς τὸ ἀπὸ εδ lege πρὸς τὸ ἀπὸ εθ.*

M In circulo enim ſunt puncta HACG. cum anguli ad HG recti ſint] *Ex conuerſa 22 tertij elementorum. quoniam enim quadrilateri HA, CG anguli ad HG recti ſunt, erunt reliqui duobus rectis æquales.*

N Vt autem quadratum ex AE ad quadratum ex EH, ita eſt quadratum ex AD ad quadratum ex HK ob parallelas] *Nam cum DK ſit perpendicularis ad HE, erit angulus DKE ex tertio æqualis interiori, & oppoſito AHE. quare DK parallela eſt ipſi AH; & triangulum KED ſimile triangulo AEH. vt igitur AE ad EH, ita DE ad EK. & quoniam vt tota ad totam, ita pars ad partem. erit & reliqua AD ad reliquam HK, vt AE ad EH, & ideo quadratum ex AD ad quadratum ex HK eſt vt quadratum ex AE ad quadratum EH.*

O Singularis igitur & maxima proportio eſt quadrati ex DA ad quadratum ex HK] *Græcus codex ὁ ἄρα μοναχὸς καὶ μέγιστος λόγος ἐστὶν ὁ τοῦ ἀπὸ δα πρὸς τὸ ἀπὸ θη. lege πρὸς τὸ ἀπὸ θκ & ita ſupra.*

Sed

Sed HG quidem poteſt rectangulum contentum AC, BD, GK vero poteſt quod AB, CD continetur] *Ex 59. huius græcus codex ἡ δὲ θκ ἐστὶν ἡ δυναμένη τό τε ὑπὸ τῶν αγ, βδ, καὶ τὸ ὑπὸ αβγ. legendum autem vt opinor ἡ δὲ θκ ἐστὶν ἡ δυναμένη τὸ ὑπὸ τῶν αγ, βδ, καὶ ἡ κη ἐστὶν ἡ δυναμένη τὸ ὑπὸ αβ, γδ.* E

DE DETERMINATA SECTIONE.

Primus liber de determinata ſectione habet problemata ſex, præcepta ſexdecim, determinationes quinque, quarum maximæ quidem quattuor, minima vero vna, & ſunt maximæ hæc videlicet ea, quæ ad ſecundum præceptum ſecundi problematis, & quæ ad tertium quarti problematis, & ad tertium quinti, & ad tertium ſexti. minima autem, quæ ad tertium præceptum tertij problematis.

Secundus liber habet problemata tria, præcepta nouẽ, & determinationes tres, quarũ minimæ quidem duæ, maxima vero vna, & ſunt minimæ, quæ ad tertiũ præceptum primi problematis, & quæ ad tertium ſecundi maxima autem, quę ad tertij problematis.

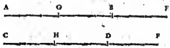
INCLINATIONVM LIBER PRIMVS.

LEMMA vtile ad primum problema.

THEOREMA LXII. PROPOSITIO LXV.

LEM. I.

Sit AB maior, quam CD, & rectangulum AEB rectangulo CFD æquale. Dico AE maiorem eſſe, quam CF.



Secetur vtraque ipſarum bifariam in punctis GH. manifeſto conſtat GB maiorem eſſe, quam HD. Itaque quoniam rectangulum AEB æquale eſt rectangulo CFD, & quadratum ex GB quadrato ex HD maius; erit rectangulum AEB vna cum quadrato ex GB maius rectangulo CFD vna cum quadrato ex HD. ſed rectangulum quidem AEB vna cum quadrato ex GB æquale eſt quadrato ex GE, rectangulum vero CFD vna cum quadrato ex HD æquale quadrato ex HF. quadratum igitur ex GE quadrato ex HF eſt maius. & ob id recta linea GE maior, quam recta HF. eſt autem & AG maior, quam CH. ergo tota AE, maior, quam tota CF. ſimiliter autem, & ſi minor ſit AB, quam CD; & rectangulum AEB rectangulo CFD æquale, erit tota AE, quam tota CF minor. A B

COMMENTARIVS.

Erit rectangulum AEB vna cum quadrato ex GB maius rectangulo CFD vna cum quadrato ex GD] *Græcus codex μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ αεβ μετὰ τοῦ ἀπὸ θδ. ſed legendum μετὰ τοῦ ἀπὸ ηβ, τοῦ ὑπὸ γζδ μετὰ τοῦ ἀπὸ θδ.* A

Sed rectangulum quidem AEB vna cum quadrato ex GB æquale eſt quadrato ex GE] *Ex 6. ſecundi libri elementorum.* B

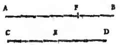
THEOREMA LXIII. PROPOSITIO LXVI.

LEM. II.

Sit AB maior, quam CD, & ſecetur CD bifariam in puncto E. Conſtat igitur fieri poſſe, vt ad rectam lineam AB applicetur rectangulum æquale rectangulo CED. etenim rectangulum CED quadrato ex CE eſt æquale, & quadratum ex CE minus quadrato dimidiæ ipſius AB. Applicetur

ceтur, ſitque rectangulum AFB, & AF ſit maior, quam FB. Rurſus igitur conſtat maiorem eſſe AF, quam GE; & BF minorem, quam ED.

A Eſt enim AF maior, quam dimidia maioris, & CE minoris eſt dimidia. vt au-
B tem AF ad CE, ita ED ad FB. minor
C igitur eſt FB, quam ED. quod demonſtrare oportebat.



COMMENTARIVS.

A Eſt enim AF maior, quam dimidia maioris, & CE minoris eſt dimidia] *Græcus codex* ἡ μὲν γὰρ αζ τῆς μείζονος ἐστιν ἡ μίσεια, ἡ δὲ γε τῆς ἐλάττονος ἡ μισείας. *ego, vel ita legendum puto, vel in hanc ſententiam* ἡ μὲν γὰρ αζ τῆς μείζονος μείζων ἐστιν ἢ ἡμίσεια, ἡ δὲ γε τῆς ἐλάττονος ἐστιν ἡμίσεια.

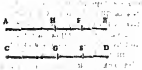
B Vt autem AF ad CE, ita ED ad FB] *Rectangulum namque* AFB *ponitur æquale rectangulo* CED. *ergo vt* AF *ad* CE, *ita* ED *ad* FB, *& cum* AF *ſit maior, quam* CE, *erit, &* ED, *quam* FB *maior, ex iis, quæ demonſtrauimus in 16. quinti elementorum.*

C Minor igitur eſt FB, quam ED] *Hæc nos addidimus perſpicuitatis cauſa.*

THEOREMA LXIV. PROPOSITIO LXVII.

LEM. III. Sit rurſus AFB rectangulum rectangulo CED æquale, & AB minor,
A quam CD: ſitque DE minor, quam EC, & BF minor quam FA. Dico
B & AF minorem, quam CE, & FB, quam ED maiorem eſſe.

C Secentur AB, CD bifariam in punctis HG. minor igitur eſt AH, quam CG, &
quadratum ex AH quadrato ex CG mi-
D nus. Sed quadratum quidem ex AH eſt æquale rectanguloque AFB & quadrato ex HF; quadratum vero ex CG æquale rectanguloque CED, & quadrato ex GE. ergo rectangulum AFB vna cum quadrato ex HF minus eſt rectangulo CED vna cum quadrato ex GE, quorum rectangulum AFB ponitur æquale rectangulo CED, reliquum igitur quadratum ex HF quadrato ex GE eſt minus, & ob id recta linea HF minor, quam ipſa GE. erat autem & AH minor,
E quam CG. tota igitur AF, quam tota CE, eſt minor, & reliqua FB maior, quam reliqua ED.



COMMENTARIVS.

A Sitque DE minor, quam EC, & BF minor, quam FA] *Græcus codex*: καὶ ὅτι ἐλάσσων μὲν ἡ δὲ τῆς εγ ἐστι δὲ ἡ βζ τῆς ζα. *ſed forte legendum erit*, καὶ ἔστι ἐλάσσων μὲν δε τῆς εγ ἡ δὲ βζ τῆς ζα.

B Dico & AF minorem, quam CE, & FB, quam ED maiorem eſſe] *Græcus codex* ὅτι καὶ ἡ αζ τῆς γε ἐλάσσων ἐστι, *ſed hæc addenda ſunt, vt opinor*, ἡ δὲ ζβ τῆς εδ μείζων. *In concluſione enim vtraque inferuntur.*

C Minor igitur eſt AH quam CG, & quadratum ex AH quadrato ex CG minus] *Græcus codex* ἐλάσσων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ αθ τῆς γη ἴσω καὶ τὸ, *&c. ſed verbum illud* ἴσω *delendum puto, tamquam ſupernacaneum.*

D Sed quadratum quidem ex AH eſt æquale rectanguloque AFB & quadrato ex HF, quadratum vero ex CG æquale rectanguloque CED, & quadrato ex GE] *Græcus codex* ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ αζ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ γεδ καὶ τῷ ὑπὸ ηε. *ſed corruptus eſt, &*

mancus

mancus, qui fortaſſe ita reſtituentur ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ αθ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ αζβ καὶ τὸ ὑπὸ θζ· τὸ δὲ ὑπὸ γη ἴσον τῷ τε ὑπὸ γεδ, καὶ τὸ ὑπὸ ηε.

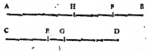
Et reliqua FB maior, quam reliqua ED] *Græcus codex* ἡ δὲ λοιπὴ τῆς λοιπῆς μείζων. E
Sed nos perſpicuitatis cauſſa ita vertendum duximus.

THEOREMA LXV. PROPOSITIO LXVIII.

Sit rurſus AB maior, quam CD, & ſecetur CD in puncto E, ita vt DE non ſit minor, quam EC. manifeſtum eſt fieri poſſe, vt rectangulo CED A æquale applicetur ad rectam lineam AB deficiens quadrata figura. Quoniam enim DE non eſt minor quam EC, vel ipſi æqualis erit, vel maior, & ſi quidem æqualis rectangulum CED minus eſt quadrato, quod fit a B dimidia ipſius AB. Si autem maior, multo minus erit, etenim minus eſt eo quod a dimidia ipſius CD efficitur. poteſt igitur rectangulo CED æquale C deficienſque quadrata figura ad rectam lineam AB applicari. Itaque applicetur, & ſit rectangulum AFB. & ipſius AB maior portio ſit AF. Dico D FB minorem eſſe, quam CE.



Quoniam enim DE non eſt minor, quã EC, vel æqualis erit, vel maior, ſit primum æqualis, & cum AB ſit maior, quam CD, ſitque AF quidem maior, quam dimidia ipſius AB, DE vero ipſius ED dimidia, erit AF maior, quam DE: atque E eſt vt AF ad DE, ita CE ad FB. maior igitur eſt CE, quam FB, ac propterea FB, quam CE minor.



Sit deinde maior DE quam EC, & ſecetur CD quidem bifariam in puncto G, AB vero bifariam in H ſecetur. Quoniam igitur maior eſt AB, quam CD, ipſius autem AB dimidia eſt HB, & ipſius CD dimidia CG, erit HB, quam CG maior: ideoque quadratum ex HB maius quadrato ex F CG: ſed quadratum ex HB æquale eſt rectangulo AFB, & quadrato ex FH, quadratum G vero ex CG æquale rectangulo CED & quadrato ex EG. ergo rectangulum AFB vna H cum quadrato ex FH maius eſt rectangulo CED vna cum quadrato ex EG, quorum rectangulum AFB æquale eſt ipſi CED rectangulo. reliquum igitur quadratum ex HF maius eſt quadrato ex EG, & ipſa HF maior, quam EG. eſt autem & AH maior, quam DG. quare tota AF, quam DE eſt maior, atque eſt vt AF ad DE, ita CE ad FB. maior K igitur eſt CE, quam FE, ob id FB, quam CE minor erit, quod oportebat demonſtrare. L

COMMENTARIVS.

Manifeſtum eſt fieri poſſe, vt rectangulo CED æquale applicetur ad rectam lineam A AB deficiens quadrata figura] *Græcus codex* φανερὸν μὲν οὖν ὅτι ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν γεδ ἴσον παρὰ τὴν αβ παραβάλειν ἐλλεῖπον τετράγωνον. *ſed videtur legendum* ὅτι δυνατόν ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν γεδ ἴσον παρὰ τὴν αβ παραβαλεῖν ἐλλεῖπον τετραγώνῳ.

Et ſi quidem æqualis, rectangulum CED minus eſt quadrato, quod fit à dimidia ip- B ſius AB, ſi autem maior, multo minus erit; etenim minus eſt eo, quod à dimidia ipſius CEF efficitur] *Græcus codex* καὶ εἰ μὲν ἴσος, τὸ ὑπὸ γεδ τὸ ὑπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ εἰ δὲ μεῖζον πολλῷ ἔλασσόν ἐστι τὸ ὑπὸ γεδ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ. καὶ γ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας, &c *ſed legendum opinor.* καὶ εἰ μὲν ἴση, τὸ ὑπὸ γεδ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ ἔλασσόν ἐστιν εἰ δὲ μείζων, πολλῷ ἔλασσόν ἐστι τὸ ὑπὸ γεδ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ, καὶ γὰρ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας, &c.

C Poteſt igitur rectangulo CED æquale, deficienſque quadrata figura ad rectam lineam AB applicari] *Ex 28. ſexti elementorum. Græcus codex δὲ ἄρα ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν γεδ ἴσον παρὰ τὴν αβ παραβαλεῖν ἐλλεῖπον τετράγωνον. ſed videtur legendum. δυνατὸν ἄρα ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν γεδ ἴσον παρὰ τὴν αβ παραβαλεῖν ἐλλεῖπον τετραγώνῳ.*

D Dico FB minorem eſſe quam CB] *Græcus codex ὅτι δὲ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ζβ ego legendum puto ὅτι δὴ &c.*

E Atque eſt vt AF ad DE, ita CE ad FB] *Ex 14. tertij elementorum.*

F Ipſius autem AB dimidia eſt HB, & ipſius ED dimidia EG] *Græcus codex καὶ ἐστὶ τῆς μὲν αβ ἄρα ἡ θβ, τῆς δὲ γδ ἄρα ἡ γη corrige καὶ ἔστι τῆς μὲν αβ ἡμίσεια ἡ θβ, τῆς δὲ γδ ἡμίσεια ἡ γη.*

G Quadratum vero ex EG æquale eſt rectangulo CED, & quadrato ex EG] *Græcus codex, τὸ δὲ ἀπὸ ζθ τὸ δὲ ἀπὸ γη ἴσον ἐστὶ τούτῳ, &c. delenda ſunt verba illa τὸ δὲ ἀπὸ ζθ*

H Ergo rectangulum AFB vna cum quadrato ex FH maius eſt rectangulo CED, vna cum quadrato ex EG] *Græcus codex μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ αζβ μετὰ τοῦ ἀπὸ ζθ, τῷ ὑπὸ αεδ lege τοῦ ὑπὸ γεδ.*

K Atque eſt vt AF ad DE, ita CE ad EB] *Græcus codex καὶ ἔστιν ὡς ἡ αζ πρὸς τὴν δὲ οὕτως ἡ αβ πρὸς τὴν ζβ lege οὕτως ἡ γε πρὸς τὴν ζβ.*

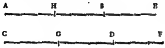
L Maior igitur eſt CB, quam FB, & ob id FB, quam CE minor erit] *Græcus codex μείζων ἄρα καὶ ἡ αε τῆς ζβ, ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ζβ τῆς αε lege μείζων ἄρα καὶ ἡ γε τῆς ζβ, ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ζβ τῆς γε.*

IN ſextum Problema.

THEOREMA LXVI. PROPOSITIO LIX.

LEM. V.

Sit minor quidem AB, quam CD, æquale autem rectangulum AEB rectangulo CFD. Dico AE, quam CF minorem eſſe.



Secentur AB, CD bifariam in punctis HG. erit HB minor, quam GD. quoniam igitur rectangulum CFD æquale eſt rectangulo AEB, quadratum autem ex HB minus quadrato ex GD, erit rectangulum AEB vna cum quadrato ex HB, hoc eſt quadratum ex HE, minus rectangulo CFD vna cum quadrato ex GD, hoc eſt minus quadrato ex GF. ergo HE, quam GF eſt minor. eſt autem & AH minor, quam CG. tota igitur AE minor erit, quam tota CF. ſimiliter autem ſi tota, quam tota maior fuerit.

6. ſecundi
6. ſecundi

A

COMMENTARIVS.

A Similiter autem ſi tota, quam tota maior fuerit] *Græcus codex ὁμοίως κἂν μείζων ἡ ὅλη τῆς ὅλης. ſed vereor ne aliqua deſiderentur in hanc ſententiam ſimiliter ſi tota, quam tota maior fuerit, hoc eſt ſi tota CF ponatur maior, quam tota AB, demonſtrabitur CD, quam AB maiorem eſſe. quamquam ego non μείζων, ſed ἐλάσσων libentius legerem, vt eſſet quaſi antecedentis conuerſa.*

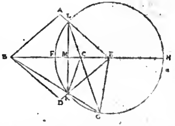
IN octauum Problema.

THEOREMA LXVII. PROPOSITIO LXX.

LEM. VI.

A Rhombo exiſtente AD, cuius diameter BCE, ſi ipſarum BE, EC ſumatur media proportionalis EF, & centro quidem E, interuallo autem EF cir-

EF circulus FGH deſcribatur, producaturque LCG; erit recta linea, quæ per puncta GKB tranſibit.



Iungantur enim EG, CK, BK, KG. Quoniam igitur angulus B LCF eſt æqualis angulo FCK, & C ex vtraque parte diametri circuli ſunt LC, CK interſe æquales, quod lemmate demonſtratum eſt, & æqualis LE ipſi EK; 5. primi. erit angulus CLE æqualis angulo CKE ſed ELF angulus æqualis eſt angulo CEB. angulus igitur CGE angulo CKE eſt æqualis. eſt autem & angulus CKE D æqualis angulo CBK. ergo & CBK æqualis eſt ipſi CGE. ſed & angulus GCE æqualis angulo BEK angulus igitur EBG an- E gulo CKE æqualis erit. ſed angulus EBG vna cum angulo EKG æqualis eſt duobus re- F G ctis. ergo & EKB vna cum ipſo CKG duobus rectis eſt æqualis. & ob id recta linea eſt, 14. primi. quæ per BKG pucta tranſit.

COMMENTARIVS.

Si ipſarum BE, EC ſumatur media proportionalis BF] *Græcus codex* ἐὰν τῶν βε, εγ μέσος ἀνάλογον ληφθῇ ἡ βζ *ſed ego legendum arbitror* ἡ εζ *propterea quæ ſequuntur.* A

Iungantur enim BG, CK, BK, KG] *Græcus codex* ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ λε, εκ, βκ, κη. *legendum autem puto* αἱ εη, εκ, βκ, κη *etenim* λε, εκ *quæ continentur in lateribus rhombi, iam dictæ ſunt.* B

Quoniam igitur angulus LCF eſt æqualis angulo FCK, & ex vtraque parte diametri circuli ſunt LC, CK interſe æquales, quod lemmate demonſtratum eſt] *vbi hoc lemma ſit, nondum comperi. ſed hoc perſpicue apparere poteſt ducta* LK, *quæ diametrum ſecet in puncto* M. *Quoniam enim* BCE *diameter eſt rhombi, erit angulus* LEB *angulo* KEB *æqualis. ſed trianguli* ELM *duo latera* LE, EM *ſunt æqualia duobus lateribus* KE, EM *trianguli* EKM *ergo & baſis* LM *eſt æqualis baſi* MK; *& anguli* LME, EMK *vtrique recti ſunt. Rurſus cum trianguli* CLM *duo latera* LM, MC *æqualia ſint duobus lateribus* KM, MC, *erit & baſis* LC *baſi* CK, *& reliqui anguli reliquis angulis æquales.* C 4. ſexti.

Eſt autem & angulus CKE æqualis angulo CBK] *Quoniam enim circuli* FGH *ſemidiameter media proportionalis eſt inter* BE, EC, *erit vt* BE *ad* EK, *ita* KE *ad* EC, *quare triangulum* KCE *triangulo* BKE *ſimile erit, & angulus* CKE *angulo* KBE *æqualis.* D

Sed & angulus GCE æqualis angulo BEK] *Angulus enim* LCB *eſt æqualis angulo* KCB. *vt demonſtratum eſt, atque æqualis ipſi* GCE, *qui eſt ad verticem. ergo & angulus* KCB *angulo* GCE *eſt æqualis.* E

Angulus igitur EBG angulo CKE æqualis erit] *Videlicet reliquus reliquo æqualis hoc autem nos addidimus, quæ in græco codice deſiderari videbantur, vt ita reſtituendus ſit.* λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ κγε τῇ ὑπὸ βγκ ἴση ἐστί, καὶ ἡ ὑπὸ γκη ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ γκβ. F

Sed angulus CBG vna cum angulo EKG æqualis eſt duobus] *Angulus enim* EBG *vna cum angulis* EGB, GEB *eſt æqualis duobus rectis. ſed angulo* EGB *æqualis eſt angulus* EKG, *& angulo* GBE *æqualis* EKL. *anguli igitur* EBG, EKG *duobus rectis æquales erunt.* G 32. primi. 5. primi.

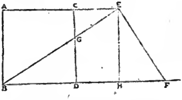
LEMMA vtile ad quartum problema faciens eadem, quæ Rhombus.

THEOREMA LXVIII. PROPOSITIO LXXI.

LEM. VII.

Sit quadratum AD, & ducatur BGE, atque ipſi ad rectos angulos EF. Dico quadrata ex CD, GE quadrato ex DF æqualia eſſe.

Duca-



A Ducatur per E ipſi CD parallela EH. rectus igitur eſt angulus CEH. eſt autem & rectus
B FBG. ergo & angulus EBG angulo FBH eſt æqualis. Sed & rectus angulus FHB æqualis eſt
C recto BDG, atque eſt EH æqua-
D lis BD. ęqualis igitur eſt BF ipſi BG. Quoniam autem quadratum ex BF eſt ęquale quadratis
E ex BE, BF, quorum rectangu-
F lum ex BF, BD æquale eſt rectangulo EBG; in circulo enim ſunt DFEG puncta, erit
G reliquum BFD æquale rectangulo EBG, & quadrato ex BF, hoc eſt quadrato ex BG.
H Sed rectangulum EBG vna cum quadrato ex BG eſt rectangulum EBG vna cum quadrato ex EG. rectangulum igitur BFD eſt æquale rectangulo EBG, hoc eſt BFD, &
K quadrato ex GE. Commune auferatur rectangulum BDF. ergo reliquum quadratum
L ex FD quadratis ex BD, GE, hoc eſt quadratis ex CD, GE eſt æquale.

COMMENTARIVS.

A Et ducatur BGE. atque ipſi ad rectos angulos BF] *Intelligatur recta linea BGE ſecare CD in puncto G, & AC productam in E, recta verò linea BF ſecare BD productam in F.*

B Ergo & angulus CEG angulo FEG eſt æqualis] *Dempto namque communi angulo GEH, reliquus CEG reliquo FBH æqualis erit.*

C Atque eſt EH æqualis BD] *Eſt enim ex 34. primi elementorum EH æqualis CD: videlicet ipſi DB, quod eſt etiam quadrati latus. Græcus codex καὶ ἔστιν ἴση ἡ εθ τῇ βλ. lege τῇ βδ.*

D Aequalis igitur BF ipſi BG] *Nam cum angulus CEG ſit æqualis angulo EFH, vt oſtenſum eſt, ſitque ipſi CEG æqualis GBD, erit & GBD ipſi FEH æqualis. atque eſt rectus BDG æqualis recto FHB. ergo & reliquus reliquo, & triangulum BDG triangulo EHF ſimile. Vt igitur HE ad BF, ita DB ad BG: & permutando vt HE ad BD, ita BF ad BG. eſt autem HE æqualis BD. ergo & BF ipſi BG eſt æqualis.*

E Quorum rectangulum ex BF, BD æquale eſt rectangulo EBG] *ex 36. tertij elementorum.*

F In circulo enim ſunt DFEG puncta] *ex conuerſa 22. tertij elementorum, quoniam anguli oppoſiti GDF, FBG recti ſunt, quare & reliqui DGB, BFD duobus rectis ſunt æquales. Græcus codex ἐν κύκλῳ γάρ ἐστι τὰ δζθη σημεῖα ſed legendum δζεη.*

G Erit reliquum BFD æquale rectangulo EBG, & quadrato ex BF] *Quoniam enim quadratum ex BF æquale eſt duobus quadratis ex EE, BF, quadrato autẽ ex BF æqualia ſunt vtraque rectangula FBD, BFD, ex 2. ſecundi elementorũ; & eadem ratione quadrato ex BE æqualia vtraque rectangula OBG, BBG, erunt rectangula FBD, BFD æqualia rectangulis EFG, BBG & quadrato ex BF, quorum rectangulum FBD eſt æquale rectangulo EBG. reliquum igitur BFD reliquo BEG, & quadrato ex BF eſt æquale.*

H Sed rectangulum EBG vna cum quadrato ex BG eſt rectangulum EBG vna cum quadrato ex BG] *Hoc eſt rectangulum BBG vna cum quadrato ex BG eſt æquale rectangulo vna cum quadrato ex FG. eſt enim rectangulum BBG æquale rectangulo BGE vna cum quadrato ex BG ex 3. ſecund elementor. quare rectangulum EBG vna cum quadrato ex BG eſt æquale rectangulo BGE vna cum duobus quadratis ex BG, GE. & ſimiliter rectangulum EBG vna cum quadrato ex EG æquale eſt rectangulo BGE vna cum quadratis ex BG, GE. ergo cum eiſdem ſint æqualia, & inter ſe æqualia erunt.*

K Commune auferatur rectangulum BDF] *Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur. τὸ ὑπὸ βζδ, cum legendum ſit τὸ ὑπὸ βδζ.*

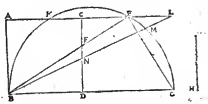
L Ergo reliquum quadratum ex FD quadratis ex BD, GE, hoc eſt quadratis ex CD, GE eſt æquale] *Eſt enim ex iam dictis rectangulum BFD æquale rectangulo BDF & quadrato ex FD.*

Pro-

Problema vt Heraclitus.

PROBLEMA IV. PROPOSITIO LXXII.

Quadrato exiſtente A D, producere A C in E, & facere E F datam quæ LEM. VIII.
ad punctum B pertingat. A



Factum iam illud ſit, & à puncto B ipſi E F ad rectos angulos ducatur B G. Quoniam igitur quadrata ex C D, F E æqualia ſunt quadrato ex D G. & data ſunt quæ ex C O, F E quadrata, etenim vtraque ipſarum magnitudine datur, datum igitur eſt quadratum ex D G. quare & ipſa D G, & tota B G magnitudine data eſt. B C
Sed, & poſitione. ergo ſemicirculus in recta linea B G deſcriptus poſitione datur; &
tranſit per punctum K. ergo punctum E poſitione circumferentiam contingit. Sed & D E F
poſitione rectam lineam A E. datum igitur eſt, ſed & B datum. quare recta linea B E G H
poſitione dabitur.

Componetur autem hoc modo.

Sit quadratum quidem A D, data autem recta linea H. & quadratis ex C D & H æquale ſit quadratum ex D G. maior igitur eſt G D, quam D C. quare, & rectangulum G D B maius eſt quadrato ex D C. & ideo ſemicirculus in recta linea B G deſcriptus tranſibit ſupra punctum C. deſcribatur, & ſit B K, B G, produeaturque A C, ad E, & F E, E G
jungantur. ergo quadrata ex C D, B F æqualia ſunt quadrato ex D G. Sed quadrato ex K
D G ponebantur æqualia quadrata ex C O H. quadrata igitur ex C D H, quadratis ex C O, E F ſunt æqualia. & ob id quadratum ex H æquale eſt quadrato ex E F, & recta linea H rectæ E F æqualis. eſt autem E F data. ergo E F problema efficit. Itaque dico eam ſolam hoc effieere. ducatur enim altera quædam linea B L; quæ ſi problema
efficit, erit N L æqualis E F. maior autem eſt F B, quam N B tota igitur B L minor eſt, L
quam B E quod fieri non poteſt; eſt enim B L etiam maior non igitur B L problema M
efficit, ſed ſola E B.

Vt autem cognoſcamus vtra ipſarum maior ſit, demonſtrabimus hoc pacto.

Quoniam maior eſt B L, quam B E, & B F maior, quam B N, erit reliqua N L maior, N
quam F E, & manifeſtum eſt eam, quæ puncto C propinquior eſt, remotiore ſemper minorem eſſe.

COMMENTARIVS.

Quadrato exiſtente A D producere A C in E, & facere E F datam, quæ ad punctum A
B pertingat] *Græcus codex mancus eſt, & corruptus, vt opinor, in quo legitur.* τετραγώνου ὄντος θέσει τοῦ α δ θ εἶναι δοθεῖσαν τὴν ε ζ νεύουσαν ἐπὶ τὸ β *fortaſſe autem ita reſtituentur.* τετραγώνου ὄντος τοῦ α δ, ἐκβάλλειν α γ ἐπὶ τὸ ε, καὶ ποιεῖν δοθεῖσαν τὴν ε ζ, νεύουσαν ἐπὶ τὸ β. *Eadem forma loquendi vſus eſt Pappus in problemate XVI. huius libri his verbis.* θέσει δεδομένων τῶν α β, α γ ἄρα γωνίαν κατὰ θέσιν τὴν δε, καὶ ποιεῖν δοθεῖσαν τὴν δ ε.

Factum iam illud ſit, & a puncto B ipſi E F ad rectos angulos ducatur E G] *Græcus* B
codex corruptus eſt, in quo legitur γεγονέτω καὶ ὑπὸ τοῦ ε σημείου τῇ β ε ὀρθογώνιος ἐνθεῖα γρ ἤχθω ἡ ε η *ſed forte legendum erit.* καὶ ἀπὸ τοῦ ε σημείου ὀρθὴ ἤχθω ἡ ε η.

Quoniam igitur quadrata ex C D, F E æqualia ſunt quadrato ex D G] *Græcus codex* C

dex ἐπεὶ δ τὰ ἀπὸ τῶν γδ, ζε τετράγωνα ἐστὶ τῷ ἀπὸ δε τετραγώνῳ ſed legendum eſt τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ, &c.

D Et tranſit per punctum E] *Ex 31. tertij elementorum, vel eius conuerſa.*

E Ergo punctum K poſitione eircumferentiam contingit] *Graecus codex τὸ ε ἄρα θέσει περιφερεία ἅπτεται. ego legerem περιφερείας ἅπτεται.*

F Sed & poſitione rectam lineam AF] *Graecus codex ἀλλὰ καὶ θέσει ἡ κεία, καὶ θέσει ἡ θεῖα τῆς αε, lege ἀλλὰ καὶ θέσει εὐθείας τῆς αε.*

G Datum igitur eſt] *Ex 25. datorum Euclidis. Graecus codex δοθεῖσα ἄρα ἐστιν. ſed forte legendum δοθὲν ἄρα ἐστιν.*

H Quare recta linea BE poſitione dabitur] *Ex 26. datorum.*

K Ergo quadrata ex ED, BF æqualia ſunt quadrato ex DG] *Ex antecedenti lemmate. Graecus codex τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γδ, εζ τετράγωνον, ἴσον ἄρα ἐστὶ τῷ ἀπὸ ηδ τετραγώνῳ. ſed legendum arbitror. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γδ, εζ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ εδ τετραγώνῳ.*

L Erit NL æqualis EF] *Graecus codex ἔσται ἴση ἡ βλ τῇ εζ lege ὁ νλ τῇ εζ.*

M Eſt enim BL etiam maior] *Secet enim BL circuli circumferentiam in puncto M. erit BM maior, quam BE ex ijs, quæ nos demonſtrauimus in octauam propoſitionem libri Archimedis de lineis ſpiralibus. ergo BL, quam BE multo maior erit. poteſt etiam illud aliter demonſtrari, vt inferius apparebit.*

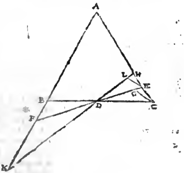
N Quoniam maior eſt BL, quam BE, & BF maior quam BN, erit reliqua NL maior quam FG] *Eſt enim quadratum ex BL æquale duobus quadratis ex BA, AL; quadratum autem ex BE æquale quadratis ex BA, AE. & cum quadratum ex AL ſit maius quadrato ex AE, quod AL maior quam AE; erit quadratum ex BL maius quadrato ex BE, & ideo BL, quam BE maior. Rurſus quadratum ex BF æquale eſt duobus quadratis ex BD, DF, & quadratum ex BN itidem æquale quadratis ex BD, DN. Quod cum DF, ve maior, quam DN, erit quadratum ex BF maius quadrato ex BN, & ipſa BF, quam BN maior. Similiter, & in alijs idem contingere demonſtrabimus. Itaque cum BL ſit maior, quam BE, & BF maior, quam BN, ſequitur NL, quam FE multo maiorem eſſe. Graecus codex vt opinor corruptus eſt, qui ſic habet. ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ μὲν αβ τῆς βε ἡ δὲ τῆς βν, λοιπὴ ἄρα ἡ νλ τῆς ζν μείζων ἐστὶ ſed legendum puto ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ὁ μὲν βλ τῆς βε ἡ δὲ βζ τῆς βν λοιπὴ ἄρα ἡ νλ τῆς ζε μείζων ἐστί.*

LEMMA vtile ad determinationem noni Theorematis, vt in antiquis.

THEOREMA LXIX. PROPOSITIO LXXIII.

LEM. IX.

Sit BA æqualis AC, & ſecetur BC in puncto D bifariam. Dico BC minimam eſſe omnium rectarum linearum, quæ per D ducuntur.



Ducatur enim altera quædam EF & AB ad F producatur. erit EF maior, quam CB. Quoniam enim angulus ABC, videlicet angulus C maior eſt angulo BFB, poterimus ad angulo C auferre angulum ipſi BFB æqualem. ſit ei æqualis DCG.

A eſt igitur vt FD ad DB, ita CD ad

B DG. Sed FD maior eſt, quam DB. ergo & CD, quam DG maior. Itaque quoniam maior eſt FD, quam DB, hoc eſt, quam DE, & DC maior,

C quam DG, erit FD omnium maxima, & DG minima, & quoniã quatuor rectæ lineæ proportionales ſunt FD, ED, DC, DG, atque eſt maxima quidem FD, minima vero

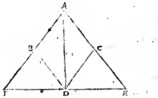
D E DG, erit FG maior, quam EC. ergo EC cum ſit minor, quam FE, multo minor erit, quam EF. Similiter demonſtrabimus BC mino-

B C minorem eſſe omnibus rectis lineis, quæ per punctum D ducuntur. Dico inſuper propinquiorem ipſi B C remotiore minorem eſſe.

Ducatur enim alia quæpiam H K, & angulo K æqualis conſtituatur D E L. illud enim fieri poteſt. Rurſus maior eſt K D, quam D F, & B D, quam D L maior. quare tota K L maior eſt, quam B F, & propterea K H, quam E F multo maior erit. minor igitur eſt B F, quam H K. Ex quibus ſequitur B C eſſe minorem omnibus, quæ per D ducantur, & quæ ipſi propinquior eſt, ſemper remotiore minorem eſſe.

THEOREMA LXX. PROPOSITIO LXXIV. LEM. X.

Quod cum ita ſit manifeſta erit determinatio.



Si enim exponamus rhombum A B, C D, & iungentes A D, ducamus ipſi ad rectos angulos B F, quę cum ipſis A C, A B in punctis E F conueniat, oportet determinare, vtrum maxima ſit, an minima omnium rectarum linearum, quæ per punctum D ducantur, & quoniam diagonios eſt A D, & ipſi A D perpendicularis B F, factum erit triangulum æquicrure E A F, habens latus B A ipſi A F æquale. ergo per antecedens lemma ſit B F minor omnibus rectis lineis, quæ per D ducuntur, & ipſi propinquior ſemper remotiore minor eſt.

COMMENTARIVS.

Eſt igitur vt F D ad D B, ita C D ad D G] *Ex 4. ſexti elementorum. Nam cum angulus* D C G *ſit æqualis angulo* B F D, *& angulus* G D C *ad verticem æqualis ipſi* B D F, *& reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile erit.* A

Sed F D maior eſt, quam D B] *Ex 19. primi angulus enim* A B C *exterior maior eſt interiori* B F D. *& eadem ratione angulus* F B D *maior eſt angulo* A C B, *hoc eſt ipſo* A B C. *angulus igitur* F B D *angulo* B F D *multo maior eſt, & ideo à maiori latere ſubtenditur.* B

Erit F D omnium maxima, & D G minima] *Hæc nos addidimus, quæ in Græco codice non erant, ſed tamen aliqua in eandem ſententiam deſiderari videbantur ſic enim in eo legitur.* ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ ζδ τῆς δβ, ἔτι δὲ τῆς δγ, ἀλλὰ ἡ δγ τῆς μείζων ἐστὶν ἐπεὶ ὀξ τετάρος. *&c. fortaſſe vero hæc addenda erunt.* μεγίστη ἄρα ἐστὶν ἡ ζδ, ἐλαχίστη δὲ ἡ δη C

Erit F G minor, quam B C] *Sequitur hoc ex vltima quinti libri elementorum. conſtat namque* F G *ex maxima, & minima;* B C *vero ex reliquis duabus.* D

Ergo B C cum ſit minor, quam F G, multo minor erit, quam E F] *Græcus codex* ὥστε ἡ βγ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ζθ πολλῷ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς εζ. *ſed vide ne legendum ſit* ὥστε ἡ βγ ἐλάσσων οὖσα τῆς ζθ, πολλῷ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς εζ. E

Similiter demonſtrabimus B C minorem eſſe omnibus rectis lineis, quæ per punctum D ducuntur] *Poſt hæc in græco codice nonnulla leguntur, quæ nos conſulto omiſimus veluti parum neceſſaria.* F

Inclinationum liber Primus. νεύσεων.

THEOREMA LXXI. PROPOSITIO LXXV. LEM. I.

Sit ſemicirculus in A B, & ducatur quæuis recta linea D E & ad ipſam perpendiculares A D, B E. Dico D F ipſi G E æqualem eſſe.

COMMENTARIVS.

Et à puncto c ducatur c b] *Intellige* c b *ſecare.* A
Et quoniam parallelæ ſunt a b, h k] *Ex 38. primi elementorum; eſt enim angulus* a b c *in ſemicirculo rectus, & qui ſunt ad* k *recti ponuntur.* B

THEOREMA LXXIV. PROPOSITIO LXXVIII.

Sint rurſus ſemicirculi a b c, d e f: & à puncto c ducatur c e, quæ ſemicirculum d e f contingat, & ad b producatur. Dico b e ipſi e c æqualem eſſe. LEM IV.

Cum enim a d ſit æqualis f c, conſtat ſemicirculos circa idem centrum eſſe. ſumatur rurſus eorũ centrum g, & iungantur g e, a b angulus igitur ad b rectus eſt, ſed & rectus, qui ad e. ergo a b ipſi e g eſt parallela, atque eſt a g æqualis g c æqualis igitur eſt b e ipſi e c. 18. tertij. 23.

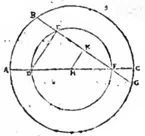


IN SEPTIMVM.

THEOREMA LXXV. PROPOSITIO LXXIX.

Sint rurſus ſemicirculi a b c, d e f, & ſit a d æqualis f e, compleatur autem maior circulus, & per f ducatur quædam recta linea b g. Dico b e ipſi f g æqualem eſſe. LEM. V. A

Sit centrum h, & ab eo ad b g perpendicularis agatur h k. ergo b k eſt æqualis k g. Itaque iungatur e d. Et quoniã d e, h k inter ſe parallelæ ſunt atque eſt d h æqualis h f, erit, & e k ipſi k f æqualis. eſt autem & tota b k æqualis toti k g. reliqua igitur b e reliquæ f g æqualis erit. Conſtat etiam b f ipſi e g æqualem eſſe. B



COMMENTARIVS.

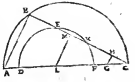
Et per f ducatur quædam recta linea b g] *Græcus codex* καὶ διὰ τοῦ δ ζ ἤχθω τις ἡ β η *lege* καὶ διὰ τοῦ ζ. A
Erit & e k ipſi k f æqualis] *Græcus codex* ὅλη γάρ ἐστι καὶ ἡ ε κ τῇ κ ζ *ego legendum puto* ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ε κ τῇ κ ζ, *quamquam illud per ſe patet ex 3. tertij elementorum, adeo vt ad propoſitum oſtendendum minime opus ſit ducere rectam lineam* e d. *Quoniam enim a centro* h *ad* b g *perpendicularis acta eſt* h k, *erit &* b k *æqualis* k g, *& eadem ratione* e k *æqualis* k f. *reliqua igitur* b e *reliquæ* f g *eſt æqualis, quod demonſtrare oportebat.* B

IN NONVM.

THEOREMA LXXVI. PROPOSITIO LXXX.

LEM. VI.

Sint duo ſemicirculi ABC, DEF, & ipſi AD æqualis ponatur FG. ducta autem BC à puncto G ad ipſam perpendicularis agatur GH. Dico BE ipſi KH æqualem eſſe.

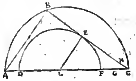


Sumatur centrum ſemicirculi DEF, quod ſit L, & à puncto L ad BK perpendicularis ducatur LM. æqualis igitur eſt BM ipſi MK. & quoniam AD eſt æqualis FG, & DL ipſi LF, tota AL toti LG æqualis erit. ſunt autem tres parallelæ AB, LM, GH: ergo BM eſt æqualis MH; quarum BM æqualis eſt MK. reliqua igitur BE reliquæ KH eſt æqualis. manifeſtum quoque eſt BK ipſi EK æqualem eſſe.

THEOREMA LXXVII. PROPOSITIO LXXXI.

LEM. VII.

A Iiſdem poſitis contingat BC ſemicirculum DEF. Dico rurſus BE ipſi EH eſſe æqualem.



Rurſus ſumatur centrum ſemicirculi DEF, quòd ſit L, & iungatur LE. perpendicularis igitur eſt ad BC, & (18. tertij.) factæ ſunt tres parallelæ AB, LE, GH, atque eſt AL æqualis LG. ergo & BE ipſi EH æqualis erit.

COMMENTARIVS.

A Iiſdem poſitis contingat BC ſemicirculum DEF] *Græcus codex τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐφάπτεται ἡ βγ τοῦ δεζ ἡμικυκλίου. lege ἐφαπτέσθω.*

IN OCTAVVM.

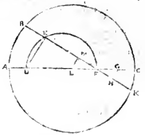
THEOREMA LXXVIII. PROPOSITIO LXXXII.

LEM. VIII.

Sint duo ſemicirculi ABC, DEF, & ſit AD minor, quam CF, ipſi vero AD æqualis ponatur CG, compleaturq; circulus BAKC, & ducta quæuis recta linea BK, a puncto G ad ipſam perpendicularis agatur GH. Dico BE ipſi HK æqualem eſſe.

Sumatur

Sumatur centrum circuli A B C, quod ſit L, & a puncto L ad E F perpendicularis agatur L M. æqualis igitur eſt E M ipſi M K. quoniam autem A L eſt æqualis L C, & A D ipſi G C, erit reliqua D L reliquę L G æqualis, & ſunt tres parallelæ D E, L M, G H. ergo E M eſt æqualis M H. eſt autem tota E M æqualis toti M K. reliqua igitur E E reliquæ H K eſt æqualis. perſpicuum autem eſt, & E H ipſi E K eſſe æqualem. A



COMMENTARIVS.

Ergo E M eſt æqualis M H] *Quoniam enim ut* D L *ad* L F, *ita eſt* E M *ad* M F, *&* *ut* L F *ad* F G, *ita* M F *ad* F H, *ob triangulorum* L M F, G H F *ſimilitudinem, erit ex æquali ut* D L *ad* F G, *ita* E M *ad* F H. *Rurſus quoniam ut* L F *ad* F G, *ita* M F *ad* F H. *erit componendo, conuertendoque ut* F G *ad* G L, *ita* F H *ad* H M. *ergo rurſus ex æquali ut* D L *ad* L G, *ita* E M *ad* M H. *eſt autem* D L *æqualis* L G. *ergo &* E M *ipſi* M H *æqualis erit.* A

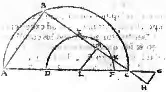
IN DECIMVM SEPTIMVM.

THEOREMA LXXIX. PROPOSITIO LXXXIII.

LEM. IX.

Iiſdem poſitis ſit A D maior, quam F C, & ipſi æqualis ponatur F G, ductaque B C H ad ipſam perpendicularis agatur G H. Dico B E ipſi K H æqualem eſſe. A

Sumatur centrum ſemicirculi D E F, quod ſit L, & ab eo ad E K perpendicularis agatur L M. ergo E M eſt æqualis M K. Et quoniam A D eſt æqualis F G, & D L ipſi L F, erit tota A L toti L G æqualis. & ſunt rurſus tres parallelę B A, M L, G H. æqualis igitur eſt B M ipſi M H, quarum E M eſt æqualis M K. ergo reliqua B E reliquæ K H eſt æqualis, manifeſtum autem eſt & B K ipſi E H æqualem eſse. B



COMMENTARIVS.

Dico B E ipſi K H æqualem eſse] *Græcus codex* ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βε τῇ κθ *lege* ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ βε τῇ κθ. A

Aequalis igitur eſt B M ipſi M H] *Hoc eodem modo demonſtrabitur, quo ſupra demonſtratum eſt* E M *ipſi* M H *æqualem eſſe.* B

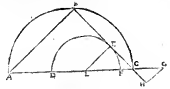
THEOREMA LXXX. PROPOSITIO LXXXIV.

LEM. X.

Iiſdem poſitis contingat B C ſemicirculum D E F. Dico B E ipſi E H æqualem eſſe.

Suma-

Sumatur rurſus ſemicirculi DBF c.nrrum L, & LB iungatur. ergo p:rpendicularis eſt ad BH, & ob id tres parallelæ ſunt AB, LB, GH, atque eſt AL æqualis LG. æqualis igitur eſt BB ipſi BH.

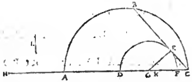


Problema vtile ad compoſitionem decimi ſeptimi.

PROBLEMA V. PROPOSITIO LXXXV.

LEM. XI. Semicirculo poſitione dato ABC, & dato puncto D, deſcribere per

A D ſemicirculum, qualis eſt DEF, ita vt ſi ducatur contingens BC, fiat AD ipſi BE æqualis.



Factum iam ſit. ergo vt AD ad BE, ita eſt BB ad AG, & vt quadratum ex AD ad quadratum ex AC. ita quod ex BB quadratum ad quadra-

B tum ex EC. Vt autem quadratum ex BB ad quadratum ex BE. ſumpto ſemicirculi DBF centro G, & iuncta GB, ita eſt quadratum ex AG ad

C quadratum ex GC. Sed quadratum ex BC eſt exceſsus quadratorum ex BG, GC. eſt

D igitur vt quadratum ex AD ad exceſsum quadratorum ex DG, GC ita quadrarum ex AG ad quadratum ex GE. ponatur ipſi DA æqualis AH, & feeerur DC bifariam in puncto K. Itaque quoniam vt quadrarum ex AG ad quadratum ex GC, ita eſt qua-

E dratum ex AD ad exceſsum quadratorum ex DG, GE; erit reliquum, videlicet rectangulum DGH ad reliquum quadratum ex GD: hoc eſt HG ad GD; vt vna proportio-

F num, nempe vt quadratum ex AD ad exceſsum quadratorum ex DG, GC, hoc eſt quod bis DC & L continetur ad id quod bis continetur DC, GK darum autem eſt quadratum ex AD. ergo & id, quod bis continetur DC & L & quod ſemel continetur datum erit.

G atque eſt data DC. ergo & L data. Quoniam autem eſt, vt HG, OD, ita quadratum

H ex AO. hoc eſt quod bis continetur DE & L ad id, quod bis DC & GK continetur; hoc

K eſt vt L ad GK. rectangulum igitur HGK rectangulo contento L & GD eſt æquale,

L & ſunt tres rectæ lineæ daræ HD, DK, L. ergo deductum eſt ad dererminatam ſectio-

M nem. Datis tribus rectis lineis HD, DK, L, ſecare DK in puncto G, & facere propor-

N tionem rectanguli HGK ad rectangulum LGD æqualis ad æquale. hoc aurem manife-

O ſto conſtat, & eſt indeterminatum. ergo datum eſt punctum G, & ſemicirculi DEF

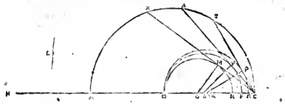
P centruin. poſitione igitur eſt ſemicirculus, & a dato puncto C recta eſt contingens

Q BC. quare poſitione eſt BC.

Idem autem congruet ſi punctum infra ſumatur.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit ſemicirculus quidem ABC, datum autem punctum D, & oporteat facere id, quod propoſitum eſt.

Pona-



Ponatur quadrato ex AD æquale id, quod bis DC & L continetur, ipſi vero DA æ-
qualis ponatur AH, & DC bifariam in puncto K diuidatur. Itaque datis tribus rectis
lineis HD, DK, L, ſecetur DK in G. vt faciat proportionem rectanguli ex L & DG
ad rectangulum HGK ęqualis ad æquale, & circa centrum G ſemicirculus DEF deſcri-
batur. Dico ſemicirculum DEF problema efficere. ducatur enim BC ſemicirculum
contingens. erit AD ipſi BE æqualis. Nam cum rectangulum HGK æquale ſit rectan
gulo ex L & GD, vt HG ad GD, ita erit L ad GK. Sed vt HG ad GD, ita eſt rectan-
gulum HGD ad quadratum ex GD, hoc eſt exceſsus quadratorum ex GA, AD ad qua-
dratum ex GD. Vt autem L ad GK, ita id, quod bis continetur L & DC ad conten-
tum bis DC, GK, hoc eſt quadratum ex AD ad exceſsum quadratorum ex DG, GC. Vt S
igitur quadratorum ex GA, AD exceſsus ad quadratum ex GL, ita eſt quadratum ex AD
ad exceſsum quadratorum ex DG, GC. ergo vt quadratum ex AG ad quadratum ex
GC, ita quadratum A ex D ad exceſsum quadratorum ex DG, GE, hoc eſt ad exceſ- T
ſum quadratorum ex CG, GB, hoc eſt ad quadratum ex EC. Vt igitur quadratum ex
AG ad quadratum ex OC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex EC. Sed vt qua-
dratum ex AG ad quadratum ex GE, ita eſt quadratum ex BB ad quadratum ex EC.
ergo vt quadratum ex BB ad quadratum ex EC, ita quadratum ex AD ad id, quod
ex BC quadratum. quadratum igitur ex AD æquale eſt quadrato ex BB, ideoque re-
cta linea AD ipſi BC eſt æqualis. & manifeſtum eſt BB maiorem eſſe, quam EC. ete- V
nim vt HG ad GD, ita erat quadratum ex AD ad quadratum ex EC. maior autem eſt X
HG, quam GD. ergo & quadratum ex AD maius eſt quadrato ex EE; ac propterea AD Y
quam EC eſt maior: & multo maior, quam FC. Semicirculus igitur DBF problema
efficit. Dico autem eum ſolum hoc efficere. Deſcribatur enim alter ſemicirculus
DMN, & ducatur contingens CMX. Itaque ſi DMN etiam problema efficit, erit AD
æqualis MX, & ſumpto ſemicirculi DMN centro, quod ſit O, iungatur OM. ergo con- Z
gruentur reſolutioni, rectangulum HOK æquale erit rectangulo LDO, quod eſt ab- α
ſurdum; nam in determinata ſectione demonſtratum fuit maius eſſe. non igitur ſemicir-
culus DMN efficit problema. Similiter oſtendemus neque aliud vllum efficere præter-
quam ipſum DEF. ergo DEF ſolus problema efficit. Vt autem cognoſcamus vtrum β
ipſorum maius abſcindet ita oſtendemus. Quoniam enim in determinata ſectione de-
monſtratum eſt, rectangulum LDO minus rectangulo HOK, habebit L ad OK mino- γ
rem proportionem, quam HO ad OD. Sed vt L ad OK, ita eſt quadratum ex AD ad δ
exceſſum quadratorum ex DO, OC quod oſtenſum eſt. vt autem HO ad OD, ita ex ε
ceſſus quadratorum ex OA, AD ad quadratum ex OD. ergo quadratum ex AD ad ex ζ
ceſsum quadratorum ex DO, OC minorem proportionem habebit, quam exceſsus qua-
dratorum ex OA, AD ad quadratum ex OD. & omnia ad omnia maiorem habebunt η
proportionem, quam quadratum ex AD ad exceſsum quadratorum ex DO, OC, hoc
eſt ad quadratum ex CM. quadratum igitur ex AD ad quadratum ex CM minorem pro-
portionem habet, quam quadratum ex AO ad quadratum ex OC, hoc eſt quam qua-
dratum ex XM ad quadratum ex MC, & propterea XM, quam AD eſt maior. Non
aliter oſtendemus, & omnes rectas lineas, quæ inter A & S interiiciuntur, maiores eſ-
ſe, quam AD; quæ vero inter B & C eſſe minores. Si enim rurſus deſcribamus ſemi- θ
circulum DPR, contingentemque ducamus: & eadem quæ prius conſtruantur, erit
centrum ſemicirculi DPR videlicet T ad alteras partes puncti G. & in ſectionem de- κ
terminata rectangulum HGK maius erit rectangulo HTK. atque eadem ratione AD,
quam SP erit maior. ergo ſemicirculi, qui accedentes ad A lineas contingentes ha- λ
bent, maiorem faciunt eam, quam AD, qui vero remotiores ſunt, faciunt minorem;
fieri igitur poteſt, vt per punctum D deſcribantur ſemicirculi, ita vt linea contingens
vnum-

vnumquemque ipſorum protracta ad circumferentiam maioris ſemicirculi faciat eam, quæ inter contactum, & dictam circumferentiam interijcitur, æqualem ipſi AD. & rurſus maiorem, & faciat minorem.

COMMENTARIVS.

A Ita vt ſi ducatur contingens BC, fiat ND ipſi BE æqualis] *Intellige BC contingere ſemicirculum DEF in puncto E.*

B Vt autem quadratum ex BE ad quadratum ex EC, ſumpto ſemicirculi DEF centro G, & iuncta GE, ita eſt quadratum ex AG ad quadratum ex GC] *ſi enim iungatur AB parallela erit ipſi GE, quod angulus ABC in ſemicirculo rectus eſt; & rectus GEC. ergo vt BE ad EC, ita AG ad GC, & ob id quadratum ex BE ad quadratum ex EC. ita quadratum ex AG ad quadratum ex GC. Græcus autem codex mendoſe habet. τὸ ἀπὸ δη πρὸς τὸ ἀπὸ ηγ, cum legendum ſit τὸ ἀπὸ αη πρὸς τὸ ἀπὸ ηγ.*

28.primi.
31.tertij.
18.
2.ſex. 22.

C Sed quadratum ex BC eſt exceſſus quadratorum ex EG, GC] *Nam quadratum ex GC æquale eſt duobus quadratis ex GE, EC ex 47. primi elementorum. Græcus codex ἀλλὰ τὸ ἀπὸ ϵγη τῷ ἀπὸ εη, ηγ ἐστιν ὑπεροχὴ lege τὸ ἀπὸ εγ.*

D Eſt igitur vt quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DG, GC, &c.] *Quoniam enim quadratum ex EC eſt exceſſus quadratorum ex EG, GC, atque eſt DC æqualis GE, erit etiam exceſſus quadratorum ex DG, GC. ergo vt quadratum ex BE, hoc eſt vt quadratum ex AD ipſi æquale ad exceſſum quadratorum ex EG, GC, ita quadratum ex AG ad quadratum ex GC.*

E Erit reliquum, videlicet rectangulum DGH ad reliquum quadratum ex GD, hoc eſt HG ad GD, vt vna proportionum, nempe vt quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DO, GC] *Nam cum ſit vt totum quadratum ex AG ad totum quadratum ex GC, ita quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DG, GC, videlicet pars ad partem erit reliquum rectangulum DGH ad reliquum quadratum ex GD, vt quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DG, GC eſt enim quadratum ex AG æquale quadrato ex AD, & rectangulo HGD, quoniam recta linea HD bifariam ſecatur in A, atque ipſi adiungitur DC. quadratum autem ex OC eſt æquale quadrato ex BC, qui eſt exceſſus quadratorum ex DO, GC, & quadrato ex GE, hoc eſt GD. ſed vt rectangulum HGD ad quadratum ex GD, ita eſt HG ad GD. ergo HG ad GD eſt vt quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DG, GC. Græcus codex λοιπὴ πρὸς λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ δ ο θ ſed puto legendum λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ δ η θ πρὸς λοιπὸν τὸ ἀπὸ η δ.*

6.ſecundi.
47.primi.
1.ſexti.

F Hoc eſt quod bis DC, & L continetur ad id, quod bis continetur DC, GK] *Fiat quadrato ex AD æquale id, quod bis continetur DC, vt alia quædam linea, quæ ſit L. & quoniam DF bifariam ſecatur in G, atque ipſi adiungitur FC, erit rectangulum DCF vna cum quadrato ex CF æquale quadrato ex GC. ſed rectangulo DCF æquale eſt id, quod bis continetur DC, GK; cum FC ſit dupla ipſius GK, vt mox oſtendemus. ergo quod bis DC, GK continetur, eſt exceſſus quadratorum ex FG, GC, hoc eſt DG, GC. eſt igitur HG ad GC, vt quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DG, GC, hoc eſt quod bis continetur DC, & L ad id, quod bis DC, GK continetur. At vero FC ipſius GK duplam eſſe perſpicue apparet eſt enim DC dupla ipſius CK, & DF dupla FG. ergo & reliqua FC reliquæ GK dupla erit. Græcus codex corruptus eſt, & mancus, in quo legitur. ἔστι πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ δ γ λ δοθὲν δὲ τὸ ἀπὸ α δ ergo ſic reſtituendum cenſeo ἔστι τὸ δὶς ὑπὸ δ γ λ πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ δ γ, η κ δοθὲν δὲ τὸ ἀπὸ α δ.*

19.quinti.

G Atque eſt data CD. ergo & L data] *Ex 57. datorum Euclidis.*

H Hoc eſt vt L ad GK] *Ex prima ſexti elementorum.*

K Rectangulum igitur HGK rectangulo ex L & GD eſt æquale] *Ex 16. ſexti elem.*

L Ergo deductum eſt ad determinatam ſectionem] *Græcus codex ἀπῆκται εἰς διωρισμένης ſed vide ne legendum ſit ἀπῆκται εἰς διωρισμένην vt intelligatur τομήν.*

M Datis tribus rectis lineis HD, DK, L ſecare DK in puncto G & facere proportionem rectanguli HGK ad rectangulum LGD æqualis ad æquale, hoc autem manifeſto conſtat] *Illud, vt opinor, manifeſtum tunc erat ex demonſtratis ab Apollonio in libris de ſectione determinata, his autem temporibus non item, cum Apollonij libris careamus. quare nos problema eiuſmodi explicare tenebimus. hoc pacto.*

Sint datæ rectæ lineæ HD, DK, L oportet ipſam DK ita ſecare in puncto G, vt rectangulum HGK æquale ſit rectangulo, quod L & DG continetur.

Sint





Adijciatur recta linea H D *linea* O M, *quæ ſit æqualis* L. *& ab ipſa* H M *abſcindatur* M N *æqualis* O K, *fiatque* O D *æqualis* N H. *& ſi quidem* D M *ſit minor, quam* O K, *vt in ſecunda figura, fiat* K P *æqualis* M D. *erunt* N D O P, M K, H O *inter ſe æquales, &* D P *æqualis* H O. *Itaque ex* 29. *ſexti elementorum ad rectam lineã* D O *rectangulo* H D K *æquale rectangulum applicetur, excedens figura quadrata, quod ſit* D G Q. *Dico* D K *in* G *ſectam eſſe, vt proponebatur. Quoniam enim rectangulum* D G Q. *hoc eſt* D G D *eſt æquale rectangulo* H D K, *erit ex* 14. *ſexti elementorum* K O *ad* D G, *vt* D D *ad* H D; *& diuidendo* K G *ad* G O, *vt exceſſus, quo* O O *ſeparat* H O *ad* H D, *videlicet in prima quidem figura, vt vtraque* O H, D G *hoc eſt* D G, K M *ad ad* H D: *in ſecunda vero vt* P D *ad* H D, *& vt vnum ad vnum, ita antecedentia omnia ad omnia conſequentia, nempe vt* K G *ad* G D, *ita* K G *vna cum exceſſu, quo* D G *ſuperat* H O, *hoc eſt in prima figura ita* D M *ad* H O, O D, *hoc eſt ad* H D: *& in ſecunda figura, ita* P K *hoc eſt* D M *ad* H G. *rectangulum igitur* H G K *eſt æquale rectangulo* G O M, *videlicet ei, quod* L *&* D G *continetur. illud autem eſt quod facere oportebat.*

Et eſt indeterminatum] *Cum enim problematum alia determinata ſint, alia indeterminata, hoc ex eorum numero eſt, quæ indeterminata appellantur, quod vt fieri poſſint nulla indigent determinatione.* N

Poſitione igitur eſt ſemicirculus] *Ex 6. diffinitione libri datorum.* O

Quare poſitione eſt B C] *Non ſolum data eſt poſitione* B C, *ſed & magnitudine ex 91. libri datorum.* P

Idem autem congruet, ſi punctum] . . . . Q
. . . .

Vt H G ad G D, ita erit L ad O K] *Ex 14. ſexti elementorum. Græcus codex* ὡς ἡ θ πρὸς τὴν η δ οὕτως ἐστὶ τὴν η κ. *lege* οὕτως ἐστὶν ἡ λ πρὸς τὴν η κ. R

Vt autem L ad G K, ita id, quod bis continetur L & D C ad contentum bis D C, G K] *Græcus codex* ὡς δὲ ἡ η λ πρὸς τὴν η κ, οὕτως ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ δ α γ πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ δ γ, η κ *legendum autem puto* ὡς δὲ ἡ λ πρὸς τὴν η κ, οὕτως ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ λ δ γ πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ δ γ, η κ. S

Ergo vt quadratum ex A G ad quadratum ex G C, ita quadratum ex A D ad exceſſum quadratorum ex D G, D C] *Ex 12. quinti elementorum. Omnia enim antecedentia ad omnia conſequentia ſunt, vt vnum antecedentium ad vnum conſequentium.* T

Etenim vt H G ad G O, ita erat quadratum ex A D ad quadratum ex E C] *Græcus codex* ἔχομεν γὰρ ὡς τὴν θ η πρὸς τὴν η δ, οὕτως τὸ ὑπὸ α δ πρὸς τὸ ὑπὸ ε γ. *post quæ ſequuntur hæc* ἀναβαίνει δὲ ἐπισκεπτόμενον, *quæ ſupervacanea videtur & ob ſcriptoris negligentiam inſerta.* V

Ergo & quadratum ex A O maius eſt quadrato ex E C Græcus codex] μεῖζον τὸ ὑπὸ α δ τοῦ ὑπὸ ε γ *&c. ego legerem* μεῖζον ἄρα τὸ ὑπὸ α δ τοῦ ὑπὸ ε γ. X

Et multo maior, quam F C] *Intelligatur a puncto* E *ad* D C *ducta perpendicularis* E Y, *erit* Y C *maior, quam* F C. *ſed cum* E C *maiori angulo ſubtendatur, maior eſt, quam* Y C, *ergo* A D, *quam* F C *multo maior erit. vide tamen quorſum hæc.* Y

Ergo congruenter reſolutioni rectangulum H O K æquale erit rectangulo L D O] *Si ponatur* M X *æqualis* A D, *eodem modo, quo ſupra in reſolutione demonſtratum fuit rectangulum* H G K *æquale rectangulo* L D G. *demonſtrabitur quoque rectangulum* H O K *rectangulo* L D G *æquale. Græcus codex* ὅπως ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει τὸ ὑπὸ τῶν θ ε κ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν α δ ο. *ego legendum cenſeo.* τὸ ὑπὸ τῶν θ ο κ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν λ δ ο. Z

Quod eſt abſurdum, nam indeterminata ſectione demonſtratum fuit maius eſſe.] *Eſt enim rectangulum* H O K *maius rectangulo* H G K *ex 14. huius libri ſed rectangulum* L D D *minus eſt rectangulo* L D D, *quod* D O *ſit minor, quam* D G. *ergo rectangulum* H O K *rectan-*

gulo LDO *multo maius erit. Græcus codex* ἐν γὰρ τῇ διωρισμένῃ δέδεικται μείζων *lege* μεῖζον.

β Ergo DCF ſolus problema efficit] *Græcus codex* τὸ δ ζ ε ἐστι μόνον ποιεῖ τὸ πρόβλημα, *lege* τὸ δ ζ ε ἄρα μόνον ποιεῖ τὸ πρόβλημα.

γ Habebit L ad OK minorem proportionem, quam HO ad OD] *ex 16. huius.*

δ Sed vt L ad OK, ita eſt quadratum ex AO ad exceſſum quadratorum ex DO OC] *Græcus codex* ἀλλ' ὡς μὲν ἡ κ ο πρὸς λ οὕτως ἐστὶ τὸ ὑπὸ α δ πρὸς τὴν τῶν ὑπὸ δ θ, ο κ ὑπεροχὴν *legendum autem puto.* ἀλλ' ὡς μὲν ἡ λ πρὸς ο κ. οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ α δ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ δ ο ο γ ὑπεροχήν.

ε Vt autem HO ad OD, ita exceſsus quadratorum ex OA, AO ad quadratum ex OD] *Græcus codex* ὡς δὲ ἡ θ ο πρὸς ο δ, οὕτως ἐστὶν ἡ ἀπὸ ο α δ πρὸς τὸ ἀπὸ ο α *lege* ὡς δὲ ἡ θ ο πρὸς ο δ, οὕτως ἐστὶν ἡ τῶν ἀπὸ ο α, α δ ὑπεροχὴ πρὸς τὸ ἀπὸ ο δ.

ζ Ergo quadratum ex AD ad exceſsum quadratorum ex DO, OC minorem proportionem habebit, &c.] *Græcus codex* καὶ τὸ ἀπὸ α δ ἄρα πρὸς την τῶν ἀπὸ ο δ, δ γ ὑπεροχὴν *lege* πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ δ ο, ο γ ὑπεροχήν.

η Et omnia ad omnia maiorem proportionem habebunt, quam quadratum ex AD ad exceſsum quadratorum ex DO, OC] *Videlicet omnia antecedentia ad omnia conſequentia, hoc eſt exceſſus quadratorum ex* OA, AD *vna cum quadrato ex* AD *ad exceſſum quadratorum ex* DO, OC *vna cum quadrato ex* OD *maiorem habebunt proportionem, quam quadratum ex* AD *ad exceſſum quadratorum ex* DO, OC *ex 8. huius libri ſed exceſſus quadratorum ex* OA, AD *eſt rectangulum* HOO, *rectangulum autem* HOD *vna cum quadrato ex* AD *eſt æquale quadrato ex* AO. *Rurſus exceſſus quadratorum ex* OO, OC, *hoc eſt* MO, OC *eſt quadratum* MC, *quod vna cum quadrato ex* DO, *hoc eſt* MO *eſt æquale quadrato ex* OC. *quadratum igitur ex* AO *ad quadratum ex* OC *maiorem proportionem habet, quam quadratum ex* AD *ad quadratum ex* MC. *Græcus codex* καὶ πάντα πρὸς πάντα ὡς τὸ ἀπὸ α δ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ γ ο, ο δ ὑπεροχήν. *lege* καὶ πάντα πρὸς πάντα μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ α δ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ γ ο, ο δ ὑπεροχήν.

θ Quæ vero inter BC interijciuntur, eſſe minores] *Græcus codex* αἱ δὲ μεταξὺ τῶν β ε. *lege* τῶν β γ.

κ Et in ſectione determinata rectangulum HGK maius erit rectangulo HTK] *Græcus codex* ἐν δὲ τῇ διωρισμένῃ μείζων ἔσται τὸ ὑπὸ λ α γ τοῦ ο τ κ *ego legendum puto* τὸ ὑπὸ θ η κ τοῦ ὑπὸ θ τ κ.

λ Ergo ſemicirculi, qui accedentes ad A lineas contingentes habet maiorem faciunt eam, quam AD, qui vero remotiores ſunt, faciunt minorem] *Græcus codex* ὥστε τὰ μὲν ἔγγιστα τοῦ α &c. μειζονα ποιεῖ τὴν α δ *forte legendum erit* μείζονα ποιεῖ τῆς α δ.

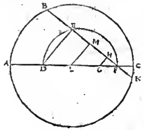
IN DECIMONONO.

THEOREMA LXXXI. PROPOSITIO LXXXVI.

LEM. XII.

Sint rurſus ſemicirculi, maior autem AD, quam CF, & ipſi AD æ-
A qualis ponatur CG, ductaque BEF a puncto G ad ipſam perpendicularis
B agatur GH, & compleatur circulus ABC, producaturque BF vſque ad K.
Dico BH ipſi EK æqualem eſſe.

Sumatur centrum circuli ABC, quod ſit L, & ab eo ad BK perpendicularis ducatur LM, ergo BM eſt æqualis MK, Itaque quoniam AL eſt
C æqualis LC, & AD ipſi GC, erit reliqua DL reliquæ LG æqualis, & ſunt tres parallelæ DE, LM, GH. quare BM eſt æqualis MH. eſt autem & tota BM æqualis toti MK. reliqua igitur BE reliquæ HK eſt æqualis. ex quibus conſtat & BH ipſi EK æqualem eſſe.



COM-

Ductaque BEF à puncto G ad ipſam perpendicularis agatur GH] *Græcus codex* καὶ διαχθείσης τῆς βεκ ἀπὸ τοῦ η ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ ηθ. *lege* καὶ διαχθείσης τῆς βεζ *&c. inferius cum addit* καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ βζ ἐπὶ τὸ κ. A

Et compleatur circulus ABC] *Græcus codex* καὶ πρὸς ἀναπεπληρώσθω τὰ βγ ἡμικύκλια. *ego legendum puto* καὶ πρὸς ἀναπεπληρώσθω ὁ αβγ κύκλος. B

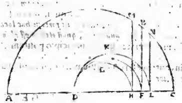
Erit reliqua DL reliquæ LG æqualis] *Græcus codex* λοιπὴ ἄρα ἡ αλ λοιπῇ τῇ λη ἐστιν. *lege* λοιπὴ ἄρα ἡ δλ λοιπῇ τῇ λη ἐστιν ἴση. C

Problema in idem.

PROBLEMA VI. PROPOSITIO LXXXVII.

LEM. XIII.

Semicirculo exiſtente ABC, & puncto D, deſcribere in AC per D ſemicirculum, ita vt ſi ducatur contingens FB, ſit AD ipſi FB æqualis.



Factum iam ſit. & quoniam AD eſt æqualis FB, erit & quadratum ex AD quadrato ex FB, hoc eſt rectangulo AFC æquale. A

Si igitur quadrato ex AD æquale applicemus ad rectam lineam AC deficiens figura quadrata, vt AFC, perpendicularemq; ducamus FB, & in DF ſemicirculum DEF deſcribamus; B

linea BF ſemicirculum continget, C

atq; erit æqualis ipſi AD. D

hoc autem fit, quando AD minor eſt, quam dimidia ipſius AC. E

Itaq; hoc inuento ſi per D alij ſemicirculi deſcribantur vt DGH, DKL, & contingentes ducantur HM, LN. erit HM quidem maior, quam AD, LN verò minor: F

Quoniam enim AD minor eſt, quam DC, erit HM inter DF, G

& per F quidem non tranſibit, accideret enim AD ipſi FC æqualem eſſe: quod eſt abſurdum. H

& multò minus erit inter FC. quoniam rurſus accideret AD minorem eſſe, quam FC, quod itidem eſt abſurdum. eſt enim & maior, vt in problemate, quod à principio poſitum eſt. K

quare punctum H erit inter FD. L

maius autem eſt rectangulo AHG, hoc eſt quadratum ex MH rectangulo AFC, videlicet quadrato ex FB. ergo & maius quadrato ex AD, & propterea HM, quam AD eſt maior. recta verò linea LN eſt inter FC, quoniam rectangulum AL minus eſt quadrato ex AD, quod & minus fit rectangulo AFC. quadratum igitur ex LN minus eſt quadrato ex AD. quare ipſa LN quam AD eſt minor. Similiter & omnes rectæ lineæ quæ ſunt ad partes C. & generaliter ſemicirculis quidem ad punctum C accidentibus, linea contingens minor eſt, quam AD; recedentibus autem ab eo ſemper eſt maior. poſſumus igitur in AC per D ſemicirculum deſcribere, vt rectæ lineæ contingentes interdum quidem æquales ſint ipſi AD, interdum verò maiores, & interdum minores.

COMMENTARIVS.

Factum iam ſit] *Reſolutio problematis, quæ breuiſſima eſt, compoſitio enim vt videtur incipit ab eo loco. Si igitur quadrato ex* AD *æquale applicemus ad rectam lineam* AC *deficiens figura quadrata, &c.* A

Si igitur quadrato ex AD æquale applicemus ad rectam lineam AC deficiens figura quadrata, vt AFC &c.] *Hoc fiet per 28. ſexti libri elementorum.* B

Linea BF ſemicirculum continget] *Ex 16. tertij elementorum.* C

Atque erit æqualis ipſi AD] *Cum enim* BF *ſit media proportionalis inter* AF, FC, *erit quadratum eius æquale rectangulo* AFC, *hoc eſt quadrato ex* AD: *idcoque* BF *ipſi* AD *eſt æqualis.* D

Hoc autem fit quando AD minor eſt, quam dimidia ipſius AC] *Nam ſi* AD *vel dimi-* E

dia ſit ipſius A B, *vel maior, quam dimidia, rectæ lineæ contingentes ſemicirculos, qui per* D *tranſeunt ſemper minores erunt, quam* A D.

F Quoniam enim A D minor eſt, quam D E, erit H M inter D E. ac per F quidem non tranſibit, accideret enim A D ipſi F C æqualem eſſe, quod eſt abſurdum] *Ego arbitror hunc locum corruptum eſſe, non enim video, cur eiuſmodi verbis opus ſit, cum propoſitum, quam expeditiſſime concludi poſſit hoc pacto.*

Itaque hoc inuento ſi per D *ſemicirculi deſcribantur, vt* D G H, D K L, *& contingentes ducantur* H M, L N, *neceſſe eſt puncta* H L, *vel cadere inter* D F, *vel inter* F C. *Si enim aliquod eorum caderet in* F *eſſet idem ſemicirculus, qui* D F, *quod non ponitur. Cadat igitur punctum* H *inter* D F, *& punctum* L *cadat inter* F C. *Dico* H M *maiorem eſſe, quam* A D, *&* L N *minorem. Quoniam enim rectangulum* A H C *maius eſt rectangulo* A F C *ex 14. huius, atque eſt rectangulo* A H C *æquale quadratum ex* H M, *& rectangulo* A F C *æquale quadratum ex* F B, *erit quadratum ex* H M *quadrato ex* F B, *hoc eſt quadrato ex* A D *maius, & ob id recta linea* H M *maior, quam* A D. *Rurſus quoniam rectangulum* A L C *minus eſt rectangulo* A F C, *hoc eſt quadratum ex* L N *minus quadrato ex* F B, *erit quadratum ex* L N *quadrato ex* A D *minus, & ipſa* L N *minor, quam* A D. *Similiter, & omnes rectæ lineæ, &c.*

G Ac per F quidem non tranſibit, accideret enim A D ipſi F C æqualem eſſe, quod eſt abſurdum] *Vide ne legendum ſit, accideret enim* H E *ipſi* F C *æqualem eſſe, quod abſurdum.*

H Et multo minus erit inter F E, quoniam rurſus accideret A D minorem eſſe, quam F C, quod itidem eſt abſurdum] *Et fortaſſe hoc loco legendum erit, quoniam rurſus accideret* H C *minorem eſſe, quam* F C, *quod itidem eſt abſurdum.*

K Vt in problemate, quod a principio poſitum eſt] . . . .

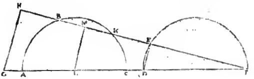
L Maius autem eſt rectangulum A H C, hoc eſt quadratum ex M H rectangulo A F C] *Ex 14. huius libri.*

IN VIGESIMO.

LEM. XIV.

THEOREMA LXXXII. PROPOSITIO LXXXVIII.

Sint ſemicirculi A B C, D E F: & ipſi C D æqualis ponatur A G, ducta autem F B ad eam perpendicularis agatur G H. Dico H B ipſi K E æqualem eſſe.



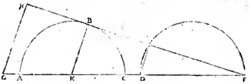
Sumatur centrum ſemicirculi A B C, quod ſit L, & puncto L ad B F perpendicularis ducatur L M, ergo B M æqualis eſt M K: Quoniam autem G A eſt æqualis C D, & A L ipſi L C, erit tota G L toti L D æqualis, ſuntque tres parallelæ G H, L M, D E. ergo H M eſt æqualis M E, quarum B M æqualis eſt M K. reliqua igitur H B reliquæ K E æqualis erit. conſtat etiam H K ipſi B E eſſe æqualem.

LEM. XV.

THEOREMA LXXXIII. PROPOSITIO LXXXIX.

Iiſdem exiſtentibus contingat B F in B. Dico rurſus H B ipſi B E æqualem eſſe.

Suma-

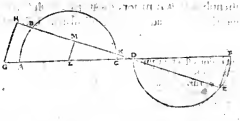


Sumatur enim rurſus centrum ſemicirculi ABC, quod ſit K, & iungatur KB, perpendicularis igitur eſt ad BF. Et quoniam in tribus parallelis GH, KB, DE æqualis eſt GK ipſi KD, & HB ipſi BE æqualis erit.

IN VIGESIMOTERTIO.

THEOREMA LXXXIV. PROPOSITIO XC.

Sint Semicirculi ABC, DEF, & ponatur AG æqualis CD, ducta autem EH ad eam perpendicularis agatur GH. Dico HB ipſi KD æqualem eſſe. A LEM. XVI.



Sumatur ſemicirculus ABC centrum L, & ducatur LM perpendicularis. ergo BM eſt æqualis MK, & quoniam GA eſt æqualis CD, & AL ipſi LC, erit tota GL æqualis toti LD, & ſunt parallelæ GH, LM, EF. æqualis igitur eſt & HM ipſi MD, quarum BM eſt æqualis MK. ergo reliqua HB reliquæ KD æqualis erit. B C

COMMENTARIVS.

Dico HB ipſi KD æqualem eſſe] *Græcus codex* ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ θκ τῇ κε *ſed legendum puto* ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ θβ τῇ κδ. A

Et quoniam GA eſt æqualis CD, & AL ipſi LC, erit tota GL æqualis toti LD] *Græcus codex* ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν κα τῇ γζ, ἡ δὲ αλ τῇ λγ, ὅλη ἄρα ἡ κλ ὅλῃ τῇ αζ ἐστιν ἴση *ſed corrige* ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ηα τῇ γδ, ἡ δὲ αλ τῇ λγ, ὅλη ἄρα ἡ ηλ τῇ λδ ἐστιν ἴση. B

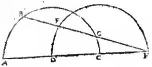
Ergo reliqua HB reliquæ KD æqualis erit] *Græcus codex* λοιπὴ ἄρα ἡ θβ λοιπῇ τῇ κε ἐστιν ἴση *lege* λοιπῇ τῇ κδ ἐστιν ἴση *poſt hæc in græco codice leguntur.* καὶ ἐφάπτεται φανερὸν ἡ γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπιζευχθεῖσα ἐπὶ τὴν ἁφήν, *quæ nos, & ſupernacanea, nihilque ad rem pertinentia omittenda duximus.* C

IN VIGESIMO QVARTO.

THEOREMA LXXXV. PROPOSITIO XCI.

Sint duo ſemicirculi, vt ABC, DEF, ſitque AD æqualis DE, & ducatur FB. Dico & BE ipſi EG æqualem eſſe.

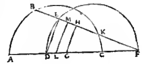
31. tertij. 3. tertij. Hoc autem perſpicue conſtat; ſi enim iungatur DE, erit angulus DEF in ſemicirculo rectus, atque eſt DE a centro ſemicirculi ABC. ergo BE ipſi EG eſt æqualis.



IN VIGESIMO QVINTO.

THEOREMA LXXXVI. PROPOSITIO XCII.

Iiſdem exiſtentibus ſit AD maior, quam DC, & ipſi DC æqualis ponatur AG, ducaturque GH ad BF perpendicularis. Dico BH ipſi EK æqualem eſſe.

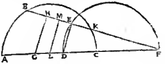


Quoniam enim maior eſt AD quam DC, centrum ſemicirculi ABC eſt inter GD, quod ſit L. & rurſus ducatur perpendicularis LM. ergo BM eſt æqualis MK. Et quoniam AG quidem æqualis eſt DC, AL vero ipſi LC, erit reliqua GL ipſi LD æqualis. ſuntque tres parallelæ GH, LM, DE. ergo & HM eſt æqualis ME. erat autem, & tota BM æqualis toti MK. reliqua igitur BH reliquæ EK æqualis erit.

IN VIGESIMO SEPTIMO.

THEOREMA LXXXVII. PROPOSITIO XCIII.

LEM. XIX. Sit AD minor, quam DE, & ponatur CG ipſi AD æqualis, ducaturque perpendicularis GH. Dico BE æqualem eſſe ipſi KH.



Quoniam enim minor eſt AD, quam DC, erit centrum ſemicirculi ABC inter DO. Sit L. & a puncto L ad FB perpendicularis ducatur LM.
A æqualis igitur eſt BM ipſi MK. Et quoniam AD æqualis eſt CG, & AL ipſi LC reliqua DL reliquæ GL eſt æqualis. & ſunt tres parallelæ DB,
B LM, GH. ergo & BM eſt æqualis MH, ſed & tota LM toti MK. reliqua igitur BE reliquæ KH æqualis erit.

COM-

COMMENTARIVS.

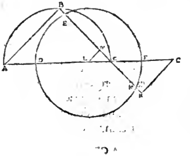
Et quoniam AD æqualis eſt CG, & AL ipſi LC, reliqua DL reliquæ LG eſt æqualis] *Græcus codex hoc loco mancus eſt, in quo legitur ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ αδ τῇ λη ſed legendum eſt ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ αδ τῇ γη, ἀλλὰ καὶ ἡ αλ τῇ λγ λοιπὴ ἄρα ἡ δλ λοιπῇ τῇ λη ἴση ἐστί.* A

Sed & tota EM toti MK] *Græcus cod. ἔστι δὲ καὶ ὅλη ἡ εμ ὅλῃ τῇ μκ ἴση lege καὶ ὅλη ἡ βμ ὅλῃ τῇ μκ ἴση. In græcis codicibus ſequuntur duo lemmata, quæ cum nihil aliud contineunt, niſi quod in duobus præcedentibus demonſtratur, ſuperuacanea viſa ſunt, quare nos ea conſulto omiſimus.* B

IN TRIGESIMOQVARTO.

THEOREMA LXXXVIII. PROPOSITIO XCIV.

Sint ſemicirculi ABC, DEF. & ſit DC maior, CF, ipſi vero AD æqualis ponatur FG, & circulus DEF compleatur; Ducaturque BCH, & à puncto G ad BC perpendicularis agatur GH. patet igitur GH extra circulum cadere, etenim ipſi parallela AB extra cadit. Dico BE æqualem eſſe KH. A B



Quoniam DC maior eſt quam CF, circuli DEF centrum erit inter CD. ſit L:& perpẽdicularis ducatur LM. Quod cum AD quidem ſit æqualis FG, DL vero ipſi LF erit tota AL toti LG æqualis. & ſunt tres parallelæ AB LM, GH. ergo & BM eſt æqualis MH, quarum EM æqualis eſt MK. reliqua igitur BE reliquæ KH æqualis erit. conſtat præterea BK ipſi EH æqualem eſſe. C D

COMMENTARIVS.

Et circulus DEF compleatur, ducaturque ECH] *Græcus codex καὶ πρὸς ἀναπεπληρώσθω ὁ κύκλος ſed forte legendum ὁ δεζ κύκλος vt in ſequenti lemmate. intelligendum autem eſt rectam lineam BOH ſecare circulum in punctis EK.* A

Etenim ipſi parallela AB extra cadit] *Græcus codex παράλληλος γάρ γίνεται τῇ αβ ἡ δὲ αβ ἐκπίπτει, καὶ ἡ ηθ ἄρα ἐκπίπτει vel pro ἐκπίπτει ſcribendum ἐκτὸς πίπτει vel idem ſignificat.* B

Circuli DEF centrum erit inter CD] *Græcus codex ὁ τοῦ δεζ ἡμικυκλίου κέντρον μεταξύ ἐστι τῶν γδ: Nos circuli potius, quam ſemicirculi centrum vertere maluimus: non enim ſemicirculus manet, ſed completus eſt circulus.* C

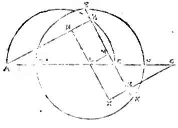
Ergo & BM eſt æqualis MH] *Cur hoc ſequatur ex parallelis diximus ſupra in commentarijs in 8. huius.* D

THEOREMA LXXXIX. PROPOSITIO XCV. LEM. XXI.

Sint rurſus ſemicirculi ABC, DEF, & maior DC, quam CF, ipſi autem

AD po-

A AD ponatur æqualis FG. compleaturque DEFK circulus; & ducta EBK a puncto G ad eam perpendicularis agatur GH. patet igitur GH cadere intra circulum, quoniam & AB ipſi parallela intra cadit. Dico EB æqualem eſſe HK.



Sit enim centrum L, &
B rurſus perpendicularis LM. ergo EM eſt æqualis MK. Et quoniam in tribus parallelis AB, LM, GH æqualis eſt AL ipſi LG, erit, & BM æqualis MH. eſt autem, & tota EM toti MK æqualis. reliqua igitur BE reliquæ HK æqualis erit.

COMMENTARIVS.

A Et ducta EBK a puncto G ad eam perpendicularis agatur GH] *Ducatur á puncto* A *ad circumferentiam ſemicirculi* ABC, *recta linea* AB *quæ circulum* DEFK *ſecet, & iuncta* C *producatur, vt eundem circulum ſecet in punctis* EK.

B Et quoniam in tribus parallelis AB, LM, GH æqualis eſt AL ipſi LG, erit & BM æqualis MH] *Ducatur per* L *ipſi* BH *parallela* NLX, *vt rectam lineam* AB *ſecet in puncto* N, *&* GH *productam in* X. *erunt triangula* ANL GXL *inter ſe ſimilia. vt igitur* AL *ad* LN, *ita* GL *ad* LX: *& permutando vt* AL *ad* LG, *ita* NL *ad* LX. *Sed* AL *eſt æqualis* LG. *ergo &* NL *ipſi* LX, *hoc eſt* BM *ipſi* MH *æqualis erit.*

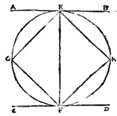
νεύσεων. Primus liber inclinationum habet problemata nouem. determinationes tres, & ſunt tres minores, videlicet quæ ad nonum; ſecundus liber inclinationum habet problemata quadraginta quinque, & determinationes tres, videlicet, quæ ad ſeptimum decimum problema; ad vndeuigeſimum, & vigeſimum, & ſunt tres minores.

TACTIONVM LIBER PRIMVS.

LEM. I.

THEOREMA XC. PROPOSITIO XCVI.

Sint duæ rectæ lineæ AB, CD, quas contingat circulus EF, in EF punctis, & iungatur EF. Dico eam circuli EF diametrum eſſe.



Sumantur in circumferentia circuli puncta GH, & EG, GF, FH, HE iungantur. Quoniam igitur AB quidem contingit, ſecat
A autem EF, erit AEF angulus æqualis angulo, qui conſiſtit in alterna circuli portione, videlicet EHF. & eadem ratione angulus DFE æqualis eſt angulo FGE, qui in altera por-
B tione conſiſtit. ergo angulus EHF angulo
C HGF eſt æqualis, & ſunt æquales duobus rectis. quare vterq; ipſorum rectus eſt; & vterque ſemicirculus EHF, EGF. diameter igitur
D eſt EF ipſius EF circuli, quod demonſtrare oportebat.

COM-

COMMENTARIVS.

Erit ABF angulus æqualis angulo, qui conſiſtit in alterna circuli poſitione, videli- A
cet EHF. & eadem ratione angulus DFE æqualis eſt angulo FGE, qui in alterna portione conſiſtit] *Ex 32. tertij elem. Græcus autem codex* ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ αεζ γωνία τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι γωνία *lege* ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι γωνίᾳ, *&* *paulo poſt* ἴση δὲ τῇ ὑπὸ δζε ἐναλλάξ. *lege* ἴση δὲ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ζηε.

Ergo angulus EHF angulo EGF eſt æqualis] *Eſt enim angulus AEF æqualis angulo* B
DFE ex 29. primi elementorum.

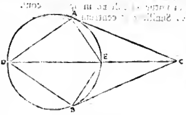
Et ſunt æquales duobus rectis] *Ex 22. tertij elementorum.* C

Diameter igitur eſt EF ipſius EF circuli] *Huius conuerſa ab Apollonio demonſtratur* D
in 27. ſecundi libri conicorum, non ſolum in circulo, ſed etiam in ellipſi.

THEOREMA XCI. PROPOSITIO XCVII.

LEM. II.

Sit circulus ABD, quem contingant rectæ lineæ BC, CA; & angulus C A
bifariam ſecetur recta linea CD. Dico in CD circuli ABD centrum conſiſtere.



Iungantur DA, AB, DB, BE. Et quoniam contingit quidem AC, ſecat autem CD, erit rectangulum DCB æquale quadrato ex CA. ergo angulus DAC eſt æqualis angulo ABC. & eadem ratione angulus DBC angulo BEC. Sed angulo BAE æqualis eſt angulus FBC. angulus igitur DAB angulo DEB eſt æqualis. ergo rectus vterque ipſorum, & DE diameter eſt circuli ABD. Ex quo ſequitur, vt in ipſa CD circuli ABD centrum conſiſtat. B C D E

COMMENTARIVS.

Quem contingant rectæ lineæ BC, CA] *A puncto C procedentes recta linea CA, CB* A
circulum contingant in punctis AB.

Iungantur DA, AB, DB, BE] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ δα, αε, δβ, βε. *Ego* B
legendum puto ἐπεζεύχθωσαν *ſine particula* καὶ.

Et quoniam contingit AC, ſecat autem CD, erit rectangulum DCB æquale qua- C
drato ex AB] *Ex 36. tertij elementorum.*

Ergo angulus DAC eſt æqualis angulo ABC] *Videtur hic locus in Græco codice totus* D
corruptus eſſe, qui ſic habet ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ δαγ γωνία τῇ ὑπὸ αγδ γωνίᾳ διὰ ταῦτα καὶ ἡ ὑπὸ δαε γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ βγδ ἀλλὰ τῇ ὑπὸ αγδ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ βγδ γωνία, *neque enim angulus DAC æqualis eſt angulo ACD, neque DAE ipſi BCD. Sed forte legendum erit hoc pacto.* ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ δαγ γωνία τῇ ὑπὸ αεγ γωνίᾳ. διὰ ταῦτα καὶ ἡ ὑπὸ δβγ γωνία τῇ ὑπὸ βεγ ἀλλὰ τῇ ὑπὸ εαγ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ εβγ γωνία. *Vereor tamen ne multa deſiderentur.*

Angulus igitur DAB angulo DEB eſt æqualis] *Ego hoc ita demonſtrarem. Quoniam CA* E
quidem circulum contingit, CD vero ſecat, erit rectangulum DCB æquale quadrato ex CA. & eadem ratione idem rectangulum DCB æquale erit quadrato ex CB. quadratum igitur ex CA æquale eſt quadrato ex CB. ideoq; recta linea CA rectæ CB eſt æqualis. Sed angulus ACB æqualis eſt angulo BCE. ergo & baſis AE baſi EB, & reliqui anguli reliquis angulis æquales: videlicet angulus CAE angulo CBE, & angulus AEC ipſi BE. Rurſus quoniam rectangulum DCE æquale eſt quadrato ex CA, vt DC ad CA, ita eſt AC ad CE, & ſunt circa

æquales angulos latera proportionalia. triangulum igitur CAE *ſimile eſt triangulo* CDA. *Et eodem modo demonſtrabitur triangulum* CBE *ſimile triangulo* CDB. *ergo angulus* DAC *eſt æqualis angulo* ABC, *&* *angulus* DBC, *angulo* BEC, *&* *ob id angulus* DAC *æqualis eſt angulo* DBC. *Sed angulus* EAC *eſt æqualis angulo* EBC, *vt demonſtratum fuit. reliquus igitur angulus* DAE *reliquo* DBE *eſt æqualis.*

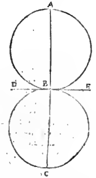
IN DECIMO SECVNDO.

LEM. III.

THEOREMA XCII. PROPOSITIO XCVIII.

Sint duo circuli AB, BC, ſeſe contingentes in puncto B, & ducatur recta linea ABC, ſitque in' ea centrum circuli AB. Dico & circuli BC centrum in ipſa ABC conſiſtere.

Ducatur DBE, quæ vtrumque circulum contingat. rectus igitur eſt angulus ABD & quidem deinceps angulus DBC eſt rectus; contingitque DE circulum BC. centrum igitur circuli BC in ipſa BC conſiſtit. Similiter & centrum circuli AB.

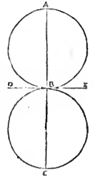


THEOREMA XCIII. PROPOSITIO XCIX.

LEM. IV.

A Sint rurſus AB, BC circulorum diametri. Dico circulos AB, BC ſe inuicem contingere.

Ducatur rurſus DE, quæ circulum AB contingat. rectus igitur eſt angulus ABD.
B & qui deinceps DBC eſt rectus. atque eſt in ipſa BC centrum circuli BC, ergo DE circulum BC contingit. Sed & contingit AB circulum in B puncto. circulus igitur AB circulum BC in puncto B contingat neceſſe eſt in eadem figura.



COM.

COMMENTARIVS.

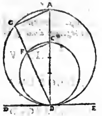
Sint rurſus A B, B C circulorum diametri] *Graecus codex ἔστωσαν πάλιν αἱ α β, β γ κύκλων ſed forte addendum erit διάμετροι.* A

Atque eſt in ipſa B C centrum circuli B C] *Graecus codex corruptus eſt, in quo legitur, καὶ ἔστιν ἑκατέρα κέντρον ἡ β γ.* B

THEOREMA XCIV. PROPOSITIO C.

LEM. V.

Sint duo circuli A B, B C ſeſe in puncto B contingentes, & ducatur A C B, ſitque in ea centrum circuli A B. Dico & circuli B C centrum eſſe in ipſa B C.



Ducatur circulos contingens D E. Quoniã igitur D B circulum A B contingit, & per centrum ducitur A B; erit angulus D B C rectus ducta autem eſt a tactu B C. ergo in ipſa B C centrum circuli B C conſiſtit. Sed & illud idem conſtat hoc modo. A B C

Si enim ducatur B F G, & C F, A G iungantur, fiet angulus D B F æqualis vtrique ipſorum B A G, B C F. ergo angulus C F B eſt æqualis angulo A G B. atq; eſt angulus A G B rectus; rectus igitur eſt & B F C, & idcirco in ipſa B C eſt centrum B C circuli. Eadem quoq; ratione ſi ponamus centrum circuli B C eſſe in linea A B, oſtendemus etiam in ipſa circuli A B centrum in eſſe. D

COMMENTARIVS

Ducatur circulos contingens D E] *Tranſibit ea neceſſario per punctum E, alioqui vtroſque circulos non contingeret.* A

Quoniam igitur D B circulum A B contingit, & per centrum ducitur A B] *Graecus codex ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται ἡ δὲ τοῦ α β κύκλου διὰ τοῦ κέντρου ἡ α β, vide ne legendum ſit διὰ δὲ τοῦ κέντρου ἡ α β. Vel καὶ διὰ τοῦ κέντρου ἡ α β.* B

Ducta autem eſt a tactu B C. ergo in ipſa B C centrum circuli B C conſiſtit] *Graecus codex καὶ ἦκται ἀπὸ τῆς ἁφῆς τῆς β ε. ἐπὶ τὴν β γ τὸ κέντρον ἄρα ἐστὶ τοῦ β γ κύκλου. ſed forταſſe legendum erit. καὶ ἦκται ἀπὸ τῆς ἁφῆς ἡ β γ ἐπὶ τῆς β γ ἄρα τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ β γ κύκλου.* C

Si enim ducatur B F G, & B F, A G iungantur, fiet angulus D B F æqualis vtriq; ipſorum B A G, B C F. ergo & angulus C F B eſt æqualis angulo A G B] *Graecus cod. corruptus eſt, qui ſic habet. εἰ γὰρ διαχθῇ ἡ β ζ, καὶ ἐπιζευχθῶσιν γ ζ, α η γένοιτο ἂν ἴση ἡ ὑπὸ δ β ζ γωνία ἑκατέρα τῶν ὑπὸ τῶν ε ζ γ, α η β γωνία. forταſſe autem hoc pacto reſtituetur. εἰ γὰρ διαχθῇ ἡ β ζ η, καὶ ἐπιζευχθῶσιν αἱ γ ζ, α η, γένοιτο ἂν ἴση ἡ ὑπὸ δ β ζ γωνία ἑκατέρα τῶν ὑπὸ τῶν β α η, β γ ζ, ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ γ ζ β γωνία τῇ α η β. angulus enim D B F, ex 32. tertij elementorum æqualis eſt vtriſque ipſorum B A G, B C F. & quoniam angulus ad B eſt communis vtriſque triangulis A B G, C B F, erit, & reliquus C F D æqualis reliquo A G B æqualis.* D

THEOREMA XCV. PROPOSITIO CI.

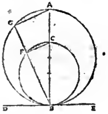
LEM. VI.

Sed rurſus ſint A B, B C circulorum diametri. Dico circulos ſeſe inuicem contingere.

 Duca-

Digitized by Google

Ducatur recta linea DBE, quæ circulum AB contingat. erit angulus ABE rectus, at-
A que eſt diameter BC. ergo DE circulum BC
B contingit in puncto B. Sed & contingit circulum AB in eodem B puncto. Circulus igitur AB circulum BC in puncto B contingit, in eadem figura.



COMMENTARIVS.

A Ergo DB circulum BC contingt in puncto B] *Græcus codex* ἡ ἄρα ἐφαπτομένη τοῦ βγ κύκλου κατὰ τὸ β σημεῖον *ego legendum arbitror* ἡ δὲ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ βγ κύκλου κατὰ τὸ β σημεῖον. *poſtea ſequuntur hæc.* εἰ γὰρ ἐκβληθείη ἡ γζ ἐπὶ τὸ δ, γένοιτο ἂν τὸ ὑπὸ γδζ ἴσον τῷ ὑπὸ αβ διὰ τὸ ὀρθὴν γίνεσθαι τὴν πρὸς τῷ ζ γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ β ὀρθῇ. *quæ nos veluti ſuperuacanea omiſimus.*

B Sed & contingit circulum AB in eodem B puncto] *Græcus codex* ἀλλὰ γὰρ καὶ τοῦ αβ κύκλου *libentius legerem* ἀλλὰ καὶ τοῦ αβ κύκλου.

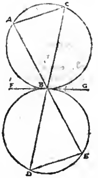
IN VIGESIMO SEXTO.

LEM. VII.

THEOREMA XCVI. PROPOSITIO CII.

Sint duo circuli ABC, DEB ſe inuicem contingentes in puncto B; & per B ducantur CBD, ABE, iunganturque AC, DE. Dico rectas lineas AC, DE interſe parallelas eſſe.

Ducatur enim recta linea FG circulos contingens in B puncto. Et quoniam BF quidem circulum contingit, BA vero ſecat; erit angulus ABF angulo ACB æ-
A qualis: Et eadem ratione angulus GBE
B æqualis angulo EDB. angulus igitur ACB
32, tertij. angulo EDB æqualis erit. & ſunt alterni. ergo AC, ipſi DE eſt parallela. quod demonſtrare oportebat.



COMMENTARIVS.

A Et eadem ratione angulus GBE æqualis angulo EDB] *Græcus codex* ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ εβη γωνίᾳ. *lege* τῇ ὑπὸ εδβ γωνίᾳ.

B Angulus igitur ACB angulo EDB æqualis erit] *Etenim æquales ſunt* ABF, GBE *anguli ex* 15. *primi elementorum. Græcus autem codex.* καὶ ἡ ὑπὸ αβγ ἄρα &c. *lege* καὶ ἡ ὑπὸ αγβ ἄρα.

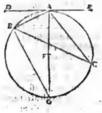
THEO.

THEOREMA XCVII. PROPOSITIO CIII.

LEM. VIII.

Sit circulus ABC, iunganturque AB, BC, AC: & a puncto A ducatur recta linea AE, ita vt angulus B angulo EAC ſit æqualis. Dico DE circulum ABC in puncto A contingere. A B C

Sit recta linea AC tranſit per centrum, illud manifeſte patet; ſit enim angulus BAC rectus, cum rectus ſit angulus ad B. hoc autem demonſtratum eſt. Si vero non tranſit per centrum ſit centrum F, & ducta AF producatur ad G iungaturque BG. rectus igitur angulus ABG. Et quoniam angulus quidem BAC angulo ABC eſt æqualis, angulus vero GAC in eadem portione eſt æqualis angulo GBC; erit totus EAG angulus æqualis angulo ABG. Sed angulus ABG eſt rectus. rectus igitur & BAG, atque eſt AF ſemidiameter. ergo DE circulum ABC contingit. hoc enim demonſtratum eſt. D



COMMENTARIVS.

Iunganturque AB, BC, AC] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αβ, βγ *ego legendum cenſeo* αγ. A

Ita vt angulus B angulo BAC ſit æqualis] *Græcus codex* ὥστε ἴσην εἶναι τὴν γ γωνίαν ὑπὸ εαγ γωνίᾳ *lege* τὴν β γωνίαν. B

Dico DE circulum ABC in puncto A contingere] *Græcus codex* ὅτι ἐφάπτεται ἡ δε αβ κύκλου *lege* τοῦ αβγ κύκλου. C

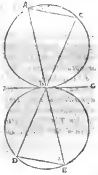
Ergo circulum ABC contingit] *Ex 16. tertij elementorum. Græcus autem codex* ἐφαπτομένη ἄρα ἡ δε *legendum vt arbitror* ἐφάπτεται ἄρα ἡ δε. D

THEOREMA XCVIII. PROPOSITIO CIV.

LEM. IX.

Quod cum ita ſit præcedentis conuerſa demonſtrabitur, nempe. Parallelis exiſtentibus AC, DE circulos ABC, DBE ſe inuicem contingere in puncto B.

Ducatur rurſus recta linea FG, circulum ABC contingens. ergo angulus ABF eſt æqualis angulo C. Sed angulus ABF eſt etiam æqualis angulo EBG. angulus autem D angulo C alterno eſt æqualis: & angulus GBE angulo D. quare ex eo, quod proxime demonſtratum eſt, recta linea FG circulum DBE contingit. Sed & contingit circulum ABC in puncto B. circulus igitur ABC circulum DBE in puncto B contingit.



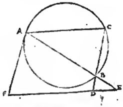
PRO-

PROBLEMA IN IDEM.

PROBLEMA VI. PROPOSITIO CV.

LEM. X.

A Circulo ABC poſitione dato, & datis duobus punctis DE, ab ipſis DE ſi inflectatur DBE, & producatur, facere AC ipſi DE parallelam.



B Factum iam ſit, & ducatur cotingens FA. Quoniam igitur AC parallela eſt ipſi DE, angulus e angulo CDE eſt æqualis. ſed etiam eſt æqualis angulo FAB, etenim FA circulo contingit, & AB ſecat angulus igi-
C tur FAB æqualis eſt angulo CDE, ac propterea in circulo ſunt ABDF puncta. ergo rectangulum ABB rectangulo FED eſt æquale. datum autem eſt rectangulum ABB quod æquale ſit quadrato lineæ contingentis, quare & rectangulum DEF eſt datum,
D & data DE. data igitur & EF. Sed & poſitione, atque eſt datum punctum E. ergo &
E ipſum F. A dato autem puncto F. ducta eſt recta linea FA, quæ circulum ABC poſitione datum contingit. ergo & FA poſitione, & magnitudine datur. & eſt datum punctum F. datum igitur & A. ſed & E datum, poſitione igitur eſt AB. eſt autem, & circulus poſitione. ergo & punctum B. at datum eſt vtrumque ipſorum DE. vtraque igitur DB, BE poſitione erit data.

Componetur autem problema hoc modo.

Sit circulus quidem ABC: data autem duo puncta DE. & quadrato rectæ lineæ contingentis ponatur æquale id, quod DE, & alia quadam linea EF continetur. deinde a puncto F ducatur recta linea FA, circulum ABC contingens, & iungatur AB. ducta vero DB producatur ad C, & AC iungatur. Dico AC ipſi DE. parallelã eſſe. Quoniam enim rectangulum BED æquale eſt quadrato rectæ lineæ contingentis, & eidem
A æquale eſt rectangulum ABB; erit ABB rectangulum rectangulo FED æquale. In circulo igitur ſunt FA, BD puncta, ideoque FAE angulus æqualis eſt angulo BDE. Sed & angulus FAB æqualis eſt angulo, qui in alterna circuli portione conſiſtit, videlicet ipſi ACB. angulus igitur ACB. angulo BDE eſt æqualis, & ſunt alterni. ergo AC ipſi DE parallela ſit neceſſe eſt.

COMMENTARIVS.

A Circulo ABC poſitione dato, & datis duobus punctis DE ab ipſis DE ſi inflectatur DBE, & producatur, facere AC ipſi DE parallela] *Græcus codex* θέσει δοθέντος κύκλου τοῦ αβγ καὶ δύο δοθέντων τῶν δε, ανδοθῇ ἡ δβε, καὶ ἐκβληθῇ ποιεῖν παράλληλον τὴν αγ τῇ δε *qui locus corruptus videtur, & fortaſſe eum ita reſtituemus* θέσει δοθέντος κύκλου, *&c.* ἐὰν κλασθῇ ἡ δβε καὶ ἐκβληθῇ ποιεῖν παράλληλον τὴν αγ τῇ δε. *Eodem enim loquendo modo vſus eſt Pappus in quarto libro propoſitione 34.* θέσει ἡ διὰ τῶν αγ καὶ ἀπ' αὐτῆς δοθέντος ἐπ' αὐτῆς τῶν ἀγκεκλάσθω ἡ αβγ διπλασίαν ποιοῦσα τὴν ὑπὸ αγβ γωνίαν τῆς ὑπὸ γαβ *& in hoc eodem libro propoſitione 117.* ἀπὸ τῶν θζ κεκλάσθω θγζ ὥστε παράλληλον εἶναι τὴν βη τῇ θζ *& Euclides, ſeu Theon in tertio libro elementorum poſitione 20.* κεκλάσθω δὴ πάλιν, καὶ ἔστω γωνία ἑτέρα ἡ ὑπὸ βδγ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ δε ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ η.

Erit

Erit autem problema tale.

Circulo A B C *poſitione dato, & datis duobus punctis* D E *inuenire in circuli circumferentia punctum* B, *ad quod ſi ducatur,* E B, D B, *& producantur in* A C *puncta, iunganturque* A C, D B, *recta linea* A C *ſit ipſi* D B *parallela.*

Factum iam ſit, & ducatur contingens F A] *Græcus codex* γεγονέτω καὶ ἤχθω ἐφαπτομένη ζη *lege* ἡ ζα. B

Ac propterea in circulo ſunt A E, D F puncta] *Quoniam enim angulus* F A B *eſt æqualis angulo* B D B, *& duo anguli* I D E, B O F *ſunt æquales duobus rectis; erunt, & anguli* I A B, B O F *duobus rectis æquales. ergo quadrilateri* A B, D F *reliqui anguli* A F D, O B A *duobus rectis æquales ſunt: ex quibus ſequitur per conuerſam* 22. *tertij elementorum puncta* A B, O F *in circuli circumferentia eſſe.* C

Data igitur & E F] *Videlicet magnitudine ex* 53. *datorum. Græcus codex* δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ βζ. *lege* καὶ ἡ εζ. D

A dato autem puncto F ducta eſt recta linea F A, quæ circulum A B C poſitione datum contingit] *Græcus codex* ἀπὸ δεδομένου σημείου τοῦ ζ θέσει δεδομένου κύκλου τοῦ αβγ ἐφάπτεται πρὸς εὐθεῖαν ἦκται ἡ ζαν. *Sed legendum puto* ἀπὸ δὴ δεδομένου σημείου τοῦ ζ θέσει δεδομένου κύκλου τοῦ αβγ ἐφαπτομένη εὐθεῖα ἦκται ἡ ζα. E

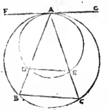
In circulo igitur ſunt F A, B D puncta, ideoque F A E angulus æqualis eſt angulo B O E] *Ex conuerſa* 36. *tertij elementorum ſequitur quattuor puncta* F A, B D *in circuli circumferentia eſſe. ergo anguli* F A B, B O F *ſunt æquales duobus rectis ex* 22. *tertij. ſed & duobus rectis æquales ſunt anguli* B D F, B D E *dempto igitur communi angulo* B D F *reliquus* F A B *reliquo* B D E *æqualis erit. Græcus autem codex corruptus eſt, & manens, qui ſic habet* ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζαε γωνία τῇ ὑπὸ βδε γωνίᾳ *& fortaſſe ita reſtituetur* ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ α β, δ ζ σημεῖα· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζαε γωνία τῇ ὑπὸ βδε γωνίᾳ. F

IN DECIMOQVARTO.

LEM. XI.

THEOREMA XCIX. PROPOSITIO CVI.

Sint duo circuli A B C, A D E, qui ſeſe in puncto A contingant, & a puncto A ducantur rectæ lineæ A D B, A E C, & D E, B C iungantur. Dico D E ipſi B C parallelam eſſe.



Ducatur à puncto A recta linea contingens F G. angulus igitur F A B vtrique A C B, A B O eſt æqualis, & ob id A C B angulus æqualis eſt angulo A E D. ergo D E ipſi B C eſt parallela. Sed ſit parallela D E ipſi B C. Dico circulos A B C, A D E ſe mutuo contingere. Ducatur enim recta linea F O, quæ circulum A B C contingat. ergo F A D angulus eſt æqualis angulo C. Sed angulus C æqualis eſt angulo E. angulus igitur F A D angulo E eſt æqualis, ideoque F G circulum A D E contingit; hoc enim ante demonſtratum eſt. circuli igitur A B C, A O E in puncto A ſe ſe contingunt. A B C D E F

COMMENTARIVS.

Ducatur à puncto A recta linea contingens F G] *Hoc eſt ducatur per punctum* A *recta linea contingens* F G. A

Angulus igitur F A B vtrique A C B, A B D eſt æqualis] *Ex* 32. *tertij elementorum.* B

Ergo D E ipſi B C eſt parallela] *Ex* 28. *primi elementorum.* C

Sed ſit parallela D E ipſi B C] *Deſiderantur hæc in græco codice. quare legendum puto* D

ἀλλά

ἀλλὰ παράλληλος ἔσω ἡ δε τῇ βγ ὅτι ἰσάπτονται, &c.

E Ideoque FG circulum ADE contingit, hoc enim ante demonſtratum eſt] *In propoſitione 103. & lemmate 8. ex præcedentibus.*

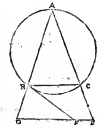
F Circuli igitur ABC, ADE in puncto A ſe mutuo contingunt] *Hæc eſt principalis concluſio, quæ in græco codice deſideratur.*

PROBLEMA IN IDEM.

PROBLEMA VIII. PROPOSITIO CVII.

LEM. XII.

A Circulo poſitione dato ABC, & datis duobus punctis DE inflectere DAE, & facere BC ipſi DE parallelam.



Factum iam ſit, & a puncto ducatur contingens BF. Itaque quoniam contingit quidem BF, ſecat
32. tertij. autem BC, erit angulus FBC hoc eſt DFB æqua-
B lis angulo A. In circulo igitur ſunt AE, BF pun-
29. primi. cta, & ideo rectangulum ADE rectangulo EDF eſt
C æquale. datum autem eſt ADE rectangulum,
36. tertij. quod æquale ſit quadrato contingentis. quare, &
53 dator. 55. dator. & rectangulum EDF eſt datum, & data DE ergo, & DF. ſed & poſitione, & datum punctm D. datum igitur, & F: à dato igitur puncto F ad circulum poſitione datum contingens ducta eſt FB. ergo FB poſitione eſt data, & datum punctum B:
D ſed & D datum. poſitione igitur eſt BD. quod
E cum circulus ABC poſitione ſit, datum erit &
F punctum A. eſt autem & C datum. vtraque igitur iſtarum DA, AE poſitione data erit.

Componetur autem problema hoc modo.

Sit circulus ABC, data vero puncta DE & quadrato contingentis æquale ponatur rectangulum EDF atque a puncto F ducatur recta linea FB, quę circulum ABC con-
G tingat; iunctaque DB ad A producatur, & iungantur AE, EC. Dico BC ipſi DE pa-
H rallelam eſſe. Quoniam enim rectangulum EDF æquale eſt quadrato contingentis, & eidem æquale eſt rectangulum ADB, erit rectangulum ADE rectangulo EDF æquale. In circulo igitur ſunt puncta AE, FB. ideoque angulus A, hoc eſt CBF eſt æqualis an-
K gulo BFD; etenim BF circulum contingit, & BC ſecat & ſunt anguli alterni; ergo BC ipſi DE eſt parallela.

COMMENTARIVS.

A Circulo poſitione dato, & datis duobus punctis DE inflectere DAE, & facere BC ipſi DE parallelam] *Græcus codex θέσει ὄντος τῦ κύκλυ τῦ αβγ, ϗ δύο δοθέντων τῶν δ ε, κλᾶν δοθεῖσαν τὴν δαε καὶ ποιεῖν παράλληλον τὴν βγ τῇ δε. Sed ex ijs quæ in antecedenti dicta ſunt forte legendum erit hoc modo. καὶ δύο δοθέντων τῶν δ ε κλάσαι τὴν δαε καὶ ποιεῖν, &c. neceſſe enim eſt inuenire punctum* E, *ita vt ducta* DEA, AE, *& iunctis* EC, DE *ſit* BC *ipſi* DE *parallela.*

B In circulo igitur ABEF puncta] *Quoniam enim angulus* DFB *eſt æqualis angulo* A, *& ſunt anguli* DFB, BFE *æquales duobus rectis, erunt & quadrilateri* ABFE *anguli* EAB, BFE *oppoſiti æquales duobus rectis, puncta igitur* AE, FB *in circulo ſint neceſſe eſt ex conuerſa 22. tertij elementorum.*

C Datum autem eſt ADE rectangulum, quod æquale ſit quadrato contingentis] *Græcus codex corruptiſſimus eſt, in quo legitur δοθὲν δὲ τὸ ὑπὸ ΔΑ ἴσον γὰρ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΔ δοθέντι.*

θέσει ego legendum puto δοθὲν δὲ τὸ ὑπὸ α δ β, ἴσον γὰρ τῷ ἀπὸ τῆς β ζ ἐφαπτομένης vel ἴσον γὰρ τῷ ἀπὸ τῆς β ζ δοθείσης.

Poſitione igitur eſt BD] *Ex 26. datorum. Græcus codex θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ α δ. ego legerem ἡ β δ.* D

Datum erit & punctum A] *Ex 25. datorum. Græcus codex δοθὲν ἄρα τὸ δ lege τὸ α.* E

Vtraque igitur ipſarum DA, AB poſitione data erit] *Ex 26. datorum. Græcus codex δοθὲν ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν δ α, α ε τῇ θέσει lege δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν, &c.* F

Iunctaque DB ad A producatur] *Græcus codex καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δ β γ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ α lege καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δ β καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ α.* G

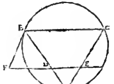
Quoniam enim rectangulum EDF æquale eſt quadrato contingentis, & eidem æquale eſt rectangulum ADB, erit rectangulum ADB rectangulo EDF æquale in circulo igitur ſunt puncta AB, FE] *Hoc loco in Græco codice multa deſiderantur, vt forte reſtituendus ſit in hanc ſententiam ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ ε δ ζ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης, ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπὸ α δ β ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ α δ β τῷ ὑπὸ ε δ ζ. ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ α β, ζ ε σημεῖα.* H

Et ſunt anguli alterni. ergo BC ipſi DE eſt parallela] *Ex 27. primi elementorum. Græcus codex καὶ εἰσιν ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ἡ β γ τῇ δ ε lege καὶ εἰσιν ἐναλλάξ. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ β γ τῇ δ ε.* K

PROBLEMA IN XVIII.

PROBLEMA IX. PROPOSITIO CVIII. LEM. XIII.

Circulo ABC poſitione dato, & datis duobus punctis DE, ab ipſis DE inflectere DAE, & & facere BC ipſi DE parallelam. A



Factum iam ſit, & a puncto B ducatur recta linea BF, circulum ABC contingens. ergo angulus FBD eſt æqualis angulo C, hoc eſt angulo E. In circulo igitur ſunt BFAE puncta. quare rectangulum EDA eſt æquale rectangulo FDE. datum autem eſt BDA rectangulum etenim a puncto dato A ad rectam lineam poſitione datam acta eſt ADB, quæ datum angulum efficit. ergo & rectangulum FDE eſt datum; atque eſt data DE. data igitur & FD: eſtque datum punctum D, ergo & F, a dato igitur puncto F ducta eſt FB, quæ circulum poſitione datum contingit. ergo poſitione eſt FB, ac propterea punctum B datum. ſed & D poſitione igitur DB. eſt autem, & circulus poſitione. ergo punctum A eſt datum. ſed, & vtrumque punctum DE. vtraque igitur ipſarum DA, AE poſitione data erit.

31. tertij. B 29. primi C D E 57. dator. F G

Componetur autem problema hoc modo.

Sit circulus ABC poſitione datus: data autem duo puncta DE, & ducatur recta linea ADB vtcumque, & rectangulo ADB ponatur æquale rectangulum EDF, hoc eſt H ducatur BF circulum ABC contingens, iungaturque ABC. Quoniam igitur angulus

Vu FBD

FED eſt æqualis angulo ad B. in circulo enim ſunt AEBF puncta, ſed & FED angulus angulo C eſt æqualis, contingit namque FB, & BA ſecat, erit & angulus C æqualis. ergo BC ipſi DE eſt parallela.

COMMENTARIVS.

A Ab ipſis DE inflectere DAE, & facere BC ipſi DE parallelam] *Græcus codex* ἀπὸ τῶν δ ε, κλάν δοθῆ τὴν α λ ε, καὶ ποιεῖν τὴν δε παράλληλον τῆ βγ. *fortaſſe autem legendum erit* ἀπὸ τῶν δ ε κλάσαι τὴν δ α ε καὶ ποιεῖν τὴν β γ παράλληλον τῇ δ ε.

B In circulo igitur ſunt BF, AC puncta] *Ex conuerſa 22. tertij elementorum.*

C Quare rectangulum BDA eſt æquale rectangulo FDE.] *Ex 35. tertij elementorum.*

D Etenim a puncto dato A ad rectam lineam poſitione datam acta eſt ADB, quæ datum angulum efficit.] *Græcus codex* ἀπὸ γὰρ δοθέντος τοῦ α ἐπὶ θέσει δεδομένην γωνίαν δοθεῖσαν κέκλασται ἡ α δ β. *vide ne aliqua deſiderentur ſequitur autem ex trigeſimo datorum rectam lineam* ADB *datam eſſe poſitione. ergo & magnitudine ex 26. eiuſdem rectangulum igitur* ADB *datum erit.*

E Eſtque datum punctum D ergo & F] *Græcus codex mancus eſt, in quo legitur* καὶ ἔστι δοθὲν τὸ δ *adde* δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ζ.

F A dato igitur puncto F ducta eſt FB, quæ circulum poſitione datum contingit] *In Græco codice nonnulla deſiderentur, ſic enim habet* κύκλου ἄρα ἐφαπτομένη ἦκται ἡ ζβ. *ſed reſtituendus eſt in hanc ſententiam* ἀπὸ δὴ δεδομένου σημείου τοῦ ζ θέσει δεδομένου κύκλου ἐφαπτομένη ἦκται ἡ ζβ.

G Sed & vtrumque punctum DE, vtraque igitur ipſarum DA, AC poſitione data erit] *Ex 26. datorum Græcus codex* ἔστι δὲ καὶ ἑκατέρα τῶν δε δοθέντων δοθὲν ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν δ α α ε τῇ θέσει *lege* ἔστι δὲ καὶ ἑκάτερον τῶν δε δοθέν. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν δ α, α ε τῇ θέσει.

H Hoc eſt ducatur BF circulum ABC contingens, iungaturque AEC] *Græcus codex* τοῦτο τοῦ αβγ κύκλου ἐφαπτομένη ἤχθω ἡ βζ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ γεα, *vereor tamen ne aliqua deſiderentur.*

K Contingit namque FB, & BA ſecat] *Græcus codex* ἐφάπτεται γὰρ καὶ τέμνει. *Nos tamen perſpicuitatis cauſſa ita vertere maluimus. Hæc autem magis perſpicua eſſent, ſi in hunc modum explicarentur.*

Ducatur per punctum D *recta linea vtcumque* ADB, *& rectangulo* ADB *æquale ponatur rectangulum* BDF. *Ducta igitur* FB *vel circulum* ABC *contingit, vel non. Siquidem contingit, iungatur* AE, *& producatur in* C. *Sin minus, ducatur a puncto* F *alia recta linea* FB *circulum contingens in* B, *& rurſus ducantur* BDA, AB. *Quoniam igitur*
ex conuer. 35. tertij. *rectangulum* FDE *eſt æquale rectangulo* BDA, *erunt puncta* AB, EF *in circuli circumferentia, & idcirco angulus* FBA *æqualis angulo* FEA, *ſed & æqualis eſt angulo* BCA: *con-*
32. tertij. *tingit enim* FB, *& ſecat* BA. *angulus igitur* BCA *æqualis eſt angulo* FEA. *quare* BC *ipſi*
29. primi. DE *eſt parallela.*

PRO.

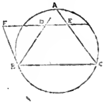
PROBLEMA IN XIX.

PROBLEMA X. PROPOSITIO CIX.

LEM. XIV.

Circulo ABC poſitione dato, & datis duobus punctis DE, inflectere DAE, ita vt BC ipſi DE ſit parallela.

Factum iam ſit, & ducatur recta linea circulum contingens EF. erunt igitur rurſus in circulo AFBE puncta, & rectangulum ADB rectangulo EDF æquale erit. datum autem eſt ADB rectangulum. ergo & ipſum EDF. & data eſt DE. data igitur & DF. Sed etiam poſitione datum eſt punctum D. quare & F. poſitione igitur eſt EF. Sed & circulus. ergo punctum B eſt datum; & data DE puncta. vtraque igitur ipſarum DA, AE data erit. quod ſimiliter atque ſupra demonſtrabimus, & compoſitio ſimiliter erit eadem, quæ ſupra.



IN VIGESIMOQVARTO.

THEOREMA C. PROPOSITIO CX.

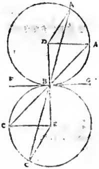
LEM. XV.

Contingant ſeſe duo circuli AB, BC in puncto B, & ſummantur ipſorum centra DE, iunganturq; AD, DB, CE, EB. Sit autem AD ipſi CE parallela. Dico rectas lineas eſſe, quæ per DBE, ABC tranſeunt.

Ducatur enim recta linea FG, circulos AB, BC contingens. ex centro autem eſt DB. ergo angulus DBF eſt rectus, & eadem ratione rectus eſt angulus FBE. recta igitur linea eſt, quæ tranſit per DBE. Itaque quoniam AD eſt æqualis DB, & CE ipſi EB, erit vt AD ad DB, ita CE ad EB, & ſunt circa æquales angulos DE latera proportionalia, angulus igitur DBA eſt æqualis angulo CBE, atque eſt recta linea DBE. ergo etiam recta eſt, quæ per ABC tranſit, quod oportebat demonſtrare.

18. tertij.
29. primi.

A
B



COMMENTARIVS.

Angulus igitur DBA eſt æqualis angulo CBE] *Sequitur enim ex 7. ſexti triangulum ADB triangulo CBE ſimile eſſe.* A

Atque eſt recta linea DBE ergo etiam recta eſt, quæ per ABC tranſit] *Angulus nam-* B

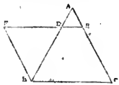
namque ABD, *hoc eſt* DBE, CBA *ſunt æquales duobus rectis. quare per* 14. *primi elementorum recta linea eſt* ABC.

IN VIGESIMOQVINTO.

THEOREMA CI. PROPOSITIO CXI.

LEM. XVI.

Æquale exiſtente AB ipſi BC, AD vero ipſi DE, & parallela exiſtente DE ipſi BC, oſtendendum eſt rectam lineam eſſe, quæ per AEC tranſit.



Iungantur AE, EC, & ipſi AE parallela
A ducatur B , & ED ad F producatur. ergo DF eſt æqualis DE. eſt autem & AD ipſi DE æqualis. tota igitur AB toti FE æqualis erit. Sed AB eſt æqualis BC, & BC igitur
B ipſi FE eſt æqualis. atque eſt parallela recta igitur linea eſt AEC, quod manifeſto conſtat.

COMMENTARIVS.

A Ergo DF eſt æqualis DE] *Quoniam enim* FB *parallela eſt ipſi* AE, *fient triangula* ADE BDF *ſimilia inter ſe. quare vt* AD *ad* DE, *ita* BD *ad* DF. *Sed* AD *poſita eſt æqualis* DE *ergo* BD *ipſi* DF *æqualis erit ex iis, quæ nos demonſtrauimus ad* 16. *quinti elementorum.*

B Atq; eſt parallela: recta igitur linea eſt AEC quod manifeſto conſtat] *Anguli .n.* BCE CEF *ſunt duobus rectis æquales; & angulus* FEB *eſt æqualis angulo* BCE. *Sed eſt etiam æqualis ipſi* DEA *ob triangulorum ſimilitudinem. angulus igitur* DEA *æqualis eſt angulo* BCE, *& ideo anguli* DEC, DEA *duobus rectis æquales ſunt. ergo recta linea eſt* EAC.

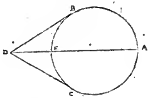
IN TRIGESIMOPRIMO.

THEOREMA CII. PROPOSITIO CXII.

LEM. XVII.

Si ſit circulus ABC, & ducantur duæ rectæ lineæ BD, DC, quæ æquales ſint, & contingat BD. Dico etiam DC circulum contingere.

Hoc autem manifeſtum eſt. ducta namque DEA erit rectangulum ADE æquale quadrato ex DB. Sed quadratum ex DB quadrato
37. tertij. ex DC eſt æquale. rectangulum igitur ADE quadrato ex DC æquale erit. ergo DC circulum ABC contingat neceſſe eſt.



THEOREMA CIII. PROPOSITIO CXIII.

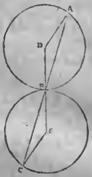
LEM. XVIII.

Sint duo circuli AB, BC, & per B ducatur quædam recta linea ABC, & duæ

duœ parallelæ A D, E C, quæ à centra circulorum pertineant. Dico circulos A B, B C ſeſe contingere in puncto B.

Sumantur circulorum centra D E, & D B, E B iungantur. recta igitur linea eſt quæ per D B E tranſit parallelæ enim ſunt A D, E C: & vt A D ad D B, ita eſt C E ad E B. fiunt autem duo triangula, vnum angulum vni angulo æqualem habentia, videlicet angulum A ipſi C, & circa alios angulos D E latera proportionalia. æquiangula igitur triangula ſunt, & angulus A B D angulo C B E eſt æqualis. atque eſt recta linea A B C recta igitur & D B E. Itaque quoniam recta linea eſt, quæ per centrum circulorum, & contactum tranſit: circuli A B, B C ſeſe in puncto B contingunt, quod oportebat demonſtrare.

A
B
C
29. primi.
7. ſexti.
12. tertij.
D



COMMENTARIVS.

Recta igitur linea eſt, quæ per D B E tranſit] *Hoc apparet ex iis, quæ deinceps ſequuntur, non autem ex antecedentibus.* A

Parallelæ enim ſunt A D, E C] *Græcus codex* παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ α δ τῇ γε *ſed arbitror legendum.* παράλληλος γάρ *hoc enim ante poſitum eſt.* B

Et vt A D ad D B, ita eſt C E ad E B] *Græcus codex* καὶ ἔστιν ὡς ἡ α δ πρὸς α β. *lege* ὡς ἡ α δ πρὸς δ β. C

Atque eſt recta linea A B C. recta igitur & D B E] *Sunt enim anguli* D B A, D B C *æquales duobus rectis, hoc eſt angulis* C B E, C B D. *ergo* D B E *recta linea erit.* D

IN QVINQVAGESIMOSECVNDO.

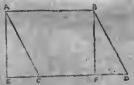
THEOREMA CXIV. PROPOSITIO CXIV.

LEM. XIX.

Sit A B quidem parallela C D; A C vero ipſi B D æqualis, angulo A C D obtuſo exiſtente, & B D C acuto. Dico A D parallelogramum eſſe.

Quoniam enim obtuſus eſt angulus A C D, acutus autem B D C, ſi punctis A B ad ipſam C D perpendiculares ducatur, ea quidem, quæ a puncto A ducitur extra C cadet, quæ verò a puncto B cadit intra D. itaque cadant, & ſint D E, B F. par llela igitur eſt A E ipſi B F ipſi B F. ſed & A B ipſi C D, & ſunt anguli ad B F recti. ergo, & F D eſt æqualis E C, totaque E F toti C D. æqualis igitur eſt & A B ipſi C D.

A
B
28. primi.



COMMENTARIVS.

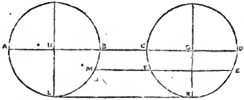
A Acutus autem EDC] *Græcus codex* ὀξεῖα δὲ ἡ ὑπὸ αγδ *lege* ἡ ὑπὸ βγδ.

B Ea quidem, quæ a puncto A ducitur extra C cadit, quæ verò a puncto B cadit intra D] *Græcus codex* ἡ μὲν ὑπὸ τοῦ α ἐκτὸς τῆς γ ἡ δὲ ὑπὸ τοῦ β ἐντὸς τοῦ δ *Videtur deſiderare verbum* πίπτουσι.

C Ergo & FD eſt æqualis EC] *Quoniam enim parallelæ ſunt* AE, BF, *itemque* AB, CD, *erit* AF *parallelogrammum, & AE æqualis* BF, *quod cum anguli ad* EF *recti ſint, quadratum ex* AC *æquale erit duobus quadratis ex* AE, EC. *& eadem ratione quadratum ex* BD *æ-*
47.prim. *quale quadratis ex* BF, FD. *quadrata igitur ex* AE, EC *quadratis ex* BF, FD *æqualia ſunt, ponebantur enim* AC, BD *inter ſe æquales. ergo demptis vtrinque æqualibus quadratis ex* AE, BF, *reliqua quadrata ex* EC, FD *æqualia erunt; & ideo* EC, FD *inter ſe æquale. Græcus autem codex* ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ βδ τῇ αγ. *ego legendum puto* ἡ ζδ τῇ εγ.

THEOREMA CV. PROPOSITIO CXV.

Sint duo circuli AB, CD inter ſe æquales, & per centra ducatur AD, ipſi verò CD parallela EF. Dico EF productam etiam circulum AB ſecare.



A Sumantur circulorum centra GH, & a punctis GH ad rectos angulos ipſi AD ducan-
B tur GK, HL. ergo GK eſt æqualis HL. ſed & parallela, quare & KL ipſi GH eſt æqua-
28.prim. lis & parallela, & ob id anguli ad KL recti ſunt, & ſunt ex centro GK, HL. recta igitur
Corol. linea KL circulos contingit. Itaque perſpicuum eſt eum, quæ circulum CD contingit
16.tertij. contingere etiam circulum AB. ergo EF ſecans circulum CD & ipſum AB ſecat. pro-
D ducta enim cadet inter BL, quemadmodum EF inter GK continetur.

COMMENTARIVS.

A Et a punctis GH ad rectos angulos ipſi AD ducantur GK, HL. ergo GK eſt æquali, HL.] *Ex prima diffinitione tertij elementorum. Græcus autem codex corruptus eſt, & mancus, quem ita reſtituendum puto.* ἀπὸ τῶν ηθ σημείων τῇ αδ ὀρθαὶ ἤχθωσαν αἱ ηκ, κλ ἴση. ἄρα ἐστὶν ἡ ηκ τῇ θλ.

B Quare & KL ipſi GH eſt æqualis, & parallela] *Ex 33. primi elementorum. Græcus autem codex.* καὶ ἡ ηλ τῇ ηθ ἴση ἐστὶ καὶ παράλληλος *ſed fortaſſe legendum eſt* καὶ ἡ κλ ἄρα τῇ ηθ ἴση ἐστὶ καὶ παράλληλος.

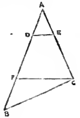
C Itaque perſpicuum eſt eam, quæ circulum CD contingit, contingere etiam circulum AB] *Græcus codex* φανερὸν ὂν ὅτι ἡ τῇ δε ἐφάπτεται καὶ τῷ αβ. *Sed legendum arbitror* φανερὸν ὂν ὅτι ἡ τῷ γδ ἐφαπτομένη ἐφάπτεται καὶ τῷ αβ.

D Producta enim cadet inter BL, quemadmodum EF inter GK continetur] *Græcus codex hoc loco corruptiſſimus eſt, quem ego in eam ſententiam reſtituendum arbitror.*

THEO-

THEOREMA CVI. PROPOSITIO CXVI. LEM. XXI.

Sit DA quidem æqualis AE, BD vero maior, quam CE, & DE iungatur. Dico DE productam cum BC conuenire.



Ponatur ipſi EB æqualis DF, & CF iungatur. ergo CF parallela eſt ipſi DE, & conuenit cum BC, & DE igitur cum BC conueniet. A B

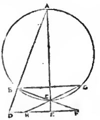
COMMENTARIVS.

Ergo EF parallela eſt ipſi DE] *Ex 2. ſexti elementorum.* A
Et DE igitur cum BC conueniet] *Ex demonſtratis a Proclo in commentarijs in 29. primi libri elementorum, & a Vitellione in 3. propoſitione primi libri.* B

PROBLEMA IN IDEM.

PROBLEMA XI. PROPOSITIO CXVII. LEM. XXII.

Circulo ABC poſitione dato; & datis tribus punctis DEF in recta linea, inflectere DAE, & facere BC in directum ipſi CF. A



Factum iam ſit, & per B ipſi DF parallela ducatur BG, & iuncta GC ad H producatur. angulus igitur BGC, hoc eſt angulus A eſt æqualis angulo CHF. ergo in circulo ſunt ACHD puncta. ac propterea rectangulum ABC æquale eſt rectangulo DEH datum autem eſt rectangulum ABC cum ſit æquale quadrato eius lineæ, quæ a puncto E ducta circulum contingit. ergo & rectangulum DEH eſt datum. atque data eſt DE. data igitur & EH. ſed & poſitione. & datum eſt punctum E. quare, & H. Itaque a duobus punctis datis HF inflexa eſt HCF, ita vt BG ipſi HEF parallela ſit. hoc autem ante demonſtratum eſt datum igitur eſt punctum C ſed & B. ergo poſitione eſt CB, ſed & circulus datus eſt. datum igitur eſt punctum A. eſt autem AD datum. ergo DA poſitione datur. B C D E F G 35. datorum. 27. 20. 25.

Componetur autem problema hoc modo.

Sit circulus quidem ABC, data autem in recta linea tria puncta DEF. & quadrato eius lineæ, quæ a puncto E ducta circulum contingit, æquale ponatur rectangulum DEH. & datis duobus punctis HF, ab ipſis in circulum inflectatur HCF, ita vt BG parallela ſit HF. iunctaque BC ad A producatur. Dico rectam lineam eſſe, quæ per H K L

ABD

ABD tranſit. Quoniam vnumquodque quod rectangulorum ABC, DEH æquale eſt quadrato lineæ a puncto E contingentis. erit rectangulum ABC æquale rectangulo
M DBH. In circulo igitur ſunt puncta DH, CA. & quoniam angulus BGC angulo CHF eſt æqualis, angulus autem BGC æqualis angulo BAC in circulo, erit angulus BAC
N æqualis ipſi CHB: & ſunt in circulo ACHD puncta ergo AB in eadem recta linea conſtituitur, in qua eſt BC.

COMMENTARIVS.

A Circulo ABC poſitione dato, & datis tribus punctis DEF in recta linea. inflectere DAE, & facere BC in directum ipſi CF.] *Græcus codex* θέσει ὄντος κύκλου τοῦ αβγ, καὶ τριῶν δοθὲν τῶν σημείων τῶν δεζ ἐπ' εὐθείας κἂν δοθεῖσαν τὴν δαε, καὶ ποιεῖν ἐπ' εὐθείας τὴν βγ τῇ γζ. *ſed forte legendum erit ex ijs, quæ ante dicta ſunt* θέσει ὄντος κύκλου τοῦ αβγ, καὶ τριῶν δοθέντων σημείων τῶν δεζ ἐπ' εὐθείας, κλάσαι τὴν δαε, καὶ ποιεῖν ἐπ' εὐθείας τὴν βγ τῇ γζ.

B Angulus igitur BGC, hoc eſt angulus A eſt æqualis angulo CHF.] *Angulus enim* BGC *ex 21. tertij elementorum eſt æqualis angulo* A. *Sed & æqualis eſt angulo* CHF *ex 29. primi elementorum.*

C Ergo in circulo ſunt ACHD] *Ex conuerſa 22. tertij elementorum. Sunt enim anguli* CHF, CHO, *hoc eſt anguli* DAC, CHD *duobus rectis æquales. hæc autem nos addidimus, quæ in Græco codice deſiderari videbantur. legendum igitur erit.* ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ βαγ γωνία, τουτέστιν ἡ α τῇ ὑπὸ γθζ γωνίᾳ. ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ αγ, βδ σημεῖα τὸ ἄρα ὑπὸ &c.

D Ac propterea rectangulum AEC æquale eſt rectangulo DBH.] *Ex 36. tertij elementorum.*

E Datum autem eſt rectangulum ABC, cum æquale ſit quadrato eius lineæ, quæ a puncto B ducta circulum contingit] *Ex eadem 36. tertij. recta vero linea ex puncto* E *circulum contingens data eſt, tum poſitione, tum magnitudine, quod datum ſit punctum* E, *& circulus* ABC *ſit poſitione datus.*

F Itaque a duobus punctis datis HF inflexa eſt HCF, ita vt BG ipſi HEF ſit parallela] *Græcus codex corruptus videtur, qui ſic habet.* γέγονε δή μοι ὑπὸ δύο δοθέντων τῶν δζ κλ. ἂν καὶ ποιεῖν παράλληλον τὴν βη τῇ θκζ, *ſed forte legendum* γέγονε δή μοι ὑπὸ δύο δοθέντων τῶν θζ κλάσαι τὴν θγζ, καὶ ποιεῖν παράλληλον τὴν βη τῇ θεζ.

G Hoc autem ante demonſtratum eſt] *In lemmate 10. ex antecedentibus.*

H Et quadrato eius lineæ, quæ a puncto E ducta circulum contingit] *Græcus codex* καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ἴσον κεῖσθω τὸ ὑπὸ δεθ. *ſed videtur legendum, vt infra,* καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἀπὸ τοῦ ε ἐφαπτομένης ἴσον κεῖσθω ὑπὸ δεθ.

K Et datis duobus punctis HF, ab ipſis in circulum inflectatur HCF.] *Græcus codex* καὶ δύο δοθέντων σημείων τῶν θζ ὡς εἰς κύκλον ἀπὸ τῶν θζ κεκλάσθω εὐθεῖα ὥστε παράλληλον εἶναι τὴν βη τῷ θζ. *ſed forte legendum erit,* ἀπὸ τῶν θζ κεκλάσθω θγζ ὥστε, *&c.*

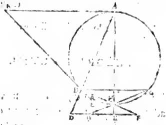
L Iunctaque EC ad A producatur] *Hæc deſiderantur in Græco codice, quæ nos ſuppleuimus. itaque legendum erit* καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ εγ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ α.

M In circulo igitur ſunt puncta DHCA] *Ex conuerſa 36. tertij elementorum.*

N Ergo AB in eadem recta linea conſtituitur, in qua eſt BD] *Quoniam enim angulus* BAC *eſt æqualis ipſi* CHE, *erunt anguli* BAB, CHD *æquales duobus rectis, & ſunt in circulo* ADHC. *quadrilaterum igitur eſt* ADHC *in eo deſcriptum, ex conuerſa 22. tertij, & propterea recta linea eſt* ABD *ſi quis enim contendat non eſſe* ABO *vnam rectam lineam, ſed duas & quinquelaterum eſſe* ABDHC, *ducta recta linea* AD, *erit angulus* DAC *vel minor, vel maior angulo* BAC, *& idcirco quadrilateri* AD *anguli* OAC, CHD *oppoſiti minores erunt, vel maiores duobus rectis, quod minime eſſe poteſt. poſt hæc in Græco codice nonnulla leguntur, quæ fortaſſe ſuperuacanea ſunt, neque enim quid ſibi velint ſatis intelligere poſſum.*

At vero ABD rectam lineam eſſe, etiam aliter oſtendere licet, hoc modo.

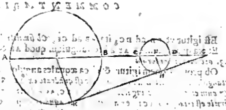
Ducan-



Ducantur duæ rectæ lineæ AK, BL *circulum* ABC *contingentes in punctis* AB, *quæ conueniant in* K, *erunt* AK, KB *inter ſe æquales, quod manifeſto conſtat ex 36. tertij elementorum ergo angulus* KAB *eſt æqualis angulo* KBA, *hoc eſt angulo* LBD *ad verticem. ſed angulo* KAB *æqualis eſt angulus* ACB, *etenim* AK *circulum contingit, & AB ſecat. angulus igitur* LBD *angulo* ACB *eſt æqualis. angulo autem* BAC *æqualis eſt angulus* CBL. *nam* LB *tangit, &* BC *ſecat. Sed tres anguli* BAC, ACB, ABC *ſunt æquales duobus rectis angulus vero* CBD *eſt æqualis duobus angulis* BAC, ACB, *ergo anguli* CBA, CBD *duobus rectis ſunt æquales ex quo patet* ABD *rectam lineam eſſe.*

THEOREMA CVII. PROPOSITIO CXVIII.

Sint duo circuli AB, CD, & producatur AD ad G, fiatque vt EG ad GF, ita ſemidiameter circuli AB ad circuli CD ſemidiametrum. Dico rectam lineam, quæ a puncto G ducta ſecat circulum CD, productam circulum quoque AB ſecare.



Sumantur enim circulorum centra EF, & a puncto G ducatur GH, circulum CD contingens, iungaturque FH, & ipſi parallela ducatur EK. Quoniam igitur eſt vt EG ad GF, ita EK ad FH, recta linea eſt quæ per GHK tranſit, & eſt angulus H rectus: rectus igitur eſt & K. quare ſi recta linea ducta a puncto G ſecat circulum CD, producta etiam AB circulum ſecabit. ſed ſecantes circulum CD ſunt inter DH: ergo productæ inter KB erunt. atque eſt contingens GK. ſecat igitur quæ eſt inter BK, DH, Sed eadem, & circulum AB ſecat. recta igitur ſecans circulum CD, & AB circulum ſecabit, ſi a puncto G ducatur.

COMMENTARIVS.

Et producatur AD ad G] *Græcus codex* καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ αδ *Vide ne addendum ſit* ἐπὶ τὸ η. A

Fiatque vt EG ad GF, ita ſemidiameter circuli AB ad circuli CD ſemidiametrum] B *Græcus codex* καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ εη πρὸς τὴν ηδ οὕτως, *&c. lege* ὡς ἡ εη πρὸς τὴν ηζ. *ſubintelligendum autem puncta ζε circulorum eſſe centra, quod ipſe poſtea infert.*

Recta linea eſt, quæ per GHK tranſit] *Perſpicuum hoc eſt, ſed tamen nos lemmate oſtendimus in commentarijs in 10. libri Archimedis, de ijs, quæ in aqua vehuntur.* C

PRIMVS Liber tactionum habet Problemata ſeptem.

SECVNDVS Problemata quattuor.

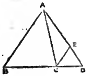
PLANORVM locorum liber ſecundus.

IN primum locum ſecundi libri.

LEM. XXIV.

THEOREMA CVIII. PROPOSITIO CXIX.

Sit triangulum ABC, & ducatur vtcumque recta linea AD. ſitque vt BD ad DC; ita quadratum ex BA ad quadratum ex AC. Dico rectangulum BDC quadrato ex AD æquale eſſe.



A Ducatur per c ipſi AB parallela CE. eſt igitur
B vt BD ad DC, ita AB ad CE. & ita quadratum ex AB, ad rectangulum, quod AB & CE continetur. Vt autem BD ad DC, ita erit quadratum ex BA ad quadratum ex AC. ergo rectangulum contentum AB & CE quadrato ex AC eſt æqua-
C le. ob proportionem igitur, & circa æquales angulos alternos. quare angulus CAD eſt æqualis
D angulo B, & propterea rectangulum BDC quadrato ex AD æquale erit. hoc autem manifeſto patet.

COMMENTARIVS.

A Eſt igitur vt BD ad DC, ita AB ad CE] *Ob ſimilitudinem triangulorum* ABD, ECD.

B Et ita quadratum ex AB ad rectangulum quod AB & CE continetur] *Ex lemmate in 23. decimi elementorum*

C Ob proportionem igitur, & circa æquales angulos alternos, &c.] *Quoniam enim rectangulum contentum* AB, CE *æquale eſt quadrato ex* AC, *vt* BA *ad* AC, *ita erit* AC *ad* CE. *& cum circa æquales angulos alternos* BAC, ACE *latera proportionalia ſint, triangulum* BAC *ſimile eſt triangulo* ACE, *& angulus* ABD *æqualis angulo* CAD. *Sed angulus* D *eſt communis vtrique, ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum* BAD *triangulo* ACD *eſt ſimile, ideoque, vt* BD *ad* DA, *ita* AD *ad* DC, *rectangulum igitur* BDC *quadrato ex* AD *eſt æquale.*

D Et propterea rectangulum BDC quadrato ex AD æquale erit] *Græcus codex* ἐστι ἴσον ἔτι τὸ ὑπὸ βαγ τῷ ὑπὸ δα *lege* τὸ ὑπὸ βδγ τῷ ὑπὸ δα.

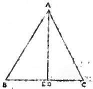
IN SECVNDVM LOCVM.

THOREMA CIX. PROPOSITIO CXX.

A Sit triangulum ABC, & perpendicularis AD. Dico exceſſum quadratorum ex BA, AC quadratorum ex AD, DC exceſſui æqualem eſſe.
B quod ſi BC bifariam ſecetur in puncto E, erit quadratorum ex BA, AC exceſſus id, quod bis BC, & ED continetur.

Exceſ-

Exceſſum igitur quadratorum ex BA, AC æqualem eſſe exceſſui quadratorum ex AD, DC perſpicuè conſtat. eſt enim quadratum quidem ex AB æquale quadratis ex BD, DA. quadratum verò ex AC quadratis ex AD, DC æquale. Quo igitur quadratum ex AB excedit quadratum ex AC, eodem quadrata ex AD, DB excedunt quadrata ex AD, DC: & dempto communi quadrato ex AD, quo reliquum quadratum ex BD excedit quadratum ex DC, eodem & quadratum ex AB quadratum ex AC excedet. quadratorum autem ex BD, DC exceſſus eſt id, quod bis BC, ED continetur. ergo & quadratorum ex AB, AC exceſſus idem erit. C D E



At verò quadratorum ex BD, DC exceſſum eſſe id, quod bis continetur BC, ED, hoc modo demonſtrabimus.

Quoniam enim BE æqualis eſt EC, erit BD æqualis vtriſque CE, ED: & quadratum ex BD æquale quadrato vtrarumque CE, ED. Sed vtrarumque CE, ED quadratum excedit quadratum ex CD eo, quod quater continetur CED, hoc eſt eo, quod bis continetur BC, DE. exceſſus igitur quadratorum ex BD, DC, eſt id, quod bis BC, DE continetur. F G H

COMMENTARIVS.

Dico exceſſum quadratorum ex BA, AC quadratorum ex BD, DC exceſſui æqualem eſſe] *Græcus codex* ὅτι μὲν ἡ τῶν ἀπὸ βδ, αγ ὑπεροχὴ *lege* ἡ τῶν ἀπὸ βα, αγ ὑπεροχή. A

Quòd ſi BC bifariam ſecetur in puncto E, erit quadratorum ex BA, AC exceſſus id, quod bis BC, & ED continetur] *Græcus codex* ἐὰν δὲ ἡ βγ διχοτομηθῇ τὸ ε ἡ τῶν ἀπὸ βδ ἐστι τὸ δὶς ὑπὸ βγ, εδ. *lege* ἐὰν δὲ ἡ βγ διχοτομηθῇ τῷ ε. ἡ τῶν ἀπὸ βα, αγ ὑπεροχή ἐστι τὸ δὶς ὑπὸ βγ, εδ. *poſſet etiam legi* ἡ τῶν ἀπὸ βδ, δγ ὑπεροχή. *ſed illud magis placet.* B

Eſt enim quadratum quidem ex AB [*Græcus codex* ἐστὶ γὰρ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν αβ, *lege* τὸ μὲν ὑπὸ τῆς αβ, *vel potius* τὸ μὲν ἀπὸ αβ. C

Quadratorum autem ex BD, DC exceſſus eſt id quod bis BC, ED continetur] *Hoc deinceps orobit Græcus codex* τῶν δὲ ἀπὸ βδ, δγ, τὸ δὶς ὑπὸ βγ, εδ. *ſed legendum puto:* τῶν δὲ ἀπὸ βδ, δγ ὑπεροχή ἐστι τὸ δὶς ὑπὸ βγ, εδ. D

Ergo & quadratorum ex AB, AC exceſſus idem erit] *Hæc eſt concluſio ſecundæ partis, quæ pendet ex eo, quod proximè demonſtratur.* E

Et quadratum ex BD æquale quadrato vtrarumque CE, ED] *Græcus codex* καὶ τὸ ἀπὸ εδ ἄρα *lege* καὶ τὸ ἀπὸ βδ ἄρα. F

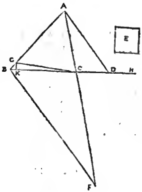
Sed vtrarumque CE, ED quadratum excedit quadratum ex CD eo, quod quater continetur CED] *Eſt enim quadratum vtrarumque* CE, ED *æquale quadratis ex* CE, ED; *& ei, quod bis* CED *continetur. ex 4. ſecundi elementorum. quadratum autem ex* CE *rurſus eſt æquale quadratis ex* CD, DE, *& ei, quod bis* CDE *continetur. ſed ex 3. eiuſdem rectangulum* CED *eſt æquale rectangulo* CDE, *& quadrato ex* ED. *Quadratum igitur vtrarumque* CE, ED *æquale erit ei, quod quater continetur* CED *vnà cum quadrato ex* CD. *ac propterea excedet quadratum ex* CD *eo, quod quater* CED *continetur.* G

Hoc eſt eo, quod bis continetur BC, DE] *eſt enim* BC *ipſius* CE *dupla.* H

IN EVNDEM SI NON SIT PROPORTIO AEQVALIS AD AEQVALE.

THEOREMA CX. PROPOSITIO CXXI.

LEM. III. Sit triangulum ABC, & quadratum ex BA quadrato ex AC ſic dato
A maius, quàm in proportione. datum autem E: & proportio ſit BD ad
B DC. Dico rectangulum DBC ſpatio E maius eſſe.
C



D Auferatur enim datum ſpacium, quod ſit ABG: reliqui igitur videlicet rectãguli BAG ad quadratum ex
E AC proportio eſt data, nẽpè eadem, quæ BD ad DC. ponatur rectangulo BAG æquale rectangulum FAC. erit
F rurſus reliqui rectanguli FAC ad quadratum ex AC. hoc eſt rectæ lineę FA ad AC proportio eadem, quę
G BD ad DC. ergo AD ipſi BF eſt pa-
H rallela; & idcircò angulus F eſt æ-
K qualis angulo CAD. Sed angulus F æqualis eſt angulo AGC. quare angulus AGC angulo CAD eſt ęqualis.
L atque eſt angulus ADH maior angulo CAD. angulus igitur ADH eſt ma-
M ior angulo AGC. ergo rectangulum DBC rectangulo ABG, hoc eſt dato ſpacio E maius erit.

COMMENTARIVS.

A Et quadratum ex BA quadrato ex AC ſit dato maius, quam in proportione] *Magnitudo magnitudine dato maior eſt, quam in proportione, cum ablato dato reliquum, ad idem proportionem datam habuerit ex definitione 11. libri datorum Euclidis.*

B Datum autem E, & proportio ſit BD ad DC] *Græcus codex* δοθὲν μὲν τοῦ ε λόγῳ δὲ τοῦ τῆς βδ πρὸς τὴν δγ. *Sed legendum eſt, ut puto,* δοθὲν μὲν τὸ ε, λόγος δὲ ὁ τῆς βδ πρὸς τὴν δγ.

C Dico rectangulum DBC ſpacio E maius eſſe] *Græcus codex* ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ὑπὸ βδγ τοῦ ε χωρίου. *lege ut infra,* τὸ ὑπὸ δβγ τοῦ ε χωρίου.

D Reliqui igitur, videlicet rectanguli BAG ad quadratum ex AC proportio eſt data] *Ex definitione iam dicta. Sunt enim rectangula ABG, BAG æqualia quadrato ex BA ex 2. ſecundi elementorum Græcus autem codex* λοιπὸν ἄρα τοῦ ὑπὸ βαη. *legendum arbitror.* λοιποῦ ἄρα.

E Nempè eadem, quæ BD ad DC] *Græcus codex* ὁ αὐτὸς τῷ τῆς βδ πρὸς τὴν αγ. *lege* πρὸς τὴν δγ.

F Erit rurſus reliqui rectanguli FAC ad quadratum ex AC] *Græcus codex:* λοιπὸν ἄρα τοῦ ὑπὸ ζαγ πρὸς τὸ ἀπὸ αγ *& hoc loco legendum arbitror.* λοιποῦ ἄρα.

G Ergo AD ipſi BF eſt parallela] *Quoniam enim FA ad AC, eſt ut BD ad DC, erit diuidendo, ut FC ad CA, ita BC ad CD, permutandoque ut FC ad CB, ita AC ad CD. & ſunt circa æquales angulos, qui ad verticem latera proportionalia. triangula igitur FCB, ACD æquiangula ſunt, & angulus CBF eſt æqualis angulo CDA, ideoque AD ipſi BF eſt parallela ex 27. primi elementorum.*

H Et idcircò angulus F eſt æqualis angulo CAD] *Ex 29. eiuſdem quamquam ad hoc probandum nõ neceſſe habemus uti lineis parallelis. ex ſimilitudine enim triangulorũ FCB, ACD*

ſequi-

ſequitur & angulum CBF *angulo* CDA. *& angulum* BFC *angulo* CAD *æqualem; & ob id rectam lineam* AD *rectæ* BF *parallelam eſſe.*

Sed angulus F æqualis eſt angulo AGC] *Quoniam rectangulum* BAG *eſt æquale rectangulo* FAC, *erunt quattuor puncta* GBFC *in circumferentia circuli, ex conuerſa 36. tertij elementorum, & idcirco quadrilateri* CFBG *anguli oppoſiti* BGC, BFC *ſunt æquales duobus rectis. ſed & anguli* BGC, CGA *duobus rectis æquales ſunt. dempto igitur communi angulo* BGC, *reliquus* BFC *reliquo* CGA *eſt æqualis.* K

Atque eſt angulus ADH maior angulo CAD] *Ex 16. primi elementorum.* L

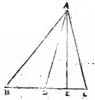
Ergo rectangulum DBC rectangulo ABG, hoc eſt dato ſpatio B maius erit.] *Nam cum angulus* AGC *minor ſit angulo* ADH, *fiat ipſi* ADH *æqualis angulus* AGK. *itaque quadrilateri* AGKD *anguli oppoſiti* AGK, ADK *æquales ſunt duobus rectis, &* AG, KD *puncta in circuli circumferentia erunt, ex conuerſa 23. tertij. ergo rectangulum* ABG *rectangulo* DBK *eſt æquale. ſed rectangulum* DBC *maius eſt rectangulo* DBK, *quod* CB *ſit maior, quam* BK. *rectangulum igitur* DBC *rectangulo* ABG, *videlicet ſpatio* B *dato eſt maius.* M

IN TERTIVM LOCVM.

THEOREMA CXI. PROPOSITIO CXXII.

LEM. IV.

Sit triangulum ABC, & ducatur quædam recta linea AD, quæ ipſam BC biſariam ſecet. Dico quadrata ex BA, AC quadratorum ex AD, DC dupla eſſe.



Ducatur perpendicularis AE. erunt quadrata ex BE, EC, quadratorum ex BD, DE dupla. eſt A
autem & quadratum ex AB bis ſumptum vna cum quadrato ex DE bis ſumpto duplum quadrati ex AD B
& quadrata ex BB, EC vna cum quadrato ex AE bis ſumpto quadratis ex BA, AC ſunt æqualia. Quadrata igitur ex BA, AC quadratorum ex AD, DB, hoc eſt quadratorum ex AD, DC dupla erunt. C D

COMMENTARIVS.

Erunt quadrata, & BE, EC quadratorum ex BD, DE dupla] *Ex 9. ſecundi elementorum Græcus codex* τὰ δὲ ἀπὸ τῶν αε, εγ τετράγωνα διπλάσια ἐστὶ τῶν, *&c. ego legendum puto* τὰ δὲ ἀπὸ τῶν βε, εγ τετράγωνα. A

Eſt autem & quadratum ex AB bis ſumptum vna cum quadrato ex DE bis ſumpto duplum quadrati ex AD] *Quadrata enim ex* AE, ED *quadrato ex* AD *ſunt æqualia ex 47. primi elementorum ex quibus ſequitur per 13. quinti quadrata ex* BE, EC *vna cum quadratis ex* AE, ED *bis ſumptis quadratorum ex* ED, DE, AD *dupla eſſe. quorum quadratum ex* ED *bis ſumptum duplum eſt quadrati ex* ED. *reliqua igitur quadrata ex* EB, EC *vna cum quadrato ex* AE, *bis ſumpto quadratorum ex* AD, DB *ſunt dupla.* B

Et quadrata ex BB, EC vna cum quadrato ex AE bis ſumpto quadratis ex BA, AC ſunt æqualia] *Quadrata enim ex* BE, EA *æqualia ſunt quadrato ex* AB, *quadrata vero ex* AE, EC *quadrato ex* AC *ſunt æqualia ex 47. primi.* C

Quadrata igitur ex BA, AC quadratorum ex AD, DB, hoc eſt quadratorum ex AD DC dupla ſunt] *Græcus codex* τὰ ἄρα ἀπὸ βα, αγ διπλάσια ἐστὶ τῶν ἀπὸ αδ, δε τετραγώνων, ἔτι δὲ τῶν ἀπὸ γδ, εα τετραγώνων. *ſed legendum arbitror* διπλάσια ἐστὶ τῶν ἀπὸ αδ δβ τετραγώνων, ἔτι δὲ τῶν ἀπὸ γδ, δα τετραγώνων. D

THEO-

LEM. V.

THEOREMA CXII. PROPOSITIO CXXIII.

Proportione exiſtente AB ad BC, & ſpacio CA, AD contento ſi ipſarum DB, BC media proportionalis BE ſumpta fuerit, oſtendendum eſt quadratum ex AE quadrato ex EC maius eſſe quam in proportione AB ad BC rectangulo CAD.



Fiat enim vt AB ad BC, ita alia quæpiam FB ad BC. ob proportionem igitur, & diuidendo, vt AC ad CB, ita eſt FC ad CB. quare & tota AF ad totam BE eſt vt AC ad CB, & permutando vt FA ad AC, ita BB ad BC vt autem BB ad BC, ita DB ad BC, quod BE ſit media proportionalis. vt igitur FA ad AC, ita eſt DB ad EC, & ſpacium ſpacio æquale. ergo quod continetur AF, EC, æquale eſt contento AC, DE. ſed quod AF, EC continetur excedit rectangulum AEC rectangulo FEC. & quo rectangulum ex AF, EC excedit rectangulum AEC, eo & rectangulum ex AC, DE idem rectangulum excedit. rectangulum igitur ex AC, DE maius eſt, quam rectangulum AEC rectangulo FEC. ſed quo rectangulum ex AC, DE excedit rectangulum AEC, eo & quadratum ex AE rectangulum CAD excedit. ergo quadratum ex AE maius eſt, quam rectangulum CAD rectangulo FEC: rectangulum autem FEC ad quadratum ex EC eandem proportionem habet, quam AB ad BC. quadratum igitur ex AE quadrato ex EC maius eſt, quam in portione AB ad BC rectangulo CAD.

COMMENTARIVS.

A Ob proportionem igitur, & diuidendo, vt AC ad CB, ita eſt FC ad CB] *Quoniam enim vt AB ad BC ita eſt FB ad BC, erit diuidendo vt AC ad CB, ita FC ad CE.*

B Quare, & tota AF ad totam BE eſt vt AC ad CE] *Ex 13. quinti libri elementorum.*

C Vt autem EB ad BC, ita DE ad EC, quod BE ſit media proportionalis] *Facta eſt enim BE proportionalis media inter DB, & BC, quare vt DB ad BE, ita EB ad BC, diuidendoque vt DE ad EB, ita EC ad CB; & permutando vt DE ad EC, ita EB ad BC.*

D Et ſpacium ſpacio æquale] *Nam rectangulum contentum FA, AE æquale eſt ei, quod AC, DE continetur. ex 16. ſexti elementorum.*

E Sed quod AF, EC continetur excedit rectangulum AEC rectangulo FEC] *Rectangulum enim contentum AF, FC ex 2. ſecundi elementorum eſt æquale duobus rectangulis, videlicet rectangulo AFC, & rectangulo FEC. quare rectangulum AEC excedit rectangulo FEC. Græcus codex τὸ δὲ τετράκις ὑπὸ αζ, γε τοῦ ὑπὸ αεγ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ ζεγ. ſed vt opinor legendum erit τὸ δὲ ὑπὸ αζ, γε τοῦ ὑπὸ αεγ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ ζεγ.*

F Et quo rectangulum ex AF, EC excedit, rectangulum AEC, eo & rectangulum ex AC, DE idem ABC rectangulum excedit rectangulum igitur ex AC, DE maius eſt, quam rectangulum AEC rectangulo FEC] *Græcus codex ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αγ, δε τοῦ ὑπὸ αεγ, μεῖζόν ἐστι τῷ ὑπὸ γεδ. ſed in eo multa deſiderari videntur, vt fortaſſe ita reſtituendum ſit. ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αζ, γε τοῦ ὑπὸ αεγ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ ὑπὸ αγ, δε, τοῦ ὑπὸ αεγ. τὸ ἄρα ὑπὸ αγ, δε τοῦ ὑπὸ αεγ μεῖζόν ἐστι τῷ ὑπὸ ζεγ.*

G Sed quo rectangulum ex AC, DE excedit rectangulum AEC, eo & quadratum ex AE rectangulum CAD excedit. ergo quadratum ex AE maius eſt, quam rectangulum CAD rectangulo FEC. rectangulum autem FEC ad quadratum ex EC eandem proportionem habet, quam AB ad BC] *Græcus codex ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αγ, δε τοῦ ὑπὸ αεγ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ ὑπὸ αε τοῦ ὑπὸ δεγ· τὸ ἄρα ἀπὸ αγ τετράγωνον τοῦ ὑπὸ γαδ μεῖζόν ἐστι τῷ ζε λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ εγ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βγ. ſed mendoſe, vt opinor, fortaſſe vero ita legendum eſt. ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αγ, δε τοῦ ὑπὸ αεγ. τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ ἀπὸ αε τοῦ ὑπὸ γαδ τὸ ἄρα ἀπὸ αε τετράγωνον τοῦ ὑπὸ γαδ μεῖζόν ἐστι τῷ ζεγ. τὸ δὲ ὑπὸ ζεγ λόγον ἔχει πρὸς τὸ ἀπὸ εγ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βγ. quamquam*

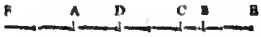
quam hoc multà deeſſe iure merito exiſtimari poteſt. non enim ſatis aperte quod propoſitum eſt concludit: eſſet autem illud manifeſtum hoc modo.

Quoniam enim rectangulum ex AC, DE *æquale eſt rectangulo ex* AF, EC, *rectangulo autem ex* AC, DE *æquale eſt rectangulum* AED *vna cum rectangulo* DEC, *& rectangulo ex* AF EC *rurſus eſt æquale rectangulum ex* AD, EC *vna cum duobus rectangulis* DEC, FEC, *ablato communi* DEC *relinquetur rectangulum* AED *æquale rectangulo ex* AD, EC *vna cum* FEC *addatur vtrique rectangulum* BAD. *erit rectangulum* AED *vna cum* BAD, *hoc eſt quadratum ex* AB *æquale rectangulo ex* AD, EC *vna cum rectangulis* BAD, FEC. *ſed rectangulo ex* AD, EC *vna cum* BAD *æquale eſt* CAD *rectangulum, quadratum igitur ex* AB *æquale eſt rectangulo* CAD *vna cum ipſo* FEC; *ac propterea maius eſt, quam rectangulum* CAD, *rectangulo* FEC. *rectangulum vero* FEC *ad quadratum ex* EC *eſt vt* FE *ad* EC, *videlicet vt* AB *ad* BC. *ergo quadratum ex* AE *quadrato ex* EC *maius eſt, quam in proportione* AB *ad* BC *rectangulo* CAD, *quod demonſtrare oportebat.* 1. ſecundi 2. ſecundi 1. ſexti.

THEOREMA CXIII. PROPOSITIO CXXIV.

LEM. VI.

Sit proportio AB ad BC, ſpacium vero contentum CAD. ſi ipſarum DB, BC media proportionalis ſumatur BE. Dico quadratum ex AE quadrato ex EC maius eſſe, quàm in proportione AB ad BC, rectangulo CAD. A B



Fiat enim vt AB ad BE. ita alia quædam FE ad BC. deuidendo igitur & reliqua ad reliquam, eſt vt FA ad EB, ita AC ad CB. & permutando vt FA ad AC, ita EB ad BC, vt autem EB ad BC, ita DE ad EC. ergo & vt FA ad AC, ita DE ad EC; & ſpacium ſpacio æquale. Quod igitur FA, CB continetur æquale eſt contento AC, DE. commune apponatur rectangulum ABC vna cum rectangulo CAD. quare totum, videlicet quadratum ex AB eſt æquale toti rectangulo FBC vna cum CAD. quadratum igitur ex AB quadrato ex BC maius eſt, quam in proportione AB ad BC rectangulo CAD. etenim ABC rectangulum ad quadratum ex BC eandem proportionem habet. C D E F G H

COMMENTARIVS.

Si ipſarum DB, BC media proportionalis ſumatur BE] *Græcus codex* ἐὰν τῶν δα, αβ μέση ἀνάλογον ληφθῇ ἡ βε. *legendum puto* ἐὰν τῶν δβ βγ μέση ἀνάλογον ληφθῇ ἡ βε. A

Dico quadratum ex AB quadrato ex BC maius eſſe, quam in proportione AB ad BC rectangulo CAD] *In Græco codice pro* γαδ *mendoſe vt opinor, legitur* βαδ. B

Fiat enim vt AB ad BC, ita alia quædam FE ad BC] *Græcus codex* οὕτως ἄλλη τὶς ἡ εγ πρὸς τὴν γβ. *ſed videtur legendum* οὕτως ἄλλη τὶς ἡ ζε πρὸς τὴν εγ. C

Diuidendo igitur, & reliqua ad reliquam eſt vt FA ad BE ita AC ad CB] *Quoniam enim vt* AB *ad* BC, *ita* FE *ad* EC, *erit diuidendo vt* AC *ad* CB, *ita* FE *ad* CB. *quare reliqua* FA *ad reliquam* BE *eſt vt* AC *ad* CB. *Græcus codex* διελόντι ἄρα καὶ λοιπὴ πρὸς λοιπήν ἐστιν ὡς ἡ ζγ πρὸς τὴν γα *ſed legendum puto* ὡς ἡ ζα πρὸς τὴν βε. D

Vt autem EB ad BC, ita DB ad BC] *Erat enim vt* DB *ad* BE, *ita* EB *ad* BC. *quare per 12. quinti elementorum* DB *ad* BC *eſt vt* EB *ad* BC *Græcus codex mancus eſt, in quo legitur* οὕτως ἡ εδ πρὸς τὴν εγ. *legendum autem eſt.* ὡς δὲ ἡ εβ πρὸς τὴν βγ, οὕτως ἡ εδ πρὸς τὴν εγ. E

Ergo & vt FA ad AC, ita DB ad EC, & ſpacium ſpacio æquale] *Sequitur enim ex 16. ſexti elementorum, rectangulum contentum* FA, CB *æquale eſſe ei, quod* AC, DE *continetur. Græcus codex* καὶ ὡς ἄρα ἡ ζα πρὸς τὴν αγ, οὕτως ἡ δγ πρὸς τὴν γε. *lege* οὕτως ἡ δε πρὸς τὴν γε. F

Quod igitur FA, CB continetur æquale eſt contento AC, DE] *Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ζα, γε ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ εδγ. *lege* τῷ ὑπὸ εδ, αγ. G

Commune apponatur rectanctulum ABC vna cum rectangulo CAD quare totum, videli- H

videlicet quadratum ex AB eſt æquale toti rectangulo FBC vna cum CAD?] *Rectangulum enim ex AC, DE æquale eſt rectangulo ACD, & rectangulo ACB. Sed rectangulo quidem ACD vna cum rectangulo CAD eſt æquale quadratum ex AC. rectangulo autem ACB vna cum quadrato ex AC æquale eſt rectangulum BAC: & duobus rectangulis BAC, ABC quadratum ex AB eſt æquale. Rurſus duobus rectangulis, videlicet rectangulo contento FA, CE, & ABC æquale eſt rectangulum FBC. quadratum igitur ex AB rectangulo FBC vna cum rectangulo CAD æquale erit. Græcus codex* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ δ β γ μετὰ τοῦ ὑπὸ γ α δ· ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ δ ε ἴσον ἐστὶ ὅλῳ, *&c. lege* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ α β γ μετὰ τοῦ ὑπὸ γ α δ· ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ α β ἴσον ἐστὶ ὅλῳ, *&c.*

LEM. VII.

THEOREMA CXIV. PROPOSITIO CXXV.

A Sit recta linea AB, & duo puncta CD. Dico ſi quadratum ex AD, & id, quod ad quadratum ex DB eandem proportionem habet, quam AC ad CB, componantur, fieri & quadratum ex AC, & id, quod ad quadratum ex CB eandem habet proportionem, quam AC ad CB, & inſuper id, quod ad quadratum ex CD eandem, quam AB ad BC proportionem habet.



B Fiat enim vt AC ad CB, ita FD ad
C DB. ergo & componendo, & reliqua ad reliquam erit, AF ad reliquam CD, hoc eſt rectangulum contentum AF, CD ad quadratum ex CD, vt AB ad
D BC. quod igitur ad quadratum ex DB eandem proportionem habet, quam AC ad CB, eſt rectangulum FDB. & quod ad quadratum ex CB eandem habet proportionem, quam AC ad CB, eſt rectangulum ACB. Sed ad quadratum ex CD proportionem ha-
E bens eandem, quam AB ad BC eſt id, quod AF, CD continetur. Itaque dico quadratum ex AD vna cum rectangulo FDB æquale eſſe rectangulo BAC vna cum eo, quod
F AF, CD continetur. auferatur enim commune rectangulum CAD. Dico reliquum ADC rectangulum vna cum FDB æquale eſſe ei, quod continetur AC, DB vna cum
G contento AF, CD. Rurſus commune auferatur rectangulum, quod AF, CD continetur. Dico rurſus rectangulum, FDC vna cum FDB, hoc eſt totum quod continetur
H FD, CB æquale eſſe contento AC, BD. quod quidem ita ſe habet. ſunt enim quattuor rectæ lineæ AC, CB, FD, DB inter ſe proportionales.

COMMENTARIVS.

A Dico ſi quadratum ex AD & id, quod ad quadratum ex DB eandem proportionem habet, quam AC ad CB, componatur, fieri & quadratum ex AC, &c.] *Græcus codex* ὅτι τὸ ἀπὸ α δ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ δ β τὸν αὐτὸν τῷ τῆς α γ πρὸς τὴν γ δ συντεθήσεται γίνεται *&c. Vide ne legendum ſit* ὅτι ἐὰν τὸ ἀπὸ α δ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ δ β τὸν αὐτὸν τῷ τῆς α γ πρὸς τὴν γ β συντεθήσεται, γίνεται, *&c.*

B Fiat enim vt AC ad CB, ita FD ad DB] *Græcus codex* τῷ γὰρ τῆς α γ πρὸς τὴν γ β λόγον ἔχον ὁ αὐτὸς γεγονέτω ὁ τῆς ζ δ πρὸς τὴν δ β. *ego legendum puto.* τῷ γὰρ τῆς α γ πρὸς τὴν γ β λόγον ἔχοντι ὁ αὐτὸς γεγονέτω ὁ τῆς ζ δ πρὸς τὴν δ β.

C Ergo & componendo, & reliqua ad reliquam, erit AF ad reliquam CD, hoc eſt rectangulum contentum AF, CD ad quadratum ex CD, vt AB ad BC] *Quoniam enim vt AC ad CB, ita eſt FD ad DB, erit componendo vt AB ad BC, ita FB ad BD, quare & reliqua AF ad reliquam CD eſt vt AB ad BC. Sed vt AF ad CD, ita rectangulum, quod AF, CD continetur ad quadratum ex CD. rectangulum igitur contentum AF, CD ad quadratum ex CD eandem proportionem habet, quam AB ad BC. Græcus codex* καὶ συντεθήσεται ἄρα καὶ τὰ λοιπά. *ſed legendum arbitror* καὶ συνθέντι ἄρα καὶ τὰ λοιπά.

D Quod igitur ad quadratum ex DB eandem proportionem habet, quam AC ad CB, eſt rectangulum FDB; & quod ad quadratum ex CB eandem habet proportionem,

quam

quam A C ad C B eſt rectangulum A C B] *Vt enim A E ad E B, ita F D ad O B, & vt F D ad D B, ita F D B rectangulum ad quadratum ex D B. rectangulum igitur F D B ad quadratum ex O B eſt vt A E ad E B. & eodem modo oſtendetur rectangulum A C B ad quadratum ex C B ita eſſe, vt A E ad C B. Græcus codex τὸ δὲ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ὑπὸ γβ ἐστὶ τὸ ὑπὸ αγβ. Vide ne legendum ſit. τὸ δὲ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ὑπὸ γβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αγ πρὸς τὴν γβ ἐστὶ τὸ ὑπὸ αγβ.*

Itaque dico quadratum ex A D vna cum rectangulo F D B æquale eſſe rectangulo B A C vna cum eo, quod A F, C O continetur] *Pro quadrato ex A C, & rectangulo A C B aſſumpſit rectangulum B A C, quod ipſis eſt æquale ex 3. tertij elementorum. Græcus codex. ὅτι ὂν τὸ ὑπὸ αδ μετὰ τοῦ ὑπὸ δγζ ἴσον ἐστί, &c. lege ὅτι ὂν τὸ ὑπὸ αδ μετὰ τοῦ ὑπὸ ζδβ ἴσον ἐστί, &c.* E F

Dico reliquum A O C rectangulum vna cum F D B æquale eſſe ei, quod continetur A E, D B vna cum contento A F, C D] *Nam ſi a quadrato ex A D auferatur rectangulum D A C, relinquetur rectangulum A D C ex 2. ſecundi elementorum, & ſi a rectangulo B A C idem rectangulum D A C auferatur, reliquum erit quod D B, A C continetur, ex prima eiuſdem.*

Rurſus commune auferatur rectangulum, quod A F, C D continetur. Dico rurſus rectangulum F O C vna cum F O B, hoc eſt totum, quod continetur F D, C B æquale eſſe contento A E, D B] *Si enim a rectangulo A D C auferamus id, quod A F, C D continetur, reliquum erit rectangulum F D C, Græcus codex ὅτι ἄρα τὸ ὑπὸ ζαγ μετὰ τοῦ ὑπὸ ζδβα γίνεται ὅλον τὸ ὑπὸ ζδ, γβ. ſed legendum puto ὅτι ἄρα τὸ ὑπὸ ζδγ μετὰ τοῦ ὑπὸ ζδβ γίνεται, &c.* G

Quod quidem ita ſe habet. Sunt enim quattuor rectæ lineæ A C, C B, F O, O B inter ſe proportionales.] *Quoniam eſt vt A C ad C B ita F O ad D B, rectangulum contentum A C, O B æquale eſt ei, quod C B, F D continetur, ex quo veluti per reſolutionem conſtat verum eſſe illud, quod initio proponebatur. videlicet quadratum ex A D vna cum rectangulo F O B æquale eſſe rectangulo B A C vna cum eo, quod A F, C O continetur poſſumus etiam illud per compoſitionem concludere hoc modo.* H

Quoniam rectangulum contentum C B, F D æquale eſt ei, quod continetur A C, D B; addito vtrique communi rectangulo ex A F, C D, erit rectangulum A D C vna cum F D B æquale rectangulo ex A C, D B vna cum rectangulo ex A F, C D, & rurſus addito communi rectangulo C A D fiet quadratum ex A O vna cum rectangulo F O B æquale rectangulo B A C vna cum eo, quod A F, C D continetur. Idem etiam continget, ſi punctum D extra rectam lineam A B ſumatur.

THEOREMA CXV. PROPOSITIO CXXVI. LEM. VIII.

Sit recta linea A B poſitione data, & datum quoduis punctum C in ipſa A B. Dico quadratum ex A C, & id, quod ad quadratum ex C B datam proportionem habet, æquale eſſe dato, & ei, quod ad quadratum rectæ lineæ interiectæ inter datum punctum C, & illud, quod rectam lineam A B in datam proportionem diuidit, proportionem habet datam. A B



Fiat enim proportio A D ad O B eadem, quæ proportio data. ergo, & proportio A B ad D B data erit, & propterea datum eſt punctum D. Itaque quoniam recta linea eſt A B, & duo puncta D C, quadratum ex A C, & id quod ad quadratum ex C B proportionem habet eandem, quam A D ad O B, æquale erit quadrato ex A D; & ei, quod ad quadratum ex D B eandem, quam A D ad D B proportionem habet, & præterea ei, quod ad quadratum ex D C eandem habet proportionem, quam A B ad B D. quadratum igitur ex A C, & id quod ad quadratum ex C B proportionem habet, eandem, quam A D ad O B, hoc eſt datam, æquale eſt quadrato ex A O, & proportionem habenti ad quadratum ex O B eandem, quam A D ad D B, hoc eſt æquale rectangulo B A O, videlicet dato, & adhuc æquale, ei quod ad quadratum ex D C eandem habet, quam A B ad B D proportionem C D E

tionem, nimirum datam. Similiter, & ſi datum punctum C ſit extra rectam lineam AB, eodem demonſtrationis modo vtemur.

COMMENTARIVS.

A Sit recta linea AB poſitione data, & datum quoduis punctum C in ipſa AB. Dico quadratum ex AC, & id, quod ad quadratum ex CB datam proportionem habet æquale eſſe dato, &c.] *Gracus codex* θέσει εὐθεῖα ἡ αβ, καὶ τυχὸν τὸ γ, ὅτι ἐστὶ δοτὸν ἐπὶ τῆς αβ, ὥστε τὸ ἀπὸ αγ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς γβ δοθὲν ἴσον ἐστὶ δοθέν. *Sed legendum ſuſpicor* θέσει εὐθεῖα ἡ αβ καὶ τυχὸν τὸ γ δοθὲν ἐπὶ τῆς αβ. ὅτι τὸ ἀπὸ αγ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γβ δοθέντα ἴσον ἐστὶ δοθέντι.

B Et ei quod, ad quadratum rectæ lineæ interiectæ inter datum punctum C & illud, quod rectam lineam AB in datam proportionem diuidit, proportionem habet datam] *Hoc eſt ei, quod ad quadratum recta linea CD, vt infra apparebit, datam habeat proportionem. hac autem nos ſuppleuimus, nam gracus codex corruptus, & mancus eſt, in quo legitur* καὶ τὸ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς μεταξὺ τοῦ δοθέντος, καὶ τοῦ ὑπὸ γδ δοθέντος. *Sed quomodo legendum ſit, ſit diuinare nunc non licet.*

C Itaque quoniam recta linea eſt AB, & duo puncta CD, quadratum ex AC, & id quod ad quadratum ex CB proportionem habet eandem, quam AD ad DB, æquale erit quadrato ex AD] *Ex antecedenti lemmate.*

D Et ei, quod ad quadratum ex DB eandem, quam AD ad DB proportionem habet, & præterea ei, quod ad quadratum ex DC eandem habet proportionem, quam AB ad BD] *Gracus codex* καὶ τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ὑπὸ αβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αδ πρὸς τὴν δβ καὶ ἐν τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ὑπὸ αβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βδ. *Sed legendum eſt,* καὶ τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ὑπὸ δβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αδ πρὸς τὴν δβ καὶ ἔτι τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ὑπὸ δγ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βδ. *Quæ vero ſequuntur in Græco codice vſque eo.* τὸ ἄρα ἀπὸ αγ *&c. ſuperuacanea videntur.*

E Quadratum igitur ex AC, & id, quod ad quadratum ex CB proportionem habet eandem, quam AD ad DB, hoc eſt datam, æquale eſt quadrato ex AD, & proportionem habenti ad quadratum ex DB eandem quam AD ad DB, hoc eſt æquale rectangulo BAD, videlicet dato, & adhuc æquale ei, quod ad quadratum ex DC eandem habet, quam AB ad BD proportionem, nimirum datam] *Gracus codex corruptus, & mancus eſt, quem ita reſtituendum cenſeo.* τὸ ἄρα ἀπὸ αγ καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ γβ, τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αδ πρὸς τὴν δβ τουτέστι τῷ δοθέντι ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ αδ καὶ τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ δβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αδ πρὸς τὴν δβ τουτέστι τῷ ὑπὸ βαδ, τουτέστι δοθέντι καὶ τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ δγ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βδ, τουτέστι δοθέντι.

PORISMATON LIBRI III.

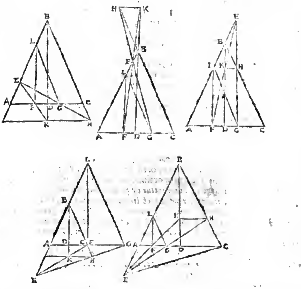
IN PRIMVM PORISMA PRIMI LIBRI.

LEM. I.

THEOREMA CXVI. PROPOSITIO CXXVII.

Sit deſcripta figura ABCDEFG, ſitque vt AF ad FG, ita AD ad DC, & HK iungatur. Dico HK ipſi AC parallelam eſſe.

Ducatur



Ducatur per F ipſi BD parallela FL. Quoniam igitur vt AF ad FG, ita eſt AD ad
DC conuertendo, componendoque, & permutando. erit vt DA ad AF, hoc eſt in li- B
neis parallelis, vt BA ad AL, ita CA ad AG, ergo LG ipſi BG parallela eſt. vt igitur C
AB ad BL; ita in parallelis BK ad KF, & BH ad HC. quare vt BK ad KF, ita eſt EH D
ad HG, ideoque HK ipſi AC eſt parallela. E

Per compoſitam vero proportionem hoc pacto.

Quoniam eſt vt AF ad FG, ita AD ad DC, conuertendo erit vt GF ad FA, ita CD
ad DA: & componendo, permutandoque, & per conuerſionem rationis, vt AD ad DF, F
ita AC ad CG. Sed proportio AD ad DF compoſita eſt ex proportione AB ad BB, & G
proportione EH ad HO. proportio igitur compoſita ex proportione AB ad BE, & H
proportione BK ad KF eadem eſt, quæ componetur ex proportione AE ad BE, & pro-
portione EH ad HG communis auferatur proportio AB ad BE. reliqua igitur propor- K L
tio BK ad KF eadem eſt, quæ proportio EH ad HG quare HK ipſi AO parallela eſt. M

COMMENTARIVS.

Sit deſcripta figura ABCDEFG, ſitque vt AF ad FG, ita AD ad ΓΩ, & HR iunga- A
tur] *Puncta* ACDFG *ponuntur in eadem recta linea, quæ eſt trianguli* ABC *baſis. Sed pun-
ctum* E *ſumitur in* AB *etiam ex vtraque parte protracta. vbi vero conueniunt* EO, BC *po-
nitur* H; *& vbi conueniunt* EF, BD *ponitur* K.

Erit vt DA ad AF, hoc eſt in lineis parallelis vt BA ad AL] *Quoniam enim* FL *paral-* B
lela facta eſt ipſi DB *vt* DF *ad* FA, *ita eſt* BL *ad* LA. *ergo & componendo vt* DA *ad* AF,
ita BA *ad* AL.

Ergo LG ipſi BC parallela eſt] *Ex 2. ſexti elementorum.* C

D Vt igitur AB ad BL, ita parallelis FK ad KF, & EH ad HG. quare vt EK ad KF. ita eſt EH ad HG] *Græcus codex* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ εβ πρὸς τὴν βλ, οὕτως ἡ ἐν παραλλήλῳ ἡ εκ πρὸς τὴν κζ, καὶ ὡς ἄρα ἡ εκ πρὸς τὴν κζ, *&c. ſed legendum erit* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ θβ πρὸς τὴν βλ, οὕτως ἡ ἐν παραλλήλῳ ἡ εκ πρὸς τὴν κζ, καὶ ἡ εθ πρὸς τὴν θη. καὶ ὡς ἄρα ἡ εκ πρὸς τὴν κζ, *&c.*

E Ideoque HK ipſi AC eſt parallela] *Ex 2. ſexti eſt enim diuidendo vt* EF *ad* FK, *ita* EG *ad* GH.

F Et componendo, permutandoque, & per conuerſionem rationis, vt AD ad DF, ita AC ad CG] *Quoniam enim eſt vt* GF *ad* FA, *ita* CD *ad* DA, *erit componendo, permutandoque vt* DA *ad* AF, *ita* CA *ad* AO: *& per conuerſionem rationis vt* AD *ad* DF, *ita* AC *ad* CO. *Græcus codex* συνθέντι καὶ ἐναλλὰξ καὶ ἀναστρέψαντι ἔστιν ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν αζ. οὕτως ἡ αγ πρὸς τὴν γη. *lege* ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν δζ, οὕτως ἡ αγ πρὸς τὴν δη.

G Sed proportio AD ad DF compoſita eſt ex proportione AB ad BF, & proportione EH ad HG] *Eſt enim vt* AD *ad* DF, *ita* AB *ad* BL, *ob lineas parallelas* DB, FL. *Sed proportio* AB *ad* BL *componitur ex proportione* AB *ad* BB, *& proportione* EB *ad* BL. *vt autem* EB *ad* BL, *ita* EH *ad* HG. *proportio igitur* AB *ad* BL, *hoc eſt proportio* AD *ad* DF *compoſita eſt ex proportione* AE *ad* BB, *& proportione* EH *ad* HG.

H Proportio igitur compoſita ex proportione AB ad BE, & proportione EK ad KF eadem eſt, quæ componitur ex proportione AB ad BB, & proportione EH ad HG] *Ruſus enim proportio* AB *ad* BL, *componitur ex proportione* AB *ad* BE, *& proportione* EB *ad* BL, *ſed vt* EB *ad* BL, *ita eſt* EK *ad* KF *ob lineas parallelas* BB, LF. *proportio igitur* AB *ad* BL, *hoc eſt* AD *ad* DF *componitur ex proportione* AB *ad* BB, *& proportione* EK *ad* KF. *ergo proportio compoſita ex proportione* AB *ad* BB, *& proportione* EK *ad* KF, *eadem eſt, quæ componitur ex proportione* AB *ad* BE, *& proportione* EH *ad* HG. *Vereor tamen, ne ante hæc in Græco codice multa deſiderentur.*

K Communis auferatur proportio AB ad BB] *Græcus codex* κοινὸς ἐκκεκρίσθω ὁ τῆς αβ πρὸς τὴν βε λόγος *corrige* κ° ἐκκεκρίσθω *&c. nam per notam* κ° *ſignificatur* κοινὸς *hoc eſt communis, vt infra multis in locis.*

L Reliqua igitur proportio EK ad KF eadem eſt, quæ proportio FH ad HG] *Græcus codex* λοιπὸν ἄρα ὁ τῆς εκ πρὸς τὴν κζ λόγος ἐστὶ τῷ τῆς εθ πρὸς τὴν θη. *lege* λοιπὸς ἄρα ὁ τῆς εκ πρὸς τὴν κζ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς εθ πρὸς τὴν θη.

M Quare HK ipſi AC parallela eſt] *Ex 2. ſexti elementorum. Græcus codex* λόγος ἄρα ἐστὶν ἡ θκ τῇ αγ. *ego corrigendum puto.* παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ θκ τῇ αγ.

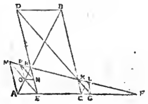
IN SECVNDVM PORISMA.

LEM. II.

THEOREMA CXVII. PROPOSITIO CXXVIII.

A Sit deſcripta figura ABCDEFGH, & ſit AF parallela ipſi DB. Vt autem AE ad EF, ita ſit CG ad GF. Dico rectam lineam eſſe quæ puncta HKF tranſit.

Ducatur per G recta linea GL parallela DB, & iuncta HB ad L producatur. Quoniam igitur eſt vt A
B ad EF, ita CG ad GF, vt autem AB ad CG, ita eſt EH ad GL; & permu-
C tando, quod duæ duabus ſint parallelæ. Vt igitur EF ad FG, ita EH ad OL. atque eſt BH parallela ipſi OL.
D ergo recta linea eſt, quæ per HKLF tranſit.

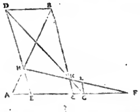


COM-

COMMENTARIVS.

Sit deſcripta figura ABCDEFGH] *puncta* AEGF *ſumuntur in eadem recta linea, in qua conſiſtunt baſes triangulorum* ABC, EDG. *punctum autem* H *vbi* DB *ſecat ipſum* AE, *&* K *vbi* DG *ſecat* BC. A

Vt autem AB ad CG, ita eſt EH ad GL] *Ducatur per* A *recta* AM *parallela ipſi* CB, *vt cum* KH *producta conueniat in puncto* M. *erit trapezium* MAEH *ſimile trapezio* KCGL, *vt monſtrabimus. ſimiles autem rectilinea figura in ſimilia triangula diuiduntur quare iuncta* CL *fiet triangulum* CLG *ſimile triangulo* AHE, *& ideo vt* AE *ad* EH, *ita erit* CG *ad* GL; *Itaque conſtat ob lineas parallelas trapezij* MAEH *angulus angulis trapezij* KCGL *æquales eſſe. At vero latera, quæ ſunt circum æquales angulos eandem inter ſe proportionem habere, hoc modo demonſtrabitur. Abſcindatur ab* EH *linea* HN *æqualis* LG: *& ab* HM *abſcindatur* HP *æqualis* LK. *deinde a puncto* N *ducatur* NO *parallela ipſi* AE, *& a puncto* P *ducatur parallela ipſi* MA, *quæ cum* NO *in puncto* O *conueniet. Conuenient autem in linea* AH. *eſt .n. vt* EH *ad* HN, *ita* AE *ad* ON: *& ſimiliter vt* MH *ad* HP, *ita* MA *ad* PO. *ergo ex lemmate, quod nos conſcripſimus in* 10. *propoſitionem libri Archimedis de ijs, quæ in aqua vehuntur, recta linea eſt, quæ per* AOH *tranſit. Dico trapezium* POXH *æquale eſſe, & ſimile trapezio* KCGL. *nam cum circa æquales angulos, qui ad* HL *latera* NH, HP *proportionalia ſint, immo vero æqualia, lateribus* GL, LK, *erit triangulum* PHN *ſimile triangulo* KLG. *quare vt* HP *ad* PN, *ita eſt* LK *ad* KG, *& permutando vt* HP *ad* LK, *ita* PN *ad* KG. *ſed* HP *eſt æqualis* LK. *ergo &* PN *ipſi* KG *æqualis erit, & parallela, quod angulus* HPN *æqualis ſit angulo* LKG *&* HNP *ipſi* LGK. *non aliter demonſtrabitur triangulum* MHE *ſimile triangulo* KLG, *&* ME *parallela* KG, *hoc eſt ipſi* PN. *Rurſus quoniam* PO *parallela eſt* MA, *videlicet ipſi* KC, *erit angulus* NPO *æqualis angulo* GKC, *& eadem ratione angulus* PNO *æqualis ipſi* KGC. *reliquus igitur reliquo eſt æqualis, & triangulum triangulo ſimile. ergo vt* NP *ad* PO, *ita* GK *ad* KC; *& permutando. ſed* NP *eſt æqualis* GK, *vt demonſtratum eſt quare, &* PO *ipſi* KC *æqualis erit, & eodem modo demonſtrabitur* NO *æqualis* CG. *eſt igitur* HN *ad* NO, *vt* HE *ad* EA: *&* NO *ad* OP, *vt* EA *ad* AM, *& denique* OP *ad* PH, *vt* AM *ad* MH. *quod ipſum demonſtrare oportebat.* B



Quod duæ duabus ſint parallelæ] *Vereor ne hæc ab aliquo addita ſint. non enim duæ duabus parallelæ ſunt, niſi forte intelligat ductam* CL, *quod mihi non placet.* C

Ergo recta linea eſt, quæ per HKLF tranſit] *Ex eodem lemmate in* 10. *Archimedis de ijs, quæ in aqua vehuntur.* D

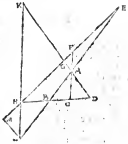
THEOREMA CXVIII. PROPOSITIO CXXIX. LEM. III.

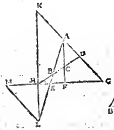
In tres rectas lineas AB, CA, AD ducantur duæ rectæ lineæ HE, HD. Dico vt rectangulum, quod continetur HE, GF ad contentum HG, FE, ita eſſe rectangulum contentum HB, DC. ad contentum HD, BC.

Ducatur

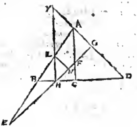
Digitized by Google

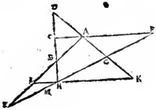
Ducatur per H quidem linea KL parallela ipſi FCA, & DA, AB cum ea conueniant in punctis KL; per L vero ducatur LM parallela DA & cum BH conueniat in M.

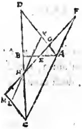






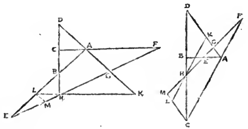






Itaque

Itaque quoniam vt BF ad FA, ita EH ad HL, vt autem AF ad FG, ita LH ad HM, A
etenim HK & HG ad parallelas rectas lineas terminantur; erit ex æquali vt BF ad FG B
ita BH ad HM. rectangulum igitur contento HB, GF æquale eſt contento BF, HM. C
Sed aliud rectangulum eſt, quod BF, GH continetur. ergo vt rectangulum ex BH, GF D
16. ſexti.



ad rectangulum ex BF, GH, ita eſt rectangulum ex BF, HM, ad rectangulum ex BF,
GH; hoc eſt MH ad HG; hoc eſt LH ad HK: Eadem ratione, & vt KH ad HL, ita erit E F
rectangulum ex HD, BC, ad rectangulum ex HB, CO. ergo, & conuertendo vt LH ad G
HK, ita rectangulum ex HB, CO ad rectangulum ex HO, BC. Sed vt LH ad HK, ita H
oſtendimus eſſe rectangulum ex BH, GF ad rectangulum ex BF, GH. Vt igitur rectangulum ex BH, GF ad rectangulum ex EF, GH, ita erit rectangulum ex HB, DC ad rectangulum ex HD, BC.

Per compoſitam vero proportionem oſtendetur hoc modo.

Quoniam proportio rectanguli ex HB, GF ad rectangulum ex HG, FB compoſita eſt
ex proportione, quam habet HB ad BF, & ex ea, quam FG habet ad GH atque eſt vt K
HB, ad BF, ita HL ad FA, vt autem FG ad GH, ita FA ad HK: erit proportio rectan- L
guli ex HB, GF ad rectangulum ex HG, FB compoſita ex proportione, quam habet HL ad FA, & ex ea, quam habet FA ad HK.

Sed proportio compoſita ex proportione HL ad FA, & proportione FA ad HK eadem eſt, quæ proportio LH ad HK. eſt igitur vt rectangulum ex HB, GF ad rectangulum ex HG, FB, ita LH ad HK.

Eadem ratione, & vt rectangulum ex HD, BC ad rectangulum ex HB, CD, ita eſt KH ad HL, & conuertendo vt rectangulum ex HB, CD ad rectangulum ex HD, BC, ita LH ad HK. Vt igitur rectangulum ex HB, GF ad rectangulum ex HG, FB, ita rectangulum ex HB, CO ad rectaogulum ex HD, BC.

COMMENTARIVS.

Itaque quoniam vt EF ad FA, ita EH ad HL] *Ex 4. ſexti elementorum ob ſimilitudi-* A
nem triangulorum EAF, ELH.

Vt autem AF ad FG, ita LH ad HM] *Similia enim ſunt triangula* FAG, HLM. B

Etenim HK, HG ad parallelas rectas lineas terminantur] *Lineæ namque* MHG, LHK C
ſunt inter parallelas MI, GK. *Græcus codex* καὶ γὰρ αἱ θκ πρὸς τὴν θη ἐν παραλλήλῳ. *ſed forte legendum eſt* καὶ γὰρ ἡ θη καὶ ἡ θκ ἐν παραλλήλῳ.

Ergo vt rectangulum ex EH, GF ad rectangulum ex BF, GH, ita eſt rectangulum ex D
BF, HM ad rectangulum ex EF, GH.] *Ex 7. quinti elementorum.*

Hoc eſt MH, ad HG] *Ex prima ſexti.* E

Hoc eſt LH ad HK] *Ob ſimilitudinem triangulorum* HLM, HKG. F

Eadem ratione, & vt KH ad HL, ita erit rectangulum ex HD, BC ad rectangulm G

ex HB

ex HB, CD] *vt enim* KH *ad* HL *ita eſt rectangulum contentum* KH, CA *ad contentum* CA HL, *ſed ex 23. ſexti elementorum proportio rectanguli ex* KH, CA *ad rectangulum ex* CA HL *componitur ex proportione* KH *ad* CA, *&* *proportione* CA *ad* HL. *Vt autem* KH *ad* CA, *ita* HD *ad* DC *ob ſimilitudinem triangulorum* DKH, DAC; *& vt* CA *ad* HL, *ita* CB *ad* BH: *triangula enim* DAC, BLH *ſimilia ſunt. ergo rectanguli ex* KH, CA *ad rectangulum ex* CA HL *proportio componitur ex proportione* HD *ad* DC, *&* *proportione* CB *ad* BH. *ex quibus etiam compoſita eſt proportio rectanguli ex* HD, BC *ad rectangulum ex* HB, DC. *Vt igitur rectangulum ex* KH, CA *ad rectangulum ex* CA, HL, *hoc eſt vt* KH *ad* HL, *ita erit rectangulum ex* HD, BC *ad rectangulum ex* HB, CD.

H Ergo & conuertendo vt LH ad HK] *Graecus codex* ἀνάλογον ἄρα γίνεται ὡς ἡ λθ πρὸς τὴν θκ. *ſed puto legendum* ἀνάπαλιν ἄρα γίνεται.

K Atque eſt vt HE ad EF, ita HL ad FA] *Ob ſimilitudinem triangulorum* ELH, EAF.

L Vt autem FG ad GH, ita FA ad HK] *Etenim triangula* FAG, HKG *ſimilia ſunt.*

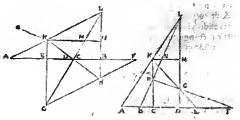
M Sed proportio compoſita ex proportione HL ad FA, & proportione FA ad HK eadem eſt, quæ proportio LH ad HK] *Eadem enim eſt quæ proportio rectanguli ex* HL, FA *ad rectangulum ex* FA, HK.

N Eadem ratione, & vt rectangulum ex HD, BC ad rectangulum ex HB, CD, ita eſt KH, ad HL] *Proportio enim rectanguli ex* HD, BC *ad rectangulum ex* HB, CD, *componitur ex proportione* HD *ad* DC, *&* *proportione* CB *ad* BH. *ſed vt* HD *ad* DC, *ita* KH *ad* KA: *& vt* CB *ad* BH, *ita* CA *ad* HL. *quod ſuperius explicatum eſt. Vt igitur rectangulum ex* HD, BC *ad rectangulum ex* HD, BC *ad rectangulum ex* HB, CD, *ita eſt rectangulum ex* KH, CA *ad rectangulum ex* CA, HL, *hoc eſt ita* KH *ad* HL.

O Vt igitur rectangulum ex HE, GF ad rectangulum ex HG, FE] *Græcus codex* τὸ δὲ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ τῶν θε, ζη πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν θη, ζε *lege* καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν θε, ζη πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν θη, ζε.

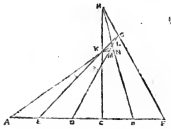
THEOREMA CXIX. PROPOSITIO CXXX.

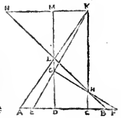
Sit deſcripta figura ABCDEFGHKLMNX, ſitque vt rectangulum quod continetur AF, BC ad contentum AB, FC ita rectangulnm quod continetur AF, DE ad contentum AD, EF. Dico rectam lineam eſſe, quæ per puncta HGF tranſit.

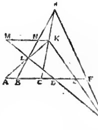


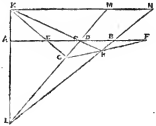
Quoniam

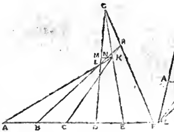
Digitized by Google

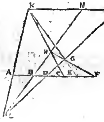












Quoniam enim eſt vt rectangulum ex AF, BC ad rectangulum ex AB, FC, ita rectangulum ex AF, DE ad rectangulum ex AD, BF; erit permutando vt rectangulum ex AF, BC ad rectangulum ex AF, DE, hoc eſt vt BC ad DE, ita rectangulum ex AB, CF ad rectangulum ex AD, EF. ſed ſi per K ipſi AD parallela ducatur KM, proportio BC ad DE compoſita erit ex proportione BC ad KN, & proportione KN ad KM, & inſuper ex proportione KM ad DE. proportio autem rectanguli ex AB, CF ad rectangulum ex AD, EF compoſita eſt ex proportione BA ad AD, & proportione CF, ad FE, communis auferatur proportio BA ad AD eadem, quæ proportio NK ad KM, erit reliqua proportio CF ad FE compoſita ex proportione BC ad KN, hoc eſt CH ad HK, & proportione KM ad DE, hoc eſt KG ad GE. recta igitur linea eſt, quæ per HGF tranſit. nam ſi per E ipſi HC parallela ducatur EX, & iuncta HG protrahatur ad X, proportio quidem KG ad GE eadem eſt, quæ proportio KH ad EX. proportio autem compoſita ex proportione CH ad HK, & proportione HK ad EX tranſmutatur in

1. ſexti.

B

C

D

E

F G

H K

propor-

L proportionem CH ad BX. & proportio CF ad FE eadem eſt, quæ EH ad EX, cum CH
M ipſi EX parallela ſit. recta igitur linea eſt, quæ tranſit per HXF. hoc enim manifeſte conſtat. ergo & recta eſt, quæ per HOF tranſit.

COMMENTARIVS.

A Sit deſcripta figura ABCDEFGHKLMNX] *Græcus codex καταγεγράφθω ἡ αβγδεζηθ ικλ ego legendum puto ἡ αβγδεζηθκλμνξ.*

B Sed ſi per K ipſi AD parallela ducatur KM, proportio BC ad DB compoſita erit ex proportione BC ad KN, & proportione KN ad KM, & inſuper ex proportione KM ad DE] *Proportio enim BC ad DB aſſumpta media linea CD, componitur ex proportione BC ad CD, & proportione CD ad DE. ſed rurſus proportio BC ad CD, hoc eſt ad KM, aſſumpta media KN componitur ex proportione BC ad KN, & KN ad KM. proportio igitur BC ad DE compoſita eſt ex proportione BC ad KN, & KN ad KM, & inſuper ex proportione CD, hoc eſt KM ad DE. Græcus codex ἀλλὰ μὲν τῆς βγ πρὸς τὴν δε σύγκειται ὁ λόγος, ἐὰν διὰ τ̄ κ τῇ αζ παράλληλος ἀχθῇ ἡ κμ, ἔκτε τοῦ τῆς βγ πρὸς κν, καὶ τῆς κν πρὸς κμ, καὶ ἔτι τοῦ τῆς κμ πρὸς δε. ſed videtur legendum ἔκτε τῆς βγ πρὸς κν, καὶ τῆς κν πρὸς κμ, καὶ ἔτι τοῦ τῆς κμ πρὸς δε.*

C Proportio autem rectanguli ex AB, CF ad rectangulum ex AD, BG compoſita eſt ex proportione BA ad AD, & proportione CF ad FB] *Ex 23. ſexti elementorum. Græcus codex καὶ τοῦ τῆς γζ πρὸς τὴν δε lege πρὸς τὴν ζε.*

D Communis auferatur proportio BA ad AD eadem, quæ proportio NK ad KM] *Hoc eſt ex vna quidem parte auferatur proportio BA ad AD, ex altera vero auferatur proportio NK ad KM, quæ eadem eſt ob ſimilitudinem triangulorum ALH, KLN, & triangulorum ALD, KLM. Græcus codex Κοινὸς ἐκκεκρούσθω ὁ τῆς βα πρὸς αδ ὁ αὐτὸς ὢν τῷ τῆς ηκ πρὸς κμ. lege ὁ αὐτὸς ὢν τῆς νκ πρὸς κμ.*

E Erit reliqua proportio EF ad FB compoſita ex proportione BG ad KN hoc eſt CH ad HK] *Ob ſimilitudinem triangulorum BHC, NHK. Græcus codex ἔκτε τοῦ τῆς βγ πρὸς τὴν κη lege πρὸς τὴν κν.*

F Erit proportione KM ad DB, hoc eſt KG ad GE] *Similia enim ſunt triangula KGM, EGD.*

G Recta igitur linea eſt, quæ per HGF tranſit] *Quomodo hoc ſequatur, deinceps oſtendit Græcus codex εὐθεῖα ἄρα ἡ διὰ τῶν θηκ lege διὰ τῶν θηζ.*

H Proportio quidem KG ad GB eadem eſt, quæ KH ad BF] *Quod triangula KHG, BXG ſimilia ſint.*

K Proportio autem compoſita ex proportione CH ad HK, & proportione HK ad EX tranſmutatur in proportione CH ad EX] *Propoſitio enim compoſita ex proportione CH ad KH, & proportione HK ad EX eadem eſt, quæ proportio CH ad EX, nempe aſſumpta media HK.*

L Et proportio CF ad FB eadem eſt quæ CH ad BX] *Superius enim demonſtratum eſt proportionem CF ad FE componi ex proportione CH ad HK, & proportione KG ad GB. ſed proportio KG ad GB eadem eſt, quæ KH ad HX. proportio igitur CF ad FE compoſita eſt ex proportionibus CH ad HK, & HK ad BX. ex quibus etiam componitur proportio CH ad EX ergo vt CF ad FE, ita eſt CH ad HX. Græcus codex καὶ ὁ τῆς γζ πρὸς ζε λόγος ὁ αὐτὸς τῷ τῆς γθ πρὸς τὴν θζ lege πρὸς τὴν εξ.*

M Hoc enim manifeſte conſtat] *Ex noſtro lemmate in 10. proportionem libri Archimedis de iis, quæ in aqua vehuntur.*

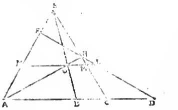
LEM. V,

THEOREMA CXX. PROPOSITIO. CXXXI.

Si ſit figura ABCDEFKH, ſit vt AD ad DC, ita AB ad BC. ſit igitur. vt AD ad DG, ita AB ad BC. Dico rectam lineam eſſe, quæ per AGH tranſit.

Duca-

Dicitur per G ipſi AD parallela KL. Itaq; quoniã vt AD ad A
DC, ita AB ad BC, & vt AB ad BC, B
ita KG ad GM. Vt autẽ AD ad DC, C
ita GL ad GM: erit vt GL ad LM D
hoc eſt AD ad DC. quare permu E
tando, vt AD ad GL, ita CD ad F
LM: hoc eſt DG ad HL. atq; eſt GL parallela ipſi AD. recta igitur linea eſt, quæ tranſit per AGH. hoc enim manifeſto conſtat.



COMMENTARIVS.

Vt autem AD ad DC, ita GL ad LM] *Ob ſimilitudinem triangulorum* ABC, GBL, *&* *triangulorum* CHD, MHL. *Græcus codex* ἀλλ' ὡς μὲν ἡ αδ πρὸς τὴν δγ, οὕτως ἡ χα πρὸς τὴν λμ *ſed legendum puto* οὕτως ἡ ηλ πρὸς τὴν λμ. A

Erit vt GL ad LM, ita KG ad GM] *Ex 11. quinti elementorum poſt quæ in Græco codice hæc leguntur* καὶ λοιπὴ ἡ ηλ πρὸς λοιπὴν τὴν λμ, ἔστιν ὡς ἡ κμ πρὸς τὴν λμ. *Sed nos ea, vti corrupta, & ſupernatanea omiſimus.* B

Hoc eſt AD ad DC] *Eſt enim vt* KG *ad* GM, *ita* AB *ad* BC *ob ſimilitudinem triangulorum* KBG, ABE, *& triangulorum* GBM, BEC. *Vt autem* AB *ad* BC, *ita ponitur eſſe* AD *ad* DC. *Græcus codex* τουτέστιν ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν αγ. *lege* πρὸς τὴν δγ. C

Quare permutando vt AD ad GL, ita CD ad LM] *Græcus codex* ἀνάλογον ἔστιν ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν ηδ, οὕτως ἡ γδ πρὸς την λμ. *Vide ne legendum ſit* ἐναλλὰξ ἐστιν ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν ηλ οὕτως ἡ γδ πρὸς την λμ. D

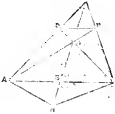
Hoc eſt DH ad HL] *Ex quarta ſexti elementorum, quod triangula* CHD, MHL *ſint ſimilia.* E

Recta igitur linea eſt, quæ tranſit per AGH. hoc enim manifeſto conſtat] *Nam ſi iungatur* AH *tranſibit ea per* G, *alioqui ſequeretur partem toti æqualem eſſe; quod nos lemmate antedicto oſtendimus.* F

THEOREMA CXXI. PROPOSITIO CXXXII. LEMMA VI.

Rurſus ſi ſit deſcripta figura, & DF ipſi AC ſit parallela, erit AB æqualis BC. Sit igitur æqualis. Dico DF ipſi AC parallelam eſſe. A

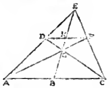
Quod quidem ita ſe habet, nam ſi ponamus BH æqualem ipſi GB, & AH, HC iungamus, fiet AH, CG parallelogrammum, ac propterea vt AD ad DE, ita CF ad FE. vtraque enim dictarum proportionum eadem eſt, quæ proportio HG ad GB. ergo DF ipſi AC eſt parallela. B C D



COMMENTARIVS.

Rurſus ſi ſit deſcripta figura, & DF ipſi AC ſit parallela, erit AB æqualis BC] *Non demonſtratur hoc a Pappo, ſed eius conuerſum demonſtrabitur autem hoc modo.* A

Sit triangulum A E C, *& ipſi* A C *parallela ducatur* D F, *iungaturque* A F, D C *ſeſe in puncto* G *ſecantes, & iuncta* C G *in* B *producatur. Dico* A B *ipſi* B C *æqualem eſſe.*



Triangula enim D A F, D C F *inter ſe ſunt æqualia ex 37. primi elementorum, & ablato communi triangulo* D G F, *relinquetur* A G D *triangulum æquale* C G F, *Vt autem* A D *ad* D E, *ita triangulum* A G D
sexti. *ad triangulum* D G E, *& ſimiliter vt* C F *ad* F E, *ita triangulum* C G F *ad triangulum* F G E *ſed Vt* A D *ad* D E, *ita* C F *ad* F E, *vtraque enim proportio eadem eſt, quæ* B K *ad* K E. *vt igitur triangulum* A G D *ad triangulum* D G E, *ita triangulum* C G F *ad* G F E *triangulum: & permutando triangulum autem* A G D *eſt æquale triangulo* C G F. *ergo, & triangulum* D G E *triangulo* F G E: *ac propterea totum triangulum* A E G *toti* C E G *æquale. At triangulum* A E G *ad triangulum* A G E *eſt Vt*
1. sexti. A O *ad* G B, *& ita triangulum* C E G *ad triangulum* C G E. *quare Vt triangulum* A E G *ad triangulum* A G B, *ita triangulum* C E G *ad triangulum ad ipſum* C G B: *& permutando triangu-*
2. sexti. *lum igitur* A G B *eſt æquale triangulo* C G B, *& ob id recta linea* A B *ipſi* B C *æqualis.*

B Nam ſi ponamus B H æqualem ipſi B G] *Græcus codex* ἐὰν γὰρ τὴν εβ, θῶ τῇ εβ ἴσην τὴν βθ. *ſed legendum eſt.* ἐὰν γὰρ θῶ τῇ ηβ ἴσην τὴν βθ.

C Et A H, H C iungamus, fiet A H C G parallelogramum] *Quoniam enim duo latera* A B B F *æqualia ſunt duobus lateribus* C B, B G, *& angulum* A B H *eſt æqualis angulo ad verticem* C B G. *erit & baſis* A H *æqualis baſi* G C *totumque triangulum toti triangulo, & reliqui anguli reliquis angulis æquales, quibus æqualia latera ſubtenduntur. angulus igitur* A H F *ipſi*
27. primi. *æqualis angulo* B G C, *ideoque recta linea* A H *rectæ* C G *parallela eſt. Eodem modo demonſtrabimus* C H *parallelam eſſe ipſi* A G.

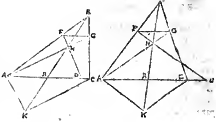
D Ac propterea vt A D ad D B, ita C F ad F E, vtraque enim dictarum proportionum eadem eſt, quæ proportio H O ad G B] *Cum enim* D G C *parallela ſit ipſi* A H *erit* A D *ad*
2. sexti. D E, *vt* H G *ad* G E. *& eadem ratione cum parallela ſit* A G F *ipſi* H C, *vt* H G *ad* G E, *ita erit*
11. quinti C F *ad* F E. *vt igitur* A D *ad* D E, *ita* C F *ad* F E. *quare ex* 2. *ſexti* D F *ipſi* A C *parallela erit.*

THEOREMA CXXII. PROPOSITIO CXXXIII.

LEM. VII.

A Sit deſcripta figura, & ipſarum C B, B A ſumatur tertia proportionalis B D. Dico F G ipſi A C parallelam eſſe.

B Producatur E B, & per A ipſi D F parallela ducatur A K, & K C iungatur. Itaque quoniam eſt vt C B ad B A, ita A B ad B D, vt
C autem A B ad B D, ita K B
D ad B H; erit & vt C B ad B A
E ita K B ad B H. ergo A H
F parallela eſt ipſi K C. Rurſus vt A F ad F B, ita C G
G ad G E, vtraque enim dictarum eadem eſt, quæ proportio K H ad H E. quare F G ipſi eſt parallela.



COMMENTARIVS.

A Sit deſcripta figura, & ipſarum C B, B A ſumatur tertia proportionalis B D. Dico F G ipſi A C parallelam eſſe] *Sit triangulum* A B C, *ducaturque ad baſim Vtcumque recta linea* E B, *& Vt* C B *ad* B A, *ita fiat* A B *ad* B D. *poſtea ducatur* A G, *quæ ſecet* E B *in puncto* H, *iuncta* D H *ad* F *producatur, iungaturque* F G. *Dico* F G *ipſi* A C *parallelam eſſe. Græcus codex*

codex ἴσον καταγραφῇ κατὰ τῆς αβ, βγ μέσον ἀνάλογον ἴσον ἡ αδ. *ſed legendum puto* ἴσον καταγραφῇ, καὶ τῆς γβ, βα τρίτη ἀνάλογον ἴσον ἡ αβ.

Producatur EB & per A ipſi DF parallela ducatur AK] *Græcus codex* ἐκβληθεῖσα ἡ αβ, καὶ διὰ τοῦ α *&c. ego legerem* ἐκβεβλήσθω ἡ εβ. B

Vt autem AB ad BD, ita KB ad BH] *Ob ſimilitudinem triangulorum* ABK, DBH. C

Erit, & vt CB ad BA, ita KB ad BH] *Græcus codex* καὶ ὡς ἄρα ἡ γβ πρὸς τὴν βλ *lege* πρὸς τὴν βα. D

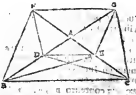
Ergo AH parallela eſt ipſi KC] *Eſt enim vt* CB *ad* BA, *ita* KB *ad* BH: *& permutando, vt* CB *ad* BK, *ita* AB *ad* BH, *& ſunt anguli ad* B *æquales. triangulum igitur* CBK *triangulo* ABH *æquiangulum eſt, & angulus* BCK *angulo* BAH *æqualis. quare* AH *ipſi* KC *eſt parallela. Græcus codex* παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ γθ τῇ κγι *lege* ἡ αθ τῇ κγ. E

Rurſus vt AF ad FE] *Græcus codex.* ἐὰν ᾖ πάλιν ὡς ἡ αζ πρὸς τὴν ζγ *lege* πρὸς τὴν ζε. F

Vtraque enim dictarum eadem eſt, quæ proportio KH ad HE] *Ex 2. ſexti. Græcus codex pro* θε *habet* βθ. G

THEOREMA CXXIII. PROPOSITIO CXXXIV. LEM. VIII.

Sit bomiſcos ABCDEFG, ſitque DE ipſi BC parallela: & EG parallela BF. Dico DF ipſi CG parallelam eſſe. A.



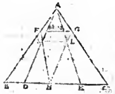
Iungantur BE, DC, FG. erit triangulum DBE æquale triangulo DCE. commune apponatur triangulum DAE ergo totum ABE toti CDA eſt æquale. Rurſus quoniam BF parallela eſt ipſi EG triangulum BFE æquale eſt triangulo EFG. auferatur commune ABF. reliquum igitur ABE reliquo AGF æquale erit. ſed triangulum ABE eſt æquale triangulo ACD. ergo & ACD ipſi AFG æquale, & communi appoſito triangulo ACG, fiet totum triangulum CDG æquale toti CFG. & eſt in eadem CG baſi. quare CG ipſi DF eſt parallela. 39. primi

COMMENTARIVS.

Sit bomiſcos ABCDEFG] *Huiuſmodi figuram idcirco* Βωμίσκον *appellauit, quod parui Altaris imaginem referat.* A

THEOREMA CXXIV. PROPOSITIO CXXXV. LEM. IX.

Sit triangulum ABC, in quo ducantur rectæ lineæ AD, AE: ipſique BC parallela ducatur FG, & inflectatur FHG. ſit autem vt BH ad HC, ita DH ad HE. Dico KL ipſi BC parallelam eſſe. A



Quoniam enim eſt, vt BH ad HC, ita DH ad HE, erit reliqua BD ad reliquam EC, vt DH ad HE. ſed vt ad BD ad EC, ita FM ad NG vt igitur FM ad NG, ita DH ad HE. & permutando vt FM ad DH, ita NG ad HE. vt autem FM ad DH, ita in lineis parallelis FK ad KH: & vt NG ad HE, ita GL ad LH. ergo vt FK ad KH, ita GL ad LH. parallela igitur eſt KL ipſi FG, & propterea ipſi BC. B C 2. ſexti. 30. primi

COM.

COMMENTARIVS

A Et inflectatur FHG] *Græcus codex καὶ κεκλάσθω ἡ ζη. Vide ne legendum ſit καὶ κεκλάσθω ἡ ζθη.*

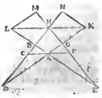
B Sed vt BD ad BE, ita FM ad NG, vt igitur FM ad NG, ita DH ad HE] *Græcus codex mancus eſt. in quo legitur ὡς δὲ ἡ βδ πρὸς τὴν εγ, οὕτως ἐστὶν ἡ ζη πρὸς τη, οὕτως ἐστὶν ἡ δθ πρὸς τὴν θε, legendum autem eſt ὡς δὲ ἡ βδ πρὸς τὴν εγ, οὕτως ἐστὶν ἡ ζμ πρὸς νη, καὶ ὡς ἄρα ἡ ζμ πρὸς νη, οὕτως ἐστὶν ἡ δθ πρὸς τὴν θε.*

C Vt autem FM ad DH, ita in lineis parallelis FK ad KH: & vt NG ad HE, ita GL ad LH] *Ob ſimilitudinem ſcilicet triangulorum* FKM, DKH, *itemque triangulorum* NLG, HLE.

LEM. X.

THEOREMA CXXV. PROPOSITIO CXXXVI.

In duas rectas lineas BAE, DAG duæ rectæ lineæ ducantur DH, HE, ſitque vt rectangulum quod continetur DH, BC ad contentum DC, BH, ita rectãgulum contentum HG, FE ad contentum HE, FG. Dico rectam lineam eſſe, quæ per CAF puncta tranſit.



Ducatur per H ipſi CA parallela KL, quæ cum lineis AB, AD in punctis KL conueniat, & per L ipſi AD parallela agatur LM, producaturque EH ad M. deinde per K parallela ipſi AB

A ducatur KN, & DH ad N producatur. Itaque quoniam ob lineas parallelas fit vt DH ad HN, ita DC ad CB, erit rectangulum contentum DH, CB æquale contento DC, HN. Sed aliud aliquod rectangulũ eſt, quod DC, BH continetur. ergo vt rectangulũ contentũ DH, BC ad contentũ DC, BH ita contentũ CD, HN ad contentũ DC, BH, hoc eſt HN ad HB. Sed vt rectangulũ quidem contentum HD, BC ad contentum DC, BH, ita ponitur eſſe contentum HG, FE ad contentum HE, FG. Vt autem NH ad HE, ita KH ad HL, hoc eſt in lineis parallelis GH,

B C HM, hoc eſt rectangulum contentum HG, FE ad contentum HM, FE. ergo vt contentum HG, FE ad contentum HE, FG, ita contentum HG, FE ad contentum HM, FE.

D rectangulum igitur contentum HE, FG æquale eſt contento HM, FE. quare vt MH ad HE, ita GF ad FE, componendoque, & permutando, vt ME ad EG, ita HE ad EF. Sed vt ME ad EO, ita eſt LE ad EA. & vt igitur LE ad EA, ita HE ad EF. & ideo AF parallela eſt ipſi KL. Sed & CA. ergo recta linea eſt, quæ per CAF puncta tranſit, quod oportebat demonſtrare.

COMMENTARIVS.

A Itaque quoniam ob lineas parallelas fit vt DH ad HN, ita DC ad CB] *Vt enim* DB *ad* BN, *ita* DC *ad* CB. *Vtraque enim ipſarum eadem eſt, quæ proportio* DA *ad* AK: *& permutando vt* BD *ad* DC, *ita* BN *ad* CH. *vt autem omnia ad omnia, ita vnum ad vnum ergo vt* ND *ad* DH, *ita* BD *ad* DC. *& per conuerſionem rationis, vt* DN *ad* NH, *ita* DB *ad* BC *diuidendoque vt* DH *ad* HN, *ita* FC *ad* CB.

B Vt autem NH ad HE, ita KH ad HL] *Similia enim ſunt triangula* KHN, LHB.

C Hoc eſt in lineis parallelis GH autem HM] *Ob ſimilitudinem triangulorum* KGH, LMH *Græcus codex ἐστὶν ἐν παραλλήλῳ ἡ γθ πρὸς τὴν θμ, lege ἡ κθ πρὸς τὴν θμ.*

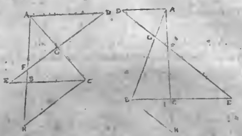
D Rectangulum igitur contentum HE, FG æquale eſt contento HM, FE quare vt MH ad HE, ita GF ad FE] *Ex 9. quinti elementorum. Græcus codex mancus eſt, in quo legitur ἴσον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ θμ πρὸς τὴν θε, οὕτως ἡ κζ πρὸς τὴν ζε. Sed eum ita reſtituemus ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ θε, ζκ τῷ ὑπὸ θμ, ζε. καὶ ὡς ἄρα ἡ θμ πρὸς τὴν θε, οὕτως ἡ κζ πρὸς τὴν ζε.*

THEO-

Digitized by Google

THEOREMA CXXVI. PROPOSITIO CXXXVII. LEM. VI.

A Quæ vero ad caſus ipſius pertinent, ſimiliter atque antedicta oſtendemus, quorum eſt conuerſum, videlicet. Sit triangulum ABC, & ipſi BC parallela ducatur AD. & ducta DE conueniat cum BC in puncto E. Dico vt rectangulum, quod continetur DE, FG ad contentum EF, GD, ita eſſe CB ad BE. B



Ducatur per C ipſi DB parallela CH, & AB ad H producatur. Itaque quoniam eſt vt CA ad AG, ita CH ad GF, & vt CA ad AG, ita ED ad DG; erit vt ED ad DG, ita CH ad FG, ac propterea rectangulum contentum CH, DG æquale eſt contento ED, FG. Sed aliud aliquod rectangulum eſt, quod BF, GD continetur. ergo vt rectangulum contentum DE, FG ad contentum DG, BF, ita contentum CH, DG ad contentum DG, BF, hoc eſt ita CH ad BF, hoc eſt CB ad BE. Ex quibus ſequitur vt rectangulum contentum DE, FG ad contentum BF, GD, ita eſſe CB ad BE. Eadem ratione, & ſi ad alteras partes agatur parallela AD, atque a puncto D extra C, velut ad E ducatur DE, vt rectangulum, quod continetur DE, FG ad contentum BF, GD, ita demonſtrabitur eſſe BC ad CB. C D E F G

COMMENTARIVS.

Quæ verò ad caſus ipſius pertinent, ſimiliter atque antedicta oſtendimus, quorum eſt conuerſum] *Græcus codex* τὰ δὲ πτωτικὰ αὐτοῦ ὁμοίως τοῖς προγεγραμμένοις, ὧν ἐστιν ἀντιστρόφιον *quibus verbis quid ſignificetur planè intelligere non poſſumus, cum poriſmatum libris careamus.* A

Dico vt rectangulum, quod continetur DB, FG ad contentum BF, GD, ita eſſe CB ad BE] *Græcus codex* ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ δε, ζη πρὸς τὸ ὑπὸ εζ, ηλ *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ εζ, ηδ. B

Itaque quoniam eſt vt CA ad AG, ita CH ad GF] *Ob ſimilitudinem triangulorum* CAH, GAF. C

Et vt CA ad AG, ita ED ad DG] *Ob ſimilitudinem triangulorum* CGE, AGD. D

Hoc eſt CB ad BE] *Similia enim ſunt triangula* CBG, EBF. E

Ex quibus ſequitur vt rectangulum contentum DE, FG ad contentum BF, GL] *Græcus codex* ἐστιν ἄν ὡς τὸ ὑπὸ δε, ζη πρὸς τὸ ὑπὸ εζ, ηλ. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ εζ, ηδ. F

Eadem ratione, & ſi ad alteras partes agatur parallela AD, atque à puncto D extra C velut ad E ducatur DE, vt rectangulum, quod continetur DE, FG ad contentum BF, GD, ita demonſtrabitur eſſe BC ad CB.] *Græcus codex corruptus eſt, & mancus, vt videtur, qui ſic habet.* τὰ δ' αὐτὰ κἂν ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη ἀχθῇ ἡ αδ παράλληλος, καὶ ἀπὸ τοῦ δ ἐκτὸς ὡς ἐπὶ τὸ γ διὰ τοῦ ευθεῖαν. *Vide ne legendum ſit* καὶ ἀπὸ τοῦ δ ἐκτὸς τοῦ λ G

τῶν γ ας ἐπ το' ε ἀχθῶ' η δε, reliqua vero quæ in Græco codice deſiderantur nos in eam ſententiam reſtituendam cenſemus. & demonſtratio eadem erit.

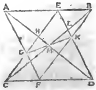
Sit triangulum ABC, *& ipſi* BC *ad alteras partes parallela agatur* AD, *vt in ſubiecta figura apparet, ductaque* DE *extra* C *conueniat cum* BC *in puncto* E. *Dico vt rectangulum, quod continetur* DB, FG *ad contentum* EF, GD, *ita eſſe* BC *ad* CE.

Ducatur per B *ipſi* DE *parallela* BH, *&* AC *ad* H *producatur. Itaque quoniam eſt vt* BA *ad* AG, *ita* BH *ad* GF, *vt autem* BA *ad* AG, *ita* ED *ad* DG, *erit vt* ED *ad* DG, *ita* BH *ad* FG, *& rectangulum ex* BD, FG *rectangulo ex* BH, DD *æquale. Sed aliud rectangulum eſt quod continetur* BF, GD. *Vt igitur rectangulum ex* BD, FC *ad rectangulum ex* EF, GD; *ita rectangulum ex* BH, DG *ad rectangulum ex* EF, DG, *hoc eſt* BH *ad* EF, *hoc eſt* BC *ad* CE. *ergo vt rectangulum, quod continetur* DB, FG *ad rectangulum contentum* EF, GD, *ita erit* BC *ad* CE.

THEOREMA CXXVII. PROPOSITIO CXXXVIII.

LEM. XII.

His autem demonſtratis, nunc oſtendendum eſt, ſi parallelæ ſint AB, CD, atque in ipſas incidant quædam rectæ lineæ AD, AF, BC, BF, & ED, EC iungantur, rectam lineam eſſe, quæ per GMK puncta tranſit.



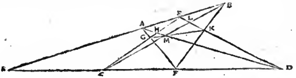
Quoniam enim triangulum eſt DAF, ipſique DF parallela eſt AB, & ducta eſt BC, conueniens cum DF in C, erit ob antecedens lemma, vt DF ad FC ita rectangulum quod continetur CB, CH ad contentum CG, HB. Rurſus quoniam triangulum eſt CF, & ipſi CD parallela eſt BE, duciturque BD conueniens cum CF in D, fiet vt CF ad FD. ita rectangulum contentum DE, BK ad contentum D[illegible] LE, & conuertendo vt DF ad FC, ita rectangulum contentum DK, LE ad contentum DE, LK. ſed vt DF ad FC, ita erat rectangulum, quod continetur CB, GH ad contentum CG, HB: igitur rectangulum contentum CB, GH ad contentum CG, HB, ita eſt rectangulum, quod continetur DK, LE ad contentum DE, LK. Itaq; res deducta eſt ad decimum lemma; nam cum in duas rectas lineas CML, DHM ductæ ſint duæ rectæ lineæ BC, BD, & vt rectangulum quod continetur CB, GH ad contentum CG, HB, ita ſit rectangulum contentum DK, LE ad contentum DE, LK, erit recta linea, quæ per puncta GMK tranſit. hoc enim demonſtratum eſt.

In 10. lemmate antecedentium.

THEOREMA CXXVIII. PROPOSITIO CXXXIX.

LEM. XIII.

A Sed non ſint ABCD parallelæ, & in puncto N conueniant. Dico rurſus rectam lineam eſſe, quæ per GMK puncta tranſit.



B Quoniam enim in tres rectas lineas AN, AF, AD ab eodem puncto C ductæ ſunt duæ rectæ lineæ CB, CD, vt rectangulum, quod continetur CE, GH ad contentum CG, HE ita eſt

ita eſt rectangulum contentum CN, FD ad contentum ND, CF. Rurſus quoniam ab codem puncto B in tres rectas lineas BN, BC, BF duæ rectæ lineæ DE, DN ducuntur erit vt rectangulum contentum NC, FD ad contentum ND, FC, ita quod continetur DK, BL ad contentum DB, KL. Sed vt rectangulum contentum NC, FD ad contentum ND, FC, ita demonſtratum eſt rectangulum contentum CE, GH eſſe ad contentum CG, HE. Vt igitur rectangulum contentum CB, GH ad contentum CG, HB, ita eſt quod DK, BL continetur ad contentum DE, KL. & res deducta eſt ad idem, quod in parallelis. ergo ex iam dictis recta linea eſt, quæ per GMK puncta tranſit. C D

COMMENTARIVS.

Et in puncto N conueniant] *Gracus codex pro ν habet η.* A

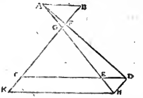
Quoniam enim in tres rectas lineas AN, AF, AD a eodem puncto C ductæ ſunt duæ rectæ lineæ CE, CD] *Gracus codex* ἐπεὶ εἰς τρεῖς εὐθείας τὰς αν, αζ, αδ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ κ δύο διηγμέναι εἰσὶν αἱ γε, γδ. *lege* ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ γ δύο διηγμέναι εἰσὶν αἱ γε, γδ. B

Rurſus quoniam ab eodem puncto B inter rectas lineas BN, BC, BF] *Græcus codex* πάλιν ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ σημείου τοῦ δ τρεῖς εὐθείας, *&c. lege* ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ β εἰς τρεῖς εὐθείας. C

Et res deducta eſt ad idem, quod & in parallelis] *Hoc eſt res deducta eſt ad decimum lemma, quemadmodum & in parallelis. Quoniam enim in duas rectas lineas* CML, DMH *ab eodem puncto* E *ductæ ſunt* EC, ED, *atque eſt vt rectangulum, quod* CB, GH *continetur ad contentum* CG, HB, *ita rectangulum contentum* DK, LB *ad contentum* DB, LK, *recta linea erit, quæ per* GMK *puncta tranſibit.* D

THEOREMA CXXIX. PROPOSITIO CXL. LEM. IV.

Sit AB parallela CD, ducanturque AD, BC, & ſit in recta linea BG punctum F, ita vt quam proportionem habet DE ad EC, eandem habeat rectangulum contentum CB, GF ad contentum FB, CG. Dico rectam lineam eſſe, quæ per AFD puncta tranſit. A



Ducatur per D quidem ipſi BC parallela DH, & producatur AB ad H, per H vero agatur HK ipſi CD parallela, & BC ad K producatur. Itaque quoniam vt DE ad EC, ita eſt rectangulum, quod continetur CB, GF ad contentum FB, CG, vt autem DH ad EC, ita & DH ad CG, & rectangulum contentum DH, BF ad contentum CG, BF; erit rectangulum quod continetur CB, GF æquale contento DH, BF, ergo vt CB ad BF, ita DH, hoc eſt CK ad GF. & ob id tota KB ad totam BG eſt vt KC ad GF, videlicet vt DH ad FG. Sed vt KB ad BG in lineis parallelis, ita HA ad AG, quare HA ad AG eſt vt DH ad FG; & ſunt DH, FG parallelæ. recta igitur linea eſt quæ per AFD puncta tranſit. B C D

14. ſexti. 9. quinti. 34. primi. 11. quin.

COMMENTARIVS

Et ſit in recta linea BG punctum F] *Græcus codex* καὶ σημεῖον ἐπὶ τῆς ζη τὸ ζ *lege* ἐπὶ τῆς βη τὸ ζ. A

B Itaque quoniam vt DE ad EC, ita eſt rectangulum, quod continetur CE, FG ad contentum FE, CG] *Græcus codex* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ δε πρὸς τὴν εγ, οὕτω τὸ ὑπὸ γβ, ζη πρὸς τὸ ὑπὸ βγ, ζη *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ ζβ, γη.

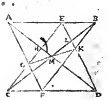
C Vt autem DE ad EC, ita & DH ad CG, & rectangulum contentum DH, BF ad contentum CG, BF] *Similia namque ſunt triangula* DEH, CEG: *&* *vt* DH *ad* CG, *ita rectangulum contentum* DH, BF *ad contentum* CG, BF.

Sed vt KB ad BG in lineis parallelis, ita HA ad AO] *Ob ſimilitudinem triangulorum* KGH, AGB.

THEOREMA CXXX. PROPOSITIO. CXLI.

LEM. XV.

A B Hoc præmiſſo ſit AB parallela CD. & in ipſas incidant rectæ lineæ AF, FB, CE, ED. iungaturque BC, GK. Dico rectam lineam eſſe, quæ per AMD puncta tranſit.



C D Iungatur DM, & ad H producatur. Quoniam igitur extra triangulum BEF a verticis puncto B acta eſt BB parallela ipſi CD, & ducitur ED, vt CF ad ED, ita rectangulum quod continetur DE, E KL ad contentum EL, KD. vt autem rectangulum contentum DE, KL ad contentum EL, KD, ita eſt rectangulum contentum, CG, HE, ad contentum CE, GH. etenim in tres rectas lineas EL, DH, GK, ab eodem puncto E ductæ ſunt duæ re-F ctæ lineæ EC, ED. ergo vt DF ad FB, ita eſt re-G ctangulum, quod continetur CE, GH ad contentum CG, HE. atque eſt recta linea DM. quare ex eo, quod proxime demonſtratum eſt, recta linea erit, quæ per AMD puncta tranſibit.

COMMENTARIVS.

A Iunganturque BC, GK] *Secet* CE *ipſam* AF *in* G, *&* ED *ſecet* FB *in* K, *iunctaque* BC GK *ſeſe in puncto* M *ſecent*.

B Dico rectam lineam eſſe, quæ per AMD puncta tranſit] *Græcus codex* ὅτι εὐθεῖα ἐστιν ἡ διὰ τῶν κμκ, *ſed legendum puto* ἡ διὰ τῶν αμδ, *vt in concluſione, namque* GMK *recta ponitur*.

C * Iungatur DM, & ad H producatur] *Græcus codex* ἐπεζεύχθω ἡ λμ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ κ *ego legerem* ἐπεζεύχθω ἡ δμ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ θ.

D Quoniam igitur extra triangulum BEF à verticis puncto B acta eſt BB parallela ipſi CD, & ducitur BD, vt CF ad FD, ita eſt triangulum, quod continetur DE, KL ad contentum EL, KD] *Ex vndecimo lemmate præmiſſorum*.

E Vt autem rectangulum contentum DE, KL ad contentum EL, KD, ita eſt rectangulum contentum EG, HE ad contentum CE, GH, etenim in tres rectas lineas GL, DH GK ab eodem puncto E ductæ ſunt duæ rectæ lineæ FC, ED] *Ex tertio lemmate. Græcus codex* ὡς δθ τὸ ὑπὸ δε, κλ πρὸς τὸ ὑπὸ δκ, λβ. *ego legendum cenſeo*, πρὸς τὸ ὑπὸ ελ, κδ.

F Ergo vt DF ad FC, ita eſt rectangulum, quod continetur CE, GH ad contentum CG, HE] *Ex iam dictis ſequitur, vt* CF *ad* FD, *ita eſſe rectangulum contentum* CG, HE *ad contentum* CE, GH. *quare & conuertendo vt* DF *ad* FC, *ita rectangulum quod continetur* CE, GH *ad contentum* CG, HE.

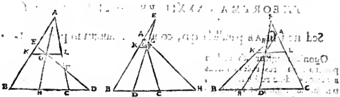
G Atque eſt recta linea DMH. quare ex eo, quod proxime demonſtratum eſt. recta linea erit, & quæ per AMD puncta tranſibit] *Græcus codex* καὶ ἔστιν εὐθεῖα ἡ διὰ τῶν κμε *Vide ne legendum ſit* καὶ ἔστιν εὐθεῖα ἡ διὰ τῶν δμθ, *nam quæ ex antecedenti lemmate conſtat rectam lineam eſſe, quæ* AHD *tranſit. ſed cum recta ſit* DMH, *etiam* AMB *recta erit*.

THEO-

THEOREMA CXXXI. PROPOSITIO CXLII.

LEM. XVI.

In duas rectas lineas AB, AC ab eodem puncto D duæ rectæ lineæ DB, DE ducantur, & in ipſis ſumantur puncta GH: ſitque vt rectangulum, quod continetur EG, FD ad contentum DE, GF, ita rectangulum contentum BH, CD ad contentum BD, CH. Dico rectam lineam eſſe, quæ per AGH puncta tranſit.



Ducatur per G ipſi BD parallela KL. Itaque quoniam eſt, vt rectangulum, quod continetur EG, FD ad contentum DE, FG, ita eſt rectangulum contentum BH, CD ad contentum BD, CH; proportio autem rectanguli contenti EG, GD ad contentum DE FG compoſita eſt ex proportione, quam habet GE ad ED, hoc eſt KG ad BD, & ex proportione, quam DF habet ad FG, hoc eſt CD ad GL; & proportio rectãguli contenti BH, CD ad contentum BD, CH compoſita eſt ex proportione, quam habet BH ad BD, & ex ea, quam habet DC ad CH: erit proportio compoſita ex proportione KG ad BD, & proportione CD ad GL, eadem, quæ componitur ex proportione HB ad BD, & proportione DC ad CH. ſed proportio KG ad BD compoſita eſt ex proportione KG ad BH, & proportione HB ad BD. proportio igitur compoſita ex proportione KG ad BH & proportione HB ad BD, & inſuper ex proportione CD ad GL eadem eſt, quæ componitur ex proportione HB ad BD, & proportione DC ad CH. communis auferatur proportio HB ad BD. ergo reliqua proportio, quæ componitur ex proportione KG ad BH & proportione CD ad GL, eadem eſt, quæ proportio DC ad CH, hoc eſt proportio compoſita ex proportione DC ad GL, & proportione GL ad CH. & rurſus communis auferatur proportio DC ad GL. reliqua igitur proportio KG ad BH eadem eſt, quæ proportio GL ad CH, & permutando vt KG ad GL, ita eſt BH ad HC. ſunt autem KL, BH inter ſe parallelæ. ergo recta linea eſt, quæ per AGH puncta tranſit.

20. ſexti. A B C A D

C O M M E N T A R I V S.

A Hoc eſt KG ad BD] *Ob ſimilitudinem triangulorum* BGK, EDB.

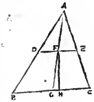
B Hoc eſt CD ad GL] *Quod ſimilia ſint triangula* CFD, LFG.

C Erit proportio compoſita ex proportione KG ad BD, & proportione CD ad GL, eadem, quæ componitur ex proportione HB ad BD, & proportione DC ad CH] *Græcus codex* ἐκ τε τοῦ τῆς βθ πρὸς θδ καὶ τοῦ τῆς αγ πρὸς γθ *lege* ἐκ τε τοῦ τῆς θβ πρὸς βδ, καὶ τοῦ τῆς δγ πρὸς γθ.

D Ergo recta linea eſt quæ per AGH puncta tranſit] *Hoc nos ſequenti lemmate demonſtrabimus.*

Sit triangulum ABC, *ipſique* BC *parallela ducatur* DE, *& in ea ſumpto quouis puncto* F *fiat vt* DF *ad* FE, *ita* BG *ad* GC. *Dico rectam lineam eſſe, quæ per* AF, FG *puncta tranſit.*

Si enim fieri poteſt, producta AF *non cadat in* G. *ſed in aliud punctum* H *inter* GC, *erit ob ſimilitudinem triangulorum* DAF, BAH, *vt* DF *ad* FA, *ita* BH *ad* HA: *& rurſus ob ſimilitudinem triangulorum* FAE, HAC, *vt* AF *ad* FE, *ita* AH *ad* HC. *ergo ex æquali, vt* DF *ad* FE, *ita* BH *ad* HC. *ſed vt* DF *ad* FE, *ita erat* BG *ad* GC, *vt igitur* BH *ad* HC, *ita* BG *ad* CG, *& permutando vt* HB *ad* BG, *ita* HC *ad* CG. *eſt autem* HB *maior, quam* BG, *ergo, &* HC *maior erit, quam* CG, *hoc eſt pars maior, quam totum, quod fieri non poteſt. idem ſequetur abſurdum, ſi* H *inter* BG *cadere ponatur. recta igitur linea eſt, quæ per* AFG *puncta tranſit.*

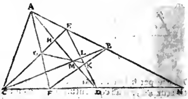


LEM. XVII.

THEOREMA CXXXII. PROPOSITIO CXLIII.

A Sed non ſit AB parallela CD, conueniant autem in puncto N.

B Quoniam igitur ab eodem puncto D in tres rectas lineas BN, BC, BF duæ rectæ lineæ DE, DN ductæ ſunt, vt rectangulum, quod continetur ND, CF ad contentum NC, DF, ita eſt rectangulum contentum ED, KL



C ad contentum EL, KD. Sed vt rectangulum contentum ED, KL ad contentum EL, KD, ita rectangulum contentum EH, CG ad contentum EC, HG. Rurſus enim in tres rectas lineas CL, DH, GK ab eodem pun-
D cto E ductæ ſunt duæ rectæ lineæ EC, ED. Vt igitur rectangulum, quod continetur EH, CG ad contentum EC, HG, ita rectangulum contentum ND, CF ad contentum
E NC, DF. quare ob lemma præcedens recta linea eſt, quæ per AHN, & idcirco recta
F etiam, quæ per AMD puncta tranſit.

COMMENTARIVS.

A Sed non ſit AB parallela CD, conueniant autem in puncto N] *Hoc ex quintodecimo lemmate pendet, cuius veluti pars quædam eſt, ſubintelligere autem oportet, vt in ipſas* AB, CD *incidant rectæ lineæ* AF, FB, CE, ED, *& ductis* BC, GK, *quæ ſe in puncto* M *ſecent, iungatur* DM *& ad* H *producatur. Dico rectam lineam eſſe, quæ per* AMD *puncta tranſit.*

B Quoniam igitur ab eodem puncto D in tres rectas lineas BN, BC, BF, duæ rectæ lineæ DE, DN ductæ ſunt, vt rectangulum, quod continetur ND, CF ad contentum NC DF, ita eſt rectangulum contentum ED, KL ad contentum EL, KD] *Ex tertio lemmate præmiſſorum. Græcus codex* ἐπεὶ οὖν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ δ ἐπὶ τρεῖς εὐθείας τὰς βε, βγ βζ δύο εὐθεῖαι διηγμέναι εἰσὶν αἱ δε, δν, ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ να, γζ. *lege* ἐπὶ τρεῖς εὐθείας τὰς βν, βγ, βζ, δύο εὐθεῖαι διηγμέναι εἰσὶν αἱ δε, δν, ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ νδ, γζ, *&c.*

C Sed vt rectangulum contentum ED, KL ad contentum EL, KD, ita rectangulum contentum EH, CG ad contentum EC, HG. Rurſus enim, &c.] *Ex eodem tertio lemmate. Græcus codex* ὡς δὲ τὸ ὑπὸ εδ, κλ πρὸς τὸ ὑπὸ ελ, κδ, οὕτως ἐστὶ τὸ ὑπὸ εθ, γν πρὸς τὸ ὑπὸ εγ, θν *lege* οὕτως ἐστὶ τὸ ὑπὸ εθ, γη πρὸς τὸ ὑπὸ εγ, θη.

D Vt igitur rectangulum quod continetur EH, CG ad contentum EC, HG, ita contentum ND, CF ad contentum NC, DF] *Græcus codex* καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ εθ, γν πρὸς τὸ ὑπὸ εγ, θν, οὕτω τὸ ὑπὸ να, γζ, πρὸς τὸ ὑπὸ νδ, γζ, πρὸς τὸ ὑπὸ νγ, ζδ. *Sed legendum puto* καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ εθ, γη πρὸς τὸ ὑπὸ εγ, θη, οὕτω τὸ ὑπὸ νδ, γζ πρὸς τὸ ὑπὸ νγ, δζ.

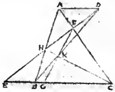
E Quare ob lemma præcedens recta linea eſt, quæ per AH, DN] *Namque in duas rectas lineas* AN, AF *ab eodem puncto* C *duæ rectæ lineæ ducuntur* CE, CF, *& in ipſis ſumuntur puncta*

puncta H D, *eſtque vt rectangulum, quod continetur* B H, C G *ad contentum* E C, H G, *ita rectangulum contentum* N D, C F *ad contentum* N C, D F.

Et idcirco recta etiam, quæ per A M D puncta tranſit] *Recta enim eſt* H M D, *quod cum recta ſit* A H D, *etiam* A M D *recta erit*. F

THEOREMA CXXXIII. PROPOSITIO CXLIV. LEM. XVIII.

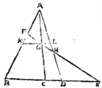
Sit triangulum A B C, & ipſi B C parallela A D, ducanturque D E, F G. Sit autem vt quadratum ex E B ad rectangulum E C B, ita B G ad G C. Dico ſi iungatur B D, rectam lineam eſſe, quæ per H K C puncta tranſit.



Quoniam enim eſt vt quadratum ex E B ad rectangulum E C B, ita B G ad G C, communis addatur proportio C B ad E B. eadem ſcilicet, quæ eſt rectanguli E C B ad E B C rectangulum. ergo ex æquali proportio quadrati ex E B ad rectangulum E B C, hoc eſt E B ad B C, eadem eſt, quæ componitur ex proportione B G ad G C, & proportione rectanguli E C B ad rectangulum E B C, hoc eſt C B ad E B. proportio igitur quadrati ex E B ad rectangulum E B C compoſita eſt ex proportione B G ad G C, & proportione C E ad E B, quæ eadem eſt, quam rectangulum contentum E C, B G habet ad contentum E B, C G. Vt autem E B ad B C, ita eſt ob præcedens lemma rectangulum, quod continetur D E, F H ad contentum D F, H E, ergo vt rectangulum, 4.ſexti. quod continetur G E, B G ad contentum C G, E B, ita eſt rectangulum contentum D E, F H ad contentum D F, H E; quare recta linea eſt, quæ per H K C puncta tranſit. hoc enim in iis, quæ ad conuerſum caſum pertinent demonſtratum eſt.

THEOREMA CXXXIV. PROPOSITIO CXLV. LEM. XIX.

In tres rectas lineas A B, A C, A D ab aliquo puncto E ducantur duæ rectæ rectæ lineæ E F, E B: ſitque vt E F ad F G, ſic E H ad H G. Dico vt E B ad B C, ita eſſe E D ad D C.



Ducatur per G ipſi B E parallela K L. Itaque quoniam vt E F ad F G, ſic eſt E H ad H G; A vt autem E F ad F G, ſic E B ad G K: & vt E H ad B H G, ſic D E ad G L: erit vt E B ad G K, ſic D E ad C G L. & permutando vt E B ad E D, ita K G ad G L. ſed vt K G ad G L, ita B C ad C D: vt igitur B E ad E D, ita B C ad C D: permutandoque vt E B ad B C, ita E D ad D C. quæ vero ad caſus pertinent, ſimiliter explicabantur.

COMMENTARIVS.

Vt autem E F ad F G, ſic E B ad G K] *Ob ſimilitudinem triangulorum* E F B, G F K. A

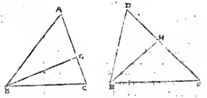
Et vt E H ad H G, ſic D E ad G L] *Similia enim ſunt triangula* E H D, G H L. B

Sed vt K G ad G L, ita B C ad C D] *Ob ſimilitudinem triangulorum* B C A, K A G, *itemque* C *triangulorum* C A D, G A L.

THEO.

LEM. XX. THEOREMA CXXXV. PROPOSITIO CXLVI.

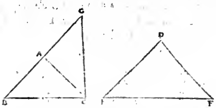
Sint duo triangula ABC, DEF, quæ æquales habeant angulos AD. Dico vt rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita eſſe ABC triangulum ad triangulum DEF.



Ducatur catheti BG, EH, & quoniam angulus A eſt æqualis angulo D, angulus autem G angulo H æqualis; erit vt AB ad BG, ſic DE ad EH. (4. ſexti.) Sed vt AB ad BG, ſic eſt rectangulum BAC ad rectangulum, quod BG, AC continetur, & vt DE ad EH, ſic rectangulum EDF ad rectangulum contentum EH, DF. ergo vt rectangulum BAC ad rectangulum contentum BG, AC, ita eſt rectangulum EDF ad contentum EH, DF, & permutando. Sed vt rectangulum quod continetur BG, AC ad contentum EH, DF, ita eſt ABC triangulum ad triangulum DEF. vtraque enim ipſarum BG, EH cathetos eſt vtriuſque dictorum triangulorum, & vt igitur rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita eſt ABC triangulum ad triangulum DEF.

LEM. XXI. THEOREMA CXXXVI. PROPOSITIO CXLVII.

Sint anguli AD duobus rectis æquales. Dico rurſus vt rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita eſſe triangulum ABC ad DEF triangulum.



Producatur BA, & ipſi BA ponatur æqualis AG, & CG iungatur. Itaque quoniam anguli AD ſunt duobus rectis æquales, anguli vero BAC, CAG itidem æquales duobus rectis, erit CAG. angulus angulo D æqualis, vt
A igitur rectangulum GAC ad rectangulum EDF, ita
B AGC triangulum ad triangulum DEF. æqualis autem eſt GA ipſi AB, & triangulum
C AGC triangulo ABC æquale. ergo vt rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita ABC triangulum ad triangulum DEF.

COMMENTARIVS.

A Vt igitur rectangulum GAC ad rectangulum EDF, ita AGC triangulum ad triangulum DEF] *Ob præcedens lemma. Græcus codex* ὡς ἄν τὸ η α γ πρὸς τὸ ὑπὸ ε δ ζ. *lege* ὡς ἄν τὸ ὑπὸ η α γ πρὸς τὸ ὑπὸ ε δ ζ.

B Et triangulum AGC triangulo ABC æquale] *Ex prima ſexti, eandem enim altitudinem habent, & æqualem baſim. Græcus codex* τὸ δὲ α η γ τρίγωνον τῷ α θ γ τριγώνῳ *lege* τῷ α β γ τριγώνῳ.

Ergo

Ergo vt rectangulum BAC ad rectangulum BOF, ita ABC triangulum ad triangulum DEF] *Nam BA eſt æqualis AG, & BC vtrique communis: triangulum vero ABC ad triangulum DEF eandem proportionem habet, quam AGC triangulum ad idem triagulum DEF, ex 7. quinti elementorum.* C

THEOREMA CXXXVII. PROPOSITIO CXLVIII. LEM. XXII.

Sit recta linea AB, & in ipſa ſumantur duo puncta CD. Sitque quod bis AB, CD continetur æquale quadrato ex CB. Dico quadratum ex AD quadratis ex AC, DB æquale eſſe.



Quoniam enim, quod bis continetur ABCD eſt æquale quadrato ex CB, commune auferatur contentum bis BDC. erit reliquum, quod bis AOC continetur quadratis ex CD, OB æquale. A Rurſus commune auferatur quadratum ex CD. reliquum igitur B videlicet contentum bis ACD vna cum quadrato ex CD æquale eſt, ei, quod fit ex DB quadrato commune addatur quadratum ex AC. ergo totum, quod ex AD quadratum C quadratis ex AC, DB æquale erit.

COMMENTARIVS.

Erit reliquum quod bis AOC continetur quadratis ex CD, BO æquale] *Et enim quod bis AB, CD continetur ex prima ſecundi elementorum eſt æquale quod bis continetur ADC, & quod bis BDC continetur. quadrato autem ex CB æqualia ſunt quadrata ex CD, DB, & quod bis BDC continetur, ex quarta eiuſdem.* A

Reliquum igitur, videlicet contentum bis ACD vna cum quadrato ex CD æquale eſt ei, quod ſit ex DB quadrato] *Rectangulum namque AOC eſt æquale rectangulo ACD, & quadrato ex CD ex 3. eiuſdem. quare ſi ab eo, quod bis ADC continetur, auferamus quadratum ex CD, reliquum erit quod bis continetur ACD vna cum eo, quod ex CD quadrato.* B

Ergo totum, quod ex AD quadratum quadratis ex AC, OB æquale erit] *Quod enim bis ACD continetur vna cum quadratis ex AC, DB quadrato ex AO eſt æquale, ex quarta eam dicta.* C

THEOREMA CXXXVIII. PROPOSITIO CXLIX. LEM. XXIII.

Sit rectangulum ABC æquale quadrato ex BD. Dico tria contingere, videlicet rectangulum quidem, quod vtraque AD, DC, & BD continetur æquale eſſe rectangulo ADC. A rectangulum vero contentum vtraque AD, DC, & CB æquale eſſe quadrato ex DC. B & rectangulum contentum vtraque AD, DC, & AB quadrato ex AD æquale.



Quoniam enim rectangulum ABC æquale eſt quadrato ex BD, C erit ob proportionem, & tota ad totam, & conuertendo, componendoque vt vtraque CD, DA ad DA, ita CD ad OB. 16. ſexti. rectangulum igitur, quod continetur vtraque AD, DC, & BD rectangulo ADC eſt æquale. Rurſus quoniam tota AD ad totam DC eſt vt DB ad BC, componendo, vt vtraque AD, DC ad DC, ita erit DC ad CB. quare rectangulum contentum vtraque AD, DC & CB æquale eſt quadrato ex DC. Rurſus quoniam tota AD totam DC eſt vt AB ad BD, conuertendo, componendoque erit vt vtraque CD, DA

ad DA

ad DA, ita DA ad AB. ergo rectangulum, quod vtraque AD, DC, & AB continetur æquale eſt quadrato ex AD.

COMMENTARIVS.

A Rectangulum quidem, quod vtraque AD, DC, & BD continetur æquale eſſe rectangulo ADC] *Græcus codex* τὸ μὲν ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς α δ, ο γ καὶ τῆς β δ ἴσον, *&c. lege* τὸ μὲν ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς α δ, δ γ καὶ τῆς β δ ἴσον.

B Rectangulum vero contentum vtraque AD, DC, & EB æquale eſſe quadrato ex DC] *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς α δ, ο γ καὶ β δ ἴσον *&c. lege* τὸ δὲ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς α δ, δ γ, καὶ γ β ἴσον, *&c.*

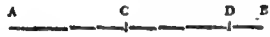
C Quoniam enim rectangulum ABC æquale eſt quadrato ex BD erit ob proportionem, & tota ad totam, & conuertendo, componendoque vt vtraque CD, DA ad DA, ita CD ad DB] *Nam cum rectangulum* ABC *ſit æquale quadrato ex* BD, *erit vt* AB *ad* BD, *ita* DB *ad* BC: *& vt omnia ad omnia, ita vnum ad vnum, hoc eſt vt tota* AD *ad totam* DC, *ita* DB *ad* BC *& conuertendo, componendoque vt vtraque* CD, DA *ad* DA, *ita* CD *ad* DB. *Græcus codex* ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ α β γ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ β δ, ἀνάπαλιν καὶ ὅλη πρὸς ὅλην καὶ ἀνάπαλιν. *lege* ἀνάλογον καὶ ὅλη, καὶ ἀνάπαλιν.

LEM. XXII.

THEOREMA CXXXIX. PROPOSITIO CL.

A Sit recta linea AB, & duo puncta CD, ſitque quadratum ex CD æquale ei, quod bis AC, DB continetur. Dico, & quadratum ex AB quadratis ex AD, CB æquale eſſe.

B Quoniam enim quadratum ex CD æquale eſt ei, quod bis continetur AC, DB; erit contentum bis AEB æquale & quadrato ex CD, & ei, quod bis ACD continetur. com-



C mune addatur quadratum ex AC. ergo contentum bis AEB vna eum quadrato ex AC
D æquale eſt ei, quod ex AD quadrato. rurſus commune addatur quadratum ex BC, totum igitur quadratum ex AB quadratis ex AD, EB æquale erit.

COMMENTARIVS.

A Sitque quadratum ex CD æquale ei, quod bis AC, DB continetur. Dico, & quadratum ex AB quadratis ex AD, CB æquale eſſe] *Græcus codex* καὶ ἔστω τὸ ἀπὸ γ δ τετράγωνον ἴσον τῷ δὶς ὑπὸ α γ β διότι καὶ τὸ *&c. ego legendum puto.* καὶ ἔστω τὸ ἀπὸ γ δ τετράγωνον ἴσον τῷ δὶς ὑπὸ α γ, δ β ὅτι καὶ τὸ *&c.*

B Quoniam enim quadratum ex CD æquale eſt ei, quod bis continetur AC, DB, erit contentum bis AEB æquale, & quadrato ex AD, & ei quod bis ACD continetur] *Cum quadratum ex* CD *æquale ſit ei, quod bis continetur* AC, DB *addito vtrinque communi rectangulo, quod bis* ACD *continetur, erit contentum bis* AC, DB *vna cum contento bis* ACD, *hoc eſt contento bis* ACB *æquale quadrato ex* AD *vna cum eo, quod bis* ACD *continetur. Græcus codex* ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ γ δ ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ α γ, α β ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῆς γ δ *&c. ſed legendum arbitror* ἐπεὶ γὰρ τὸ ἀπὸ γ δ ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ α γ, δ β τὸ ἄρα δὶς ὑπὸ α γ β ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῆς γ δ, *&c.*

C Ergo contentum bis AEB vna cum quadrato ex AE æquale eſt quadrato ex AD] *Nam quod bis continetur* ACD *vna cum quadratis ex* AC, CD *quadrato ex* AD *eſt æquale ex* 4. *ſecundi elementorum.*

D Totum igitur quadratum ex AB quadratis ex AD, EB æquale erit] *Quadratum enim ex* AB *eſt æquale quadratis ex* AC, CB *vna cum eo, quod bis* ACB *continetur, ex eadem* 4. *ſecundi.*

THEO-

THEOREMA CXL. PROPOSITIO CLI.

LEM. XXV.

Sit rectangulum ABC æquale quadrato ex BD. Dico tria contingere, videlicet rectangulum, quod exceſſu ipſarum AD, DC & BD continetur æquale eſſe rectangulo ADC. rectangulum vero contentum exceſſu ipſarum AD, DC, & CB æquale eſſe quadrato ex DC, & rectangulum contentum exceſſu AD, DC & BA æquale eſſe quadrato ex AD. A B



Quoniam enim eſt vt AB ad BD ita DB ad BC, erit reliqua ad reliquam, & diuidendo vt exceſſus ipſarum AD, DC ad DC, ita AD ad DB. rectangulum igitur, quod exceſſu AD, DC, & DB continetur eſt æquale rectangulo ADC. Rurſus quoniam reliqua AD ad reliquam DC, eſt vt DB ad BC, diuidendo erit vt exceſſus AD, DC ad DC, ita DC ad CB. ergo rectangulum contentum exceſſu AD, DC, & CB æquale eſt quadrato ex DC. Rurſus quoniam eſt vt AD ad DC, ita AB ad BD, erit conuertendo, diuidendoque vt exceſſus AD, DC ad DA, ita DA ad AB. quare rectangulum, quod exceſſu AD, DC, & AB continetur, quadrato ex AD eſt æquale. C D

COMMENTARIVS.

Rectangulum vero contentum exceſſu ipſarum AD, DC, & CB æquale eſſe quadrato ex DC] *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν αδ, δγ ὑπεροχῆς καὶ τῆς βδ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνῳ *legendum autem puto.* τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν αδ, δγ ὑπεροχῆς καὶ τῆς βγ, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς δγ τετραγώνῳ. A

Et rectangulum contentum exceſſu AD, DC, & BA æquale eſſe quadrato ex AD] *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν αδ, αγ ὑπεροχῆς, *&c. lege* τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν αδ, δγ ὑπεροχῆς, *&c.* B

Quoniam enim eſt vt AB ad BD, ita DB ad BC, erit reliqua ad reliquam, & diuidendo vt exceſſus ipſarum AD, DC, ita AD ad DB] *Cum rectangulum ABC æquale ſit quadrato ex BD, erit vt AB ad BD, ita DB ad BC, ergo reliqua AD ad reliquam DC eſt vt AB ad BD, & diuidendo vt exceſſus ipſarum AD, DC ad DC, ita AD ad DB. Græcus codex* ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν βδ, οὕτως ἡ βδ πρὸς τὴν δγ *lege* πρὸς τὴν βγ. C

Rurſus quoniam eſt vt AD, DC ad DC, ita AB ad BD, erit conuertendo, diuidendoque vt exceſſs AD, DC ad DA, ita DA ad AB] *Quoniam vt AD ad DC, ita AB ad BD, erit conuertendo vt CD ad DA, ita DB ad BA, & diuidendo vt exceſſus ipſarum AD, DC ad DC, ita AD ad DB. quare ex æquali vt exceſſus AD, DC ad DA, ita DA ad AB.* D

THEOREMA CXLI. PROPOSITIO CLII.

LEM. XXVI.

Sit vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC. Dico rectangulum ABC quadrato ex BD æquale eſſe.



Ponatur enim ipſi CD æqualis DE. ergo rectangulum EAC vna cum quadrato ex CD, hoc eſt vna cum rectangulo CDE eſt æquale quadrato ex AD. Itaque quoniam eſt vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC, erit diuidendo, vt AC ad CB, videlicet vt rectangulum EAC ad rectangulum contentum EA, EC, ita rectangulum EAC ad rectangulum CDE. rectangulum igitur contentum BA, EC rectangulo CDE eſt æquale. A 1. ſexti 9. quinti 16. ſexti

ergo ob proportionem, & diuidendo vt AO ad OB, hoc eſt ad DC, ita OB ad BC, & ideo reliqua AB ad reliquam BD eſt vt DB ad BC. rectangulum igitur ABC quadrato ex BD æquale erit.

COMMENTARIVS.

A Ergo rectangulum BAE vna cum quadrato ex ED, hoc eſt vna cum rectangulo CDE eſt æquale quadrato ex AD] *Ex 6. ſecundi elementorum, etenim recta linea EC biſariam ſecatur in D, atque ei adiungitur CA. Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ εαγ μετὰ τοῦ ὑπὸ γδ τουτέστι τὸ ὑπὸ γδε ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ αζ. *lege* τουτέστι τοῦ ὑπὸ γδε ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ αδ.

B Ergo ob proportionem & diuidendo vt AD ad OB, hoc eſt ad DC, ita DB ad BC] *Quoniam enim rectangulum contentum BA, EC eſt æquale rectangulo CDE vt AE ad ED, ita erit OC ad CB; & diuidendo vt AD ad DE, videlicet ad OC, ita DB ad BC. Græcus codex.* ἀνάπαλιν καὶ διελόντι ἐστὶν ὡς ἡ αδ, *&c. ego legendum arbitror* ἀνάλογον καὶ διελόντι, *neque enim permutata ratione ad hoc concludendum indigemus.*

C Et ideo reliqua AB ad reliquam BD eſt vt DB ad BC.] *Ex 19. quinti elementorum. Græcus codex* καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ αβ πρὸς λοιπὴν τὴν βδ ἐστὶν ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν δγ. *ſed legendum* ὡς ἡ δβ πρὸς τὴν βγ.

LEM. XXVII.

THEOREMA CXLII. PROPOSITIO CLIII.

Sit ruſus vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC. Dico rectangulum ABC æquale eſſe quadrato ex BD.



Ponatur enim ſimiliter DE æqualis ipſi CD. erit rectangulum CAE vna cum quadrato ex CD, hoc eſt vna cum rectangulo A EDC æquale quadrato ex AD; atque erit diuidendo vt AC ad CB, hoc eſt vt rectangulum BAC ad rectangulum contentum BA, CE, ita rectangulum CAE ad rectangulum EDC. æquale igitur eſt rectangulum contentum AE, CB rectangulo EDC: & B ob proportionem, & componendo vt AD ad OE, videlicet ad EC, ita DB ad BC, qua- C re, & tota AB ad totam BD eſt vt DB ad BC. rectangulum igitur ABC quadrato ex BD eſt æquale.

COMMENTARIVS.

A Atque erit diuidendo vt AC ad CB, hoc eſt vt rectangulum BAC ad rectangulum contentum BA, CE, ita rectangulum CAE ad rectangulum EDC] *Græcus codex mancus eſt, in quo legitur,* καὶ γίνεται κατὰ διαίρεσιν ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν γβ τουτέστιν ὡς τὸ ὑπὸ γαε πρὸς τὸ ὑπὸ εδγ *ſed ita reſtituendus erit,* τουτέστιν ὡς τὸ ὑπὸ αεγ πρὸς τὸ ὑπὸ βα γβ, οὕτως τὸ ὑπὸ γαε πρὸς τὸ ὑπὸ εδγ.

B Et ob proportionem, & componendo vt AD ad DE, videlicet ad EC, ita eſt DB ad BC] *Quoniam enim rectangulum, quod continetur AE, CB eſt æquale rectangulo EDC, vt AE ad ED ita erit DC ad CB. & componendo vt AD ad DE hoc eſt ad OC ita DB ad BC. Græcus codex* ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι ἐστὶν ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν δε, *&c. ego legerem* ἀνάλογον καὶ συνθέντι.

C Quare & tota AB ad totam BO eſt vt OB ad BC] *Ex 12. quinti elementorum.*

LEM. XXVIII

THEOREMA CXLIII. PROPOSITIO CLIV.

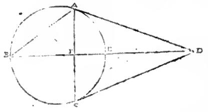
Circulum ABC contingunt rectæ lineæ AD, DC, & AC iungatur. Dico vt BD ad DE, ita eſſe BF ad FE.

Quoniam

Digitized by Google

Quoniam enim A D eſt æqualis D C, erit rectangulum A F C vna cum quadrato ex F D æquale quadrato ex D A. Sed rectangulum A F C eſt æquale rectangulo B F E: & quadratum ex D A rectangulo B D E æquale. rectangulum igitur B F E vna cum quadrato ex D F eſt æquale rectangulo B D E. Quod quidem cum ita ſit, fiet vt B D ad D E, ita B F ad F E.

B
C
D
E
F



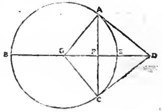
COMMENTARIVS.

Circulum A B C contingant rectæ lineæ A D, D C] *Græcus codex κύκλου τοῦ α β γ ἐφάπτονται αἱ α δ, δ γ vide ne legendum ſit ἐφαπτέσθωσαν.* A

Quoniam enim A D eſt æqualis D C] *Vtriuſque enim quadratum rectangulo* B D E *eſt æquale ex 37. tertij elementorum.* B

Erit rectangulum A F C vna cum quadrato ex F D æquale quadrato ex D A] C

Sit circuli A B G *centrum* G, *&* A G, G C *iungantur, trianguli igitur* A G D *duo latera* G A, A D *ſunt æqualia duobus lateribus* G C, C D *trianguli* C G D, *&* G D *eſt vtrique commune, quare & anguli angulis æquales, videlicet angulus* A D F *æqualis ipſi* F D C: *& duo latera* A D, D F *æqualia duobus lateribus* C D, D F. *ergo & baſis* A F *baſi* F C, *& angulus* A F D *angulo* D F C *æqualis, ac propterea vterque rectus. quadratum igitur ex* A F, *hoc eſt rectangulum* A F C *vna cum quadrato ex* F D *eſt æquale quadrato ex* A D. *quod demonſtrare oportebat.*



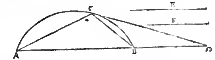
Sed rectangulum A F C eſt æquale rectangulo B F E] *Ex 35. tertij.* D

Et quadratum ex D A rectangulo B D E æquale] *Ex 35. eiuſdem.* E

Quod quidem cum ita ſit fiet vt B D ad D E, ita B F ad F E] *Quoniam enim rectangulum* B F E *vna cum quadrato ex* D F *eſt æquale rectangulo* B D E, *quadratum autem ex* D F *eſt æquale rectangulo* D F E *vna cum rectangulo* F D E: *erunt rectangula* B F E, D F E, *&* F D E, *videlicet rectangulum, quod continetur* B D, F E *& rectangulum* F D E *æqualia rectangulo* B D E. *Sed rectangulo* B D E *ſunt æqualia duo rectangula, rectangulum ſcilicet contentum* B F, D E, *& rectangulum* F D E. *ablato igitur communi rectagulo* F D E, *relinquetur rectangulum contentum* B D, F E *æquale contento* E F, D E. *ergo vt* B D *ad* D E, *ita erit* B F *ad* F E. F 2. ſecũdi. 1. ſecũdi.

PROBLEMA XII. PROPOSITIO CLV.

Circuli portione data in recta linea A B, inflectere A C B in data proportione.



A Factum iam ſit, & a puncto c ducatur recta linea contingens, quæ ſit B D.
B Vt igitur quadratum ex A C ad quadratum ex C B,
C ita eſt A D ad D B. proportio autem quadrati ex A C
D ad quadratum ex C B eſt data. ergo & proportio A D ad D B data erit. atque eſt datum punctum B. ergo & D, & linea D B. quare & ipſa A D data.

Componetur autem problema hoc modo.

E Sit portio quidem circuli A C B. data autem proportio, quam habet E ad F, &
F fiat vt quadratum ex E ad quadratum ex F, ita A D ad D B. ducaturque contingens
G D C, & A C, C B iungantur. Dico rectas lineas A C, C B problema efficere.
H Quoniam enim vt quadratum ex E ad quadratum ex F, ita eſt A D ad D B, vt autem A D ad D B, ita quadratum ex A C ad quadratum ex C B, propterea quod C D circulum
32. ſexti. contingit: erit vt quadratum ex E ad quadratum ex F, ita quadratum ex A C ad id, quod fit ex C F quadratum, quare & vt E ad F, ita A C ad C B. ergo A C B problema efficit.

COMMENTARIVS.

A Et a puncto c ducatur recta linea contingens, quæ ſit C D] *A centro circuli, cuius portio eſt* A C B *ducatur recta linea in* C, *atque ipſi ad rectos angulos agatur* C D, *erit* C D *circulum contingens, ex* 16. *tertij elementorum.*

B Vt igitur quadratum ex A C ad quadratum ex C B, ita eſt A D ad D B] *Quoniam enim* C D *circulum contingit, & C B ſecat, erit angulus* D C B *æqualis angulo* C A B *ex* 32. *tertij ſed angulus* C D B *eſt communis vtrique triangulo* A C D, C B D. *ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile: vt igitur* A D *ad* D C *ita* C D *ad* D B, *& vt* A D *ad* D C, A C *ad* C B. *ideoque ex corollario* 20. *ſexti prima* A D *tertiam* D B *erit, vt quadratum primæ* A D *ad quadratum ſecundæ* D C, *hoc eſt vt quadratum ipſius* A C *ad quadratum* C B.

C Proportio autem quadrati ex A C ad quadratum ex C F eſt data. ergo & proportio A D ad D B data erit] *Nam cum data ſit proportio* A C *ad* C B, *dabitur etiam proportio quadrati ex* A C *ad quadratum ex* C F. *Græcus autem codex hoc loco corruptus eſt, & mancus. qui ſic habet* λόγος δὲ τοῦ ἀπὸ α γ πρὸς τὴν β δ δοθὲν. *ſed fortaſſe ita reſtituetur.* λόγος δὲ τοῦ ἀπὸ α γ πρὸς τὸ ἀπὸ γ β δοθέν. ὥστε καὶ ὁ τῆς α δ πρὸς τὴν δ β.

D Atque eſt datum punctum B. ergo & D, & linea D B, quare & ipſa A D data] *Græcus codex etiam hoc loco corruptus eſt, in quo legitur* καὶ ἔστι δύο δοθὲν ἄρα καὶ τὸ δ ὥστε καὶ τὸ β δ ὅλον . . . *ſed fortaſſe legendum erit* καὶ ἔστι δοθὲν τὸ β, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ δ ὥστε καὶ ἡ δ β ὅλον καὶ ἡ α δ.

E Data autem proportio, quam habet E ad F] *Græcus codex* ὁ δὲ λόγος ὁ τῆς θ πρὸς τὴν ζ *ergo legendum puto* ὁ δὲ λόγος τῆς ε πρὸς τὴν ζ.

F Et fiat vt quadratum ex E ad quadratum ex F, ita A D ad D E] *Si enim fiat, vt exceſſus, quo quadratum ex* E *excedit quadratum ex* F *ad quadratum ex* F, *ita* A B *ad* B D, *erit componendo vt exceſſus, quo quadratum ex* E *excedit quadratum ex* F *vna cum quadrato ex* F, *hoc eſt vt quadratum ex* E *quadratum ex* F, *ita* A D *ad* D B.

G Ducaturque contingens D C] *Ex* 17. *tertij elementorum.*

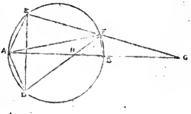
H Vt autem A D ad D E, ita quadratum ex A C ad quadratum ex C B] *Hoc ſuperius demonſtratum fuit.*

LEM. XXX.

THEOREMA CXLIV. PROPOSITIO. CLVI.

Sit circulus, cuius diameter A B, & à quouis puncto ad ipſam perpendicularis agatur D E: ducaturque D F iuncta vero E F producatur, vt cum

cum diametro in puncto G conueniat. Dico vt AG ad GB ita eſſe AH ad HB.



Iungantur enim DA, AB, AF. & quoniam DB perpendicularis eſt ad diametrum, erit angulus DAB æqualis angulo BAE. ſed angulus DAB æqualis eſt angulo HFB, qui in eadem portione conſiſtit: & angulus BAE æqualis angulo BFG, qui eſt extra quadrilaterum. angulus igitur HFB angulo BFG eſt æqualis, atque eſt angulus AFB rectus. ergo ex lemmate vt AG ad GB, ita eſt AH ad HB.

A
B
C
D

COMMENTARIVS.

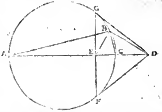
Iunguntur enim DA, AE, AF] *Vide ne addendum ſit* DB. A

Et quoniam DE perpendicularis eſt ad diametrum, erit angulus DAB æqualis angulo BAE. ſed angulus DAB æqualis eſt angulo HFB, qui in eadem portione conſiſtit] *Græcus codex corruptus eſt, vt videtur qui ſic habet* ἐπεὶ οὖν ἐπὶ διάμετρον κάθετος ἡ δε ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ δαβ τῇ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι ἴση δὲ τῇ ὑπὸ θζβ. *ſed forte reſtituetur in hunc modum* ἐπεὶ οὖν ἐπὶ διάμετρον κάθετος ἡ δε, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ δαβ τῇ ὑπὸ βαε. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ δαβ τῇ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ θζβ. *angulus enim* DAB *eſt æqualis angulo* HFB *hoc eſt* DFB, *quod in eadem ſit portione* DAEFB *ex 21. tertij elementorum.* B

Et angulus BAB æqualis angulo BFG, qui eſt extra quadrilaterum] *Anguli enim in quadrilatero oppoſiti* BAB, EFB *ſunt æquales duobus rectis. ſed & duobus rectis æquales ſunt anguli* EFB, BFG. *dempto igitur communi angulo* EFB, *reliquus* BAE *reliquo* FBG *eſt æqualis.* C 22.tertij. 13.primi.

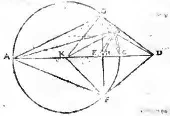
Ergo ex lemmate vt AG ad GB; ita eſt AH ad HB] *Per lemma fortaſſe intelligit 51. ſexti huius, vel potius eius conuerſum, quod nos eodem in loco demonſtrauimus. ſed & aliter demonſtrari poteſt hoc modo.* D

Sit triangulum orthogonium ABC, *rectum habens angulum ad* B: *& a puncto* B *ducta vtcumque recta linea* BD *extra triangulum, fiat angulo* EBD *æqualis angulus* CBE. *Dico vt* AD *ad* DC, *ita eſſe* AB *ad* EC.



Deſcribatur circa diametrum AC *circulus* AFC, *qui per* B *tranſibit: atque a puncto* D *ducantur* DF, DG *circulum contingentes & iungatur* GF, *quæ ad* AC *perpendicularis erit, & ipſam ſecabit in puncto* E, *vt infra demonſtrabitur. Ex ijs igitur, quæ tradita ſunt in lemmate 28. huius ſequitur vt* AD *ad* DC, *ita eſſe* AB *ad* EC. *Illud autem, quod poſitum eſt ita oſtendemus.*

Si enim fieri poteſt, recta linea GF *non ſecet* AC *in* E, *ſed in alio puncto, quod ſit* H *inter* EC, *circuli centrum ſit* K, *& AF, AG, KF, KG, GC, HB iungantur. erit* KGD *angulus rectus, & quoniam in triangulo orthogonio* KGD *ab angulo recto perpendicularis acta eſt* GH, *fient triangula* KHC, GHD *ſimilia toti triangulo* KGD, *& inter ſeſe; eritque angulus* HGD *angulo* GKD *æqualis. angulus autem* KFG *eſt æqualis angulo* KFG



18.tertij. 8.ſexti. 5.primi.

& an-

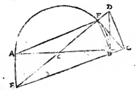
& anguli ad H *recti. ergo & reliquus* FEC *reliquo* GKC, *circumferentiaque* FC *æqualis*
vlt. ſexti. *circumferentia* CG, *& angulus* CAF, *hoc eſt* CGH *angulo* CAG. *ſed angulus* GEC, *hoc eſt*
27.tertij. HGD *duplus eſt anguli* GAC, *hoc eſt* HGC. *ergo & reliqui* CGD *eſt duplus, & anguli* HGC.
21.tertij. CGD *inter ſe æquales ſunt, vt igitur* HG *ad* OD, *ita eſt* HE *ad* ED. *Quoniam vero ob trian-*
20.tertij. *gulorum ſimilitudinem, vt* DK *ad* KG, *ita* GK *ad* EH, *erit & vt* DK *ad* KB, *ita* BK
36 tertij. *ad* KH; *& ſunt circa eundem angulum latera proportionalia. triangulum igitur* BKH *ſi-*
3.ſexti. *mile eſt triangulo* BDB, *& vt* BK *ad* KD, *ita* HB *ad* BD, *vt autem* HK *ad* KD, *hoc eſt vt*
8.ſexti. GE *ad* KD, *ita* HG *ad* GD. *quare* HB *ad* BD *eſt, vt* HG *ad* GD, *hoc eſt vt* HE *ad* ED,
7.quinti. *ideoque angulus* HBC *eſt æqualis angulo* CBD. *ſed & angulus* EBC *æqualis erat eidem an-*
3.ſexti. *gulo* CBD *angulus igitur* EBC *angulo* HBC *eſt æqualis, videlicet totum parti, quod fieri non poteſt. idem abſurdum ſequetur, ſi ponamus* H *cadere inter* E *&* B, *ex quibus perſpicuum eſt* GF *ſecare* AC *in puncto* B. *quod demonſtrare oportebat.*

LEM. XXXI.

THEOREMA CXLV. PROPOSITIO CLVII.

Sit ſemicirculus recta linea AB, atque a punctis AB ipſi ACB ad rectos angulos agantur rectæ lineæ BD, AE, & ducatur vtcumque DE. a puncto autem F ipſi DE ad rectos angulos agatur FG, quæ cum AB in puncto G conueniat. Dico rectangulum contentum AE, BD rectangulo AGB æquale eſſe.

A Erit igitur vt EA ad AG, ſic GB ad BD
B & circa æquales angulos latera ſunt proportionalia. quare angulus AGE eſt æ-
C qualis angulo BDG. Sed angulus quidem AGE æqualis eſt angulo AFE, qui in eadem portione conſiſtit: angulus vero BDG rurſus æqualis ipſi BFG, qui eſt in eadem portione. ergo angulus AFE æ-
D qualis eſt angulo BFG. quod quidem ita ſe habet; cum vterque angulorum AFE, BFG ſit rectus.



COMMENTARIVS

A Erit igitur vt EA ad AG, ſic GB ad BD] *Ad hoc demonſtrandum vtitur reſolutiua methodo. Si enim ponatur illud ita eſſe, vt concludi oportet, videlicet rectangulum contentum* AE, BD *æquale eſſe rectangulum* AGB *erit ex 14. ſexti elementorum vt* EA *ad* AG, *ſic* GB *ad* BD.

B Et circa æquales angulos latera ſunt proportionalia] *Nam cum anguli ad* AB *recti ponantur, conſtat triangulum* ABG *triangulo* BGD *æquiangulum eſſe.*

C Sed angulus quidem AGE æqualis eſt angulo AFE, qui in eadem portione conſiſtit, angulus vero BDG rurſus æqualis ipſi BFG, qui eſt in eadem portione] *Quoniam enim* EAG, BFG *recti ſunt, ſi circa diametrum* EG *deſcribatur ſemicirculus, tranſibit per puncta* AF, *atque erit angulus* AFE *æqualis angulo* AGE, *qui in eadem eſt portione, & ſimiliter cum anguli* GBD, GFD *ſint recti, circulus circa diametrum* GD *deſcriptus per* BF *tranſibit; eruntque anguli* BFG, BDG *inter ſe æquales.*

D Quod quidem ita ſe habet cum vterque angulorum AFB, BFG ſit rectus] *Nam cum angulus* AFE *rectus ſit æqualis recto* BFG, *dempto ab vtriſque communi angulo*, BFE *erit reliquus* AFE *reliquo* BFG *æqualis.*

Compoſitio hoc modo.

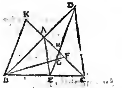
Quoniam vterque angulorum AFE, BFG *eſt rectus, dempto communi angulo* BFE *erit angu-*

angulus AFB *æqualis angulo* BFG. *ſed angulo quidem* AFB *æqualis eſt angulus* AGB, *qui in eadem portione conſiſtit: angulo autem* BFG *eadem ratione æqualis eſt angulus* BDG. *angulus igitur* AGB *angulo* BDG *eſt æqualis. atque eſt* BAG *rectus æqualis recto* GBD, *quare & reliquus æqualis reliquo, & triangulum triangulo ſimile erit. Vt igitur* BA *ad* AG, *ſic* GB *ad* BD, *& propterea rectangulum, quod continetur* AB, BD *rectangulo* AGB *eſt æquale.*

THEOREMA CXLVI. PROPOSITIO CLVIII.

LEM. XXXII

Sit triangulum ABC, habens latus AB æquale ipſi AC, producaturque AB ad D: & a puncto D ducatur DE faciens triangulum BDE æquale triangulo ABC. Dico ſi vnum ex æqualibus lateribus, quod eſt ad triangulum æquale, bifariam ſecetur, per lineam BF, vt vtraque FB, BG ad FG, ſic eſſe quadratum ex AF ad quadratum ex FH. A



Ducatur per B ipſi DE parallela BK, & CA ad K producatur. ergo vt vtraque FK, KH ad FH, hoc eſt vt rectangulum contentum vtraque FK, KH, & FH ad quadratum ex FH, ita erit quadratum ex AF ad quadratum ex FH. Quod autem vtraque FK, KH & FH continetur, hoc eſt exceſſus quadratorum ex FK, KH æquale eſt quadrato ex AF: exceſſus igitur quadratorum ex KF, FN eſt quadratum ex KH. Sed quadratorum ex KF, FA exceſſus eſt rectangulum CKD. ergo rectangulum CKA quadrato ex KG eſt æquale; ac propterea vt CK ad KH, hoc eſt vt CA ad BE, ita HK ad KA; videlicet DB ad BA quod quidem ita ſe habet eſt enim AB ipſi DE parallela. quoniam DBE triangulum æquale eſt triangulo ABC, & communi ablato ABE, reliquum DAE reliquo ACE eſt æquale, & in eadem baſi conſiſtit.

(Margin letters beside the lines of this paragraph: B, C, D, E, F, G.)

COMMENTARIVS.

Sit triangulum ABC habens latus AB æquale ipſi AC] *Græcus codex* τρίγωνον τὸ αβγ ἴσην ἔχον τὴν αβ τῇ βγ, *lege* τῇ αγ. *etenim latus* AC *non* BC *bifariam ſecatur.* A

Ducatur per B ipſi DE parallela BK] *Græcus codex corruptus eſt, & figura ipſa. ſic enim habet* ἤχθω διὰ τοῦ β τῇ δγ παράλληλος ἡ βκ. *lege* τῇ δε παράλληλος ἡ βκ. B

Ergo vt vtrique FK, KH ad FH, hoc eſt vt rectangulum contentum vtraque FK, KH & FH ad quadratum ex FH, ita erit quadratum ex AF ad quadratum ex FH] *Rurſus per reſolutionem hoc oſtendit. ſi enim ponatur vt vtraq; FB, BG ad FG, ſic eſſe quadratum ex AF ad quadratum ex FH, ſequetur etiam ob ſimilitudinem triangulorum, BK, CEH vt vtraque FK, KH ad FH, hoc eſt vt rectangulum contentum vtraque FK, KH & FH ad quadratum ex FH, ſic eſſe quadratum ex AF ad quadratum ex FH. Græcus codex* ὅτι ἄρα ἐστὶν ὡς *&c.* πρὸς τὸ ἀπὸ ζθ, οὕτω τὸ ὑπὸ ζθ τετράγωνον *legendum* οὕτω τὸ ὑπὸ αζ τετράγωνον πρὸς τὸ ὑπὸ ζθ τετράγωνον. C

Quod autem vtraque FK, KH, & FH continetur, hoc eſt exceſſus quadratorum ex FK, KH æquale eſt quadrato ex AF] *Ex 9. quinti ſequitur rectangulum contentum vtraque* FK, KH, *&* FH *æquale eſſe quadrato ex* AF. *ſed quoniam quadratum ex* FK *eſt æquale quadratis ex* KH, HF *vna cum eo, quod bis* KHF *continetur; quadratum autem ex* HF *vna cum contento bis* KHF *æquale eſt rectangulo contento vtraque* FK, KH, *&* FH; *etenim vtraque* FK, KH *bis continet lineam* KH, *& ſemel ipſam* FH; *erit rectangulum, quod vtraque* FK, KH, *&* FH *continetur, exceſſus quadratorum ex* FK, KH. *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ζκθ, καὶ τῆς ζθ. *lege* τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ζκθ, καὶ τῆς ζθ. *vel aliqua deſiderantur.* D

Exceſſus igitur quadratorum ex KF, FA eſt quadratum ex KH] *Ex ante demonſtratis* E

conſtat

conſtat quadratum ex KF *æquale eſſe quadratis ex* KH, FA. *ergo quadratorum ex* KF, FA *exceſſus eſt quadratum ex* KH.

F Sed quadratorum ex KF, FA exceſſus eſt rectangulum CKA] *Rectangulum enim* CKA *vna cum quadrato ex* AF *eſt æquale quadrato ex* FK, *ex 6. ſecundi elementorum.*

G Videlicet DB ad BA] *Ob ſimilitudinem triangulorum* KBA, HDA.

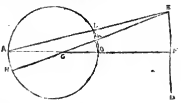
Componetur autem hoc modo.

29.primi 4.ſexti. *Quoniam triangulum* DBE *eſt æquale triangulo* ABC, *dempto communi* ABE, *erit reliquum* DAE *reliquo* ACE *æquale. ergo recta linea* AE *parallela eſt ipſi* DC, *ac propterea vt* CE *ad* BE, *hoc eſt vt* CK *ad* KH, *ita* DB *ad* BA. *hoc eſt* HK *ad* KA. *vt igitur* CK *ad* KH, *ita* HK *ad* KA. *quare* CKA *rectangulum quadrato ex* KH *eſt æquale. ſed rectangulum* CKA *eſt exceſſus quadratorum ex* KF, FA, *ergo & quadratorum ex* KF, FA *exceſſus eſt quadratum ex* KH *& ob id quadratum ex* FA *eſt exceſſus quadratorum ex* FK, KH *quadratorum autem ex* FK, KH *exceſſus eſt id, quod vtraque* FK, KH, *&* FH *continetur, quod igitur vtraque* FK, KH *&* FH *continetur æquale eſt quadrato ex* FA. *quare vt rectangulum contentum vtraque* FK KH, *&* FH *ad quadratum ex* FH, *hoc eſt vt vtraque* FK, KH *ad* FH, *ita eſt quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FH. *ſed vt vtraque* FK, KH *ad* FH, *ita vtraque* FB, BG *ad* FG. *ergo vt vtraque* FB, BG *ad* FG, *ita eſt quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FH. *quod demonſtrare oportebat.*

LEM. XXXIII.

THEOREMA CXLVII. PROPOSITIO CLIX.

Sit circulus circa diametrum AB, & AB producatur: ſitque ad quamlibet rectam lineam DE perpendicularis, rectangulo autem AFB æquale ponatur quadratum ex FG. Dico ſi quodcumque ſumatur punctum, vt E, atque ab eo ad punctum G recta linea ducta producatur ad H, rectangulum etiam HEK quadrato ex EG æquale eſſe.



A Iungantur AE, EL, erit angulus ad L rectus. Sed & rectus qui ad F. rectangulum igitur AEL eſt æquale & rectangulo AFB & quadrato ex FB. rectangulum autem AEL æquale eſt rectangulo HEK; & rectangulum AFB quadrato ex FO. ergo rectangulum HEK quadratis ex EF, FG, hoc eſt quadrato ex FO eſt æqualis.

COMMENTARIVS.

A Rectangulum igitur AEL eſt æquale & rectangulo AFE, & quadrato ex FE] *Quoniam cum angulus* ALE *rectus eſt æqualis recto* AFE, *& angulus ad* A *vtriſque communis,*
4.ſexti. 16.ſexti. 47.primi 2.ſecũdi. *erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile. quare cum ſit vt* FA *ad* AL *ita* EA *ad* AE, *erit rectangulum* FAE *æquale rectangulo* EAL. *quadratum autem ex* AE *eſt æquale duobus quadratis ex* AF, FE. *Sed quadrato ex* AE *æqualia ſunt vtraque rectangula* AEL, EAL: *& ſimiliter quadrato ex* AF *æqualia vtraq; rectangula* AFE, FAE. *ergo rectangula* AEL, EAL *æqualia ſunt rectangulis* AFE, FAE *& quadrato ex* FE, *quorum rectangulum* FAE *eſt æquale rectangulo* EAL, *vt demonſtrauimus, reliquum igitur rectangulum* AEL *rectangulo* AFE, *& quadrato ex* FE *æquale erit.*

THEO-

THEOREMA CXLVIII. PROPOSITIO CLX.

LEM. XXXIV.

Sit vt AB ad BC, ita AD ad DC, & AC biſariam in puncto E ſecetur. Dico tria contingere, videlicet rectangulum quidem BED æquale eſſe quadrato ex EC: rectangulum vero BDE rectangulo ADC: & rectangulum ABC rectangulo EBD æquale eſſe.



Quoniam enim eſt vt AB ad BC, ita AD ad DC, erit componendo, & per antecedentium dimidia, & conuerſionem rationis, vt BE ad EC, ita CE ad ED. rectangulum igitur BED quadrato ex EC eſt æquale. Commune auferatur quadratum ex DE. ergo rectangulum BDE, quod relinquitur, eſt æquale rectangulo ADC. Rurſus cum rectangulum BED æquale ſit quadrato ex EC, vtraque auferantur a quadrato ex EB, reliquum igitur rectangulum ABC æquale eſt rectangulo EBD. A B C D

Sed ſit nunc rectangulum BDE æquale rectangulo ADC: & ſecetur AC biſariam in E. Dico vt AB ad BC, ita eſſe AD ad DC. E

Quonia enim rectãgulum BDE eſt æquale rectangulo ADC, commune apponatur quadratum ex DE, erit totum rectangulum BED quadrato ex CE æquale. ergo ob proportionem, & per conuerſionem rationis, & antecedentium dupla, diuidendoque vt AB ad BC, ita AD ad DC. F

COMMENTARIVS.

Quoniam enim eſt vt AB ad BC, ita AD ad DC, erit componendo, & per antecedentium dimidia, & conuerſionem rationis, vt BE ad EC, ita CE ad ED] *Quoniam vt* AB *ad* BC, *ita* AD *ad* DC, *erit componendoque vt vtraque* AB, BC *ad* BC, *ita* AC *ad* CD, *& antecedentium dimidia, vt* EB *ad* BC, *ita* EC *ad* CD, *& per conuerſionem rationis vt* EB *ad* EC, *ita* CE *ad* ED. *Græcus codex* ὡς ἡ αε πρὸς τὴν εγ, ἡ εγ πρὸς τὴν εδ *lege* ὡς ἡ βε πρὸς τὴν εγ, ἡ εγ πρὸς τὴν εδ. A

Rectangulum igitur BED quadrato ex EC eſt æquale] *Ex 16. ſexti. Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ αεδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ εγ *lege* τὸ ἄρα ὑπὸ βεδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ εγ. B

Commune auferatur quadratum ex DE. ergo rectangulum BDE quod relinquitur eſt æquale rectangulo ADC] *Eſt enim rectangulum* BED *æquale rectangulo* BDE, *& quadrato ex* DE *per tertiam ſecundi elementorum. rectangulum vero* ADC *vna cum quadrato ex* DE *eſt æquale quadrato ex* EC *per quintam eiuſdem. Græcus codex* κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ γε τετράγωνον *lege* τὸ ἀπὸ δε τετράγωνον. C

Rurſus cum rectangulum BED æquale ſit quadrato ex EC vtraque auferantur a quadrato ex EB. reliquum igitur rectangulum ABC æquale eſt rectangulo EBD] *Nam rectangulum* ABC *vna cum quadrato ex* CE *eſt æquale quadrato ex* EB *per 6. ſecundi elementorum; at rectangulum* EBD *vna cum rectangulo* BED *æquale eſt eidem quod ex* EB *quadrato per ſecundam eiuſdem. Græcus codex* πάλιν τὸ ὑπὸ αεδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ αγ τετραγώνῳ. *lege* πάλιν τὸ ὑπὸ βεδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ εγ τετραγώνῳ *& paulo poſt* λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν αβγ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν εβγ *lege* τῷ ὑπὸ τῶν εβδ. D

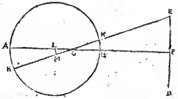
Sed ſit nunc rectangulum BDE æquale rectangulo ADC] *Secundæ partis conuerſam demonſtrat ob ſequens lemma, quamquam facile ſit aliarum etiam conuerſas demonſtrare.* E

Ergo ob proportionem, & per conuerſionem rationis, & antecedentium dupla, diuidendoque] vt AB ad BC ita AD ad DC] *Græcus codex* ἀνάλογον καὶ δὶς τὰ ἡγούμενα καὶ διελόντι ἄρα ἐστὶ, *&c. ego legendum puto* ἀνάλογον καὶ ἀναστρέψαντι καὶ δὶς τὰ ἡγούμενα καὶ διελόντι ἄρα ἐστὶ, *&c. Quoniam enim rectangulum* BED *eſt æquale quadrato ex* CE *erit vt* BE *ad* EC, *ita* CE *ad* ED, *& per conuerſionem rationis vt* EB *ad* BC, *ita* EC *ad* CD, *& antecedentium dupla; vt* AB, BC *ad* BC, *ita* AC *ad* CD, *& diuidendo vt* AB *ad* BC *ita* AD *ad* DC. F

LEM. XXXV.

THEOREMA CXLV. PROPOSITIO CLXI.

His ita ſe habentibus, ſit circulus circa diametrum AB, producaturque AB, vt ad quamlibet rectam lineam DE ſit perpendicularis: & fiat vt AF ad FB, ita AG ad GB. Dico rurſus ſi quodcumq; punctum ſumatur in recta linea ED, veluti E, & iuncta EG ad H producatur, vt HE ad EK, ita eſſe HG ad ad GK.



Sumatur centrum circuli, quod ſit L, & ab eo ad EH perpendicularis agatur LM. erit KM æqualis MH.
A
B Quoniam autem rectus eſt vterque angulorum, qui ad MF,
C puncta EF, LM in circulo erunt rectangulum igitur FGL æquale eſt rectangulo AGB, propterea quod vt AF ad FB, ita ſit AG ad GB, & ſecta eſt AB bifa-
D riam in puncto L. ergo & rectanctulum EGM eſt æquale rectangulo AGB, videlicet
35. tertii. ipſi HGK, quod in circulo continetur, & HK bifariam ſecta eſt in M, quare eo, quod
E proxime demonſtratum eſt, vt HE ad EK, ita erit HG ad GK.

COMMENTARIVS.

A Erit KM æqualis MH] *Ex tertia ſexti elementorum, recta enim linea EG circulum in puncto K ſecat.*

B Quoniam autem rectus eſt vterque angulorum, qui ad MF, puncta EF, LM in circulo
31. tertij. erunt] *Nam ſi iuncta EL circa ipſam circulus deſcribatur per MF puncta tranſibit.*

C Rectangulum igitur FGL æquale eſt rectangulo AGB, propterea quod vt AF ad FB, ita ſit AG ad GB, & ſecta eſt AB bifariam in puncto L] *Ex ſecunda parte antecedentis lemmatis.*

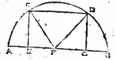
D Ergo & rectangulum EGM eſt æquale rectangulo AGB.] *Rectangulum enim EGM æquale eſt rectangulo FGL ex 35. tertij elementorum.*

E Quare ex eo, quod proxime demonſtratum eſt, vt HE ad EK, ita erit HG ad GK] *ob conuerſam ſcilicet ſecundæ partis antecedentis lemmatis, quam proxime demonſtrauit.*

LEM. XXXVI.

THEOREMA CL. PROPOSITIO CLXII.

Sit ſemicirculus in recta linea AB, & ipſi AB parallela ſit CD: ducanturque CE, DG perpendiculares. Dico AE ipſi GB æqualem eſſe.



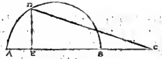
Sumatur centrum circuli, quod ſit F, & CF, FD iungantur. ergo CF eſt æqualis FD, ac propterea quadratum ex CF quadrato ex FD æquale erit. ſed quadrato quidem ex CF æqualia ſunt quadrata ex CE, EF, quadrato autem ex FD æqualia quadrata ex DG, GF. ergo quadrata ex CE, EF quadratis ex DG, GF æqualia ſunt: quorum quadratum ex CE eſt æquale quadrato ex DG. reliquum igitur quadratum ex EF reliquo ex FG quadrato eſt æquale, ideoque recta linea EF æqualis rectæ FG. eſt autem

tem, & tota AF æqualis toti FB. ergo & reliqua AE reliquæ GB æqualis erit, quod oportebat demonſtrare.

THEOREMA CLI. PROPOSITIO CLXIII.

LEM. XXXVII.

Sit ſemicirculus in recta linea AB, atque a quolibet puncto C ducatur CD, & perpendicularis agatur DE. Dico quadratum ex AC ſuperare quadratum ex CD, eo quod vtraque AC, CB & AE continetur.



Erit igitur quadratum ex AC æquale quadrato ex CD, hoc eſt æquale quadratis ex DE, EC, & ei, quod vtraque AC, CB, & AE continetur. quare ablato communi rectangulo CAE, reliquum rectangulum ACE eſt æquale quadrato ex DE, hoc eſt rectangulo AEB, & quadrato ex CE, & ei quod AE, CB continetur. Rurſuſque ablato communi quadrato ex CE, rectangulum AEC, quod relinquitur eſt æquale rectangulo AEB, & contento AE, EC. quod quidem ita ſe habet. A B C D

COMMENTARIVS.

Erit igitur quadratum ex AC æquale quadrato ex CD] *Per reſolutionem hoc oſtendit. Nam ſi ponatur quadratum ex AC ſuperare quadratum ex CD rectangulo, quod vtraque AC, CB, & AE continetur, erit quadratum ex AC æquale quadrato ex CD, hoc eſt quadratis ex DE, EC, & rectangulo, quod vtraque AC, CB, & AE continetur.* A

Quare ablato communi rectangulo CAE, reliquum rectangulum ACE eſt æquale quadrato ex DE, hoc eſt rectangulo AEB & quadrato ex CE, & ei, quod AE, CB continetur] *Eſt enim quadratum ex AC æquale duobus rectangulis CAE, ACE ex 2. ſecundi libri elementorum. Græcus codex λοιπὸν τὸ ὑπὸ α γ ε ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ α ε lege ὑπὸ δε.* B

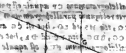
Rurſuſque ablato communi quadrato ex CE rectangulum AEC, quod relinquitur, eſt æquale rectangulo AEB, & contento AE, EC] *Ex 3. eiuſdem.* C

Quod quidem ita ſe habet] *Ex prima eiuſdem, quare conſtat verum eſſe illud, quod proponebatur. Compoſitio autem manifeſta eſt.* D

PROBLEMA XIII. PROPOSITIO CLXIV.

LEM. XXXVIII.

Parallelogrammo AD poſitione dato, a dato puncto E ducere rectam lineam EF, & facere triangulum FCG parallelogrammo AD æquale.



Factum iam ſit. Quoniam igitur FCG triangulum æquale eſt parallelogrãmo AD; parallelogrãmum vero AD duplum eſt trianguli ADC; & triangulum FCG trianguli ADC duplum erit. Sed vt triangulum ad triangulum, quod circa eundem angulum C conſiſtunt, ita rectangulum FCG ad rectangulum ACD: datum autem eſt rectangulum ACD. ergo, & ipſum FCG datum. & a dato puncto E ad rectas lineas AC, CD datas poſitione ducta eſt EF in ſpacij ſectionem. poſitione igitur eſt ipſa EF. A

Componitur autem ſic.

Sit parallelogrammum quidem A D, poſitione datum autem punctum E: & a pun-
B cto E in F C, C D poſitione datas ducatur recta linea E F, reſecans ſpacium F C G æqua-
C le dato ſpacio, videlicet duplo ipſius A C D: & ex iiſdem, quæ in reſolutionem dicta
D ſunt, oſtendemus triangulum F C G parallelogrammo A D æquale. recta igitur linea
E F problema efficit, conſtat autem ipſam ſolam hoc efficere, quoniam & illa ſola eſt.

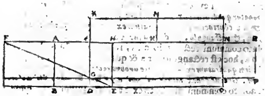
COMMENTARIVS.

A Sed vt triangulum ad triangulum, quod circa eundem angulum C conſiſtunt, ita
41.primi rectangulum F C G ad rectangulum A C D] *Ex 15. quinti elementorum eſt enim rectangulum trianguli duplum.*

B Reſecans ſpacium F C G æquale dato ſpacio, videlicet duplo ipſius A C D] *Græcus codex ἀποτέμνουσα χωρίον τὸ ὑπὸ ζγη ἴσον δοθὲν τινι χωρίῳ τῷ διπλασίῳ τοῦ ἀπὸ αγδ. legendum autem eſt ἴσον δοθέντι χωρίῳ τῷ διπλασίονι τοῦ ὑπὸ αγδ.*

C Et ex eiſdem, quæ in reſolutione dicta ſunt, oſtendemus, &c.] *Græcus codex καὶ ἐκ τῶν αὐτῶν τὴν ἀνάλυσιν lege τῆς ἀναλύσεως.*

D Recta igitur linea E F problema efficit] *Non docet Pappus quo inueniendum ſit punctum G. ſeu verſimile eſt hoc apparere ex libris de ſpacij ſectione ab Apollonio conſcriptis, qui iniuria temporum ad manus noſtras non peruenerunt.*



Nos igitur quo pacto illud fieri poſſit, demonſtrare aggrediemur. Maneant eadem, quæ dicta ſunt, & a puncto E ipſi D C parallela ducatur E H, vt cum A C producta in H conueniat, &
41.primi *rurſus producta D C fiat C K æqualis ipſi C H, atque ad rectam lineam C K applicetur parallelogrammum C K, L M duplo parallelogrammi A D æquale. deinde ſecetur K L bifariam in N ducatur N X parallela K C, completoque parallelogrammo C D, O M, rurſus ad rectam lineam*
29. ſexti. *C M applicetur parallelogrammum æquale parallelogrammo C D, O M exedens figura quadrata, quod ſit C G, P R, poſtremo iuncta E O ad F producatur. Dico iam factum eſſe, quod proponebatur, videlicet triangulum F C G parallelogrammo A D æquale eſſe. Quoniam enim parallelogrammum C P æquale eſt parallelogrammo C O, ablato communi parallelogrammo C S erit reliquum parallelogrammum G O æquale quadrato M P. ergo vt C M ad M S, hoc eſt ad C O, ita M S ad S O, hoc eſt C G ad G D. vt autem C G ad G D ob ſimilitudinem triangulorum*
A *F C G, E D G, ita F C ad D E, hoc eſt ad C H. vt igitur M C ad C G, ita F C ad C H. ideoq; parallelogrammum F C O eſt æquale parallelogrammo M X, quod ſcilicet continetur M C & C I,*
7.ſecūdi. *hoc eſt C H, & eorum dimidia ſunt æqualia. Sed triangulum F C G parallelogrammi F C G dimidium eſt: & parallelogrammum C N dimidium parallelogrammi M X, ac propterea æquale parallelogrammo A D, triangulum igitur F C G parallelogrammo A D eſt æquale. quod ipſum facere oportebat.*

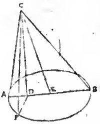
IN

IN PRIMVM LIBRVM CONICORVM.

THEOREMA CLII. PROPOSITIO CLXV. LEM. I.

Sit conus, cuius baſis circulus A B, & vertex punctum C. Si igitur æquicruris eſt conus, manifeſto conſtat rectas lineas omnes, quæ ab ipſo C ad A B circuli circumferentiam ducuntur, inter ſe æquales eſſe; ſi vero ſcalenus eſt, oportet inuenire quæ maxima ſit, & quæ minima.

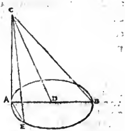
Ducatur a puncto C ad planum circuli A B recta linea perpendicularis, quæ primum cadat intra circulum, ſitque C D, & ſumatur centrum eius, quod ſit E, & iuncta D E producatur in vtramque partem ad puncta A B: deinde A C, C B iungantur. Dico rectam lineam B C maximam eſſe, A C minimam omnium, quæ a puncto C ad circulum A B pertinent. Ducatur enim alia quædam recta linea C F, & F D iungatur, maior igitur eſt B D, quam D F, communis autem C D, & anguli, qui ad D recti. ergo maior eſt B C, quam C F. eodem modo & C F maior oſtendetur, quam C A. ex quibus apparet rectam lineam C B omnium maximam eſſe, A C vero minimam. 7.tertij. 47.primi.



THEOREMA CLIII. PROPOSITIO CLXVI. LEM. II.

Rurſus a puncto C perpendicularis ducta cadet in ipſam A B circuli circumferentiam, quæ ſit C A, & cum circuli centro D copulata A D producatur in B, & B C iungatur. Dico B C maximam eſſe, & A C minimam.

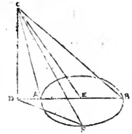
Ipſam igitur C B maiorem eſſe, quam C A, perſpicuum eſt. ducatur autem alia quædam C E, & A E iungatur. Itaque quoniam A B diameter eſt, neceſſario maior erit, quam A E: & continet A C cum ipſis A B, A E angulum rectum. ergo B C quam C E maior erit, & ſimiliter maior, quam ceteræ omnes. Eodem modo, & E C maior oſtendetur, quam C A. quare ſequitur vt B C maxima ſit, A C vero minima omnium, quæ ab ipſo C ad circulum A B pertinent. 19.primi. 31.tertij.



THEOREMA CLIV. PROPOSITIO CLXVII. LEM. III.

Iiſdem poſitis cadat perpendicularis C D extra circulum, & ad E circuli centrum ducta D E producatur, iunganturq; A C, B C. Dico B C maximam, & A C minimam eſſe omnium, quæ a puncto C ad A B circulum perducuntur.

Conſtat



Conſtat namque BC maiorem eſſe ipſa CA. Sed & maior erit omnibus, quæ ab ipſo C in circumferentiam circuli AB cadunt. Ducatur enim alia quædam recta linea CF, & DF iungatur. Cum igitur BD per centrum tranſeat, maior eſt autem, quam DF. eſt autem CD perpendicularis ad rectas lineas DB, DF, quoniam & ad ipſum planum. ergo maior erat BC, quam CF: & ſimiliter maior, quam aliæ omnes. perſpicuum eſt igitur ipſam CB maximam eſſe. At vero AC minimam hoc modo oſtendemus. Quoniam enim minor eſt AD, quam DF, atque eſt ad ipſas perpendicularis DC, minor erit AC, quam CF, & ita minor, quam aliæ. recta igitur linea AC minima eſt, & BC maxima omnium, quæ a puncto C ad AB circuli circumferentiam perducuntur.

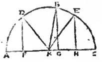
Si ab aliquo puncto ad circumferentiam circuli, qui non ſit in eodem plano, in quo punctum, coniuncta recta linea in vtramque partem producatur, &c.

Conuenienter Apollonius addidit in vtramque partem producatur, cum vniuſcuiuſque coni ortum tradat. Si enim æquicruris ſit conus, fruſtra produceretur, quod recta linea, quæ conuertitur, circumferentiam circuli perpetuo contingit, quippe cum ab ea punctum manens ſemper æquali diſtet interuallo. Sed quoniam poteſt, & ſcalenus eſſe conus, in quo vt iam demonſtratum eſt, & maximum, & minimum latus inuenitur, neceſſario illud appoſuit, vt quæ minima eſt recta linea vſque adeo augeri intelligatur, quoad fiat maximæ æqualis, ac propterea circuli circumferentiam perpetuo contingat.

LEM. IV.

THEOREMA CLV. PROPOSITIO CLXVIII.

Sit linea ABC, & poſitione data AC. Omnes autem, quæ ab ipſa ABC ad AC perpendiculares ducuntur, ita ſe habeant, vt quadratum vniuſcuiuſque ipſarum æquale ſit rectangulo baſis partibus, quæ ab ipſa ſecantur, contento. Dico ABC circuli circumferentiam eſſe, & eius diametrum rectam lineam AC.



Ducantur enim à punctis DBE perpendiculares DF, BG, EH. ergo quadratum ex DF æquale eſt rectangulo AFC, & quadratum ex BG rectangulo AGC, quadratum vero ex EH rectangulo AHC eſt æquale. ſecetur AC bifariam in K, & DK, KB, KE iungantur. Itaque quoniam AFC rectangulum vna cum quadrato ex FK eſt æquale quadrato ex AK, & ipſi AFC æquale eſt quadratum ex DF; erit quadratum ex DF vna cum quadrato ex FK, hoc eſt quadratum ex DK æquale ei, quod ex AK quadrato. ergo recta linea AK ipſi KD eſt æqualis. Similiter oſtendemus, & vnamquamque ipſarum BK, EK ipſi AK vel KC æqualem eſſe. quare ABC circuli circumferentia eſt circa centrum K; hoc eſt circa diametrum AC.

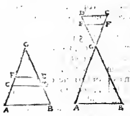
THEO-

THEOREMA CLVI. PROPOSITIO CLXIX.

LEM. V.

Sint tres rectæ lineæ parallelæ AB, CD, EF, & in ipſas ducantur duæ rectæ AGFC, BGED. Dico vt rectangulum, quod fit ex AB, & EF ad quadratum ex CD, ita eſſe rectangulum AGF ad quadratum ex GC.

Quoniam enim vt recta linea AB ad FE hoc eſt vt rectangulum ex AB & FE ad quadratum ex EF, ita recta linea AG ad ipſam GF, hoc eſt rectangulum AGF ad quadratum ex FG. erit vt rectangulum ex AB, & FE ad quadratum ex EF, ita rectangulum AGF ad quadratum ex FG, ſed vt quadratum ex EF ad quadratum ex CD ita quadratum ex FG ad quadratum ex GC. ex æquali igitur vt rectangulum ex AB, & FE ad quadratum ex CD, ita rectangulum AGF ad quadratum ex GC. lemm. in 23. decimi. 4. ſexti.

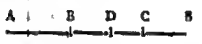


THEOREMA CLVII. PROPOSITIO CLXX.

LEM. VI.

Sit vt AB ad BC, ita AD ad DC, & ſecetur AC bifariam in puncto E. Dico rectangulum BED quadrato ex EC æquale eſſe: itemque rectangulum ADC æquale rectangulo BDE, & rectangulum ABC rectangulo EBD.

Quoniam enim vt AB ad BC, ita eſt AD ad DC, erit componendo, ſumptiſque antecedentium dimidijs, & per conuerſionem rationis, vt BE ad EC, ita CE ad ED. rectangulum igitur BED æquale eſt quadrato ex CE, commune auferatur quadratum, ſcilicet ex ED. ergo quod reliquitur rectangulum ADC rectangulo BDE eſt æquale. Rurſus quoniam rectangulum BED æquale eſt quadrato ex CE, vtraque auferantur a quadrato ex BE. reliquum igitur rectangulum ABC rectangulo EBD æquale erit. quæ omnia demonſtrare oportebat. A 17. ſexti. B C



COMMENTARIVS.

A Erit componendo, ſumptiſque antecedentium dimidijs, & per conuerſionem rationis vt BE ad EC, ita CE ad ED] *Quoniam enim vt* AB *ad* BC, *ita* AD *ad* DC, *erit componendo vt* AB, BC *ad* CB; *ita* AC *ad* CD, *& antecedentium dimidia vt* EB *ad* BC; *ita* EC *ad* DC; *eſt enim* AE *ipſius* AC *dimidia, quare per conuerſionem rationis vt* EB *ad* EC, *ita* CE *ad* ED.

B Commune auferatur quadratum ſcilicet ex ED] *Eſt enim quadratum ex* CE *æquale rectangulo* ADC *vna cum quadrato ex* ED. *& rectangulum* BED *æquale rectangulo* BDE *vna cum quadrato ex* ED. *quare ſublato communi, relinquitur rectangulum* ADC *rectangulo* BDE *æquale.* 6. ſecundi.

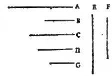
C Rurſus quoniam rectangulum BED æquale eſt quadrato ex EC, vtraque auferantur a quadrato ex BE] *Nam cum ſecetur* AC *bifariam in* E, *atque ipſi adijciatur* CB, *rectangulum* ABC, *vna cum quadrato ex* CE *æquale eſt quadrato ex* EB: *rurſus quadrato ex* EB *æqualia ſunt vtraque rectangula* EBD, BED. *ſi igitur à quadrato ex* BE *æquali auferantur, videlicet rectangulum* BED *& quadratum ex* CE, *relinquetur rectangulum* ABC *rectangulo* EBD *æquale eſſe.*

THEO-

LEM. VII.

THEOREMA CLVIII. PROPOSITIO CLXXI.

Habeat A ad B proportionem compoſitam ex proportione C ad D & ex proportione E ad F. Dico C ad D proportionem compoſitam habere ex proportione A ad B, & proportione F ad E.

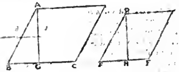


Fiat enim proportio n ad G eadem, quæ eſt B ad F. & quoniam proportio A ad B compoſita eſt ex proportione C ad D, & proportione B ad F, hoc eſt n ad G; proportio autem compoſita ex proportione C ad D, & n ad G eſt eadem, quæ C ad G: erit vt A ad B, ita C ad G. Rurſus quoniam C ad n proportionem habet compoſitam ex proportione C ad G, & proportione G ad n; ſed proportio C ad G demonſtrata eſt eadem quæ A ad B, & conuertendo proportio G ad D eadem eſt, quæ F ad B: habebit C ad n proportionem compoſitam ex proportione A ad B, & proportione F ad E.

LEM. VIII.

THEOREMA CLIX. PROPOSITIO CLXXII.

Sint duo parallelogramma AC, DF æquiangula, quorum angulus B ſit æqualis angulo E. Dico vt rectangulum ABC ad rectangulum DEF, ita eſſe parallelogrammum AC ad DF parallelogrammum.



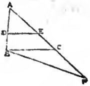
Si enim anguli BE recti ſint, illud perſpicue conſtat; ſin minus, demittantur perpendiculares AG, DH, & quoniam angulus B æqualis eſt angulo E, & angulus ad G rectus æqualis recto ad H; erit triangulum ABG triangulo DEH æquiangulum. quare vt BA ad AG, ita ED ad DH. ſed vt BA ad AG, ita rectangulum ABC ad rectangu-
4. primi lum, quod AG, BC continetur, & vt ED ad DH, ita DEF rectangulum ad rectangulum contentum DH, EF. ergo permutando vt rectangulum ABC ad rectangulum DEF, ita rectangulum quod continetur AG, BC, hoc eſt parallelogrammum AC ad rectan-
36. primi gulum contentum DH, EF, hoc eſt ad parallelogrammum DF.

LEM. IX.

THEOREMA CLX. PROPOSITIO CLXXIII.

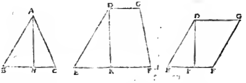
Sit triangulum ABC, ſitque BC parallela ipſi DE: & quadratum, quod fit ex CA æquale ſit rectangulo FAE. Dico iam ſi iungantur DC, BF rectam lineam BF ipſi DC parallelam eſſe.

Hoc vero manifeſte patet. Quoniam enim vt FA ad AC, ita eſt CA ad AF; & vt CA ad AB, ita BA ad AN: erit vt FA ad AC, ita BA ad AN. ergo DC, BF inter ſe parallelæ ſunt. 17 4. ſexti. 2



THEOREMA CLXI. PROPOSITIO CLXXIV. LEM. X.

Sit triangulum ABC, trapezium vero DEFG, ita vt ABC angulus angulo DEF ſit æqualis. Dico vt triangulum ABC ad rectangulum, quod continetur vtraque ipſarum KG, EF, & DE, ſic eſſe triangulum ABC ad trapezium DEFG.



Ducatur enim perpendiculares AH, DK. & quoniam angulus ABC æqualis eſt angulo DEF, & qui eſt ad H rectus æqualis recto ad K; erit vt BA ad AH, ita ED ad DK. 4 ſexti.
ſed vt BA ad AH, ita rectangulum ABG ad id, quod continetur AH, BC, & vt ED ad 1
DK, ita rectangulum, quod continetur DG, EF, & DE ad contentum vtraque DG, EF A
& DK. eſt autem triangulum ABC dimidium rectanguli contenti AH, BC: & trape- B
zium DEFG dimidium eius quod continetur vtraque DG, EF & DK. ergo vt rectangulum ABC ad rectangulum contentum vtraque DG, EF, & DE. ita eſt triangulum ABC ad DEFG trapezium, quod ſi ABC triangulum ſit, & EF parallelogrammum, eadem ratione fiet, vt ABC triangulum ad DF parallelogrammum, ita eſſe rectangulum ABC ad duplum rectanguli DEF.

Ex quibus conſtat, rectangulum ABC ſi quidem DF parallelogrammum ſit, æquale eſſe duplo rectanguli DEF; ſi vero ſit trapezium æquale ei, quod vtraque DG, EF & ipſa DE continetur. C

COMMENTARIVS.

Eſt autem triangulum ABC dimidium rectanguli contenti AH, BC, & trapezium DEFG dimidium eius, quod vtraque DG, EF & DK continetur] *Iuncta enim* DF *erit triangulum* EDF *dimidium rectanguli contenti* EF *&* DK, *& triangulum* DFG *itidem dimidium eius, quod continetur* DG, *&* DK. *ergo totum trapezium* DEFG *dimidium eſt rectanguli, quod vtraque* EF, DG, *& ipſa* DK *continetur.* A

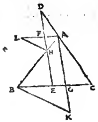
Ergo vt rectangulum ABC ad rectangulum contentum vtraque DG, EF, & DE, ita eſt triangulum ABC ad DEFG trapezium] *Ex antedictis enim colligitur, vt rectangulum* ABC *ad rectangulum ex* AH, *&* BC, *ita eſſe rectangulum ex* DG, EF, *&* DE *ad rectangulum* DG, EF, *&* DK; *quare permutando vt rectangulum* ABC *ad rectangulum ex* DG, EF *&* DE, *ita rectangulum ex* AH, *&* BC *ad rectangulum ex* DG, EF, *&* DK; *& ita eorum dimidia, hoc eſt triangulum* ABC *ad trapezium* DEFG. B

C Ex quibus conſtat rectangulum ABC, ſi quidem DF parallelogrammum] ſit] *Sequitur hoc quadrato triangulum ABC parallelogrammo, vel trapezio DHFG ſit æquale, quod etiam ab Eutocio demonſtratur in commentarys in 49. primi libri Apollony. quare veriſimile eſt in Pappi verbis hoc loco nonnulla deſiderari.*

LEM. XI.

THEOREMA CLXII. PROPOSITIO CLXXV.

Sit triangulum ABC, & producta CA ad D ducatur, vt contingit recta linea DHE, cui quidem parallela ducatur AG; ipſi vero BC parallela AF. Dico vt quadratum ex AG ad rectangulum BGC, ita eſſe rectangulum DFH ad quadratum ex FA.



A Ponatur rectangulo BGC æquale rectangulum AGK, & rectangulo DFH æquale rectan-
B gulum AFL, & iungantur BK, HL. Quoniam igitur angulus ad C æqualis eſt angulo BKO, & angulus DAL in circulo æqualis angulo FHL;
C erit & angulus GKB angulo FHL æqualis. ergo
D vt BO ad GK, ita LF ad FH. eſt autem vt AG ad GB, ita HE ad EB, & vt HB ad BB, ita HF ad FA. vt igitur AG ad OB, ita HF ad FA. ſed vt BO ad GK, ita alia quæpiam recta linea LF ad antecedentem FH. quare ex æquali in perturbata analogia vt AO ad GK, ita LF ad FA, vt vero AG ad GK, ita quadratum ex AO ad rectangulum AGK, hoc eſt ad rectangulum BOC, &
lemm. in a 3. decimi. vt LF ad FA, ita rectangulum LFA, hoc eſt DFH ad quadratum ex FA. ergo vt quadratum ex AG ad rectangulum BGC, ita rectangulum DFH ad quadratum ex FA. Sed licet illud idem etiam per cōpoſitionem proportionum demonſtrare. Quoniam enim proportio AG ad GB eſt eadem, quæ HE ad EB, hoc eſt HF ad FA; proportio autem AG ad GC eadem, quæ DE ad EC, hoc eſt DF ad FA: erit proportio compoſita ex proportione AG ad GB & ex proportione AG ad GC, quę quidem eſt quadrati ex AG ad rectangulum BGC, eadem, quæ componitur ex propor-
E tione HF ad FA, & ex proportione DF ad FA, hæc autem eſt proportio rectanguli DFH ad quadratum ex FA.

COMMENTARIVS.

A Ponatur rectangulo BGC æquale rectangulum AOK, & rectangulo DFH æquale rectangulum AFL] *Græcus codex* κείσθω τῷ μὲν ὑπὸ βκγ ἴσον τὸ ὑπὸ αζδ *ſed legendum vt puto.* κείσθω τῷ μὲν ὑπὸ βηγ ἴσον τὸ ὑπὸ ακκ, τῷ δὲ ὑπὸ δζθ ἴσον τὸ ὑπὸ αζλ. *Illud vero ita intelligendum eſt, vt producatur AG ad K, & fiat rectangulum AGK rectangulo BGC æquale, & rurſus producta AF ad L. fiat rectangulum AFL æquale rectangulo DFH.*

B Quoniam igitur angulus ad C æqualis eſt angulo BKO, & angulus DAL in circulo æqualis angulo FHL] *Ex 21. tertij elementorum ſunt enim puncta ABKC in circumferentia eiuſdem circuli, cum rectangulum AGK æquale ſit rectangulo BGC ex conuerſa 35. eiuſdem, & eadem ratione puncta AD, LH cadent in circumferentia alterius circuli.*

C Erit & angulus OKB angulo FHL æqualis] *Namque angulus ad C angulo DAL eſt*
29. primi *æqualis, quod BC FA parallelæ ſint.*

D Ergo vt BO ad GK, ita LF ad FH] *Sequitur enim ex iam dictis triangulum LFH triangulo BGK ſimile eſſe, quoniam angulus ad K angulo FHL eſt æqualis; vt demonſtratum fuit; & angulus CFH æqualis angulo LAG, hoc eſt ipſi BGK. ergo & reliquus reliquo æqualis erit.*

Hæc

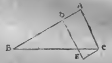
Hæc autem eſt proportio rectanguli DFH ad ad quadratum ex FA] *Ex quibus fit vt rectangulum* DFH *ad quadratum ex* FA *eandem habeat proportionem, quam quadratum ex* AG *ad rectangulum* BGC, *quod quidem demonſtrare oportebat.* E

IN SECVNDVM CONICORVM.

PROBLEMA XIII. PROPOSITIO CLXXVI. LEM. I.

Datis duobus rectis lineis AB, BC, data recta DE, in ipſas AB, BC coaptare rectam lineam, ipſi DE æqualem parallelam.

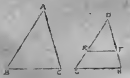
Hoc autem manifeſtum eſt, nam ſi per E ducatur BC parallela AB, & per C ipſi DE parallela ducatur CA; erit AC, ED parallelogrammum, & propterea AC ipſi DE, & æqualis, & parallela, quæ quidem in datas rectas lineas AB, BC coaptata erit. 34. primi.



THEOREMA CLXIII. PROPOSITIO CLXXVII. LEM. II.

Sint duo triangula ABC, DEF; ſitque vt AB ad BC, ita DE ad EF: & AB quidem ſit parallela DE; BC vero ipſi EF. Dico & AC ipſi DF parallelam eſſe.

Producatur enim BC, & conueniat cum DE, DF in punctis GH. eſt igitur angulus B æqualis angulo G, hoc eſt ipſi E propterea; quod duæ rectæ lineæ AB BC duabus DE, EF parallelæ ſunt. Itaque quoniam vt AB ad BC, ita eſt DE ad EF, & anguli ad BE ſunt æquales; erit angulus C æqualis angulo F, hoc eſt angulo H. ergo recta linea AC ipſi DH eſt parallela.



THEOREMA CLXIV. PROPOSITIO CLXXVIII. LEM. III.

Sit recta linea AB, & æquales ſint AC, DB, & inter CD ſumatur quoduis punctum E. Dico rectangulum ADB vna cum rectangulo CED æquale eſſe rectangulo AEB.



Secetur enim CD bifariam in F, quomodocumque ſe habeat ad E punctum, & quoniam rectangulum ADB vna cum quadrato ex FD æquale eſt quadrato ex FE; quadrato autem ex FD rectangulum CED vna cum quadrato ex FE eſt æquale, & quadrato ex FB æquale rectangulum AEB vna cum quadrato ex FB: erit rectangulum ADB vna cum rectangulo CED, & quadrato ex FE, & æquale rectangulo AEB, & ei quod fit ex FE quadrato. commune auferatur quadratum ex FE. reliquum igitur ADB rectangulum vna cum rectangulo CED æquale eſt rectangulo AEB.

LEM. IV.

THEOREMA CLXV. PROPOSITIO CLXXIX.

Sit recta linea AB, & æquales ſint AC, DB; & inter CD quoduis punctum E ſumatur. Dico rectangulum AEB æquale eſſe rectangulo CED, & rectangulo DAC.

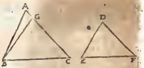


Secetur enim CD in F bifariam, quomodocumque ſe habeat ad punctum E. quare tota AF ipſi FB eſt æqualis. rectangulum igitur AEB vna cum quadrato ex EF æquale eſt quadrato ex FA. Sed rectangulum DAC vna cum quadrato ex CF, quadrato ex FA eſt æquale, ergo rectangulum AEB vna cum quadrato ex EF æquale eſt rectangulo DAC, & ex CF quadrato. quadratum autem ex CF eſt æquale rectangulo CED & & quadrato ex EF. quare ſublato communi, nempe quadrato ex EF, erit quod relinquitur rectangulum AEB æquale rectangulo CED, & rectangulo DAC.

LEM. V.

THEOREMA CLXVI. PROPOSITIO CLXXX.

Sint duo triangula ABC, DEF, & ſit angulus quidem C æqualis angulo F, angulus vero B angulo E maior. Dico rectam lineam BC ad CA minorem proportionem habere, quàm EF ad FD.

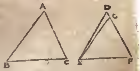


Conſtituatur enim angulus CBG æqualis angulo E, & angulus C eſt æqualis angulo F. ergo vt BC, & CG, ita EF ad FD. Sed BC ad CA minorem proportionem habet, quam BC ad CG. quare & BC ad CA minorem habebit proportionem, quam EF ad FD.

LEM. VI.

THEOREMA CLXVII. PROPOSITIO CLXXXI.

Habeat rurſus BC ad CA maiorem proportionem, quam EF ad FD: & ſit angulus C æqualis angulo F. Dico angulum B angulo E minorem eſſe.

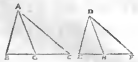


Quoniam enim BC ad CA minorem proportionem habet, quam EF ad FD, ſi fiat vt BC ad CA, ita EF ad aliam quandam; erit ea minor, qnam FD. Itaque ſit FG, & AG iungatur. Cum igitur circa ęquales ãgulos latera proportionalia ſint, angulus B eſt æqualis angulo FEG, & propterea angulo E minor erit.

Digitized by Google

THEOREMA CLXVIII. PROPOSITIO CLXXXII. LEM. VII.

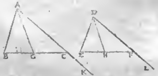
Sint triangula ſimilia ABC, DEF, & ducantur AG, DH, ita vt ſit rectangulum BCG ad quadratum ex CA, ſicut rectangulum EFH ad quadratum ex FD. Dico triangulum AGC triangulo DHF ſimile eſſe.



Quoniam enim eſt, vt rectangulum BCG ad quadratum ex CA, ita rectangulum EFH ad quadratum ex FD; & proportio rectanguli BCG ad quadratum ex CA compoſita eſt ex proportione BC ad CA, & proportione GC ad CA; proportio autem rectanguli EFH ad quadratum ex FD componitur ex proportione EF ad FD, & proportione HF ad FD, quarum quidem proportio BC ad CA eadem eſt, quæ EF ad FD propter ſimilitudinem triangulorum: erit reliqua GC ad CA eadem, quæ HF ad FD. & ſunt circa æquales angulos latera proportionalia. ergo triangulum AGC triangulo DFH ſimile erit. Hoc igitur ex compoſita proportione in eum, quem diximus, modum demonſtratur. Sed licet etiam aliter demonſtrare abſque compoſita proportione.

THEOREMA CLXIX. PROPOSITIO CLXXXIII. LEM. VI.

ALITER.



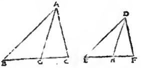
Ponatur enim rectangulo BCG æquale rectangulum ACK. ergo vt BC ad CK, ita AC ad CG. Rurſus ponatur rectangulo EFH æquale rectangulum DFL, erit vt EF ad FL, ita DF ad FH. Sed poſitum eſt vt rectangulum BCG, hoc eſt rectangulum ACK ad quadratum ex AC, videlicet vt AK ad CK, ita rectangulum EFH, hoc eſt DFL ad quadratum ex DF, videlicet vt DF ad FL. Vt autem BC ad CA, ita EF ad FD ob ſimilitudinem triangulorum. ergo vt BC ad CK, ita EF ad FL. Sed vt BC ad CK, ita AC ad CG, quod demonſtratum eſt. itemque vt EF ad FL, ita DF ad FH. quare vt AC ad CG, ita erit DF ad FH. & ſunt circa æquales angulos. triangulum igitur ACG ſimile eſt triangulo DFH, & eadem ratione triangulum AGB triangulo DHE, quod & ABC triangulum ipſi DEF ſimile ſit. lemm. in 23. decimi.

THEOREMA CLXX. PROPOSITIO CLXXXIV.

Sit triangulum quidem ABC ſimile triangulo DEF, triangulum vero ABG ipſi DEH ſimile. Dico vt rectangulum BCG ad quadratum ex CA, ita eſſe rectangulum EFH ad quadratum ex FD.

Quoniam

Quoniam enim propter ſimilitudinem triangulorum totus angulus A toti D eſt æqualis; angulus autem BAG æqualis eſt angulo BDH: erit reliquus CAG reliquo HDF æqualis. Sed & angulus C eſt æqualis angulo F. eſt igitur vt GC ad CA, ita HF ad FD. vt autem BC ad CA, ita EF ad FD. ergo & proportio compoſita compoſitæ proportioni eadem erit. idcircoque vt rectangulum BCG ad quadratum ex CA, ita rectangulum BFH ad quadratum ex FD.

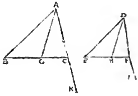


LEM. X.

THEOREMA CLXXI PROPOSITIO CLXXXV.

ALITER ABSQVE COMPOSITA PROPORTIONE.

Ponatur rectangulo BCG æquale rectangulum ACK; & rectangulo EFH æquale rectangulum DFL; erit rurſus vt BC ad CK, ita AC ad CG. Vt autem EF ad FL, ita DF ad FH, & eadem ratione, qua ſupra demonſtrabimus vt AC ad CG, ita eſſe DF ad FH. ergo vt BC ad CK, ita EF ad FL. Sed vt BC ad CA, ita EF ad FD ob triangulorum ſimilitudinem, ex æquali igitur vt KC ad CA hoc eſt vt rectangulum KCA, hoc eſt rectangulum BCG ad quadratum ex CA, ita LF ad FD, hoc eſt rectangulum LFD, hoc eſt rectangulum EFH ad quadratum ex FD. quod demonſtrare oportebat. Similiter demonſtrabimus, ſi vt rectangulum BCG ad quadratum ex AC, ita fuerit rectangulum EFH ad quadratum ex FD, & triangulum ABC ſimile triangulo DEF; & triangulum ABG triangulo DEH ſimile eſſe.

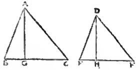


LEM. XI.

THEOREMA CLXXII. PROPOSITIO CLXXXVI.

Sint duo triangula ſimilia ABC, DEF, & ducantur perpendiculares AG, DH. Dico vt rectangulum BGC ad quadratum ex AG, ita eſſe rectangulum EHF ad quadratum ex DH.

Hoc autem ex iis, quæ ſuperius dicta ſunt perſpicuè conſtat.



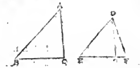
LEM. XII.

THEOREMA CLXXIII PROPOSITIO CLXXXVII.

Sit angulus quidem B æqualis angulo E, angulus vero A angulo D minor. Dico CB ad BA minorem proportionem habere, quam FE ad ED.

Quoniam

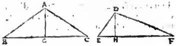
Quoniam enim angulus A minor eſt angulo D conſtituatur angulo A æqualis angulus BDG. eſt igitur vt CB ad BA, ita GB ad BD. Sed GB ad BD minorem habet proportionem, quam FB ad BD. ergo & CB ad BA minorem proportionem habebit, quam FB ad BD. Similiter, & omnia alia huiuſmodi oſtendemus.



THEOREMA CLXXIV. PROPOSITIO CLXXXVIII. LEM. XIII.

Sit vt rectangulum BGC ad quadratum ex AG, ita rectangulum EHF ad quadratum ex DH: & ſit BG quidem æqualis GC, CG vero ad GA minorem proportionem habeat, quam FH ad HD. Dico FH maiorem eſſe ipſa HE.

Quoniam enim quadratum ex CG ad quadratum ex GA minorem proportionem habet quam quadratum ex FH ad quadratum ex HD, quadratum autem ex CG æquale eſt rectangulo BGC. habebit BGC rectangulum ad quadratum ex AG minorem proportionem, quam quadratum ex FH ad quadratum ex HD. Sed vt BGC rectangulum ad quadratum ex AG ita poſitum eſt rectangulum EHF ad quadratum ex HD. ergo rectangulum EHF ad quadratum ex HD minorem proportionem habet, quam quadratum ex FH ad quadratum ex HD, maior igitur eſt quadratum ex FH rectangulo EHF. quare, & recta linea FH ipſi HE maior erit.

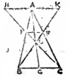


IN TERTIVM LIBRVM CONICORVM.

THEOREMA CLXXV. PROPOSITIO CLXXXIX. LEM. I.

Sit deſcripta figura ABCDEFG, & ſit BG æqualis GC. Dico EF ipſi BC parallelam eſſe.

Ducatur enim per A recta linea HK parallela BC, & BF, CE ad puncta KH producatur. Itaque quoniam BG eſt æqualis GC, erit & HA ipſi AK æqualis A ergo vt BC ad HA, hoc eſt vt BE ad EA, ita BC ad KA, hoc eſt CF ad FA. quare EF ipſi BC eſt parallela. B



COMMENTARIVS.

A Erit & HA ipſi AK æqualis] *Ob ſimilitudinem triangulorum* BDG, KDA *itemque triangulorum* CDG, HDA. *eſt enim vt* BG *ad* GD, *ita* KA *ad* AD, *& vt* DG *ad* GC, *ita* DA *ad* AH. *ex æquali igitur vt* BG *ad* GC, *ita* KA *ad* AH. *Sed* BG *eſt æqualis* GC. *ergo &* KA *ipſi* AH *æqualis erit.*

B Ergo vt BC ad HA, hoc eſt vt BE ad EA, ita BC ad KA, hoc eſt CF ad FA.] *Sunt enim triangula ſimilia* BEC AEH, *& triangula* BFC, KFA *itidem ſimilia.*

THEO-

LEM. II.

THEOREMA CLXXVI. PROPOSITIO CXC.

Sint duo triangula ABC, DEF, quæ angulos AD æquales habeant, & ſit rectangulum BAC æquale rectangulo EDF. Dico triangulum triangulo æquale eſſe.



Ductis enim perpendicularibus BG, BH. erit vt GB ad BA, ita HE ad ED.
A ergo vt rectangulum ex BG & AC ad rectangulum BAC, ita rectangulum ex EH & DF ad rectangulum EDF. & permutando vt rectangulum ex BG & AC ad rectangulum ex EH & DF, ita rectangulum BAC ad rectangulum EDF. eſt autem rectangulum BAC rectangulo EDF æquale. ergo & rectangulum ex BG, & AC eſt æquale rectangulo ex EH & DF. Sed rectanguli ex BG & AC dimidium eſt ABC triangulum. & rectanguli ex EH, & DF dimidium eſt triangulum DEF. triangulum igitur ABC triangulo DEF æquale erit. perſpicuum autem eſt, & parallelogramma ipſorum dupla inter ſe æqualia eſſe.

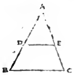
COMMENTARIVS.

A Ergo vt rectangulum ex BG & AC ad rectangulum BAC. ita rectangulum ex EH & DF ad rectangulum EDF] *Ex prima ſexti eſt enim rectangulum ex* BG *&* AC *ad rectangulum* BAC, *vt* GB *ad* BA, *quod eandem altitudinem habeant. videlicet rectam lineam* AC. *& ſimiliter rectangulum ex* EH *&* DF *ad rectangulum* EDF *vt* HE *ad* ED. *quare ex vndecima quinti ſequitur propoſitum.*

LEM. III.

THEOREMA CLXXVII. PROPOSITIO CXCI.

Sit triangulum ABC, & ſit DE ipſi BC parallela. Dico vt quadratum ex AB ad quadratum ex AD, ita eſſe triangulum ABC ad triangulum ADE.



Quoniam enim triangulum ABC ſimile eſt triangulo ADE, habebit ABC triangulum ad triangulum ADE duplam proportionem eius, quam BA habet
19. ſexti. ad AD. ſed & quadratum ex AB ad quadratum ex
20. ſexti. AD duplam proportionem habet eius, quam habet
11. quinti BA ad AD. ergo vt quadratum ex AB ad quadratum ex AD, ita erit ABC triangulum ad triangulum ADE.

LEM. IV.

THEOREMA CLXXVIII. PROPOSITIO CXCII.

Sint rectæ lineæ AB, CD inter ſe æquales, & ſumatur quoduis punctum E. Dico rectangulum CEB ſuperare rectangulum CAB rectangulo DEA.

Secetur

Secetur enim BE bifariam in F. ergo punctum F ipſam quoque AD bifariam ſecat, & quoniam rectangulum CEB vna cum quadrato ex BF æquale eſt quadrato ex FE; rectangulum autem DEA vna cum quadrato



ex AF æquale eſt quadrato ex FE; atq; eſt quadratum ex AF æquale rectangulo CAB vna cum quadrato ex BF: commune auferatur quadratum ex BF. reliquam igitur rectangulum CEB æquale eſt rectangulo CAB vna cum rectangulo DEA quare CEB rectangulum ſuperat rectangulum CAB ipſo DEA rectangulo, quod demonſtrare oportebat. A

COMMENTARIVS.

Commune auferatur quadratum ex BF] *Sequitur enim ex iam dictis rectangulum* CEB *Vna cum quadrato ex* BF *æquale eſſe rectangulis* DEA, CAB *vna cum eo, quod ex* BF *quadrato.* A

THEOREMA CLXXIX. PROPOSITIO CXCIII. LEM. V.

Si vero punctum E ſit inter A & B rectangulum CEB minus eſt, quam rectangulum CAB eodem ipſo ſpatio, videlicet rectangulo DEA, quod ſimili ratione demonſtrabitur. A

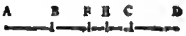


COMMENTARIVS.

Quod ſimili ratione demonſtrabitur] *Eſt enim rectangulum* CAB *Vna cum quadrato ex* BF *æquale quadrato ex* FA, *& rectangulum* DEA *Vna cum quadrato ex* EF *æquale eſt quadrato ex* FA: *quadratum vero ex* BF *eſt æquale rectangulo* CEB *Vna cum quadrato ex* EF. *ergo rectangulum* CAB *vna cum quadrato ex* BF *æquale eſt rectangulis* DEA, CEB *Vna cum quadrato ex* EF *& dempto communi quadrato ex* EF, *relinquitur rectangulum* CAB *æquale rectangulis* DEA, CEB. *rectangulum igitur* CEB *minus eſt, quam rectangulum* CAB, *rectangulo* DEA. A

THEOREMA CLXXX. PROPOSITIO CXCIV. LEM. VI.

Quod ſi E punctum ſit inter B & C, eadem ratione rectangulum CEB minus eſt, quam rectangulum AED rectangulo ABD.



COMMENTARIVS.

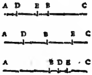
Nam cum rectangulum AED *Vna cum quadrato ex* EF *æquale ſit quadrato ex* FA *rectangulum vero* ABD *vna cum quadrato ex* BF *eidem quadrato ex* FA *ſit æquale, & quadratum ex* BF *æquale rectangulo* CEB *vna cum quadrato ex* EF; *dempto communi quadrato ex* BF, *ſequitur rectangulum* AED *æquale eſſe rectangulo* ABD *vna cum* CEB *rectangulo ergo* CEB *rectangulum minus eſt quam rectangulum* AED *rectangulo* ABD, *id quod demonſtrandum proponebatur.*

THEOREMA CLXXXI. PROPOSITIO CXCV.

LEM. VII.

Sit recta linea AB æqualis ipſi BC & duo puncta DE ſumantur. Dico quadratum ex AB quater ſumptum æquale eſſe rectangulo ADC bis, vna cum rectangulo AEC bis, & quadratis ex DB, BE bis ſumptis.

Hoc autem perſpicuum eſt. quadratum enim ex AB bis ſumptum propter bipartitas ſectiones æquale eſt rectangulo ADC bis, & quadrato ex DB bis: itemque quadratum ex AB bis eſt æquale rectangulo AEC bis, & bis ei, quod fit ex EB quadrato.



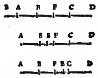
THEOREMA CLXXXII. PROPOSITIO CXCVI.

LEM. VIII.

Sit recta linea AB æqualis ipſi CD: & ſumatur punctum E. Dico quadrata ex AE, ED æqualia eſſe quadratis ex BE, EC, & rectangulo ACD bis ſumpto.

Secetur BC bifariam in F. & quoniam quadratum ex DF bis ſumptum æquale eſt rectangulo ACD bis, & bis quadrato ex CF; appoſito communi quadrato ex EF bis erit rectangulum ACD bis vna cum quadratis ex CF, FA bis, æquale quadratis ex D , FE bis ſumptis. ſed quadratis ex DF, FE bis ſumptis æqualia ſunt quadrata ex AE, ED: quadratis autem ex CF, FE bis ſumpti æqualia ſunt ex EB, EC quadrata. quadrata igitur ex AE, ED æqualia ſunt quadratis ex EB, EC & rectangulo ACD bis ſumpto.

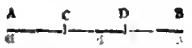
9. & 10. ſecundi.



THEOREMA CLXXXIII. PROPOSITIO CXCIII.

LEM. IX.

Sit rectangulum BAC vna cum quadrato ex CD æquale quadrato ex AD. Dico CD ipſi DB æqualem eſſe.



Commune enim auferatur quadratum ex CD. erit reliquum quod continetur AC, DB æquale rectangulo DCA. æqualis igitur eſt DC ipſi DB.

OMMENTARIVS

Hoc lemma eſt velut i conuerſum ſextæ propoſitionis ſecundi libri elementorum, in cuius demonſtratione cum nonnulla deſiderari videantur, nos planius, & apertius explicare tentabimus, hoc modo.

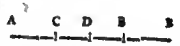
Commune

Commune auferatur quadratum ex CD. *erit reliquum rectangulum* BAC *æquale rectangulo* DAC *vna cum rectangulo* DCA. *eſt enim ex ſecunda propoſitione ſecundi elementorum quadratum ex* AD *æquale rectangulo* DAC *vna cum rectangulo* ADC, *hoc eſt vna cum rectangulo* DCA, *&* *quadrato ex* CD *per tertiam eiuſdem ſed per primam rectangulum* BAC *æquale eſt rectangulo* DAC *vna cum eo, quod* BD, *&* AC *continetur. quare rurſus ablato communi rectangulo* DAC *relinquitur rectangulum contentum* BD, *&* AC *æquale rectangulo* DCA *æqualis igitur eſt recta linea* CD *ipſi* DB.

THEOREMA CLXXXIV. PROPOSITIO CXCVIII.

LEM. X.

Sit rectangulum ACB vna cum quadrato ex CD æquale quadrato ex DB. Dico rectam lineam AD æqualem eſſe ipſi DB.



Ponatur ipſi CD æqualis DE. ergo rectangulum CBE vna cum quadrato ex DB, hoc quadrato ex CD æquale eſt quadrato ex DE, hoc eſt rectangulo ACB vna cum quadrato ex CD. quare rectangulum CBE eſt æquale rectangulo ACB, & propterea recta linea AC æqualis ipſi EB. Sed & CD æqualis ipſi DE. tota igitur AD toti DB eſt æqualis. A

COMMENTARIVS.

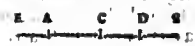
Hoc lemma conuerſum eſt quintæ propoſitionis ſecundi elementorum.

Quare rectangulum CBE eſt æquale rectangulo ACB] *Nempe ablato communi, videlicet quadrato ex* CD. A

THEOREMA CLXXXV. PROPOSITIO CXCIX

LEM. XI.

Sit rurſus rectangulum BAC vna cum quadrato ex DB æquale quadrato ex AD. Dico rectam lineam CD ipſi DB eſſe æqualem.



Ponatur enim ipſi DB æqualis AE. & quoniam rectangulum BAC vna cum quadrato ex DB, hoc eſt cum quadrato ex EA æquale eſt quadrato ex AD, commune auferatur rectangulum DAC. ergo reliquum, quod BD, & AC A
continetur, videlicet rectangulum BAC vna cum quadrato ex EA, quod eſt rectangulum CEA æquale eſt ipſi ADC rectangulo. quare recta linea EA, hoc eſt BD ipſi DC eſt æqualis. B C

COMMENTARIVS

Commune auferatur rectangulum DAC] *Eſt enim rectangulum* BAC *æquale rectangulo* DAC *vna cum eo, quod* BD *&* AC *continetur. quadratum vero ex* AD *æquale eſt rectangulo* DAC *vna cum* ADC *rectangulo.* A

Quod eſt rectangulum CEA] *Ex tertia ſecundi elementorum.* B

Quare recta linea EA, hoc eſt BD ipſi DC eſt æqualis] *Quoniam enim rectangulum* CEA *æquale eſt rectangulo* ADE, *erit vt* EC *ad* CD *ita* DA *ad* EB, *&* *componendo vt* ED *ad* DC, *ita* DB *ad* EA. *ergo* EA *ipſi* DC *eſt æqualis.* C

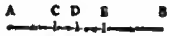
Digitized by Google

LEM. XII.

THEOREMA CLXXXVI. PROPOSITIO CC.

Sit recta linea AB, in qua ſumantur tria puncta CDE, ita vt BE ſit æqualis EC, & rectangulum AED, quadrato ex CE æquale. Dico vt BA ad AC, ita eſſe BD ad DC.

Quoniam enim rectangulum AED æquale eſt quadrato ex CE, erit vt AB ad BC, ita CE ad
A
ED. quare per conuerſionem rationis, antecedentibuſque bis ſumptis, & diuidendo vt BA ad AC, ita erit BD ad DC.
B



COMMENTARIVS.

Hoc lemma, & quod ſequitur in Græcis codicibus corruptiſſima ſunt, quæ nos reſtituimus.

A Erit vt AE ad EC, ita CE ad ED] *Hæc nos addidimus perſpicuitatis cauſſa in Græco enim codice tantum legitur ἀνάλογον.*

B Quare per conuerſionem rationis, antecedentibuſque bis ſumptis, & diuidendo vt EA ad AC ita erit ED ad DC] *Quoniam enim vt* AE *ad* EC, *ita* CE *ad* ED, *erit per conuerſionem rationis vt* EA *ad* EC, *ita* EC *ad* CD *& antecedentium dupla vt* BA, AC *ad* CA *ita* BC *ad* CD. *eſt enim* BC *ipſius* CE *dupla. ergo diuidendo vt* BA *ad* AC, *ita eſt* BD *ad* DC.

LEM. XIII.

THEOREMA CLXXXVII. PROPOSITIO CCI.

Sit rurſus rectangulum BCD æquale quadrato ex CE, & AC ipſi CE æqualis. Dico rectangulum ABE rectangulo CBD æquale eſſe.

Quoniam enim rectangulum BCD quadrato ex CE eſt æquale, vt BE ad CE hoc eſt ad CA, ita
A erit CE, hoc eſt AC ad CD. & tota ad totam, & per conuerſionem rationis, & ſpacium ſpacio æquale. ergo rectangulum ABE æquale eſt CBD
B rectangulo. ſed illud etiam conſtat, rectangulum ſcilicet ADE ipſi EDC æquale eſſe. Si enim a quadrato CE, & a rectangulo ECD auferatur commune quadratum ex ED, quæ relinquentur æqualia erunt.



COMMENTARIVS.

A Et tota ad totam, & per conuerſionem rationis, & ſpacium ſpacio æquale] *Quoniam enim eſt vt* BC *ad* CA *ita* AC *ad* CD, *erit componendo vt tota* BA AC, *hoc eſt ad totam* BC,
19.ſecũdi *ita pars* AD *ad partem* DC, *ergo reliqua* BD *ad reliquam* DE, *vt* BA *ad* AC: *& per conuer-*
16.ſexti. *ſionem rationis* DB *ad* BE, *vt* AB *ad* BC. *rectangulum igitur* AEB *rectangulo* CBA *eſt æquale.*

Sed hoc etiam aliter demonſtrare poſſumus. Nam cum recta linea AE *bifariam ſece-*
6.ſecũdi *tur in* C, *atque ipſi addatur* EB *erit rectangulum* ABE *vna cum quadrato ex* EC *æquale quadrato ex* CB. *ſed eidem quadrato ex* CB *æqualia ſunt vtraque rectangula* CBD, BCD. *rectangulum igitur* ABE *vna cum quadrato ex* EC *æquale eſt rectangulo* CBD *vna cum rectangulo*
3.ſecũdi. BCD. *quare ab illo quadrato ex* EC *ab altera parte, & ab altera rectangulo* BCD *quæ inter ſe æqualia ſunt, ſequitur rectangulum* ABE *rectangulo* CBD *æquale eſſe.*

B Sed illud etiam conſtat, rectangulum ſcilicet ADE ipſi EDC æquale eſſe] *Nam cum* AC *ſit æqualis* CE, *rectangulum* ADE *vna cum quadrato ex* CD *æquale eſt quadrato ex* CE.

ſed re-

ſed rectangulum BDC *Una cum quadrato ex* CD *eſt æquale rectangulo* BCD, *hoc eſt quadrato ex* CB. *quare ſublato communi quadrato ex* CD, *relinquitur rectangulum* ADE *rectangulo* BDC *æquale.* 5 ſecũdi. 3 16. ſexti.

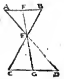
ALITER quoque idem demonſtrari poteſt, hoc pacto.

Quoniam vt tota BA ad BC, ita eſt pars AD ad DC, erit, & reliqua BD ad DE, vt AD ad DC; & propterea rectangulum ADE æquale eſt rectangulo BDC.

THEOREMA CLXXXVIII. PROPOSITIO CCII. LEM. XIV.

In duas parallelas AB, CD per idem punctum E tres rectæ lineæ AED, BEC, FEG ducantur. Dico vt rectangulum AEB ad rectangulum AFB, ita eſſe rectangulum CED ad CGD rectangulum.

Hoc per compoſitam proportionem manifeſtum eſt. vt enim AE ad ED, ita eſt AF ad DG: & vt BE ad EC, ita FB ad GC; & componuntur ex his proportionibus ſpatia. Conſtat igitur propoſitum. A



Sed licet etiam aliter demonſtrare abſque compoſita proportione, hoc pacto.

Quoniam enim vt AB ad EB, ita eſt DE ad EC, erit rectangulum AEB ad quadratum ex EB, vt rectangulum DEC ad quadratum ex EC, vt autem quadratum ex BE ad quadratum ex BF, ita quadratum ex EC ad quadratum ex CG. quare ex æquali vt rectangulum AEB ad quadratum ex BF, ita rectangulum DEC ad quadratum ex CG. Sed vt quadratum ex BF ad rectangulum BFA, ita quadratum ex CG ad rectangulum CGD. ex æquali igitur vt rectangulum AEB ad rectangulum AFB, ita rectangulum CED ad rectangulum CGD.

COMMENTARIVS.

Hoc per compoſitam proportionem manifeſtum eſt]. *Cum enim rectæ lineæ* AF, CD *inter ſe parallelæ ſint, erit* AEF *triangulum ſimile triangulo* DEG, *& triangulo* FEB *ſimile ipſi* GEC. *quare vt* EA *ad* AF, *ita* ED *ad* DG: *& vt* EB *ad* BF, *ita* EC *ad* CG. *proportio autem rectanguli* AEB *ad rectangulum* AFB *componitur ex proportione* EA *ad* AF, *& proportione* EB *ad* BF: *& proportio rectanguli* CED *ad rectangulum* CGD *componitur ex proportione* ED *ad* DG, *& proportione* EC *ad* CG. *quare cum proportiones, ex quibus componuntur, eadem ſint, ſequitur rectangulum* AEB *ad* AFB *rectangulum, ita eſſe, vt rectangulum* CED *ad rectangulum* CGD. A

IN QVINTVM LIBRVM CONICORVM LEMMATA.

THEOREMA CLXXXIX. PROPOSITIO CCIII. LEM. I.

Sit triangulum ABC, & ducatur perpendicularis AD. Dico ſi rectangulum BDC æquale ſit quadrato ex AD, angulum ad A rectum eſſe, ſi maius obtuſum, ſi vero minus acutum.

Sit pri-

tem eſt, quod fit ex A C quadratum. ergo & datum rectangulum E D G, & data eſt E D. G H
quare & ipſa D G, & punctum G datur. Quoniam igitur poſitione datis duabus rectis
lineis in plano, E D, D G quæ ad rectos angulos interſe conſtituuntur; & a dato pun- K
cto D facta eſt ſectio hyperbole, cuius diameter quidem eſt E, vertex autem D pun-
ctum & a ſectione ad diametrum ductæ in dato angulo applicantur, & poſſunt L
ſpatia adiacentia ipſi D G, latitudinemque habentia, lineas ex diametro abſciſſas, quæ M
inter ipſas, & punctum D interijciuntur, & excedentia figura ſimili ei, quæ rectis li- N
neis E D G continetur; erit ipſa ſectio poſitione data.

Componetur autem problema in hunc modum.

Sint duæ rectæ lineæ A B, B C poſitione datæ, & datum punctum D, iunctaque D B producatur ad E, vt ſit E B ipſi D B æqualis, & ducatur perpendicularis D I, ponaturque ipſi E F æqualis F E; & iuncta C O ad A D producatur. atque ipſi E D aptetur ad rectos angulos D G, ita vt quadrato ex A C æquale ſit rectangulum E D G: & circa diametrum D E hyperbole deſcribatur. ut in reſolutione ductum eſt. Dico eam problema efficere. Quoniam enim E F eſt æqualis F C, erit & A D ipſi D C æqualis; ergo vtraque ipſarum A D, D C poteſtate quarta pars eſt quadrati ex A C. hoc eſt rectanguli E D G, hoc eſt guræ quæ ad diametrum E D conſtituitur demonſtratum etenim eſt in ſecundo libro conicorum, rectas lineas A B, B C ipſius hyperbolæ aſymptotos eſſe. O P Q

COMMENTARIVS.

Datum igitur eſt punctum E] *Ex 25. libri datorum. ſunt enim A B, A C poſitione datæ. Græcus codex* [illegible] *adde* [illegible]. A

Quare & punctum E dabitur] *Ex 27. eiuſdem libri.* B

Ducatur a puncto D ad rectam lineam B C perpendicularis D F] *videtur hic locus corruptus eſſe non enim ducenda eſt* D F *ad ipſam* B C *perpendicularis, niſi quando* A B, B C *rectum angulum continent, quippe enim neceſſe ſit rectam lineam* D F *ipſi* A B *parallelam eſſe. ſed fortaſſe dicemus hoc problema theoremati ſequenti tantum inſeruire, in quo aſymptoti* E K, N G *ad rectos interſe angulos ſtatuuntur. nam in quarto libro idem problema a Pappo aliter conſcribitur.* C

Ergo & punctum F eſt datum] *Ex 25. libri datorum. nam & recta linea* D F *poſitione datur ex 30. eiuſdem.* D

Quare recta linea A C magnitudine dabitur. *ex 2. eiuſdem.* E

Vtraque igitur ipſarum A F, D C poteſtate quarta pars erit rectanguli E D G] *Deſideratur in Græco codice* τέταρτον *vel* δ. F

Quare & ipſa D G, & punctum G datur] *Eſt enim ex 14. vel 77. ſexti elementorum, vt* B D *ad* A C, *ita* A C *ad* D G, *&* *data eſt* A C. *ergo & ipſa* D G. *eſtque datum punctum* D: *quare & ipſum* G *dabitur ex 27. datorum Græcus codex* [illegible] *ego legendum puto* [illegible]. G

Quoniam igitur poſitione datis duabus rectis lineis in plano E D, D G] *Græcus codex* [illegible] *ego legendum opinor* [illegible]. H

Et a dato puncto D facta eſt ſectio hyperbole] *Græcus codex mendoſus eſt, in quo legitur.* [illegible] *&c. forte legendum* [illegible]. K

Et poſſunt ſpatia adiacentia ipſi D G] *In Græco codice mendoſe legitur* [illegible]. L

Latitudineſque habentia lineas ex diametro abſciſſas, &c.] *Græcus codex* [illegible] *legendum* [illegible]. M

Et excedentia figura ſimiles, quæ lineis E D G continetur] *Græcus codex* [illegible] *lege* [illegible]. N

Et ducatur perpendicularis D F] *vide quæ ſupra ſcripſimus in C.* O

Et circa diametrum D E hyperbole deſcribatur] *Ex 53. primi conicorum.* P

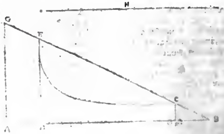
Hoc eſt figuræ, quæ ad diametrum E D conſtituitur] *Græcus codex* [illegible] *ego legerem* [illegible]. Q

THEO-

LEMMA III.

THEOREMA CXC. PROPOSITIO CCV.

A Sit recta linea AB poſitione data, & datum punctum C; ducaturque BC, & ponatur BD data, cui ad rectos angulos erigatur DE. Dico punctum E poſitione tangere coni ſectionem hyperbolen, quæ per punctum C tranſit.



B C Ducatur perpendicularis CF: atque ipſi BD æqualis ponatur FA. ergo punctum A D eſt datum. erigatur ipſi BA ad rectos angulos AG, quæ poſitione data erit. & rectæ lineæ BC productæ occurrat in G. Itaque duabus rectis lineis BA, AG poſitione datis, E F & dato puncto C, hyperbole circa aſymptotos GA, AB deſcribatur. tranſibit igitur & G per punctum E, propterea, quod BC eſt æqualis EG: eſt enim tota BD toti FA, hoc eſt tota BE toti CG æqualis.

Componetur autem hoc modo.

Sit recta linea AB data poſitione, datumque punctum C: & ducatur BC: recta vero linea, in qua H ſit data, cui æqualis ponatur FA; ducta ſcilicet CF perpendiculari: erigaturque AC ad rectos angulos, quæ ipſi BC in puncto G occurrat. & circa aſymptotos GA, AB per punctum C intra datum hyperbole deſcribatur. Dico eam problema efficere hoc eſt ſi peependicularis ducatur ED, rectam lineam BD ipſi H æqualem eſſe. Illud vero perſpicuum eſt propter aſymptotos, cum EG ſit æqualis CB ergo & AD ipſi FB, & tota AF, hoc eſt H ipſi BD æqualis erit.

COMMENTARIVS.

A Sit recta linea AB poſitione data, & datum punctum C] *Græcus codex θέσει εὐθεῖα ἡ κβ δοθεῖσα τὸ γ. ſed puto legendum θέσει εὐθεῖα ἡ αβ δοθεῖσα τὸ δὲ δοθὲν τὸ γ.*

B Atque ipſi BD æqualis ponatur FA] *Hæc nos addidimus quæ in Græco codice deſiderari videbantur. quare legendum erit ἤχθω ἡ κάθετος ἡ γζ. ἢ τῇ βδ ἴση ἔστω ἡ ζα.*

C Ergo punctum A eſt datum] *Ex 27. datorum Græcus autem codex habet δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ δ.*

D Quæ poſitione data erit] *Ex 30. datorum.*

E Hyperbole circa aſymptotos GA, AB deſcribatur] *Ex antecedente in Græco autem codice deeſt verbum γεγράφθω.*

F Tranſibit igitur & per punctum E propterea quod BC ſit æqualis EG] *Ex 8. ſecundi libri conicorum.*

G Eſt enim tota BD toti FA, hoc eſt tota BE toti CG æqualis] *Quoniam enim datæ rectæ lineæ BD æqualis ponitur FA, & inter ſe parallelæ ſint CF, DE, AG, erit ex 2. ſexti elementorum*

mentorum, vt DF *ad* FE, *ita* EC *ad* CB, *& componendo vt* DB *ad* BF, *ita* EB *ad* BC, *vt autem* BF *ad* FA, *ita* BC *ad* CG. *quare ex æquali vt* BD *ad* FA, *ita* BB *ad* CG. *atque eſt* D
æqualis FA *ergo &* BE *æqualis* CG, *& dempta vtrinque communi* CE, *erit reliqua* EC *reliquæ* BG *æqualis. In Græco codice nonnulla deeſſe videntur, qui ſic habet ἴσαι καὶ ὅλαι, καὶ ἴσαι διὰ τὸ προγεγραμμένον.*

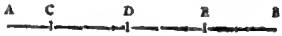
Et ducatur BC] *In Græco codice mendoſe, vt opinor, legitur ἡ δὲ διάμετρος ἡ βγ non* H
enim BC *eſt hyperbole diameter. Sed fortaſſe legendum erit καὶ διήχθω ἡ βγ.*

Et circa aſymptotos GA, AB per punctum C intra datum hyperbole deſcribatur. K
Ex antecedente. ſecet autem data hyperbole rectam lineam BG *in* E *puncto.*

THEOREMA CXCI. PROPOSITIO CCVI.

LEM. IV.

Sit vt BA ad AC, ita quadratum ex BD ad quadratum ex DC. Dico ipſarum BA, AC mediam proportionalem eſſe AD.



Ponatur ipſi CD æqualis DE. ergo diuidendo vt EC ad CA, hoc eſt vt rectangulum CBE ad rectangulum, quod AC, BE continetur, ita rectangulum CEB ad quadratum ex ED. rectangulum igitur contentum AC, BE quadrato ex ED, hoc eſt rectangulo CDE eſt æquale. ergo ob proportionem, & componendo, vt ED ad DE, hoc eſt ad DC, ita DA ad AC quare & tota ad totam videlicet vt BA ad AD, ita DA ad AC. ipſarum igitur BA, AC media proportionalis eſt AD. 1. ſexti. A 9. quinti. B C

COMMENTARIVS.

Ita rectangulum CBE ad quadratum ex ED] *Quadratum enim ex* BD *ſuperat quadratum ex* DC, *hoc eſt ex* DE, *rectangulo* CBE *ex 6. ſecundi elementorum, cum recta linea* CA *bifariam ſecetur in* D, *atque ei adiungantur* EB. A

Ergo ob proportionem & componendo, vt ED ad DE, hoc eſt ad DC, ita DA ad AC] *Quoniam enim rectangulum contentum* AC, EB *rectangulo* CDE *eſt æquale, vt* BB *ad* ED, *ita* DC *ad* CA, *& componendo vt* BD *ad* DB, *hoc eſt ad* DC, *ita* DA *ad* AC. B

Quare & tota ad totum, videlicet, vt BA ad AD, ita DA ad AC] *Sequitur namque ex duodecima quinti elementorum, vt* BD, DA *ad* DC, CA, *hoc eſt vt* BA *ad* AD, *ita* DA *ad* AC. C

THEOREMA CXCII. PROPOSITIO CCVII.

LEM. V.

Sit rectangulum ABC æquale duplo quadrati ex AC. Dico rectam lineam AC ipſi CB æqualem eſſe.



Ponatur ipſi AC æqualis AD. erit rectangulum CDA æquale rectangulo ABC, & ſunt ad eandem rectam lineam. ergo DA hoc eſt AC ipſi CB eſt æqualis. A B

COMMENTARIVS.

Erit CD, BA rectangulum æquale rectangulo ABC] *Eſt enim rectangulum* CDA *ad quadratum ex* AC, *vt* DC *ad* CA *videlicet duplum, ac propterea rectangulum* ADC *duplo quadrati ex* AC, *hoc eſt rectangulo* ABC *eſt æquale.* A 1. ſexti.

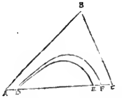
B Et ſunt ad eandem rectam lineam] *Namque ex 14. ſexti lementorum vt* DC *ad* CB, *ita eſt* BA *ad* AD: *& componendo vt* DB *ad* BC, *ita* BD *ad* DA, *quare ſequitur* DA, *hoc eſt* AC *ipſi* CB *æqualem eſſe.*

THEOREMA CXCIII. PROPOSITIO CCVIII.

LEM. VI.

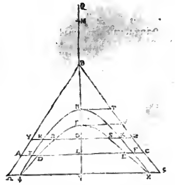
Circa eaſdem aſymprotos AB, BC, hiperbole DE, DF deſcribantur Dico eas inrerſe non conuenire.

A Si enim fieri poteſt, conueniant ad punctum D, & per D in ſectiones ducatur recta linea ADEFC. erit propter ſectionem quidem DF recta linea AD æqualis FC, propter ſectionem vero DE, erit AD æqualis EC. quare FC ipſi CB eſt æqualis. quod fieri non poteſt. non igitur ſectiones inter ſe conueniunt.



Dico preterea eas, etiam ſi infinite augeantur ad ſeſe propius accedere, & ad minus interuallum peruenire.

B Ducatur enim alia recta linea HK, & ſit diameter, cuius termi-
C nus punctum M. erit igitur vt rectangulum MLN ad quadratum ex LZ, ita tranſuerſum figuræ latus ad rectum, vt autem MOP ad rectangulum ad quadratum ex OR, ita tranſuerſum latus ad rectum. ergo vt rectangulum MLN ad quadratum ex LZ, ita rectangulum MOP ad quadratum ex OR: & permutando. rectangulum vero MLN maius eſt rectangulo MOP. quare ZF maior eſt, quam RS. atque eſt propoter ſectiones rectangulum FDZ æquale rectãgulo KRH. minor igitur eſt XD, quam HR, quare ſemper ad minus interuallum perueniũt. Sed & illud facile conſtare poteſt. Si enim vtraque ipſarum ad aſymptotos propius accedit, & ad ſeſe propius accedant, neceſſe eſt.



COMMENTARIVS.

A Et per D in ſectiones ducatur recta linea ADEFC] *Græcus codex* ϰ ἀπὸ τοῦ δ ἐκβλ-θῶσιν εἰς τομὰς εὐθεῖαι αἱ α δ ζ ε γ. *ſed legendum puto*, ϰ ἀπ' τοῦ δ διήχθω εἰς τομὰς ἐν τινα ἡ α δ ε ζ γ *Non enim plures lineæ ſunt, ſed vna tantum in pluribus punctis ſecta.*

B Ducatur enim alia recta linea HK] *Sint duæ hyperbolæ* ZHNKF, DF, PSB *circa eaſdem aſymptotos* AB, BC *deſcriptæ, vt docetur in quarta propoſitione ſecundi lib. conic. vel in 3. quarti libri huius, vel in 204. huius, & intelligantur rectæ lineæ* AZDLEFC, HROSK *et earum*

earum diametrum BL *ordinatim applicatæ, quæ inter ſe parallelæ erunt. vtraque enim parallela eſt rectæ lineæ in puncto* P, *vel* N *ſectionem contingenti ex 5. ſecundi libri conicorum.*

Et ſit diameter, cuius terminus punctum M] *Non poteſt idem terminus eſſe diametri vtriuſque ſectionis. producatur enim* LPNH *diameter in puncta* M Q *ita vt* MH *ſit æqualis* BN *&* GB *æqualis* BP. *erit punctum* M *terminus diametri ſectionis* ΞNF: *&* Q *terminus diametri ſectionis* DPE, *quod* B *ſit vtriuſque centrum. quare mirum videtur Pappum vno eodemque puncto* M *vti pro termino vtriuſque diametri niſi forte intelligamus duo puncta, quæ termini ſunt, eadem littera notati, quod nouum eſt, & inuſitatum.* C

Erit igitur vt rectangulum MLN ad quadratum ex LX, ita tranſuerſum figuræ latus ad latus rectum] *Ex 21. primi libri conicorum.* D

Vt autem MOP rectangulum ad quadratum ex OR, ita tranſuerſum figuræ latus ad rectum] *Hoc eſt vt rectangulum* QOP *ad quadratum ex* OR, *ita figuræ, quæ fit ad* PQ *diametrum ſectionis* DPE *tranſuerſum latus ad rectum alia enim ſunt huius figuræ latera, atque ea de quibus proxime dictum eſt, quamquam eadem interſe proportionem habeant. nam vt figuræ, quæ fit ad* NM *diametrum ſectionis* ΞNF *tranſuerſum latus ad rectum, ita eſt figura, quæ fit ad diametrum* PQ *ſectionis* DPE *tranſuerſum latus ad rectum, quod facile demonſtrabitur hoc modo. Ducatur recta linea* NT *ſectionem* ΞNF *contingens in* N, *& ducatur* PV, *quæ ſectionem* DPE *contingat in* P *erunt* NT, PV *parallelæ interſeſe, vtraque enim parallela eſt recta lineæ* AC, *vel* HK *ex quinta ſecundi conicorum, & fient triangula* BNT, BPV *ſimilia. ergo vt* BN *ad* NT, *ita* BP *ad* PV *& vt quadratum ex* BN *ad quadratum ex* NT, *ita quadratum ex* BP *ad quadratum ex* PV. *ſed vt quadratum ex* BN *ad quadratum ex* NT, *ita figuræ quæ fit ad diametrum* NM *tranſuerſum latus ad rectum; ex ijs, quæ tradita ſunt in prima ſecundi conicorum, & eadem ratione vt quadratum ex* BP *ad quadratum ex* PV, *ita figuræ, quæ fit ad diametrum* PQ *tranſuerſum latus ad rectum, ergo vt figuræ ad diametrum* NM *tranſuerſum latus ad rectum, ita figuræ ad* PQ *diametrum tranſuerſum latus ad rectum. ex quibus conſtat hyperbolas* ΞNF, DPE *interſe ſimiles eſſe, itemque alias, quæcunque circa eaſdem aſymptotos hoc pacto deſcribuntur.* E 5. ſecundi conicorum. 4. ſexti. 22.

Ergo vt rectangulum MLN ad quadratum ex LΞ, ita rectangulum MOP ad quadratum ex OR] *Sequitur enim ex iam dictis vt rectangulum* MLN *ad quadratum ex* LΞ, *ita rectangulum* QOP *ad quadratum ex* OR. F

Quare & permutando MLN *rectangulum ad rectangulum* QOP, *ita quadratum ex* LX *ad quadratum ex* OR.

Rectangulum vero MLN maius eſt rectangulo MOP] *Hoc eſt rectangulum* MLN *maius rectangulo* QOP, *nam rectangulum* MLN *maius eſt rectangulo* QLP. *quare rectangulo* QOP *multo maius erit, quod punctum* O *ſupra* L *ſumatur. Illud autem ita demonſtrabimus. Rectangulum enim* MLN *æquale eſt rectangulo* MNL *vna cum quadrato ex* NL *per 3. ſecundi elementorum, quorum quadratum ex* NL *eſt æquale duobus quadratis ex* NP, PL *vna cum eo quod bis* NPL *continetur. ſimiliter rectangulum* QLP *eſt æquale rectangulo* QPL *vna cum quadrato ex* PL, *quorum rectangulum* QPL *rurſus æquale eſt tribus rectangulis, rectangulo ſcilicet contento* MN, PL, *& contento* QM, PL, *& rectangulo* NPL, *quæ duo poſtrema rectangula æqualia ſunt ei, quod bis* NPL *continetur eſt enim* QM *ipſi* NP *æqualis. Itaque ſublatis vtrinque communibus nempe quadrato ex* PL, *& rectangulo, quod bis continetur* NPL, *relinquitur ex altera quidem parte rectangulum* MNL *vna cum eo, quod ex* NP *quadrato, ex altera vero rectangulum contentum* MN, PL *ſed rectangulum* MNL *eſt æquale duobus rectangulis. videlicet rectangulo* MNP, *& ei quod* MN, *&* PL *continetur. rectangulum igitur* MLN *maius eſt, quam* QLP, *quadrato ex* NP. *&* MNP *rectangulo vt autem rectangulum* MNL *ad quadratum ex* LΞ, *ita rectangulum* QLP *ad quadratum ex* LD, *& permutando ex quibus ſequitur quadratum ex* ΞL *maius eſſe quadrato ex* LD. *ergo recta linea* ΞL *maior eſt, quam* LD, *& tota* ΞP, *quam* DE *maior, & multo maior, quam* RS. *Hæc eo ſpectare videtur, vt oſtendat ſectione* DPE *intra ipſam* ΞNP *contineri. quod tamen abſque his, ex alijs, quæ in principio dicta ſunt, ſatis conſtat ſi enim punctum* P, *per quod ſectio* DPE *tranſit, infra* N *ſumitur, & ſectiones inter ſeſe conuenire non poſſunt, ſuperuacaneum quodammodo fuit in his tantopere immorari. ſed vereor ne locus corruptus ſit, vt Pappus aliud quidpiam potius, quam hoc oſtendere voluerit. non enim ex dictis apparet rectam lineam* RK *minorem eſſe, quam* DI, *quod ad propoſitum concludendum præmonſtraſſe oportebat.* G 4. ſecūdi. 1. ſecūdi.

Atque eſt propter ſectiones rectangulum FPΞ æquale rectangulo KRH] *Hæc nos ita reſtituimus, nam Græcus codex habet,* καὶ ἔστι διὰ τομὰς ἴσον τὸ ὑπὸ ζδξ τῷ ὑπὸ σρθ, *& mendoſe vt videtur, rectangulum enim* FDΞ *eſt æquale rectangulo* KRH *vt demonſtrabimus & ob id maius rectangulo* SRH *producatur* KH *ex vtraque parte adeo vt ſecet aſymptoton* H

A B in Y & B C in Z. Quoniam igitur vt Y B ad B A, ita Y Z ad A C, atque eſt Y B minor, quam B A, erit & Y Z quam A C minor. Sed ex iis, quæ in 4. ſecundi conicorum demonſtrata ſunt A D minor eſt, quam Y R. & F E minor, quam K Z. aſymptoſi enim & ſectio producta ad 14. quinti. *ſeipſas proprius accedunt. quare ſi ex Y Z demantur Y R, K Z, & ex A C demantur A D, F C, relinquitur R K multo minor, quam D F. Itaque propter ſectionem D P E rectangulum Y R Z æquale eſt rectangulo A D C; vtraque enim ſunt æqualia quadrato ex P V per 10. ſecundi libri conicorum. & propter ſectionem Ξ N F rectangulum Y H Z eſt æquale rectangulo A Ξ C, quod vtraque ſint æqualia quadrato ex N T. rectangulum verò Y H Z vna cum rectangulo H R K eſt æquale rectangulo Y R Z. & rectangulum A Ξ C vna cum rectangulo Ξ D F æquale rectangulo A D C quod Pappus demonſtrauit in huius ergo ſi à rectangulo Y R Z auferatur rectangulum Y H Z relinquetur rectangulum H R K. & ſi à rectangulo A D C auferatur rectangulum A Ξ C, reliquum erit rectangulum Ξ D F, ac propterea rectangulum H R K rectangulo Ξ D F eſt æquale. Vt igitur R K ad D F, ita eſt Ξ D ad H R. ſed R K minor oſtenſa eſt, quam D F. ergo & Ξ D, quam H R minor erit.*

K Quare ſemper ad minus interuallum perueniunt.] *Non ſolum ad minus interuallum perueniunt, ſed ad interuallum quolibet dato interuallo minus. producantur enim ſectiones vna cum aſymptoſis. quouſque interuallum, quod interijcitur inter aſymptoſos & ſectionem D P E ſit dato interuallo minus. quod quidem fieri poſſe, ex 14. ſecundi conic. apparet: erit tunc interuallum inter ſectiones interiectum multo minus interuallo dato. & quamquam hæ ſectiones infinitè producantur, nunquam tamen inter ſe conueniunt Vt à Pappo ſuperius eſt demonſtratum, & ex proximè traditis aliter demonſtrari poteſt in hunc modum. ſi enim fieri poteſt, conueniant in punctis Φ X, & ducatur recta linea Φ X diametrum ſecans in Ψ, quæ primum parallela ſit rectis lineis A C, Y Z, videlicet ad diametrum B Ψ ordinatim applicata: Eodem modo, quo ſupra demonſtrabimus rectangulum M Ψ N maius eſſe rectangulo Q Ψ P, & Vt rectangulum M Ψ N ad quadratum ex Ψ Φ, ita rectangulum Q Ψ P ad idem quadratum ex Ψ Φ, & permutando rectangulum M Ψ N ad rectangulum Q Ψ P, ita quadratum ex Ψ Φ ad ſeipſum. ergo rectangulum M Ψ N rectangulo Q Ψ P eſt æquale. ſed & maius, quod eſt abſurdum.*

ALITER. Si ſectiones inter ſe conueniunt in Φ X producatur recta linea Φ X vſque ad aſymptotos in Ω S. erit rectangulum Ω Φ S propter ſectionem Ξ N æquale quadrato ex N T, & propter ſectionem D P E æquale quadrato ex P V. ergo quadratum ex N T quadrato ex P V æquale erit. Itaque quoniam vt quadratum ex N T ad quadratum ex P V, ita eſt quadratum ex N B ad quadratum ex B P, erit & quadratum ex N B æquale quadrato ex B P, & ideò recta linea N B rectæ B P æqualis, quod itidem eſt abſurdum. non igitur hæ ſectiones inter ſe conueniunt. Quod ſi recta linea Φ X non ſit parallela ipſis A C, Y Z diuidatur bifariam in puncto Ψ & iuncta Ψ B producatur ad M Q, ſecet autem hyperbolas D P E, Ξ N F in punctis P N, & ab ipſis ducantur P V, N T ſectiones contingentes, quæ ipſis A C, Y Z parallelæ erunt ex 5. ſecundi conicorum, fiatque B M æqualis B N, & B Q æqualis B P. erit N M ſectionis Ξ N F, & P Q ſectionis D P E diameter tranſuerſa quare ſimiliter vt ſupra demonſtrabimus nullo modo fieri poſſe, vt hæ ſectiones inter ſe conueniant.

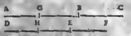
L Sed & illud facile conſtare poteſt, ſi enim vtraque ipſarum ad aſymptoſos propius accedit, & ad ſe propius accedant neceſſe eſt] *Vide quomodo hac ratio neceſſitatem habeat. poſſet enim quis dicere, vtramque ſectionem accedere quidem propius ad aſymptoſos, ſed tamen pari interuallo, ita Vt ſemper ipſæ ſeſe parallelæ ſint.*

THEOREMA CXCIV. PROPOSITIO CCIX.

Sit vt A B ad B C, ita D E ad E F, vt autem B A ad A G, ita E D ad D H.

LEM. VII. Dico vt ſolidum baſim quidem habens quadratum ex C A, altitudinem verò A B ad ſolidum baſim habens quadratum ex F D, & altitudinem D E, ita eſſe cubum ex A G vna cum eo, quod ad cubum ex G B proportionem eandem habet, quam quadratum ex A C ad quadratum ex C B, ad cubum ex D H vna cum eo, quod ad cubum ex H E eandem habet proportionem, quam quadratum ex D F ad id, quod fit ex F E quadratum.

Quoniam enim vt CA ad AB, ita FD ad DB, erit vt quadratum ex CA ad quadra- A B
tum ex AB, ita quadratum ex FD ad quadratum ex DB. ſed vt quadratum ex CA ad C
quadratum ex AB, ita ſolidum baſim habens quadratum ex CA, & altitudinem AB ad cubum qui fit ex AB, vt autem quadratum ex FD ad quadratum ex DB, ita ſolidum D
baſim habes quadratum ex FD & altitudinem DB ad eum, qui fit ex DF cubum. Hæc igitur E
eandem inter ſe proportionem habent. quare & permutando eſt autem vt cubus ex AB ad F
cubum ex DB, ita & cubus ex AG ad cubum ex DH, & cubus ex GB ad cubum ex HE. ſed G
vt cubus ex GB ad cubum ex hæ. ita ſolidum, H
quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB ad ſolidum, quod ad cubum ex HB eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad quadratum ex FE. vt igitur vnum antecedentium ad vnum con- K
ſequentium, ita omnia anteeedentia ad omnia conſequentia. quare vt ſolidum baſim habens quadratum ex CA, & altitudinem AB, ad ſolidum baſim habens quadratum ex FD, & altitudinem DB, ita cubus ex AG vna eum ſolido, quod ad eubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad cubum ex DH vna cum ſolido, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad id, quod ex EF quadratum.



COMMENTARIVS.

Quoniam enim vt CA ad AB, ita FD ad DE] *Eſt enim vt AB ad BC, ita DE ad EF. quare & componendo vt AC ad CB, ita DF ad FE: & per conuerſionem rationis vt CA ad AB, ita FD ad DE.* A

Erit vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB, ita quadratum ex FD ad quadratum ex DE] *in Græco codice mendoſe legitur καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ γα πρὸς τὸ ἀπὸ γβ. οὕτω τὸ ἀπὸ ζδθ πρὸς τὸ ἀπὸ δθ, cum legendum ſit hoc modo, καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ γα πρὸς τὸ ἀπὸ αβ, οὕτω τὸ ἀπὸ ζδ πρὸς τὸ ἀπὸ δε.* B

Sed vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB, ita ſolidum baſim habens quadratum ex CA & altitudinem AB, ad cubum qui fit ex AB] *Græcus codex ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ γα πρὸς τὸ ἀπὸ αβ κύβου ὕψος ἡ αβ, οὕτω τὸ στερεὸν &c. ſed verba illa κύβου ὕψος ἡ αβ, ſuperuacanea videntur, ideo à nobis omiſſa ſunt.* C

Vt autem quadratum ex FD ad quadratum ex DB, ita ſolidum habens baſim quadratum ex FD, & altitudinem DB, ad eum, qui fit ex DB cubum] *Græcus codex ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ζδ πρὸς τὸ ἀπὸ δε, κοινὸν ὕψος ἡ δε, οὕτω τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον &c. & hoc loco verba illa κοινὸν ὕψος ἡ δε tamquam ſuperuacanea omiſimus.* D

Hæc igitur eandem inter ſe proportionem habeant. quare & permutando] *Græcus codex ταῦτα ἄρα ἀνάλογον, καὶ ἐναλλὰξ ἐστίν. ſed nos perſpicuitatis cauſſa, ita vertendum duximus. ſequitur enim ex iam dictis ſolidum, cuius baſis eſt quadratum ex CA, & altitudo AB ad cubum ex AB, eandem proportionem habere, quam ſolidum, cuius baſis eſt quadratum ex FD, & altitudo DE, ad cubum ex DE: & permutando, ſolidum, cuius baſis quadratum ex CA & altitudo AB ad ſolidum, cuius baſis quadratum ex FD, & altitudo DE, eandem habere proportionem, quam cubus ex AB ad eum, qui fit ex DE cubum.* E

Eſt autem vt cubus ex AB ad cubum ex DE, ita cubus ex AG ad cubum ex DH, & cubus ex GB ad cubum ex HE] *Nam vt BA ad AG, ita poſuimus eſſe ED ad DH. ergo & permutando, vt AB ad DE, ita AG ad DH: & ita reliquum ad reliquum, hoc eſt GB ad HE. ex quibus per 37. vndecimi libri elementorum concluditur propoſitum. Græcus codex ἔστι δὲ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς αβ καὶ πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς δε κύβον. ſed legendum eſt. ἔστι δὲ καὶ ὡς ὁ ἀπὸ τῆς αβ πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς δε κύβον.* F

Sed vt cubus ex GB ad cubum ex HE] *Hæc nos addidimus, quæ in Græco codice nõ erant, vt ita legendum ſit ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ηβ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς θε κύβον.* G

Ita ſolidum, quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad ſolidum, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad quadratum ex FE] *ſit ſolidum K quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB; & ſit L ſolidum quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum* 22. ſexti. H

ex

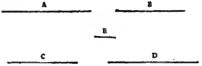
ex DF *ad quadratum ex* FE. *Quoniam igitur vt* AC *ad* CB *ita eſt* DF *ad* FE, *erit & vt quadratum ex* AC *ad quadratum ex* CB, *ita quadratum ex* DF *ad quadratum &* FE. *ergo ſolidum* K *ad cubum ex* OB *eandem habet proportionem, quam ſolidum* L *ad cubum ex* HE, *& permutando ſolidum* K *ad ſolidum* L *eandem habet, quam cubus ex* GB *ad eum, qui ex* HE *cubum.*

K Vt igitur vnum antecedentium ad vnum conſequentium, ita omnia antecedentia ad omnia conſequentia] *ex 12. quinti elementorum.*

LEM. VIII.

THEOREMA CXCV. PROPOSITIO. CCX.

Sit A vna cum B æquale ipſi C vna cum D. Dico quo A ſuperat C, eodem D ſuperare ipſum B.



A Sit enim E illud, quo A ſuperat C, ergo A ipſis CE eſt æqualis, commune apponatur B erunt AB æqualia ipſis CEB. ſed AB ipſis CD æqualia ponuntur. quare & CD æqualia ſunt ipſius CEB. commune auferatur C. reliquum igitur D reliquis EB eſt æquale. ac propterea D ſuperat B ipſo E. Quo igitur A ſuperat C, eodem & D ſuperat B. ſimiliter demonſtrabimus ſi quo A ſuperat C eodem D ipſum B ſuperet, AB ipſis CD æqualia eſſe.

COMMENTARIVS.

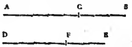
A Similiter demonſtrabimus, ſi quo A ſuperat C, eodem D ipſum B ſuperet, AB ipſis CD æqualia eſſe] *Hæc eſt conuerſa præcedentis.*

Sit enim E *quo* A *ſuperat* C, *& quo* D *ſuperat* B. *ergo* A *ipſis* CE *eſt æquale; & communi appoſito* B, *erunt* AB *æqualia ipſis* CEB. *Rurſus cum* D *ſuperat* B *ipſo* E, *ſequitur vt* D *ſit æquale ipſis* EB, *quare appoſito* C *vtrinque communi, fient* CD *ipſis* CEB *æqualia. ſed eiſdem* CEB *æqualia erant* AB *ergo* AB *ipſis* CD *æqualia ſint neceſſe eſt.*

LEM. IX.

THEOREMA CXCVI. PROPOSITIO CCXI.

A Sint duæ magnitudines AB, BG. Dico quo BA ſuperat AC, eo & illud, quod ad AB proportionem habet, ſuperare id, quod ad AC eandem habet proportinem, ſimiliter ad CB eandem proportionem habente.



B Sit enim DE quidem, quod ad AB proportionem aliquam habet: DF vero, quod ad AC proportionem habet eandem. reliquum igitur EF ad BC eandem proportionem habebit. atque eſt EF id quo DE ſuperat DF, hoc eſt, quo proportionem habens ad AB ſuperat illud, quod ad AC proportionem habet eandem.

CO M-

COMMENTARIVS.

Dico quo B A ſuperat A C, eo & illud, quod ad A B proportionem habet, ſuperare id, quod ad A C eandem habet proportionem] *Græcus codex τοῦ ᾧ ὑπερέχει καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ὑπὸ αβ, τοῦ λόγον ἔχοντος πρὸς τὴν αγ. lege τοῦ ᾧ ὑπερέχει καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ αβ τοῦ λόγον ἔχοντος πρὸς τὸ αγ.* A

D F vero, quod ad A C proportionem habet eandem. reliquum igitur E F ad B C eandem proportionem habebit. *Græcus codex τὸ δὲ πρὸς τὸ αγ τοῦ αὐτὸν λόγον ἔχον ᾧ δζ λοιπὸν ἄρα τὸ εζ λόγον ἔχει τοῦ αὐτὸν sed legendum τὸ δὲ πρὸς τὸ αγ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχον τὸ δζ. λοιπὸν ἄρα τὸ εζ πρὸς τὸ βγ λόγον ἔχει τὸν αὐτόν.* B

THEOREMA CXCVII. PROPOSITIO CCXII. LEM. X.

Excedat B ipſum C minori exceſſu, quam quo D excedit B. Dico A B ipſis C D minora eſſe.



Sit enim E exceſſus, quo A excedit C. ergo A B æqualia ſunt ipſis C E B. Quoniam autem A excedit C minori exceſſu, quam quo D ipſum B, & A excedit C ipſo E. erit E minus exceſſu ipſorum D B. quare E B minora ſunt, quam D. commune apponatur C. erunt C E B minora, quam C D. ſed C E B oſtenſa ſunt æqualia ipſis A B. ergo A B, quam C D minora erunt. ſimiliter & conuerſum oſtendetur, & quæ ſunt in ellipſi. A B C

COMMENTARIVS.

Ergo A B æqualia ſunt ipſis C E B] *Sequitur enim ex iam dictis A æquale eſſe ipſis E C. quare addito vtrique communi B; erunt A B ipſis C E B æqualia.* A

Similiter & conuerſum oſtendetur] *Hoc eſt, ſi A B minora ſint, quam C D, excedet A ipſum C minori exceſſu, quam quo D excedit B.* B

Sit enim E exceſſus, quo A excedit C. ergo A ipſis C E eſt æquale: & addito communi B, erunt A B æqualia ipſis C E B. ſed A B minora ſunt, quam C D. ergo & C E B quam C D ſunt minora: commune auferatur C. erunt E B minora, quam D, & idcirco D excedet B minori exceſſu, quam ſit E. excedit autem A ipſum C exceſſu E. ſequitur igitur vt A minori exceſſu excedat C, quam D ipſum B.

Et quæ ſunt in ellipſi] *Quid his verbis ſignificare voluerit, cum Apollonij libris careamus, diuinare non licet.* C

IN SEXTVM LIBRVM CONICORVM LEMMATA.

THEOREMA CXCVIII. PROPOSITIO. CCXIII. LEM. I.

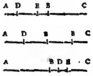
Sint duo triangula ambligonia A B C, D E F, quæ obtuſos angulos habeant C F, & æquales acutos A D. ducantur autem rectæ lineæ C G, F H ipſis C B, F E perpendiculares: & ſit vt tectangulum B A G ad quadratum

ex A G

THEOREMA CLXXXI. PROPOSITIO CXCV.

LEM. VII. Sit recta linea A B æqualis ipſi B C & duo puncta D E ſumantur. Dico quadratum ex A B quater ſumptum æquale eſſe rectangulo A D C bis, vna cum rectangulo A E C bis, & quadratis ex D B, B E bis ſumptis.

Hoc autem perſpicuum eſt. quadratum enim ex A B bis ſumptum propter bipartitas ſectiones æquale eſt rectangulo A D C bis, & quadrato ex D B bis: itemque quadratum ex A B bis eſt æquale rectangulo A E C bis, & bis ei, quod fit ex E B quadrato.

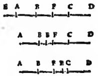


THEOREMA CLXXXII. PROPOSITIO CXCVI.

LEM. VIII. Sit recta linea A B æqualis ipſi C D: & ſumatur punctum E. Dico quadrata ex A E, E D æqualia eſſe quadratis ex B E, E C, & rectangulo A C D bis ſumpto.

Secetur B C biſariam in F. & quoniam quadratum ex D F bis ſumptum æquale eſt rectangulo A C D bis, & bis quadrato ex C F; appoſito communi quadrato ex E F bis erit rectangulum A C D bis vna cum quadratis ex C F, F A bis, æquale quadratis ex D, F E bis ſumptis. ſed quadratis ex D F, F E bis ſumptis æqualia ſunt quadrata ex A E, E D: quadratis autem ex C F, F E bis ſumpti æqualia ſunt ex E B, E C quadrata. quadrata igitur ex A E, E D æqualia ſunt quadratis ex B E, E C & rectangulo A C D bis ſumpto.

9. & 10. ſecundi.



THEOREMA CLXXXIII. PROPOSITIO CXCIII.

LEM. IX. Sit rectangulum B A C vna cum quadrato ex C D æquale quadrato ex A D. Dico C D ipſi D B æqualem eſſe.



Commune enim auferatur quadratum ex C D. erit reliquum quod continetur A C, D B æquale rectangulo D C A. æqualis igitur eſt D C ipſi D B.

OMMENTARIVS

Hoc lemma eſt velut i conuerſum ſextæ propoſitionis ſecundi libri elementorum, in cuius demonſtratione cum nonnulla deſiderari videantur, nos planius, & apertius explicare tentabimus, hoc modo.

Commune

Commune auferantur quadratum ex CD. *erit reliquum rectangulum* BAC *æquale rectangulo* DAC *vna cum rectangulo* DCA. *eſt enim ex ſecunda propoſitione ſecund. elementorum quadratum ex* AD *æquale rectangulo* DAC *vna cum rectangulo* ADC, *hoc eſt vna cum rectangulo* DCA, *& quadrato ex* CD *per tertiam eiuſdem ſed per primam rectangulum* BAC *æquale eſt rectangulo* DAC *vna cum eo, quod* BD, *&* AC *continetur. quare rurſus ablato communi rectangulo* DAC *relinquitur rectangulum contentum* BD, *&* AC *æquale rectangulo* DCA *æqualis igitur eſt recta linea* CD *ipſi* DB.

THEOREMA CLXXXIV. PROPOSITIO CXCVIII.

LEM. X.

Sit rectangulum ACB vna cum quadrato ex CD æquale quadrato ex DB. Dico rectam lineam AD æqualem eſſe ipſi DB.



Ponatur ipſi CD æqualis DE. ergo rectangulum CBE vna cum quadrato ex DB, hoc quadrato ex CD æquale eſt quadrato ex DB, hoc eſt rectangulo ACB vna cum quadrato ex CD. quare rectangulum EBE eſt æquale rectangulo ACB, & propterea recta linea AC æqualis ipſi EB. Sed & CD æqualis ipſi DB. tota igitur AD toti DB eſt æqualis. A

COMMENTARIVS.

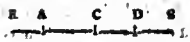
Hoc lemma conuerſum eſt quintæ propoſitionis ſecundi elementorum.

Quare rectangulum CBE eſt æquale rectangulo ACB] *Nempe ablato communi, videlicet quadrato ex* ED. A

THEOREMA CLXXXV. PROPOSITIO CXCIX

LEM. XI.

Sit rurſus rectangulum BAC vna cum quadrato ex DB æquale quadrato ex AD. Dico rectam lineam CD ipſi DB eſſe æqualem.



Ponatur enim ipſi DB æqualis AE. & quoniam rectangulum BAC vna cum quadrato ex DB, hoc eſt cum quadrato ex EA æquale eſt quadrato ex AD, commune auferatur rectangulum DAC. ergo reliquum, quod BD, & AC continetur, videlicet rectangulum BAC vna cum quadrato ex EA, quod eſt rectangulum CEA æquale eſt ipſi ADE rectangulo. quare recta linea EA, hoc eſt BD ipſi DC eſt æqualis. A B C

COMMENTARIVS

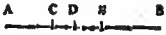
Commune auferatur rectangulum DAC] *Eſt enim rectangulum* BAC *æquale rectangulo* DAC *vna cum eo, quod* BD *&* AC *continetur. quadratum vero ex* AD *æquale eſt rectangulo* DAC *vna cum* ADC *rectangulo.* A

Quod eſt rectangulum CBA] *Ex tertia ſecundi elementorum.* B

Quare recta linea EA, hoc eſt BD ipſi DC eſt æqualis] *Quoniam enim rectangulum* CEA *æquale eſt rectangulo* ADE, *erit vt* EC *ad* CD *ita* DA *ad* EB, *& componendo vt* BD *ad* DC, *ita* DB *ad* BA. *ergo* EA *ipſi* DC *eſt æqualis.* C

LEM. XII. THEOREMA CLXXXVI. PROPOSITIO CC.

Sit recta linea AB, in qua ſumantur tria puncta CDE, ita vt BE ſit æqualis EC, & rectangulum AED, quadrato ex CE æquale. Dico vt BA ad AC, ita eſſe BD ad DC.



Quoniam enim rectangulum AED æquale eſt
A quadrato ex CE, erit vt AE ad EC, ita CE ad
B ED. quare per conuerſionem rationis, antecedentibuſque bis ſumptis, & diuidendo vt BA ad AC, ita erit BD ad DC.

COMMENTARIVS.

Hoc lemma, & quod ſequitur in Græcis codicibus corruptiſſima ſunt, quæ nos reſtituimus.

A Erit vt AB ad BC, ita CE ad ED] *Hæc nos addidimus perſpicuitatis cauſſa in Græco enim codice tantum legitur ἀνάλογον.*

B Quare per conuerſionem rationis, antecedentibuſque bis ſumptis, & diuidendo vt BA ad AC ita erit BD ad DC] *Quoniam enim vt AE ad EC, ita CE ad ED, erit per conuerſionem rationis vt EA ad EC, ita EC ad CD & antecedentium dupla vt BA, AC ad CA ita BC ad CD. eſt enim BC ipſius CE dupla. ergo diuidendo vt BA ad AC, ita eſt BD ad DC.*

LEM. XIII. THEOREMA CLXXXVII. PROPOSITIO CCI.

Sit rurſus rectangulum BCD æquale quadrato ex CE, & AC ipſi CE æqualis. Dico rectangulum ABE rectangulo CBD æquale eſſe.



Quoniam enim rectangulum BCD quadrato ex CE eſt æquale, vt BC ad CE hoc eſt ad CA, ita
A erit CE, hoc eſt AC ad CD. & tota ad totam, & per conuerſionem rationis, & ſpacium ſpacio æquale. ergo rectangulum ABE æquale eſt CBD
B rectangulo. ſed illud etiam conſtat, rectangulum ſcilicet ADE ipſi BDC æquale eſſe. Si enim a quadrato CE, & a rectangulo BCD auferatur commune quadratum ex CD, quæ relinquentur æqualia erunt.

COMMENTARIVS.

A Et tota ad totam, & per conuerſionem rationis, & ſpacium ſpacio æquale] *Quoniam enim eſt vt BC ad CA ita AC ad CD, erit componendo vt tota BA AC, hoc eſt ad totam BC,*
19.ſecũdi *ita pars AD ad partem DC, ergo reliqua BD ad reliquam DB, vt BA ad AC: & per conuer-*
16.ſexti. *ſionem rationis DB ad BE, vt AB ad BC. rectangulum igitur ABE rectangulo CBA eſt æquale.*

Sed hoc etiam aliter demonſtrare poſſumus. Nam cum recta linea AB bifariam ſeca-
6.ſecũdi *tur in C, atque ipſi addatur EB erit rectangulum ABE vna cum quadrato ex EC æquale quadrato & CB. ſed eidem quadrato ex CB æqualia ſunt vtraque rectangula CBD, BCD. rectangulum igitur ABE vna cum quadrato ex EC æquale eſt rectangulo CBD vna cum rectangulo*
1.ſecũdi. *BCD. quare ab alto quadrato ex EC ab altera parte, & ab altera rectangulo BCD quæ inter ſe æqualia ſunt, ſequitur rectangulum ABE rectangulo CBD æquale eſſe.*

B Sed illud etiam conſtat, rectangulum ſcilicet ADE ipſi BDC æquale eſſe] *Nam cum AC ſit æqualis CE, rectangulum ADE vna cum quadrato ex CD æquale eſt quadrato ex CE.*

ſed re-

ſed rectangulum BDC *vna cum quadrato ex* CD *eſt æquale rectangulo* ECD, *hoc eſt quadrato ex* CE. *quare ſublato communi quadrato ex* CD, *relinquitur rectangulum* ADE *rectangulo* BDC *æquale.* 5 ſecũdi. 3 16. ſexti.

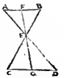
ALITER quoque idem demonſtrari poteſt, hoc pacto.

Quoniam vt tota BA ad BC, ita eſt pars AD ad DC, erit, & reliqua BD ad DE, vt AD ad DC; & propterea rectangulum ADE æquale eſt rectangulo BDC.

THEOREMA CLXXXVIII. PROPOSITIO CCII. LEM. XIV.

In duas parallelas AB, CD per idem punctum E tres rectæ lineæ AED, BEC, FEG ducantur. Dico vt rectangulum AEB ad rectangulum AFB, ita eſſe rectangulum CED ad CGD rectangulum.

Hoc per compoſitam proportionem manifeſtum eſt. vt enim AE ad ED, ita eſt AF ad DG: & vt BE ad EC, ita FB ad GC; & componuntur ex his proportionibus ſpatia. Conſtat igitur propoſitum. A



Sed licet etiam aliter demonſtrare abſque compoſita proportione, hoc pacto.

Quoniam enim vt AE ad EB, ita eſt DE ad EC, erit rectangulum AEB ad quadratum ex EB, vt rectangulum DEC ad quadratum ex EC, vt autem quadratum ex BE ad quadratum ex BF, ita quadratum ex EC ad quadratum ex CG. quare ex æquali vt rectangulum AEB ad quadratum ex BF, ita rectangulum DEC ad quadratum ex CG. Sed vt quadratum ex BF ad rectangulum BFA, ita quadratum ex CG ad rectangulum CGD. ex æquali igitur vt rectangulum AEB ad rectangulum AFB, ita rectangulum CED ad rectangulum CGD.

COMMENTARIVS.

A Hoc per compoſitam proportionem manifeſtum eſt] *Cum enim rectæ lineæ* AF, CD *inter ſe parallelæ ſint, erit* AEF *triangulum ſimile triangulo* DEG, *&* *triangulo* FEB *ſimile ipſi* GEC. *quare vt* EA *ad* AF, *ita* ED *ad* DG: *&* *vt* EB *ad* BF, *ita* EC *ad* CG. *proportio autem rectanguli* AEB *ad rectangulum* AFB *componitur ex proportione* EA *ad* AF, *&* *proportione* EB *ad* BF: *&* *proportio rectanguli* CED *ad rectangulum* CGD *componitur ex proportione* ED *ad* DG, *&* *proportione* EC *ad* CG. *quare cum proportiones, ex quibus componuntur, eædem ſint, ſequitur rectangulum* AEB *ad* AFB *rectangulum, ita eſſe, vt rectangulum* CED *ad rectangulum* CGD.

IN QVINTVM LIBRVM CONICORVM LEMMATA.

THEOREMA CLXXXIX. PROPOSITIO CCIII. LEM. I.

Sit triangulum ABC, & ducatur perpendicularis AD. Dico ſi rectangulum BDC æquale ſit quadrato ex AD, angulum ad A rectum eſſe, ſi maius obtuſum, ſi vero minus acutum.

Sit pri-

tem eſt, quod fit ex A C quadratum. ergo & datum rectangulum B D G, & data eſt B D. quare & ipſa D G, & punctum G datur. Quoniam igitur poſitione datis duabus rectis G H
lineis in plano, E D, D G quæ ad rectos angulos interſe conſtituuntur; & a dato pun- K
cto D facta eſt ſectio hyperbole, cuius diameter quidem eſt E, vertex autem D pun-
ctum & a ſectione ad diametrum ductæ in dato angulo applicantur; & poſſunt L
ſpatia adiacentia ipſi D G, latitudinemque habentia, lineas ex diametro abſciſſas, quæ M
inter ipſas, & punctum D interiiciuntur, & excedentia figura ſimili ei, quæ rectis li- N
neis E D G continetur; erit ipſa ſectio poſitione data.

Componetur autem problema in hunc modum.

Sint duæ rectæ lineæ A B, B C poſitione datæ, & datum punctum D, iunctaque D B
producatur ad F, vt ſit F B ipſi D B æqualis, & ducatur perpendicularis D F, ponatur- O
que ipſi B F æqualis F E; & iuncta E D ad A producatur. atque ipſi E D aptetur ad re-
ctos angulos D G, ita vt quadrato ex A C æquale ſit rectangulum B D G: & circa diame- P
trum D E hyperbole deſcribatur. vt in reſolutione ductum eſt. Dico eam problema
efficere. Quoniam enim B E eſt æqualis F C, erit & A D ipſi D C æqualis; ergo vtraque
ipſarum A D, D C poteſtate quarta pars eſt quadrati ex A C. hoc eſt rectanguli E D G, Q
hoc eſt figuræ quæ ad diametrum E D conſtruitur demonſtratum etenim eſt in ſecundo
libro conicorum, rectas lineas A B, B C ipſius hyperbolæ aſymptotos eſſe.

COMMENTARIVS.

Datum igitur eſt punctum E] *Ex 25. libri datorum. ſunt enim* A B, A C *poſitione datæ. Græcus codex* δοθὲν ἄρα ἐστι *adde* τὸ β. A

Quare & punctum E dabitur] *Ex 27. eiuſdem libri.* B

Ducatur a puncto D ad rectam lineam B C perpendicularis D F] *videtur hic locus corruptus eſſe non enim ducenda eſt* D F *ad ipſam* B C *perpendicularis, niſi quando* A B, B C *rectum angulum continent, quippe cum neceſſe ſit rectam lineam* D F *ipſi* A B *parallelam eſſe. ſed fortaſſe dicemus hoc problema theoremati ſequenti tantum inſeruire, in quo aſymptoti* E K, N G *ad rectos interſe angulos ſtatuuntur. nam in quarto libro idem problema a Pappo aliter conſcribitur.* C

Ergo & punctum F eſt datum] *Ex 25. libri datorum. nam & recta linea* D F *poſitione datur ex 30. eiuſdem.* D

Quare recta linea A E magnitudine dabitur. *ex 2. eiuſdem.* E

Vtraque igitur ipſarum A D, D C poteſtate quarta pars erit rectanguli E D G] *Deſideratur in Græco codice* τέταρτον *vel* δ. F

Quare & ipſa D G, & punctum G datur] *Eſt enim ex 14. vel 17. ſexti elementorum, vt* E D *ad* A D, *ita* A C *ad* D G, *& data eſt* A C. *ergo & ipſa* D G. *eſtque datum punctum* D: *quare & ipſum* G *dabitur ex 27. datorum Græcus codex* ἔστω δοθὲν τὸ η *ego legendum puto* καὶ δοθὲν τὸ η. G

Quoniam igitur poſitione datis duabus rectis lineis in plano E D, D G] *Græcus codex* ἐπεὶ οὖν θέσει δεδομέναι δύο εὐθεῖαι ἐπίπεδον. *ego legendum opinor* δύο εὐθειῶν ἐν ἐπιπέδῳ. H

Et a dato puncto D facta eſt ſectio hyperbole] *Græcus codex mendoſus eſt, in quo legitur.* καὶ ἀπὸ δοθέντος τῆς ὑπὸ α δ θ γ γέγραπται ὑπερβολὴ διάμετρον μὲν ἡ ε δ &c. *forte legendum* καὶ ἀπὸ δοθέντος τοῦ δ γέγραπται ὑπερβολή, ἧς διάμετρος μὲν ἡ ε δ. K

Et poſſunt ſpatia adiacentia ipſi D G] *In Græco codice mendoſe legitur* δ α. L

Latitudinesque habentia lineas ex diametro abſciſſas, &c.] *Græcus codex* πλάτη ἔχοντα αὐτὰς ἀφαιρούσας *legendum* πλάτη ἔχοντα, ἃς αὐταὶ ἀφαιροῦσι M

Et excedentia figura ſimiles, quæ lineis E D G continetur] *Græcus codex* ὑπερβάλλοντα εἴδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ εδη *lege* τῷ ὑπὸ εδη. N

Et ducatur perpendicularis D F] *vide quæ ſupra ſcripſimus in* C. O

Et circa diametrum D E hyperbole deſcribatur] *Ex 53. primi conicorum.* P

Hoc eſt figuræ, quæ ad diametrum E D conſtituitur] *Græcus codex* τοῦτ' ἐστι τοῦ πρὸς τῇ ε δ διαμέτρῳ εἴδει ὃ ὡς δυνάμει. *ego legerem* τοῦτ' ἐστι τοῦ πρὸς τῇ ε δ διαμέτρῳ εἴδους. Q

THEO-

LEMMA III.

THEOREMA CXC. PROPOSITIO CCV.

A Sit recta linea AB poſitione data, & datum punctum C; ducaturque BC, & ponatur BD data, cui ad rectos angulos erigatur DE. Dico punctum E poſitione tangere coni ſectionem hyperbolen, quæ per punctum C tranſit.



B C Ducatur perpendicularis CF: atque ipſi BD æqualis ponatur FA. ergo punctum A
D eſt datum. erigatur ipſi BA ad rectos angulos AG, quæ poſitione data erit. & rectæ lineæ BC productæ occurrat in G. Itaque duabus rectis lineis BA, AG poſitione datis,
E F & dato puncto C, hyperbole circa aſymptotos GA, AB deſcribatur. tranſibit igitur &
G per punctum E, propterea, quod BC eſt æqualis EG: eſt enim tota BD toti FA, hoc eſt tota BE toti CG æqualis.

Componetur autem hoc modo.

Sit recta linea AB data poſitione, datumque punctum C: & ducatur BC: recta vero linea, in qua H ſit data, cui æqualis ponatur FA; ducta ſcilicet CF perpendiculari: erigaturque AC ad rectos angulos, quæ ipſi BC in puncto G occurrat. & circa aſymptotos GA, AB per punctum C intra datum hyperbole deſcribatur. Dico eam problema efficere hoc eſt ſi perpendicularis ducatur ED, rectam lineam ED ipſi H æqualem eſſe. Illud vero perſpicuum eſt propter aſymptotos, cum BG ſit æqualis CB ergo & AD ipſi FB, & tota AF, hoc eſt H ipſi BD æqualis erit.

COMMENTARIUS.

A Sit recta linea AB poſitione data, & datum punctum C] *Græcus codex θέσει εὐθεῖα ἡ αβ δοθεῖσα τὸ γ. ſed puto legendum θέσει εὐθεῖα ἡ αβ δοθεῖσα τὸ δὲ δοθὲν τὸ γ.*

B Atque ipſi BD æqualis ponatur FA] *Hæc nos addidimus quæ in Græco codice deſiderari videbantur. quare legendum erit ἤχθω ἡ κάθετος ἡ γζ. καὶ τῇ βδ ἴση ἔστω ἡ ζα.*

C Ergo punctum A eſt datum] *Ex 27. datorum Græcus autem codex habet δοθὲν ἄρα καὶ τὸ δ.*

D Quæ poſitione data erit] *Ex 30. datorum.*

E Hyperbole circa aſymptotos GA, AB deſcribatur] *Ex antecedente in Græco autem codice deeſt verbum γεγράφθω.*

F Tranſibit igitur & per punctum E propterea quod BC ſit æqualis EG] *Ex 8. ſecundi libri conicorum.*

G Eſt enim tota BD toti FA, hoc eſt tota BE toti CG æqualis] *Quoniam enim data recta linea BD æqualis ponitur FA, & interſe parallelæ ſint CF, DE, AG, erit ex 2. ſexti elementorum*

...endorum, vt DF *ad* FE, *ita* EC *ad* CB, *& componendo vt* DB *ad* EF, *ita* EB *ad* BC, *vt autem* BF *ad* FA, *ita* EC *ad* CG. *quare ex æquali vt* BD *ad* FA, *ita* BE *ad* CG. *atque eſt* D
æqualis FA *ergo &* BE *æqualis* CG, *& dempta vtrinque communi* CE, *erit reliqua* BC *reliquæ* EG *æqualis. In Græco codice nonnulla deeſſe videntur, qui ſic habet ἔστι καὶ ὅλη, καὶ ἴση διὰ τὸ προγεγραμμένον.*

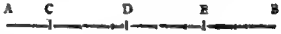
Et ducatur BC] *In Græco codice mendoſe, vt opinor, legitur ἡ δὲ διάμετρος ἡ βγ non enim* BC *eſt hyperbolæ diameter. Sed fortaſſe legendum erit καὶ διήχθω ἡ βγ.* H

Et circa aſymptotos GA, AB per punctum C intra datum hyperbole deſcribatur. K
Ex antecedente. ſecet autem dicta hyperbole rectam lineam BG *in* E *puncto.*

THEOREMA CXCI. PROPOSITIO CCVI.

LEM. IV.

Sit vt BA ad AC, ita quadratum ex BD ad quadratum ex DC. Dico ipſarum BA, AC mediam proportionalem eſſe AD.



Ponatur ipſi CD æqualis DE. ergo diuidendo vt EC ad CA, hoc eſt vt rectangulum CBE ad rectangulum, quod AC, EB continetur, ita rectangulum CBE ad quadratum ex BD. rectangulum igitur contentum AC, EB quadrato ex BD, hoc eſt rectangulo CDE eſt æquale. ergo ob proportionem, & componendo, vt BD ad DE, hoc eſt ad DC, ita DA ad AC quare & tota ad totam videlicet vt BA ad AD, ita DA ad AC. ipſarum igitur BA, AC media proportionalis eſt AD. 1. ſexti. A 9. quinti. B C

COMMENTARIVS.

Ita rectangulum CBE ad quadratum ex BD] *Quadratum enim ex* BD *ſuperat quadratum ex* DC, *hoc eſt ex* DE, *rectangulo* CBE *ex 6. ſecundi elementorum, cum recta linea* CA *bifariam ſecetur in* D, *atque ei adiungantur* EB. A

Ergo ob proportionem & componendo, vt BD ad DE, hoc eſt ad DC, ita DA ad AC] *Quoniam enim rectangulum contentum* AC, EB *rectangulo* CDE *eſt æquale, vt* BE *ad* ED, *ita* DC *ad* CA, *& componendo vt* BD *ad* DE, *hoc eſt ad* DC, *ita* DA *ad* AC. B

Quare & tota ad totum, videlicet, vt BA ad AD, ita DA ad AC] *Sequitur namque ex duodecima quinti elementorum, vt* BD, DA *ad* DC, CA, *hoc eſt vt* BA *ad* AD, *ita* DA *ad* AC. C

THEOREMA CXCII. PROPOSITIO CCVII.

LEM. V.

Sit rectangulum ABC æquale duplo quadrati ex AC. Dico rectam lineam AC ipſi CB æqualem eſſe.



Ponatur ipſi AC æqualis AD. erit rectangulum CDA æquale rectangulo ABC, & A
ſunt ad eandem rectam lineam. ergo DA hoc eſt AC ipſi CB eſt æqualis. B

COMMENTARIVS.

Erit CD, BA rectangulum æquale rectangulo ABC] *Eſt enim rectangulum* CDA *ad quadratum ex* AC, *vt* DC *ad* CA *videlicet duplum, ac propterea rectangulum* ADC *duplo quadrati ex* AC, *hoc eſt rectangulo* ABC *eſt æquale.* A 1. ſexti.

 Et

Digitized by Google

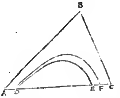
B Et ſunt ad eandem rectam lineam] *Namque ex 14. ſexti lementorum vt* DC *ad* CB, *ita eſt* BA *ad* AD: *& componendo vt* DB *ad* BC, *ita* BD *ad* DA, *quare ſequitur* DA, *hoc eſt* AC *ipſi* CB *æqualem eſſe.*

THEOREMA CXCIII. PROPOSITIO CCVIII.

LEM. VI.

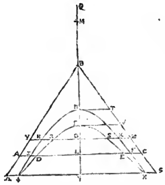
Circa eaſdem aſymptotos AB, BC, hiperbole DE, DF deſcribantur Dico eas interſe non conuenire.

A Si enim fieri poteſt, conueniant ad punctum D, & per D in ſectiones ducatur recta linea ADEFC. erit propter ſectionem quidem DF recta linea AD æqualis FC, propter ſectionem vero DE, erit AD æqualis EC. quare FC ipſi CE eſt æqualis. quod fieri non poteſt. non igitur ſectiones inter ſe conueniunt.



Dico preterea eas, etiam ſi infinite augeantur ad ſeſe propius accedere, & ad minus interuallum peruenire.

B Ducatur enim alia recta linea HK, & ſit diameter, cuius termi-
C nus punctum M. erit igitur vt rectangulum MLN ad quadratum ex LΞ, ita tranſuerſum figuræ latus ad rectum, vt autem MOP ad rectangulum ad quadratum ex OR, ita tranſuerſum latus ad rectum. ergo vt rectangulum MLN ad quadratum ex LΞ, ita rectangulum MOP ad quadratum ex OR: & permutando. rectangulum vero MLN maius eſt rectangulo MOP. quare ΞF maior eſt, quam RS. atque eſt propoter ſectiones rectangulum FDΞ æquale rectãgulo KRH. minor igitur eſt XD, quam HR, quare ſemper ad minus interuallum perueniũt. Sed & illud facile conſtare poteſt. Si enim vtraque ipſarum ad aſymptotos propius accedit, & ad ſeſe propius accedant, neceſſe eſt.



COMMENTARIVS.

A Et per D in ſectiones ducatur recta linea ADEFC] *Græcus codex* καὶ ἀπὸ τοῦ δ διήχθωσαν εἰς τομὰς εὐθεῖα αἱ αδζεγ. *ſed legendum puto,* καὶ ἀπὸ τοῦ δ διήχθω εἰς τομὰς εὐθεῖα ἡ αδεζγ. *Non enim plures lineæ ſunt, ſed vna tantum in pluribus punctis ſecta.*

B Ducatur enim alia recta linea HK] *Sint duæ hyperbolæ* ΞHNKF, DP, PSE *circa eaſdem aſymptotos* AB, BC *deſcriptæ, vt docetur in quarta propoſitione ſecundi lib. conic. vel in 23. quarti libri huius, vel in 204. huius, & intelligantur rectæ lineæ* AΞDLEFC, HROSK *ad*

earum

earum diametrum N L *ordinatim applicatæ, quæ inter ſe parallelæ erunt. vtraque enim parallela eſt recta linea in puncto* P, *vel* N *ſectionem contingenti ex* 5. *ſecundi libri conicorum.*

Et ſit diameter, cuius terminus punctum M] *Non poteſt idem terminus eſſe diametri vtriuſque ſectionis. producatur enim* L P N B *diameter in puncta* M Q *ita vt* M N *ſit æqualis* B N *&* G B *æqualis* B P. *erit punctum* M *terminus diametri ſectionis* Ξ N F: *&* Q *terminus diametri ſectionis* D P E, *quod* B *ſit vtriuſque centrum. quare mirum videtur Pappum vno eodemque puncto* M *vti pro termino vtriuſque diametri niſi forte intelligamus duo puncta, quæ termini ſunt, eadem littera notati, quod nouum eſt, & inuſitatum.* C

Erit igitur vt rectangulum M L N ad quadratum ex L X, ita tranſuerſum figuræ latus ad latus rectum] *Ex* 21. *primi libri conicorum.* D

Vt autem M O P rectangulum ad quadratum ex O R, ita tranſuerſum figuræ latus E
ad rectum] *Hoc eſt vt rectangulum* Q O P *ad quadratum ex* O R, *ita figuræ, quæ fit ad* P Q *diametrum ſectionis* D P E *tranſuerſum latus ad rectum alia enim ſunt huius figuræ latera, atque ea de quibus proxime dictum eſt, quamquam eadem interſe proportionem habeant. nam vt figuræ, quæ fit ad* N M *diametrum ſectionis* Ξ N F *tranſuerſum latus ad rectum, ita eſt figuræ, quæ fit ad diametrum* P Q *ſectionis* D P E *tranſuerſum latus ad rectum, quod facile demonſtrabitur hoc modo. Ducatur recta linea* N T *ſectionem* Ξ N F *contingens in* N, *& ducatur* P V, 5. ſecundi conico-
quæ ſectionem D P E *contingat in* P *erunt* N T, P V *parallelæ interſeſe, vtraque enim parallela eſt recta lineæ* A C, *vel* H K *ex quinta ſecundi conicorum, & fient triangula* B N T, B P V *ſimilia. ergo vt* B N *ad* N T, *ita* B P *ad* P V *& vt quadratum ex* B N *ad quadratum ex* N T, 4. ſexti.
ita quadratum ex B P *ad quadratum ex* P V. *ſed vt quadratum ex* B N *ad quadratum ex* N T, 22.
ita figuræ quæ fit ad diametrum N M *tranſuerſum latus ad rectum; ex iis, quæ tradita ſunt in prima ſecundi conicorum, & eadem ratione vt quadratum ex* B P *ad quadratum ex* P V, *ita figuræ, quæ fit ad diametrum* P Q *tranſuerſum latus ad rectum, ergo vt figuræ ad diametrum* N M *tranſuerſum latus ad rectum, ita figuræ ad* P Q *diametrum tranſuerſum latus ad rectum. ex quibus conſtat hyperbolas* Ξ N F, D P E *interſe ſimiles eſſe, itemque alias, quæcunque circa eaſdem aſymptotos hoc pacto deſcribuntur.*

Ergo vt rectangulum M L N ad quadratum ex L Ξ, ita rectangulum M O P ad quadratum ex O R] *Sequitur enim ex iam dictis vt rectangulum* M L N *ad quadratum ex* L Ξ, *ita rectangulum* Q O P *ad quadratum ex* O R. F

Quare & permutando M L N *rectangulum ad rectangulum* Q O P, *ita quadratum ex* L X *ad quadratum ex* O R.

Rectangulum vero M L N maius eſt rectangulo M O P] *Hoc eſt rectangulum* M L N *maius rectangulo* Q O P, *nam rectangulum* M L N *maius eſt rectangulo* Q L P. *quare rectangulo* Q O P *multo maius erit, quod punctum* O *ſupra* L *ſumatur. Illud autem ita demonſtrabimus. Rectangulum enim* M L N *æquale eſt rectangulo* M N L *vna cum quadrato ex* N L *per* 3. *ſecundi elementorum, quorum quadratum ex* N L *eſt æquale duobus quadratis ex* N P, P L *vna cum* G
eo quod bis N P L *continetur. ſimiliter rectangulum* Q L P *eſt æquale rectangulo* Q P L *vna cum* 4. ſecũdi.
quadrato ex P L, *quorum rectangulum* Q P L *rurſus æquale eſt tribus rectangulis, rectangulo ſcilicet contento* M N, P L, *& contento* Q M, P L, *& rectangulo* N P L, *quæ duo poſtrema rectangula æqualia ſunt ei, quod bis* N P L *continetur eſt enim* Q M *ipſi* N P *æqualis. Itaque ſublatis vtrinque communibus nempe quadrato ex* P L, *& rectangulo, quod bis continetur* N P L, *relinquitur ex altera quidem parte rectangulum* M N L *vna cum eo, quod ex* N P *quadrato, ex altera vero rectangulum contentum* M N, P L *ſed rectangulum* M N L *eſt æquale duobus rectangulis. videlicet rectangulo* M N P, *& ei quod* M N, *&* P L *continetur. rectangulum igitur* M L N *maius eſt, quam* Q L P, *quadrato ex* N P. *&* M N P *rectangulo vt autem rectangulum*
M N L *ad quadratum ex* L Ξ, *ita rectangulum* Q L P *ad quadratum ex* L D, *& permutando ex* 1. ſecũdi.
quibus ſequitur quadratum ex Ξ L *maius eſſe quadrato ex* L D. *ergo recta linea* Ξ L *maior eſt, quam* L D, *& tota* Ξ F, *quam* D E *maior, & multo maior, quam* R S. *Hæc eo ſpectare videtur, vt oſtendat ſectione* D P E *intra ipſam* Ξ N F *contineri. quod tamen abſque his, ex aliis, quæ in principio dicta ſunt, ſatis conſtat ſi enim punctum* P, *per quod ſectio* D P E *tranſit, infra* N *ſumitur, & ſectiones inter ſeſe conuenire non poſſunt, ſupervacaneum quodammodo fuit in his tantopere immorari. ſed vereor ne locus corruptus ſit, vt Pappus aliud quidpiam potius, quam hoc oſtendere voluerit. non enim ex dictis apparet rectam lineam* R K *minorem eſſe, quam* D E, *quod ad propoſitum concludendum præmonſtraſſe oportebat.*

Atque eſt propter ſectiones rectangulum F D Ξ æquale rectangulo K R H] *Hæc nos* H
ita reſtituimus, nam Græcus codex habet, καὶ ἔτι διὰ τμάς ἴσον τὸ ὑπὸ ζ δ ξ τῷ ὑπὸ σ ρ θ, *& mendoſe vt videtur, rectangulum enim* F D Ξ *eſt æquale rectangulo* K R H *vt demonſtrabimus & ob id maius rectangulo* S R H *producatur* K H *ex vtraque parte adeo vt ſecet aſymptoton*

AB in Y & BC in Z. Quoniam igitur vt YB ad BA, ita YZ ad AC, atque eſt YB minor, quam BA, erit & YZ quam AC minor. Sed ex iis, quæ in 4. ſecundi conicorum demonſtrata ſunt AD minor eſt, quam YR. & FB minor, quam KZ. aſymptoſi enim & ſectio producta ad
14. quinti. *ſeipſas propius accedant. quare ſi ex YZ demantur YR, KZ, & ex AC demantur AD, FC, relinquitur RK multo minor, quam DF. Itaque propter ſectionem DPB rectangulum YRZ æquale eſt rectangulo ADC; vtraque enim ſunt æqualia quadrato ex PV per 10. ſecundi libri conicorum. & propter ſectionem ΞNF rectangulum YHZ eſt æquale rectangulo AΞC, quod vtraque ſint æqualia quadrato ex NT. rectangulum verò YHZ vna cum rectangulo HRK eſt æquale rectangulo YRZ. & rectangulum AΞC vna cum rectangulo ΞDF æquale rectangulo ADC quod Pappus demonſtrauit in huius ergo ſi à rectangulo YRZ auferatur rectangulum YHZ relinquetur rectangulum HRK. & ſi à rectangulo ADC auferatur rectangulum AΞC, reliquum erit rectangulum ΞDF, ac propterea rectangulum HRK rectangulo ΞDF eſt æquale. Vt igitur RK ad DF, ita eſt ΞD ad HR. ſed RK minor oſtenſa eſt, quam DF. ergo & ΞD, quam HR minor erit.*

K Quare ſemper ad minus interuallum perueniunt.] *Non ſolum ad minus interuallum perueniunt, ſed ad interuallum quolibet dato interuallo minus. producantur enim ſectiones vna cum aſymptoſis. quouſque interuallum, quod interijcitur inter aſymptoſos & ſectionem DPB ſit dato interuallo minus. quod quidem fieri poſſe, ex 14. ſecundi conic. apparet: erit tunc interuallum inter ſectiones interiectum multo minus interuallo dato. & quamquam hæ ſectiones infinitè producantur, nunquam tamen inter ſe conueniunt Vt à Pappo ſuperius eſt demonſtratum, & ex proximè traditis aliter demonſtrari poteſt in hunc modum. ſi enim fieri poteſt, conueniant in punctis ΦX, & ducatur recta linea ΦX diametrum ſecans in Ψ, quæ primum parallela ſit rectis lineis AC, YZ, videlicet ad diametrum BΨ ordinatim applicata: Eodem modo, quo ſupra demonſtrabimus rectangulum MΨN maius eſſe rectangulo QΨP, & Vt rectangulum MΨN ad quadratum ex ΨΦ, ita rectangulum QΨP ad idem quadratum ex ΨΦ, & permutando rectangulum MΨN ad rectangulum QΨP, ita quadratum ex ΨΦ ad ſeipſum. ergo rectangulum MΨN rectangulo QΨP eſt æquale. ſed & maius, quod eſt abſurdum.*

ALITER. Si ſectiones inter ſe conueniunt in ΦX producatur recta linea ΦX vſque ad aſymptotos in ΩS. erit rectangulum ΩΦS propter ſectionem ΞN æquale quadrato ex NT, & propter ſectionem DPB æquale quadrato ex PV. ergo quadratum ex NT quadrato ex PV æquale erit. Itaque quoniam vt quadratum ex NT ad quadratum ex PV, ita eſt quadratum ex NB ad quadratum ex BP, erit & quadratum ex NB æquale quadrato ex BP, & ideò recta linea NB rectæ BP æqualis, quod itidem eſt abſurdum. non igitur hæ ſectiones inter ſe conueniunt. Quod ſi recta linea ΦX non ſit parallela ipſis AC, YZ diuidatur bifariam in puncto Ψ & iuncta ΨB producatur ad MQ, ſecet autem hyperbolas DPB, ΞNF in punctis PN, & ab ipſis ducantur PV, NT ſectiones contingentes, quæ ipſis AC, YZ parallelæ erunt ex 5. ſecundi conicorum, fiatque BM æqualis BN, & BQ æqualis BP. erit NM ſectionis ΞNF, & PQ ſectionis DPB diameter tranſuerſa quare ſimiliter vt ſupra demonſtrabimus nullo modo fieri poſſe, vt hæ ſectiones inter ſe conueniant.

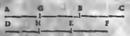
L Sed & illud facile conſtare poteſt, ſi enim vtraque ipſarum ad aſymptoſos propius accedit, & ad ſe propius accedant neceſſe eſt] *Vide quomodo hæc ratio neceſſitatem habeat. poſſet enim quis dicere, vtramque ſectionem accedere quidem propius ad aſymptoſos, ſed tamen pari interuallo, ita Vt ſemper ipſæ ſeſe parallelæ ſint.*

THEOREMA CXCIV. PROPOSITIO CCIX.

Sit vt AB ad BC, ita DE ad EF, vt autem BA ad AG, ita ED ad DH.
LEM. VII. Dico vt ſolidum baſim quidem habens quadratum ex CA, altitudinem verò AB ad ſolidum baſim habens quadratum ex FD, & altitudinem DE, ita eſſe cubum ex AG vna cum eo, quod ad cubum ex GB proportionem eandem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad cubum ex DH vna cum eo, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad id, quod fit ex FE quadratum.

Quoniam

Quoniam enim vt CA ad AB, ita FD ad DE, erit vt quadratum ex CA ad quadra- A B
tum ex AB, ita quadratum ex FD ad quadratum ex DE. ſed vt quadratum ex CA ad C
quadratum ex AB, ita ſolidum baſim habens quadratum ex CA, & altitudinem AB ad
cubum qui fit ex AB, vt autem quadratum ex FD ad quadratum ex DE, ita ſolidum D
baſim habes quadratum ex FD & altitudinem
DE ad eum, qui fit ex DF cubum. Hæc igitur E
eandem inter ſe proportionem habent. quare
& permutando eſt autem vt cubus ex AB ad F
cubum ex DE, ita & cubus ex AG ad cubum
ex DH, & cubus ex GB ad cubum ex HE. ſed G
vt cubus ex GB ad cubum ex hæ. ita ſolidum, H



quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB ad ſolidum, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam
quadratum ex DF ad quadratum ex FE. vt igitur vnum antecedentium ad vnum con- K
ſequentium, ita omnia antecedentia ad omnia conſequentia. quare vt ſolidum baſim habens quadratum ex CA, & altitudinem AB, ad ſolidum baſim habens quadratum ex FD, & altitudinem DE, ita cubus ex AG vna cum ſolido, quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad cubum ex DH vna cum ſolido, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad id, quod ex EF quadratum.

COMMENTARIVS.

Quoniam enim vt CA ad AB, ita FD ad DE] *Eſt enim vt AB ad BC, ita DE ad EF. quare & componendo vt AC ad CB, ita DF ad FE: & per conuerſionem rationis vt CA ad AB, ita FD ad DE.* A

Erit vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB, ita quadratum ex FD ad quadratum ex DE] *in Græco codice mendoſe legitur* καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ γα πρὸς τὸ ἀπὸ γβ. οὕτω τὸ ἀπὸ ζδθ πρὸς τὸ ἀπὸ δθ, *cum legendum ſit hoc modo,* καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ γα πρὸς τὸ ἀπὸ αβ, οὕτω τὸ ἀπὸ ζδ πρὸς τὸ ἀπὸ δε. B

Sed vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB, ita ſolidum baſim habens quadratum ex CA & altitudinem AB, ad cubum qui fit ex AB] *Græcus codex* ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ γα πρὸς τὸ ἀπὸ αβ κύβου ὕψος ἡ αβ, οὕτω τὸ στερεὸν *&c. ſed verba illa* κύβου ὕψος ἡ αβ, *ſuperuacanea videntur, ideò à nobis omiſſa ſunt.* C

Vt autem quadratum ex FD ad quadratum ex DE, ita ſolidum habens baſim quadratum ex FD, & altitudinem DE, ad eum, qui fit ex DE cubum] *Græcus codex* ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ζδ πρὸς τὸ ἀπὸ δε κοινὸν ὕψος ἡ δε, οὕτω τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον *&c. & hoc loco verba illa* κοινὸν ὕψος ἡ δε *tamquam ſuperuacanea omiſimus.* D

Hæc igitur eandem inter ſe proportionem habeant. quare & permutando] *Græcus codex* ταῦτα ἄρα ἀνάλογον, καὶ ἐναλλάξ ἐστιν. *ſed nos perſpicuitatis cauſſa, ita vertendum duximus. ſequitur enim ex iam dictis ſolidum, cuius baſis eſt quadratum ex CA, & altitudo AB ad cubum ex AB, eandem proportionem habere, quam ſolidum, cuius baſis eſt quadratum ex FD, & altitudo DE, ad cubum ex DE: & permutando, ſolidum, cuius baſis quadratum ex CA & altitudo AB ad ſolidum, cuius baſis quadratum ex FD, & altitudo DE, eandem habere proportionem, quam cubus ex AB ad eum, qui fit ex DE cubum.* E

Eſt autem vt cubus ex AB ad cubum ex DE, ita cubus ex AG ad cubum ex DH, & cubus ex GB ad cubum ex HE] *Nam vt BA ad AG, ita poſuimus eſſe ED ad DH. ergo & permutando, vt AB ad DE, ita AG ad DH: & ita reliquum ad reliquum, hoc eſt GB ad HE. ex quibus per 27. vndecimi libri elementorum concluditur propoſitum Græcus codex* ἐστὶ δὲ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς αβ καὶ πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς δε κύβον. *ſed legendum eſt.* ἐστὶ δὲ καὶ ὡς ὁ ἀπὸ τῆς αβ πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς δε κύβον. F

Sed vt cubus ex GB ad cubum ex HE] *Hæc nos addidimus, quæ in Græco codice nõ erant, vt ita legendum ſit* ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ηβ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς θε κύβον. G

Ita ſolidum, quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad ſolidum, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad quadratum ex FE] *ſit ſolidum K quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB; & ſit L ſolidum quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum* H 22. ſexti.

ex

Digitized by Google

COMMENTARIVS.

Dico quo B A ſuperat A C, eo & illud, quod ad A B proportionem habet, ſuperare id, quod ad A C eandem habet proportionem] *Græcus codex* τοῦ τῷ ὑπερέχει ᾗ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ὑπὸ αβ, τοῦ λόγον ἔχοντος πρὸς τὸ αγ. *lege* τοῦ τῷ ὑπερέχει ᾗ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ αβ τοῦ λόγον ἔχοντος πρὸς τὸ αγ. A

O F vero, quod ad A C proportionem habet eandem. reliquum igitur E F ad B C eandem proportionem habebit. *Græcus codex* τὸ δὲ πρὸς τὸ αγ τοῦ αὐτὸν λόγον ἔχον τῷ δζ λοιπὸν ἄρα τὸ εζ λόγον ἔχει τοῦ αὐτὸν *ſed legendum* τὸ δὲ πρὸς τὸ αγ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχον τὸ δζ. λοιπὸν ἄρα τὸ εζ πρὸς τὸ βγ λόγον ἔχει τὸν αὐτόν. B

THEOREMA CXCVII. PROPOSITIO CCXII. LEM. X.

Excedat E ipſum C minori exceſſu, quam quo D excedit B. Dico A B ipſis C D minora eſſe.



Sit enim E exceſſus, quo A excedit C. ergo A B æqualia ſunt ipſis C E B. Quoniam autem A excedit C minori exceſſu, quam quo D ipſum B, & A excedit C ipſo E. erit E minus exceſſu ipſorum D B. quare E B minora ſunt, quam D. commune apponatur C. erunt C E B minora, qam C D. ſed C E B oſtenſa ſunt æqualia ipſis A B. ergo A B, quam C D minora erunt. ſimiliter & conuerſum oſtendetur, & quæ ſunt in ellipſi. A B C

COMMENTARIVS.

Ergo A B æqualia ſunt ipſis C E B] *Sequitur enim ex iam dictis A æquale eſſe ipſis E C. quare addito vtrique communi B; erunt A B ipſis C E B æqualia.* A

Similiter & conuerſum oſtendetur] *Hoc eſt, ſi A B minora ſint, quam C D, excedet A ipſum C minori exceſſu, quam quo D excedit B.* B

Sit enim E exceſſus, quo A excedit C. ergo A ipſis C E eſt æquale: & addito communi B, erunt A B æqualia ipſis C E B. ſed A B minora ſunt, quam C D. ergo & C E B quam C D ſunt minora: commune auferatur C. erunt C B minora, quam D, & idcirco D excedet B minori exceſſu, quam ſit E. excedit autem A ipſum C exceſſu E. ſequitur igitur vt A minori exceſſu excedat C, quam D ipſum B.

Et quæ ſunt in ellipſi *Quid his verbis ſignificare voluerit, cum Apollonij libris careamus, diuinare non licet.* C

IN SEXTVM LIBRVM CONICORVM LEMMATA.

THEOREMA CXCVIII. PROPOSITIO. CCXIII. LEM. I.

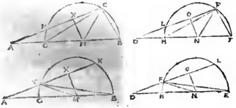
Sint duo triangula ambligonia A B C, D E F, quæ obtuſos angulos habeant C F, & æquales acutos A D. ducantur autem rectæ lineæ C G, F H ipſis C B, F E perpendiculares: & ſit vt rectangulum B A G ad quadratum

ex A G

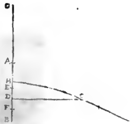
ex A C, ita rectangulum E D H ad quadratum ex D F. Dico triangulum A B C triangulo D E F ſimile eſſe.



31. tertii. Deſcribantur enim in rectis G B, H E ſemicirculi, qui etiam per C F tranſibunt: ſint
autem G C B, H F E. vel igitur A C, D F ſemicirculos contiogunt, vel non contingunt, &
ſi quidem contingunt, perſpicuum eſt triaogula A B C, D E F eſſe ſimilia. etenim ſum-
A ptis M N ſemicirculorum centris, iunctiſque M C, N F, erunt anguli M C A, N F D recti.
18 tertij. & ſunt anguli ad A interſe æquales. ergo angulus A M C eſt æqualis angulo D N F item-
32. primi que æquales eorum dimidij, videlicet angulus B æqualis angulo E. ſed & angulus A
ipſi D æqualis: triangula igitur A B C, D E F interſe ſunt ſimilia.



Si vero A C, D F ſemicirculos non con-
tingunt, ſed ſecant in punctis K L, du-
cantur ad A C, D F rectæ lineæ perpen-
3. ſexti. diculares M X, N O erit K X æqualis X C
B & L O æqualis O F. eſt autem triangu-
4. ſexti. lum A M X ſimile triangulo D N O: quare
vt X A ad A M, ita O D ad D N. Sed quo-
niam vt rectangulum B A G ad quadra-
tum ex A C, ita eſt rectangulum E D H
C ad quadratum ex D F. erit & vt rectan-
1. ſexti. gulum K A C ad quadratum ex A C. hoc
eſt vt K A ad A C, ita rectangulum L D F
ad quadratum ex D F, hoc eſt L D ad D F
D quare & vt X A ad A C, ita O D ad D F.
E Sed & vt X A ad A M, ita O D ad D N propter ſimilitudinem triangulorum. ergo ex æ-
quali vt C A ad A M, ita F D ad D N. & circa æquales angulos A D latera proportiona-
F lia ſunt. æqualis igitur eſt angulus A M C angulo D N F, & eorum dimidia æqualia.
ergo & B angulus eſt æqualis angulo E. Sed & A æqualis eſt ipſi D ex poſitione trian-
gulum igitur A B C triangulo D E F ſimile erit.



Manifeſtum autem eſt ipſius conuerſum. Videlicet ſi triangulum A B C ſimile ſit
triangulo D E F, & aoguli B C G, E F H recti, eſſe vt rectangulum B A G ad quadratum
4. ſexti. ex A C, ita rectaogulum E D H ad quadratum ex D F, nam propter ſimilitudinem trian-
G H gulorum, vt B A ad A C, ita eſt B D ad D F, & vt G A ad A C, ita H D ad D F. quare, &
compoſita proportio.

COMMENTARIVS.

Itemque æquales eorum dimidij] *angulus enim* A M C *duobus interioribus, & oppoſitis* A
eſt æqualis, videlicet angulis M B C, B C M, *qui etiam inter ſe æquales ſunt quare angulus* M B C 5.primi
anguli A M C *eſt dimidius, & eadem ratione angulus* N B F *dimidius ipſius* D N F.

Eſt autem triangulum A M X ſimile triangulo D N O] *Ponitur enim angulus* A *angu-* B
lo D *æqualis, atque eſt angulus ad* X *rectus æqualis recto ad* O *ergo & reliquus reliquo æqua-*
lis, & triangulum triangulo ſimile erit.

Erit, & vt rectangulum K A C ad quadratum ex A C, hoc eſt vt K A ad A C, ita re- C
ctangulum L D F ad quadratum ex D F. hoc eſt L D ad D F] *Ex 7. quinti nam rectangu-* 16.ſexti.
lum K A C *eſt æquale rectangulo* B A O, *& rectangulum* L D F *rectangulo* E D H.

Quare & vt X A ad A C, ita O D ad D F] *Eſt enim vt* K A *ad* A C, *vt* L D *ad* D F. *quare* D
conuertenda, diuidendoque, vt C K *ad* K A, *ita* F L *ad* L D, *& antecedentium dimidia vt* X K
ad K A, *ita* O L *ad* L D: *& componendo, vt* X A *ad* A K. *ita* O D *ad* D L. *erat autem vt* K A
ad A C, *ita* L D *ad* D F. *ergo ex æquali vt* X A *ad* A C, *ita* O D *ad* D F, *ita quidem argumen-*
tabimur in prima figura, in ſecunda autem hoc modo. Quoniam vt K A *ad* A C, *ita* L D *ad* D F
erit diuidendoque vt K C *ad* C A, *ita* L F *ad* F D, *& antecedentium dimidia vt* X C *ad* C A,
ita O F *ad* F D, *componendoque vt* X A *ad* A C, *ita* O D *ad* D F.

Sed vt X A ad A M, ita O D ad D N propter ſimilitudinem triangulorum. ergo ex æ- E
quali vt C A ad A M ita F D ad D N] *Quoniam vt* X A *ad* A C, *ita* O D *ad* D F, *erit conuer-*
tendo vt C A *ad* A X, *ita* F D *ad* D O, *vt autem* X A *ad* A M, *ita* O D *ad* D N *ob ſimilitudinem*
triangulorum A M X, D N O, *quare ex æquali vt* C A *ad* A M, *ita* F D *ad* D N.

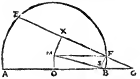
Aequalis igitur angulus A M C angulo D N F] *Ex antedictis & 6. ſexti libri elemento-* F
rum, ſequitur triangulum A C M *triangulo* D F N *ſimile eſſe; ob id angulum* A M C *angulo* D N F
æqualem.

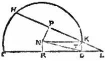
Et vt G A ad A C, ita H D ad D F] *Nam cum triangulum* A B C *ſimile ſit triangulo* D E F G
erit angulus A C B *æqualis angulo* D F E: *atque eſt angulus* B C G *rectus æqualis recto* E F H.
reliquus igitur G C A *reliquo* H F D *eſt æqualis, ac propterea* A G C *angulus æqualis ipſi* D H F
triangulumque A C G *triangulo* D F H *ſimile. vt igitur* G A *ad* A C *ita* H D *ad* D F. 4.ſexti.

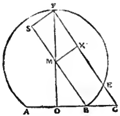
Quare & compoſita proportio] *Proportio enim compoſita ex proportione* B A *ad* A C, & H
proportione G A *ad* A C, *quæ quidem eſt rectanguli* B A O *ad quadratum ex* A C, *erit eadem*
quæ componitur ex proportione E D *ad* D F, *& proportione* H D *ad* D F, *videlicet, quæ eſt re-*
ctanguli E D H *ad quadratum ex* D F.

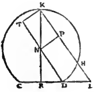
THEOREMA CXCIX. PROPOSITIO CCXIV. LEM. II.

Sint duæ portiones ſimiles in rectis lineis A B, C D ſemicirculo maio-
res, & ducantur E F G, H K L, ſit autem, vt E G ad G F, ita H L ad L K.
oſtendendum eſt circumferentiam B F circumferentiæ D K ſimilem
eſſe.









Sumantur circulorum contra MN, ducanturque perpendiculares MX, MO, NP, NR,
A & MB, ND iungantur. æqualis igitur eſt angulus OMB angulo RND, etenim æqua-
les ſunt iis, qui in ſingulis portionibus, & ſunt anguli ad OR recti: ergo & angulus
B MBO angulo NDR eſt æqualis. Ducantur ipſis AB, CD parallelæ FSKT. & MF, NK
C iungantur. æqualis igitur eſt MSF angulus angulo NTK. Itaque quoniam vt EG ad
D GF, ita eſt HL ad LK, erit vt XG ad GF, ita PL ad LK. ergo & vt GX ad XF, hoc
E eſt BM ad MS, hoc eſt FM ad MS, ita LP ad PK, hoc eſt DN ad NT, hoc eſt KN ad
F NT: & ſunt anguli MSF, NTK æquales, & acuti MFS, NKT. angulus igitur SMF eſt
G æqualis angulo TNK. & ideo circumferentia BF ſimilis circumferentiæ DK.

COMMENTARIVS.

A Aequalis igitur eſt angulus OMB angulo RND. etenim æquales ſunt iis, qui in ſingulis portionibus] *Nam cum portiones AEB, CHD ſimiles ponantur, erunt, & reliquæ portiones ſimiles, & ſimiles circumferentiæ AB, CD; itemque earum dimidia, in quibus conſiſtunt anguli OMB, RDN. anguli igitur OMB, RND interſe æquales ſunt.*

B Ducantur ipſis AB, CD parallelæ FS, KT] *Secet autem FS rectam lineam MB in puncto S, & KT ipſam ND ſecet in T.*

C Aequalis igitur eſt MSF angulus angulo NTK] *Quoniam enim angulus MBO eſt æqua-*
29. primi. *lis angulo NDR, erit, & reliquus ex duobus rectis MBG æqualis reliquo NDL. Sed angulo MBG æqualis eſt angulus MSF, & angulo NDL æqualis angulus NTK in primo caſu, in ſecundo autem angulus MSF eſt æqualis angulo MBO, & angulus NTK ipſi NDR.*

D Erit vt ad GF ita PL ad LK] *Eſt enim vt EG ad GF, ita HL ad LK. quare diuidendo vt EF ad FG, ita HK ad KL: & antecedentium dimidia vt XF ad FG, ita PK ad KL, componendoque vt XG ad GF, ita PL ad LK, in ſecundo autem caſu ita dicemus. Quoniam vt EG ad GF, ita HL ad LK erit conuertendo. diuidendoque vt XG ad GE, ita PL ad LH, vt autem EG ad GX, ita HL ad LK. ergo ex æquali vt XG ad GF, ita PL ad LK.*

E Ergo & vt GX ad XF, hoc eſt vt BM ad MS, hoc eſt FM ad MS, ita LP ad PK. hoc eſt DN ad NT, hoc eſt KN ad NT] *Quoniam vt XG ad GF, ita PL ad LK, erit in primo caſu per conuerſionem rationis, in ſecundo autem caſu conuertendo, diuidendoque & rurſus conuertendoque, vt GX ad XF, ita LP ad PK. Sed vt GX ad XF, ita BM ad MS. Si enim MB XG produci intelligantur, quouſq; interſe coeant in puncto Y, erit vt MB ad BY, ita XG ad GY, vt autem YB ad BS, ita YG ad GF. ergo ex æquali vt MB ad BS, ita XG ad GS, & per conuer-*

conuerſionem rationis in primo caſu, in ſecundo autem conuertendo, diuidendoque vt EM *ad* MS, *ita* GX *ad* XF. *& eadem ratione demonſtrabitur, vt* DN *ad* NT, *ita* HP *ad* PK. *Græcus autem codex mancus eſt & ita reſtituendus.* οὕτως ἡ λπ, πρὸς πε [illegible] ἡ δν πρὸς ντ, οὕτως ἡ κυ πρὸς υπ.

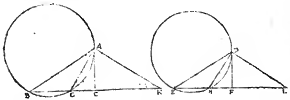
Et ſunt anguli MSF, NTK æquales, & acuti MFS, NKT] *anguli enim* SFX, TKP *ſunt recti. quare* MFS, NKT *neceſſario acuti erunt.* F

Angulus igitur SMF eſt æqualis angulo TNK] *Ex ijs, quæ dicta ſunt, ſequitur per ſeptimam ſexti libri elementorum triangulum* MSF *triangulo* NTK *ſimile eſſe. ergo angulus* SMF *angulo* TNK *eſt æqualis, ac propterea in primo caſu circumferentia* BF *ſimilis eſt circumferentiæ* DK. *in ſecundo autem caſu angulus* FMB *reliquus ex duobus rectis eſt æqualis angulo* KND. *quare & circumferentia* BEF *circumferentiæ* DHK *ſimilis eſſe concludetur.* G

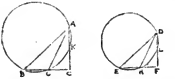
THEOREMA CC. PROPOSITIO CCXV.

LEM. III.

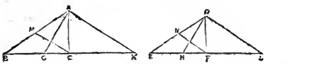
Sint duo triangula ABC, DEF, quæ angulos CF rectos habeant, & ducantur AG, DH in æqualibus angulis BAG, EDH. Sit autem vt rectangulum BCG ad quadratum ex AC, ita rectangulum EFH ad quadratum ex DF. Dico triangulum ABC triangulo DEF ſimile eſſe. A B



Deſcribantur enim circa triangula ABG, DEH circulorum portiones BAG, EDH, quæ interſe ſimiles erunt. Vel igitur AC, DF portiones contingunt, vel non contingunt primum. ergo rectangulum quidem BCG æquale eſt quadrato ex AC, hoc eſt rectangulo GCK, ſi ipſi AG ad rectos angulos ducatur AK. rectangulum vero EFH æquale eſt quadrato ex DF, hoc eſt rectangulo HFL. ſi ducatur DL ad rectos angulos ipſi DH. quare BC eſt æqualis CK, & EF ipſi FL. At perpendiculares ſunt AC, DF. angulus igitur BAK duplus eſt anguli BAC, & angulus EDL duplus anguli EDF. æquale autem ſunt BAK, EDL, etenim BAG angulus æqualis eſt angulo EDH, & rectus GAK recto HDL, quare & anguli BAC, EDF æquales erunt; & ſunt recti anguli CF. ſimile igitur eſt triangulum ABC triangulo DEF. Non contingant autem AC, DF, C D E F G H K L



ſed in punctis KL ſecent: eſt igitur vt rectangulum KCA ad quadratum ex CA, hoc eſt vt KC ad CA, ita rectangulum LFD ad quadratum ex FD, hoc eſt ita LF ad FD: & ſunt ſimiles maiores portiones BAG, EDH. ergo circumferentia AG ſimilis circumferentiæ DH, ac propterea angulus B angulo H eſt æqualis. triangulum igitur ABC triangulo DEF ſimile erit. M N O



F **ALITER**, Ducantur ipſis AG, DH perpendiculares AK, DL. æquale igitur eſt
8. & 17. ſexti. quadratum quidem ex AC rectangulo GCK. quadratum vero ex DF rectangulo HFL.
ergo vt rectangulum BCG ad rectangulum GCK, hoc eſt vt BC ad CK, ita erit rectan-
Q gulum EFH ad rectangulum HFL, hoc eſt EF ad FL. Ducantur CM, FN ipſis AK, DL
R parallelæ, erit vt BM ad MA, ita FN ad ND. & ſunt anguli ad CF recti, æquales au-
S tem ad MN, quoniam, & æquales ſunt BAK, CDL. quare ob id quod ante traditum
T eſt, triangulum ABC triangulo DEF ſimile erit.

COMMENTARIVS.

A Et ducantur AG, DH in æqualibus angulis BAG, EDH] *Hoc eſt ducantur* AG, DH *ita vt æquales angulos contineant; cum* BA, ED, *hoc eſt vt anguli* BAG, EDH *ſint æquales.*

B Dico triangulum ABC triangulo DEF ſimile eſſe] *Græcus codex corruptus eſt, & mancus, qui ſic habet.* ὅτι ὅμοιον ἐστι τοῦ αβγ τριγώνῳ, *legendum autem eſt* ὅτι ὅμοιόν ἐστι τὸ αβγ τρίγωνον τῷ δεζ τριγώνῳ.

C Deſcribantur enim circa triangula ABG, DEH circulorum portiones BAG, EDH] *In Græco codice deſideratur* εδθ.

D Quæ inter ſe ſimiles erunt] *Ex definitione ſimilium portionum. angulus enim* BAG *angulo* EDH *æqualis ponitur.*

E Vel igitur AC, DF poſitiones. contingunt vel non] *Græcus codex* ἤτοι ἐφάπτονται αἱ αγ, δζ. *ſed legendum puto* ἤτοι δὲ ἐφάπτονται αἱ αγ, δζ.

F Ergo rectangulum BCG æquale eſt quadrato ex AC] *Ex 36. tertij libri element.*

G Hoc eſt rectangulo GCK, ſi ipſi AG ad rectos angulos ducatur AK &c.] *Ducta nam-*
8. & 19. ſexti. *que* AK *ad recto angulos ipſi* AG, *erit rectangulum* GCK *æquale quadrato ex* AC. *ergo rectangulum* BCG *rectangulo* GCK *eſt æquale, & ob eandem cauſſam rectangulum* EFH *rectangulo* HFL *æquale oſtendetur. Græcus codex mendoſus eſt, ſic enim habet* τουτέστιν ἐὰν πρὸς ὀρθὰς ἀγάγω τῇ αη τὴν αη, τὸ ὑπὸ τῶν ηγκ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν εζθ τῷ ὑπὸ δζ τουτέστιν ἐὰν ὀρθὴν ἀγάγω τὴν δα τῇ δθ τῷ ὑπὸ ζλ *quare legendum erit* τουτέστιν ἐὰν πρὸς ὀρθὰς ἀγάγω τῇ αη τὴν ακ τῷ ὑπὸ τῶν ηγκ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν εζθ τῷ ὑπὸ δζ, τουτέστιν ἐὰν ὀρθὴν ἀγάγω τὴν δλ τῇ δθ τῷ ὑπὸ θζλ.

H Quare BC eſt æqualis CK] *Cum enim rectangulum* BCG *ſit æquale rectangulo* GCK, *vt*
14. ſexti. 9. quinti. BC *ad* CG, *ita erit* CK *ad* CG. *eſt igitur* BC *ipſi* CK *æqualis. & eadem ratione* EF *æqualis* FL.

K Et EF ipſi FL] *Græcus codex* ἡ δὲ ηζ τῇ ζλ *lege* ἡ δὲ εζ τῇ ζλ.

L At perpendiculares ſunt AC, DF. angulus igitur BAK duplus eſt anguli BAC, & angulus EDL duplus anguli EDF] *Quoniam* BC *eſt æqualis* CK, *&* EF *ipſi* FL, *ſuntque* AC DF *perpendiculares: erunt trianguli* ABC *duo latera* AC, CB *æqualia duobus lateribus* AC, CK *trianguli* AKC, *& ſunt anguli ad* C *æquales, nempe recti baſis igitur* BA *eſt æqualis baſi* AK, *& reliqui anguli reliquis angulis æquales, angulus igitur* BAC *æqualis eſt angulo* KAC, *& ideo totus angulus* BAK *duplus anguli* BAC. *eodem modo demonſtrabimus angulum* EDL *anguli* EDF *duplum eſſe.*

M Eſt igitur vt rectangulum KCA ad quadratum ex CA, hoc eſt vt KC ad CA, ita rectangulum LFD ad quadratum ex FD, hoc eſt ita LF ad FD] *Erat enim vt rectangulum* BCG *ad quadratum ex* CA, *ita rectangulum* EFH *ad quadratum ex* FD. *ſed rectangulo* BCG *æquale eſt rectangulum* KCA, *& rectangulo* EFH *æquale rectangulum* LFD. *ergo vt rectangulum* KCA *ad quadratum ex* CA; *hoc eſt vt* KC *ad* CA, *ita rectangulum* LFD *ad quadratum ex* FD, *hoc eſt* LF *ad* FD. *Græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet* ἔστιν ὡς ἡ κγ πρὸς γα, ἔστω τὸ ὑπὸ κδ, ζλ πρὸς τὸ ὑπὸ δζ *ego ſic legendum puto.* ἔστιν οὖν ὡς τὸ ὑπὸ τῶν κγα πρὸς τὸ ὑπὸ γα, τουτέστιν ὡς ἡ κγ πρὸς, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν λζδ πρὸς τὸ ὑπὸ δζ.

N Et ſunt ſimiles maiores portiones] *Ponuntur ſiquidem anguli* BAG EDH *interſe æquales; &*

les; & ſunt acuti. quoniam, & ipſi BAC, EDF *etiam acuti ſunt. Græcus codex* καὶ ἔστιν ὅμοιον μείζονα τμήματα. *ego legerem* καὶ ἔστιν ὅμοια μείζονα τμήματα.

Ergo circumferentia AG ſimilis eſt circumferentiæ DH] *Ex antecedente.* O

Ducantur ipſi AG, DH perpendiculares AK, DL] *In Græco codice hoc loco eadem, quæ ſupra iterantur, & ideo nos omittenda cenſuimus.* P

Ergo vt rectangulum BEG ad rectangulum GCK] *In Græco codice pro* βγη *mendoſe legitur* βγκ. Q

Hoc eſt EF ad FL] *Græcus codex* ἡ θζ πρὸς ζλ *lege* ἡ εζ πρὸς ζλ. R

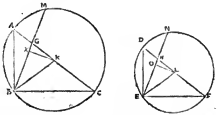
Quoniam & æquales ſunt BAK, EDL] *Græcus codex* καὶ ἴσαι αἱ ὑπὸ βακ, εδλ *ſed fortaſſe legendum erit.* καὶ γὰρ αἱ ὑπὸ βακ, εδλ, *vel* ἐπεὶ καὶ αἱ ὑπὸ βακ, εδλ. S

Quare ob id, quod ante traditum, triangulum ABC triangulo DEF ſimile erit] T

THEOREMA CCI. PROPOSITIO CCXVI.

LEM. IV.

Sint duo triangula, quæ rectos angulos habeant ad puncta BE, & ducantur BG, EH in æqualibus angulis AGB, DHE, ſit autem vt rectangulum AGC ad quadratum ex GB, ita rectangulum DHF ad quadratum ex HE, oſtendendum eſt triangulum ABC triangulo DEF ſimile eſſe.



Deſcribantur circa triangula circuli, & ipſorum centra ſumantur KL, perſpicue conſtat ea eſſe ad eaſdem partes punctorum GH. nam ſi fieri poteſt, ſit K quidem inter CG puncta, L vero inter DH, producanturq; BG, EH ad puncta MN, & a puncto K ad MB perpendicularis ducatur KX, quæ inter GB cadet, eritque angulus ACB obtuſus, eſt autem æqualis angulo DHE, quare & DHE obtuſus erit, & acutus DHN perpendicularis igitur a puncto L ad EN ducta cadit inter HN. cadat, & ſit LO. erit NO æqualis OE. ergo NO, quam HE maior eſt: & NH multo maior, quam HE, & rectangulum NHE, hoc eſt DHF maius quadrato ex HE. eſt autem vt rectangulum DHF ad quadratum ex HE, ita rectangulum AGC ad quadratum ex GB. quod eſt abſurdum. eſt enim & minus, quoniam MG minor eſt, quam GB, & rectangulum MGB minus quadrato ex GB. non igitur centro K inter GC exiſtente, erit L inter DH. ſit inter HF. & ad eaſdem partes ducatur perpendicularis LO. Itaque quoniam vt rectangulum AGC, hoc eſt MGB ad quadratum ex GB hoc eſt vt MG ad GB, ita rectangulum DHF, hoc eſt NHE ad quadratum ex HE, hoc eſt NH ad HE, & ſecantur MB, NE bifariam in punctis XO; erit vt BX ad XG, ita EO ad OH. ſed & vt GX ad XK, ita HO ad OL; recti enim ſunt anguli ad XO, & æquales qui ad GH. ergo ex æquali vt BX ad XK, ita EO ad OL. & ſunt circa æquales angulos, quare angulus BKX eſt æqualis angulo ELO. eſt autem & XKG angulus æqualis angulo OLH. totus igitur BKG toti ELH æqualis erit, & eorum dimidia æqualia. ergo & angulus ACB æqualis ipſi DFE ſuntque recti ad BE. ſimile igitur eſt triangulum ABC triangulo DEF.

A B C D E F 14. tertij. 1. ſexti. G H K L M

Manifeſtum autem eſt & huius conuerſum, videlicet ſi triangulum ABC ſimile ſit triangulo DEF, & triangulum GBC triangulo HEF, eſſe vt rectangulum AGC ad quadratum ex GB, ita rectangulum DHF ad quadratum ex HE. N

COM-

COMMENTARIVS.

A Quæ inter G B cadet, eritque angulus A G B obtuſus] *Angulus enim* B G C *eſt acutus & propterea* C O M *obtuſus. ſi enim caderet inter* G M, *eſſent trianguli duo anguli duobus rectis maiores. quod eſt abſurdum. At ſi angulus* B G C *obtuſus ſit vt in alia figura, perpendicularis* K X *inter* G M *cadat neceſſe eſt.*

B Cadat, & ſit L O] *In Græco codice mendoſe legitur* λ θ.

C Erit N O æqualis O B] *Ex 3. tertij elementorum. Græcus codex pro* ν ο *habebat* ν θ, *& ita in ijs, quæ proxime ſubſequuntur.*

D Hoc eſt D H F maius quadrato ex H B] *Ex 35. tertij libri elementorum. Græcus codex.* ὑπὸ τῶν δ ε ζ *ſed legendum* ὑπὸ τῶν δ ε ζ.

E Quod eſt abſurdum] *Nam cum ſit rectangulum* D H F *maius quadrato ex* H B, *vt demonſtratum eſt, & rectangulum* A G C *quadrato ex* G B *maius erit. ſed & minus quod fieri non poteſt.*

F Erit L inter D H] *Græcus codex* τὸ λ ὄναι μεταξὺ τῶν δ ε. *ſed legendum* μεταξὺ τῶν δ θ.

G Hoc eſt N H ad H B] *Deſiderantur hæc in Græco codice, quare ita reſtituendus erit,* ἴσον τὸ ὑπὸ δ θ ζ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ν θ ε πρὸς τὸ ὑπὸ θ ε, τουτέστιν ὁ ν θ πρὸς θ ε.

H Erit vt B X ad X G, ita B O ad O H] *Secetur* B X *in puncto* P *ita vt* X P *ſit æqualis* X G *& ſimiliter ſecetur* B O *in* R *vt* O R *ſit æqualis* O H. *erit* P G *exceſſus, quo* B G *excedit* G M. *&* R H *exceſſus, quo* B H *excedit* H N. *Quoniam igitur vt* M G *ad* G B, *ita* N H *ad* H E, *erit conuertendo, vt* B G *ad* G M *ita* B H *ad* H N: *& per conuerſionem rationis, vt* B G *ad* G P, *ita* B H *ad* H R: *& conſequentium dimidia, vt* B G *ad* G X, *ita* B H *ad* H O: *& denique diuidendo vt* B X *ad* X G, *ita* B O *ad* O H.

K Sed & vt G X ad X K, ita H O ad O L] *Ob ſimilitudinem ſcilicet triangulorum* K G X, L H O *ſunt enim anguli recti ad* X O, *& æquales ad* G H, *quoniam* A G B, D H B *æquales ponebantur. ergo, & reliquis reliqui ſunt æquales.*

L Et ſunt circa æquales angulos] *Sequitur enim ex 6. ſexti elementorum triangula* B X K B O L *ſimilia eſſe.*

M Ergo & angulus A C B æqualis ipſi D F B] *Ex 30. tertij elementorum.*

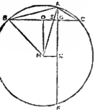
L Manifeſtum autem eſt & huius conuerſum, videlicet ſi triangulum A B C ſimile ſit triangulo D E F] *Si enim triangulum* A B C *ſimile ſit triangulo* D E F, *& triangulum* G B C *triangulo* H E F, *erit etiam triangulum* A B C *triangulo* D E H *ſimile. ergo vt* A G *ad* G B, *ita*
4. ſexti. D H *ad* H B. *& vt* C G *ad* G B, *ita* F H *ad* H E *proportio igitur compoſita ex proportione* A G *ad* G B *& proportione* C G *ad* G B, *quæ quidem eſt proportio rectanguli* A G C *ad quadratum ex* G B, *eadem erit, quæ componitur, ex proportione* D H *ad* H E, *& proportione* F H *ad* H E; *quæ eſt rectanguli* D H F *ad quadratum ex* H E. *ergo vt rectangulum* A G C *ad quadratum ex* G B, *ita rectangulum* D H F *ad quadratum ex* H E.

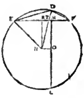
LEM. V.

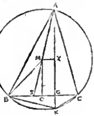
THEOREMA CCII. PROPOSITIO CCXVII.

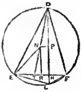
A Sint duo triangula A B C, D E F, quæ angulos A D æquales habeant:
B non autem rectos, & perpendiculares ducantur A G: D H: ſitque vt rectangulum B G C ad quadratum ex A G, ita rectangulum E H F ad quadratum ex D H: & rectarum linearum B C, E F maiores portiones ſint B G, E H. Dico triangulum A B G triangulo D E H, & reliquum reliquo ſimile eſſe.

Circum-









Circumſcribantur circuli, & producantur AG, DH ad puncta KL. Sumantur autem
MN circulorum centra, atque ab ipſis ad rectas lineas AK, BC, DL, EF perpendicula-
res ducantur MX, MO, NP, NR. Ex ijs igitur, quæ ante dicta ſunt, vt KG, ad GA, ita C
erit LH ad HD. quare & vt AX ad XG, ita DP ad PH. Iungantur AM, DN, ſed vt AX D
quidem ad XG, ita AM ad MS: vt vero DP ad PH, ita DN ad NT. ergo & vt AM ad a. ſexti.
MS, ita DN ad NT. Iungantur prætérea BM, EN. itaque quoniam portio BAC ſimilis
eſt portioni EDF, erit & reliqua BKC reliquæ ELF ſimilis: & ideo anguli in ipſis æqua- E
les, & eorum ſinguli æquales ſingulis: anguli igitur BMO, ENR æquales ſunt in pri- F
mo caſu, in ſecundo autem caſu ex appoſitis conſtat angulum BMO æqualem eſſe an- G
gulo ENR, quoniam, & anguli, qui in portionibus BAC, EDF. eſt igitur vt BM ad H
MO, hoc eſt vt AM ad MO, ita EN ad NR, hoc eſt DN ad NR. eſt autem vt AM ad K
MS. ita DN ad NT. quare ex æquali vt OM ad MS, ita RN ad NT. ſuntque anguli, L
qui ad OR recti; acuti autem qui ad ST. æqualis igitur eſt angulus OMS angulo RNT M
ſed & angulus BMO angulo ENT eſt æqualis. ergo & æqualis BMS ipſi ENT, ac pro- N
pterea angulus C angulo F æqualis. triangula igitur inter ſe omnino ſimilia erunt.

Poteſt autem vnius angulorum ſiue obtuſorum, ſiue acutorum præmiſſa demon-
ſtratione, & reliquum oſtendi hoc modo. Ponatur enim primum demonſtratum iam
eſſe in angulis obtuſis æqualibus, vt dictum eſt, & oporteat in æqualibus angulis acutis O
BAC, EDF demonſtrare triangula ſimilia eſſe. Rurſuſque circumſcribantur circuli,
& productis AG, DH ad puncta KL, iungantur BK, KC, EL, LF. æquales igitur ſunt
& anguli BKC, ELF obtuſi. Et quoniam eſt vt rectangulum BGC, hoc eſt AGK ad qua-
dratum ex AG, videlicet vt KG ad GA, ita rectangulum EHF, hoc eſt DHL ad quadra-
tum ex DH, videlicet LH ad HD: erit vt quadratum ex AG ad quadratum ex GK, ita
quadratum ex DH ad quadratum ex HL. eſt autem, & vt rectangulum BGC ad quadra-
tum ex AG, ita rectangulum EHF ad quadratum ex DH. ergo ex æquali vt rectangu-
lum BGC ad quadratum ex GK, ita rectangulum EHF ad quadratum ex HL: & ſunt
æquales anguli obtuſi BKC, ELF, & perpendiculares KG, LH. ex ijs igitur, quæ ante
tradita ſunt, triangulum quidem BKG ſimile eſt triangulo ELH. triangulum vero CKG P
triangulo FLH. quare & triangulum ABG triangulo DEH eſt ſimile: & triangulum
ACG triangulo DFH. ergo & totum triangulum ABC ſimile eſt toti DEF.

COM-

COMMENTARIVS.

A Sint duo triangula ABC, DEF, quæ angulos AO æquales habeant, non autem rectos] *Græcus codex ἔστω δύο τρίγωνα τὰ αβγ, δεζ ἴσας ἔχοντα τὰς α δ γωνίας μὴ ὀρθὰ τε καὶ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ αγ, δθ, fortaſſe autem legendum eſt μὴ ὀρθὰς δὲ, καὶ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ αη, δθ. de iis enim, quæ rectos angulos habent, & ſuperius dictum eſt, & inferius paulo poſt dicetur.*

B Sitque vt rectangulum BGC ad quadratum ex AG, &c.] *Græcus codex ὡς τὸ ὑπὸ τῶν βηγ, &c. Sed legendum arbitror ἔστω τὸ ὡς τὸ ὑπὸ τῶν βηγ.*

C Ex iis igitur, quæ ante dicta ſunt vt KG ad GA. ita erit LH ad HO] *Eſt eſt enim vt rectangulum BGC, hoc eſt rectangulum KGA ad quadratum ex GA, hoc eſt KG ad GA, ita rectangulum BHF, hoc eſt LHO ad quadratum ex HD, hoc eſt DH ad HO.*

D Quare & vt AX ad XG, ita OP ad PH] *Quoniam enim vt KG ad OA, ita LH ad HD, erit per conuerſionem rationis vt KO ad exceſſum, quo KG ſuperat GA, hoc eſt ad duplum ipſius GX, ita LH ad duplum ipſius HP, & conſequentium dimidia, vt KG ad GX, ita LH ad HP, & diuidendo vt KX, hoc eſt AX ad XG, ita LP hoc eſt DP ad PH.*

E Et ideo anguli in ipſis æquales, & eorum ſinguli æquales ſingulis. anguli igitur BMO, BNR æquales ſunt in primo caſu. in ſecundo autem caſu, &c.] *Cum portio BKC ſimilis ſit portioni ELF. anguli in ipſis æquales ſunt; Sed angulo qui in portione BKC æqualis eſt angulus BMO, vt proxime explicauimus. angulo autem qui in portione ELF eſt æqualis angulus ONR. ergo anguli BMO, ENR interſe ſunt æquales. atque hoc in primo caſu nam in ſecundo illud per ſe conſtat, ponitur enim angulus BAC æqualis angulo EDF quare & BMO ipſi ENR æqualis erit in Græco codice pro βμο mendoſe legitur βμθ, & ita in iis, quæ ſequuntur, ponitur θ loco ipſius.*

F Eſt igitur vt BM ad MO, hoc eſt vt AM ad MO, ita BN ad NR, hoc eſt ON ad NR] *Quoniam enim angulus BMO eſt æqualis angulo ENR, anguli que ad ND, OR, & reliquus reliquo æqualis erit, & triangulum BMO triangulo BRN ſimile ergo vt BM, hoc eſt AM ad MO ita BN, hoc eſt ON ad NR, & conuertendo vt OM ad MA, ita RN ad NO.*

G Suntque anguli, qui ad OR recti: acuti autem, qui ad ST] *Ex iis ſequitur per ſeptima ſexti, elementorum triangulum MOS ſimile eſſe triangulo NRT, & angulum OMS angulo RNT æqualem.*

H Sed & angulus BMO angulo BNR eſt æquales] *Quod ante demonſtratum fuit Græcus codex ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ρνμ τῇ ὑπὸ ερτ ἐστιν ἴση ſed arbitror legendum ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν βμο τῇ ὑπὸ ερρ ἐστιν ἴση.*

K Ergo & æqualis BMS ipſi BNT] *In primo caſu erit totus angulus BMS ex duobus æqualibus conſtans æqualis toti ENT. In ſecundo autem caſu, erit reliquus EMC reliquo LNT æqualis.*

L Ac propterea angulus C angulo F æqualis] *Quoniam enim angulus BMS, hoc eſt BMA in primo caſu eſt æqualis angulo ENT, hoc eſt BND, erit circumferentia EA ſimilis circumferentiæ EO, & ideo angulus C angulo F æqualis. in ſecundo autem caſu, quoniam angulus BMS eſt angulis angulo ENT, reliquus ex duobus rectis BMA reliquo END æqualis erit; circumferentiaque BA circumferentiæ KO ſimilis, & angulus C angulo F æqualis.*

M Triangula igitur interſe omnino ſimilia erunt] *Ponitur enim angulus BAC æqualis angulo EDF ergo, & reliquus B reliquo O æqualis, & triangulum ABC triangulo DEF ſimile. Sed & vtrique anguli, qui ad GH recti. ſunt quare & reliquus BAG reliquo EOH, reliquuſque CAG reliquo FDH æqualis. triangulum igitur ABG triangulo OEH; & triangulum ACO triangulo DFH ſimile erit.*

N Poteſt autem vnius angulorum ſiue obtuſorum, ſiue acutorum præmiſſa demonſtratione, & reliquum oſtendi] *Græcus codex δύναται δὲ καὶ τῆς μιᾶς γωνίας ἢ τῶν ἀμβλειῶν ἢ ὀξειῶν προγεγραμμένης τῆς δείξεως τὸ λοιπὸν ὑποδεῖξαι οὕτως. Sed legendum arbitror δύναται δὲ καὶ τῆς μιᾶς γωνίας ἢ τῶν ἀμβλειῶν ἢ τῶν ὀξειῶν προγεγραμμένης τῆς δείξεως τὸ λοιπὸν ὑποδεῖξαι οὕτως.*

O Et oporteat in æqualibus angulis acutis BAC, EDF demonſtrare triangula ſimilia eſſe] *Græcus codex pro βαγ, εδζ habebat αβγ, εδζ & mendoſe, vt arbitror.*

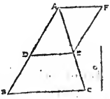
P Quare & triangulum ABO triangulo EBH eſt ſimile & triaogulum ACG trangulo OFH] *Quoniam enim triangulum BGK ſimile eſt triangulo BHI, erit angulus BKG hoc eſt BKA æqualis angulo BLO, & ideo circumferentia BA ſimiles circumferentiæ BD, anguliſ-*

qui

quę B C A *angulo*, E D F *æqualis. Rurſus quoniam triangulum* C G K *ſimile eſt triangulo* F H L, *angulus* C K A *æqualis erit angulo* F L D, *circumferentiaque* A C *circumferentiæ* D F *ſimilis, & angulus* A B C *angulo* D E F *æqualis. ſunt autem anguli ad* G H *recti. reliqui igitur anguli reliquis æquales erunt; & triangulum* A B G *ſimile triangulo* D E H, *& triangulum* A C G *triangulo* D F H; *& denique totum triangulum* A B C *ſimile toti* D E F. *Græcus codex.* ὥστε καὶ τὸ μέγα ἐστι τρίγωνον τῷ δεζ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον. *Sed legendum* ἐστὶν ὅμοιον.

PROBOLEMA XVI. PROPOSITIO CCXVIII. LEMMA VI.

Rectis lineis A B, A C poſitione datis ducere D E parallelam rectæ lineæ A
poſitione datæ, & facere ipſam D E datam.



Factum iam ſit, & per A ipſi D E parallela ducatur A F. ergo A F parallela eſt rectæ lineæ poſitione datæ atque eſt datum punctum A, poſitione igitur eſt A F. Ducatur B per E linea E F parallela ipſi A B. ergo A F 34. primi. eſt æqualis D E. Data autem eſt D E. quare C & A F data. ſed & poſitione. & datum punctum A. datum igitur & F. Itaque per da- D tum punctum F ducta eſt F E parallela ipſi 28. dator. A B poſitione datæ. poſitione igitur eſt F E. ſed & poſitione A C. ergo & punctum E eſt E datum. & per ipſum ducta eſt D E lineæ poſitione datæ parallela. quare & D E poſitione datur.

Componetur autem problema hoc modo.

Sint duæ rectæ lineæ A B, A C poſitione datæ. data autem magnitudine ſit recta linea in qua G, cui autem parallelæ ducantur ſit A F, & ponatur A F ipſi G æqualis, & per F quidem ducatur F E parallela A B. per E vero ducatur E D parallela E F. Dico ipſam D E problema efficere.

Quoniam enim D E æqualis eſt ipſi A F, & A F æqualis ipſi G, videlicet lineæ datæ erit & D E datæ lineæ G æqualis. ergo D E problema efficit. manifeſtum autem eſt ipſam ſolam hoc efficere. nam quæ propinquior eſt ipſi A, ſemper remotiore eſt minor.

COMMENTARIVS.

Et facere ipſam D E datam] *Hoc eſt datum magnitudine, vel recta lineæ magnitudini datæ æqualem.* A

Poſitione igitur eſt A F] *Ex 28. libri datorum.* B

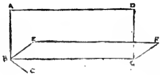
Data autem eſt D E. quare & A F data] *Magnitudine ſcilicet. Græcus codex* δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ δε. *Sed legendum puto.* δοθεῖσα δὲ ἐστιν ἡ δε, *in reſolutione enim ponitur* D E *data.* C

Datum igitur & F] *Ex 27. libri datorum.* D

Ergo & punctum E eſt datum] *Ex 25. eiuſdem.* E

LEM. VII.

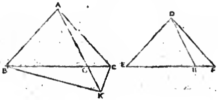
THEOREMA CCIII. PROPOSITIO CCXIX.



LEM. VIII.

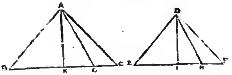
THEOREMA CCIV. PROPOSITIO CCXX.

Sint duo triangulla ABC DEF, quæ angulos AD rectos habeant, & ducantur AG, DH in æqualibus angulis AGB, DHE, ſit autem vt BG ad GC, ita EH ad HF. Dico triangulum ABC triangulo DEF ſimile eſſe; triangulumque AGB triangulo DHE, & triangulum AGC triangulo DHF.



A Producatur AG, & fiat vt DH ad HE, ita CG ad GK, & BK, KC iungantur. æqua-
lis igitur angulus eſt DEH angulo CKG. & quoniam vt BG quidem ad GC. ita EH ad
HF, vt autem CG ad GK, ita DH ad HE. Ergo ex æquali in perturbata analogia vt
6. ſexti. BG ad GK, ita DH ad HF. & ſunt circa æquales angulos. æqualis igitur eſt angulus
B BKG angulo F. oſtenſum autem eſt angulum quoque CKG angulo E æqualem eſſe.
& ſunt anguli EF recto æquales. ergo angulus BKG rectus eſt. ſed & rectus BAC ex
C poſitione. in circulo igitur ſunt puncta AB, CK, & ob id AKC angulus, hoc eſt DFE
æqualis ipſi ABC. ſed & angulus AGB poſitus eſt æqualis angulo DHE. triangulum
D igitur ABG triangulo DEH eſt ſimile; & eadem ratione, triangulum AGC ſimile eſt
E triangulo DHF.

ALITER



ALITER ET MELIVS. Secentur BC, EF bifariam in punctis KL: & iungantur AK, DL. Quoniam igitur vt BG ad GC, ita EH ad HF: erit componendo, & B
antecedentium dimidia, & per conuerſionem rationis, vt CK, hoc eſt vt AK ad KG,
ita FL, hoc eſt DL ad LH: & ſunt anguli quidem ad O puncta æquales anguli vero
KAG, LDH vtrique ſimul acuti. ergo & angulus AKG eſt æqualis angulo DLH, & eo F
rum dimidij, videlicet angulus B angulo B, ſed & angulus G angulo H eſt æqualis. G
ſimile igitur eſt triangulum ABG triangulo DEH, & eadem ratione triangulum AGC
triangulo DHF ſimile.

COMMENTARIVS.

Aequalis igitur eſt angulus DEH angulo CKG] *Quoniam enim vt* DH *ad* HE, *ita* CG A
ad KG, *atque eſt angulus* CGK *æqualis angulo* AGB, *hoc eſt ipſi* DHE; *erit triangulum* CGK 6. ſexti.
triangulo DHE *ſimile, & idcirco angulus* CKG *angulo* DEH *æqualis.*

Et ſunt anguli EF recto æquales] *Eſt enim angulus* EDF *rectus. Græcus codex* ἡ αἱ ν
αἱ ε ζ ὀρθαῖ ἴσαι *legendum* ὀρθῇ ἴσαι. B

Et ob id AKC angulus, hoc eſt DEH æqualis ipſi ABC] *Ex 21. tertij elementorum.* C
Græcus cod. τρίγωνα ὑπὸ δζθ τῷ ὑπὸ αβγ *ſed legendum eſt* τρίγωνα ὑπὸ δεθ τῷ ὑπὸ αβγ.

Et eadem ratione triangulum AGC ſimile triangulo DHF] *Namque angulus* AKB. D
hoc eſt DHF *eſt æqualis angulo* ACB, *& angulus* AGC *ponitur æqualis angulo* DHF, *ergo &* 21. tertij
reliquus reliquo æqualis; & triangulum triangulo ſimile erit.

Erit componendo, & antecedentium dimidia, & per conuerſionem rationis, vt CK E
hoc eſt vt AK ad KG, ita FL, hoc eſt DL ad LH] *Quoniam vt* BG *ad* GC, *ita* EH *ad*
HF, *erit componendo vt* BC *ad* CG *ita* EF *ad* FH: *& antecedentium dimidia, vt* KC *ad* CG.
ita LF *ad* FH, *ergo per conuerſionem rationis vt* CK *ad* KG, *hoc eſt vt* AK *ad* KG, *ita* FL
ad LH, *hoc eſt* DL *ad* LH.

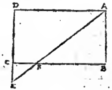
Ergo & angulus AKG eſt æqualis angulo DLH] *Ex 7. ſexti elementorum.* F

Videlicet angulus B angulo E] *Anguli enim* AKG, DLK *ex exteriores æquales ſunt* G
duobus interioribus, & oppoſitis, qui quidem etiam interſe ſunt æquales. angulus igitur AKG
duplus eſt anguli B, *& ſimiliter angulus* DLH *anguli* E *eſt duplus.*

IN SEPTIMVM, ET OCTAVVM LIBRVM CONICORVM LEMMATA.

THEOREMA CCV. PROPOSITIO CCXXI. LEM. I.

Sit parallelogrammum rectangulum AC, & ducatur EFA. Dico rectan- A B
gulum EAF rectangulo EDC, & triangulo CBF æquale eſſe.



Quoniam enim quadratum ex EF æquale eſt C
quadratis ex BC, CF, & quadrata, & EA, AF ſunt
æqualia quadratis ex ED, DA, hoc eſt quadra- D
tis ex ED, CB, & quadratis, ex AB, BF, hoc eſt
ex CD, BF. ſed quadratis ex EA, AF æqualia E
ſunt rectangula EAF, EFA vna cum quadratis
ex BF, FA, quorum rectangulum EFA vna cum F
quadrato ex FA eſt æquale rectangulo EAF;
quadratis autem ex ED, DC eadem ratione æqua
le eſt quod bis ENC continetur vna cum qua-

drato ex CB, & ſimiliter quadratis ex CB, BF æquale eſt contentum bis CBF vna cum quadrato ex CF: erit quod bis continetur FAF vna cum quadrato ex FF æquale ei, quod bis ANG continetur vna cum quadrato ex CF, & ei quod bis continetur CBF vna cum quadrato ex CF. at quadrato ex EF æqualia ſunt quadrata ex EG, CF, vt dictum eſt. reliquum igitur, videlicet quod bis còntinetur EAF æquale eſt ei, quod bis continetur EDC, & ei, quod bis CBF continetur. & ideo rectangulum EAF rectangulo EDC, & rectangulo CBF eſt æquale, quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Et ducatur BFA] *Græcus codex* καὶ διήχθω ἡ ε ζ. *ego legendum puto* ε ζ α.

B Dico rectangulum BAF rectangulo BDC & rectangulo CBF æquale eſſe] *Græcus codex* ὅτι τὸ ὑπὸ ε α ζ ἴσον ἐστὶ τοῦτο ὑπὸ ζ γ β καὶ τῷ ὑπὸ ε γ δ. *ſed legendum eſt* τῷ τε ὑπὸ ζ β γ, καὶ τῷ ὑπὸ ε γ δ.

C Et quadrata ex EA, AF ſunt æqualia quadratis ex ED, DA, &c.] *Ex 47. primi elementorum Græcus codex* ἐν τῷ ὑπὸ τῶν ε α, α ζ τετράγωνα. *Sed videtur legendum.* καὶ τὰ ὑπὸ τῶν ε α, α ζ τετράγωνα *Vel vt in ſequenti lemmate.* ἐστὶ δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ε α, α ζ τετράγωνα ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν ε δ, δ α.

D Hoc eſt quadratis ex ED, CB] *Græcus codex* τουτέστι τοῖς ἀπὸ τῶν ε δ γ. *Sed ex iis, quæ ſequuntur legendum arbitror* ἀπὸ τῶν ε δ, γ δ.

E Sed quadratis ex EA, AF æqualia ſunt rectangula EAF, EFA vna cum quadratis ex BF, FA] *Eſt enim ex 4. ſecundi elementorum; quadratum ex EA æquale quadratis ex BF, FA & ei, quod bis BFA continetur. Sed et, quod ſemel BFA continetur Vna cum quadrato ex FA æquale eſt rectangulum BAF ex tertia eiuſdem. Hæc autem omnia nos addidimus vſque ad eum locum. Reliquum igitur, &c. nam in Græco codice multa in eandem ſententiam deſiderari videbantur.*

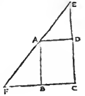
F Quorum rectangulum EFA vna cum quadrato ex FA eſt æquale rectangulo BAF] *Ex tertia ſecundi libri elementorum. erit igitur quadratis ex EA, AF æquale, quod bis EAF continetur Vna cum quadrato ex EF.*

LEM. II.

THEOREMA CCVI. PROPOSITIO CCXXII.

Sit parallelogrammum rectangulum AC, & ducatur EAF. Dico rectangulum EDC vna cum rectangulo CBF æquale eſſe rectangulo EAF.

A Quoniam enim quadratum ex EF æquale eſt qua-
B dratis ex EC, CF, & ſunt quadrata ex EA, AF æqualia
47. primi. quadratis ex ED, DC, CB, BF; erit & quod bis EAF con-
C tinetur æquale ei, quod bis continetur EDC, & ei, quod bis continetur CBF. rectangulum igitur EAF rectangulo EDC vna cum rectangulo CBF eſt æquale.



COMMENTARIVS.

A Aequale eſſe rectangulo BAF] *In Græco codice mendoſe legebatur* ε δ ζ.

B Et ſunt quadrata ex EA, AF æqualia quadratis ex ED, DC, CB, BF] *Eſt enim quadratum ex EA æquale quadratis ex ED, DA, hoc eſt quadratis ex ED, CB, & quadratum ex AF æquale quadratis ex AB, BF, hoc eſt DC, BF Græcus codex* ε δ δ γ *habebat* ε δ, δ ζ.

C Erit & quod bis BAF continetur æquale ei, quod bis continetur EDC, & ei, quod
47. prim. bis continetur CBF] *Quadratum namque ex EF æquale eſt quadratis ex EC, CF. Sed qua-*
4. ſecundi. *drato ex EC æqualia ſunt quadrato ex ED, DC vna cum eo quod bis continetur EDC, & quadrato ex CF pariter æqualia ſunt quadrata ex CB, BF vna cum eo, quod bis CBF continetur,*

Rurſus

Digitized by Google

Rurſus quadratum ex BF *æquale eſt quadrato ex* BA, AF, *& ei, quod bis continetur* BAF. *quadratis autem ex* BA, AF *ſunt æqualia quadrata ex* BD, DC, CH, HF. *Quadrata igitur ex* BD, DC, CB, BF *vna cum eo, quod bis continetur* BDC, *& eo, quod bis* CBF *continetur æqualia ſunt quadratis ex* ED, DC, CB, BF, *& ei, quod bis* BAF *continetur, quare ablatis com-* 47.primi *munibus quadratis, erit reliquum, quod bis continetur* BAF *æquale ei, quod bis continetur* BDC *& ei quod bis* CBF *continetur.*

THEOREMA CCVII. PROPOSITIO CCXXIII.

LEM. III.

Sit recta linea AB maior quam CD, ſitque rectangulum AEB æquale A rectangulo CFD, & AE, CF ſint maiores earum portiones. Dico AE, quam CF maiorem eſſe.



Secentur totæ lineæ AB, CD bifariam in punctis GH. maior igitur eſt GB, quam B HD, & ideo quadratum ex GB quadrato ex HD eſt maius. ſed rectangulum AEB æ- C quale eſt rectangulo CFD, ergo & quadratum ex GE maius eſt quadrato ex HF, & D recta linea GE quam HF maior. eſt autem & AG maior, quam CH. tota igitur AE, quam tota CF maior erit.

COMMENTARIVS.

Sitque rectangulum AEB æquale rectangulo CFD] *Græcus codex* καὶ ἴσον ἡ ὑπὸ αεβ γωνία τῇ ὑπὸ γζδ *ſed legendum puto* καὶ ἴσον τὸ ὑπὸ αεβ τῷ ὑπὸ γζδ. A

Maior igitur eſt GB, quam HD] *Ex 14. & 15. quinti elementorum. Græcus codex* μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ηβ τῆς δθ. *ſed legendum* τῆς δθ. B

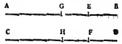
Et ideo quadratum ex GB quadrato ex HD eſt maius] *Græcus codex* ὥστε καὶ τὰ ἀπὸ ηκ μεῖζον τοῦ ἀπὸ δθ τετραγώνου *lege* ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ ηβ μεῖζον τοῦ ἀπὸ δθ τετραγώνου. C

Ergo & quadratum ex GB maius quadrato ex FH] *Eſt enim quadratum ex* GB *maius quadrato ex* HD. *ſed quadratum ex* GB *æquale eſt rectangulo* AEB *vna cum quadrato ex* GB, *& quadratum ex* HD *æquale eſt rectangulo* CFD *vna cum quadrato ex* HF. *ergo rectangulum* AEB *vna cum quadrato ex* GA *maius eſt rectangulo* CFD *vna cum quadrato ex* HF. *rectangulum autem* AEB *ponitur æquale rectangulo* CFD *quadratum igitur ex* AE *quadrato ex* FD *eſt maius.* D

THEOREMA CCVIII. PROPOSITIO CCXXIV.

LEM. IV.

Sit rectangulum AEB æquale rectangulo CFD æqualibus exiſtentibus A AB, CD. Dico maiores portiones AE, CF interſe æquales eſſe.



Secentur enim AB, CD bifariam in punctis GH. erit GB æqualis HD. quare, & B quadratum ex GB quadrato ex HD eſt æquale. ſed & rectangulum AEB eſt æqua- le re-

D le rectangulo EFD, quadratum igitur ex GE æquale eſt quadrato ex HF, ac propterea recta linea GE ipſi HF æqualis; eſt autem & AG æqualis CH. ergo tota AE toti CF æqualis erit.

COMMENTARIVS.

A Dico maiores portiones AF, CF inter ſe æquales eſſe] *Græcus codex ὅτι τὰ μείζονα τμήματα τὰ αε, γζ ἐστι τὸ ἴσον. ſed vt puto legendum eſt ὅτι τὰ μείζονα τμήματα τὰ αε, γζ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.*

B Secetur enim AB, CD bifariam in punctis GH] *Græcus codex τμήματα γὰρ τὰ αβ, γδ δι, χα τοῦ ηθ. Sed legendum erit τετμήσθωσαν γὰρ αβ, αγ, &c.*

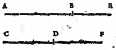
C Erit GB æqualis HD] *Hæc omnia vſque ad finem nos addidimus, quod in Græco codice multa in eandem ſententiam deſiderari videbantur. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ηβ τῇ θδ ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ ηβ ἴσον τῷ ἀπὸ θδ τετραγώνῳ. ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ αεβ ἴσον τῷ ὑπὸ γζδ καὶ τὸ ἀπὸ ηε ἄρα ἴσον τῷ ἀπὸ θζ ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ηε τῇ θζ ἔστι δὲ καὶ ἡ αη ἴση τῇ γθ. ὅλη ἄρα ἡ αε ὅλῃ τῇ γζ ἐστιν ἴση.*

D Quadratum igitur ex GE æquale eſt quadrato ex HF] *Eſt enim rectangulum AEB vna cum quadrato ex GE æquale quadrato ex GB, & rectangulum CFD vna cum quadrato ex HF ſimiliter æquale quadrato ex HD. demptis igitur æqualibus rectangulis AEB, CFD, reliqua interſe æqualia erunt.*

LEM. V.

THEOREMA CCIX. PROPOSITIO CCXXV.

Sit AB quidem maior, quam CD, BE vero minor, quam DF, maiori exiſtente AB, quam BE: & CD maiori, quam DF. Dico exceſſum ipſarum AB, BE exceſſu BD, DF maiorem eſſe.



A Quoniam enim AB maior eſt, quam CD, erit ipſarum AB, BE exceſſus maior exceſſu CD, BE. ſed exceſſus CD, BE maior eſt exceſſu CD, DF, quod EB minor ſit, quam DF. exceſſus igitur ipſarum AB, BE exceſſu CD, DF multo maior erit.

COMMENTARIVS.

A Quoniam enim AB maior eſt, quam CD, erit ipſarum AB, BE exceſſus maior exceſſu CD, BE] *Græcus codex ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶ τῆς τῶν γδ, εβ ὑπεροχῆς. Sed fortaſſ. legendum erit, ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ αβ τῆς γδ, μείζων ἄρα ἡ τῶν αβ, βε ὑπεροχὴ τῆς τῶν γδ εβ ὑπεροχῆς.*

LEM. VI.

THEOREMA CCX. PROPOSITIO. CCXXVI.

Sit AB æqualis BC, & DE æqualis EF. Dico rectangulum contentum AC, DF quadruplum eſſe rectanguli, quod AB, DE continetur.

Quoniam



Quoniam enim CA dupla eſt ipſius AB, ſumpta DE communi altitudine, erit rectangulum ex CA, DE duplum rectanguli ex AB, DE. Rurſus quoniam FD dupla eſt DE, ſumpta communi altitudine AC rectangulum ex AC. DF duplum erit rectanguli ex AC, DE. ſed rectangulum ex AC, DE duplum eſt rectanguli ex AB, DE. rectangu- A lum igitur ex AC, DF rectanguli ex AB, DE quadruplum erit. B

COMMENTARIVS.

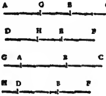
Sed rectangulum ex AC, DE duplum eſt rectanguli ex AB, DE] *Græcus codex* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ αγ, δζ τοῦ ὑπὸ αγ, δε *ſed legendum puto* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ αγ δε τοῦ ὑπὸ αβ, δε. A

Rectangulum igitur ex AC, DF rectanguli ex AB, DE quadruplum erit] *Hæc nos addidimus perſpicuitatis cauſſa, quæ fortaſſe in Græco codice deſiderantur, vt ita legendum ſit.* τὸ ἄρα ὑπὸ αγ, δζ τετραπλάσιον ἐστι τοῦ ὑπὸ αδ, δε. B

THEOREMA CCXI. PROPOSITIO CCXXVII.

LEM. VII.

Sit vt AB ad BC, ita DE ad EF: vt autem AB ad BG, ita DE ad EH. Dico vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita eſſe rectangulum A DEH ad DHF rectangulum.



Quoniam enim vt AB ad BG, ita DE ad EH, erit per conuerſionem rationis vt BA ad AG, ita ED ad DH. ergo vt quadratum ex BA ad quadratum ex AG, ita quadratum ex ED ad quadratum ex DH. ſed & vt quadratum ex AB ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DE ad DEH rectangulum. vt igitur quadratum ex AG ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DH ad rectangulum DEH. quoniam autem vt AB ad BC, ita ponitur DE ad EF, erit conuertendo, componendoque vt CA ad AB, ita FD ad DE. Sed vt BA ad AG, ita eſt ED ad DH, ex æquali igitur vt CA ad AG, ita FD ad DH ergo vt CG ad GA, ita FH ad HD. ac propterea vt rectangulum CGA ad quadratum ex GA. ita rectangulum FHD ad quadratum ex HD. vt autem quadratum ex AG ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DH ad rectangulum DEH. ergo vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita DEH rectangulum ad rectangulum DHF.

22. ſexti. B C D E F

COMMENTARIVS.

Dico vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita eſſe rectangulum DEH ad DHF rectangulum] *Græcus codex* ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ τῶν αββ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αβγ, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν αβη πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν δεζ. *Sed vt puto legendum erit.* ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ τῶν αβη A

Digitized by Google

τῶ αβη πρὸς τὸ ὑπὸ τῶ αηγ, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶ δεθ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶ δθζ. Quod ex ijs, quæ ſequuntur manifeſto apparet.

B Sed & vt quadratum ex AB ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DE ad DEH rectangulum] *Eſt enim quadratum ex* AB *ad* ABG *rectangulum, vt* AB *ad* EG *ex prima ſexti elementorum: & quadratum, ex* DB *ad* DEH *rectangulum, vt* DB *ad* LH. *Græcus codex.* ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ὑπὸ αβη οὕτω τὸ ὑπὸ δε πρὸς τὸ ὑπὸ δεθ. *ſed legendum eſt.* ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ὑπὸ αβη, οὕτω τὸ ἀπὸ δε πρὸς τὸ ὑπὸ δεθ.

C Vt igitur quadratum ex AG ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DH ad rectangulum DBH] *Quoniam enim vt quadratum ex* EA *ad quadratum ex* AG, *ita quadratum ex* ED *ad quadratum ex* DH, *conuertendo vt quadratum ex* GA *ad quadratum ex* AB, *ita erit quadratum ex* HD *ad quadratum ex* DE. *Sed vt quadratum ex* AB *ad rectangulum* ABG, *ita quadratum ex* DE *ad* DBH *rectangulum ergo ex æquali vt quadratum ex* AG *ad rectangulum* ABG, *ita quadratum ex* DH *ad* DEB *rectangulum. Græcus codex* οὕτω τὸ ἀπὸ δθ πρὸς τὸ ὑπὸ δεζ. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ δεθ.

D Ergo vt CG ad GA, ita FH ad HD] *Diuidendo ſcilicet.*

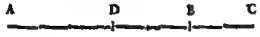
E Ac propterea vt rectangulum EGA ad quadratum ex GA, ita rectangulum FHD ad quadratum ex HD] *Ex prima ſexti elementorum. Græcus codex* καὶ ὡς τὸ ὑπὸ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶ πρὸς τὸ ὑπό. *vel igitur legendum eſt* καὶ ὡς τὸ ὑπὸ πρὸς τὸ ἀπὸ οὕτω τὸ ὑπὸ πρὸς τὸ ἀπό, *vel quod magis placet* καὶ ὡς τὸ ὑπὸ γηα πρὸς τὸ ἀπὸ ηα οὕτω τὸ ὑπὸ ζθδ πρὸς τὸ ἀπὸ θδ.

F Ergo vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita DBH rectangulum ad rectangulum DHF] *Ex antedictis ſequitur ex æquali vt rectangulum* AGC *ad rectangulum* ABG *ita rectangulum* DHF *ad rectangulum* DBH. *quare conuertendo vt rectangulum* ABG *ad rectangulum* AGC, *ita rectangulum* DEH *ad rectangulum* DHF. *Græcus codex* οὕτω τὸ ὑπὸ δεθ πρὸς τὸ ὑπὸ δεζ. *Sed videtur legendum* πρὸς τὸ ὑπὸ δθζ. *quam quam ijſdem poſitis ſequatur, vt rectangulum* ABG *ad rectangulum* ABC, *ita eſſe* DEH *rectangulum ad rectangulum* DEF, *& vt rectangulum* AOB *ad rectangulum* ABC, *ita rectangulum* DHE *ad* DEF *rectangulum, quæ quidem omnia ex his per facile, & nullo negotio demonſtrabuntur.*

LEM. VIII.

THEOREMA CCXII. PROPOSITIO CCXXVIII.

A Sint quadrata ex AB, BC data, & datus eorum exceſſus. Dico vtramque ipſarum AB, BC datam eſſe.



B C Ponatur ipſi CB æqualis ED, datum igitur eſt & rectangulum CAD. quare & quod
D bis CAD continetur eſt datum; eſt enim rectangulum CAD quadratorum ex AB, BC
E F exceſſus. ergo datum eſt vtrumq; quadratorum ex CA, AD: & ob id quadratum vtriuſ-
G H que CA, AD datum erit. Sed BA ipſius CA, AD dimidia eſt data igitur eſt BA. quare
K & BC eſt data.

COMMENTARIVS.

A Sint quadrata ex AB, BC data] *Intellige vtraque quadrata ſimul ſumpta data eſſe, videlicet compoſitum ex ipſis, nam ſi ea ſeorſum data ſint, fruſtra illud, quod datum eſſet, quæreretur.*

B Datum igitur eſt & rectangulum CAD] *Græcus codex.* δοθὲν ὅτι ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῶ γαδ *lege* δοθὲν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶ γαδ.

C Quare & quod bis CAD continetur eſt datum] *Ex 2. libri datorum.*

D Eſt enim rectangulum CAD quadratorum ex AB, BC exceſſus] *Ex 6. ſecundi elementorum. Nam cum* CD *bifariam ſecetur in* B *& ipſi adijciatur* DA, *erit rectangulum* CAD *vna cum quadrato dimidiæ videlicet* BC *æquale quadrato ex* AB.

E Ergo datum eſt vtrumque quadratorum ex CA, AD] *Ex 2. datorum; ſunt enim quadrata ex* CA, AD *dupla quadratorum ex* AB, BC *quæ data ſunt per 10. ſecundi elementorum.*

F Et ob id quadratum vtriuſque CA, AD datum erit] *Videlicet quadratum ipſarum* CA AD *ad*

AD ac ſi vna linea eſſent. *Quoniam enim quadrata ex* CA, AD *data ſunt, & datum eſt, quod bis* CAD *continetur, & quadratum rectæ lineæ, quæ ex ipſis* CA, AD *conſtat datum erit ex 4. ſecundi elementorum, & ob id datum eius latus nempe recta linea ex* CA, AD.

Sed BA ipſius CA, AD dimidia eſt] *Græcus codex* καὶ ἔστιν αὐτῆς ἡμίσεια δύο αἱ βα *lege* καὶ ἔστιν αὐτῆς ἡμίσεια ἡ βα. G

Data igitur eſt BA] *Ex 2. libri datorum.* H

Quare & BC eſt data] *Nam cum data ſit* AB, *& eius quadratum dabitur. ſunt autem vtraque quadrata ex* AB, BC *data; ergo & quadratum, ex* BC, *& ipſa* BC *detur neceſſe eſt. ſed & aliter idem demonſtrare poſſumus hoc modo.* K

Ponatur ipſi CB *æqualis* BD. *Datum igitur eſt rectangulum* CAD, *eſt enim dictorum quadratorum exceſſus, ergo rectangulum* CAD *vna cum quadrato ex* BC *eſt æquale duobus quadratis ex* AB, BC *dempto ab ipſis quadrato ex* BC *addatur vtriſque quadratum ex* BC, *ergo rectangulum* CAD *vna cum duobus quadratis ex* BC *eſt æquale quadratis ex* AB, BC. *Itaque de quadratis ex* AB, BC *dematur rectangulum* CAD, *erit quod relinquitur datum, cum vtraque data ſint, atque erit æquale duobus quadratis ex* BC. *quare & duo quadrata ex* BC *erunt data, & vnum ipſorum. recta igitur linea* BC, *& idcirco ipſa* AB *data erit.*

THEOREMA CCXIII. PROPOSITIO CCXXIX.

LEM. IX.

Sit AB æqualis BC, & DE æqualis EF, ſitque vt CB ad BG, ita FE ad EH. Dico vt rectangulum AGB ad rectangulum BCG, ita eſſe rectangulum DHE ad rectangulum EFH. A B



Quoniam enim vt CB ad BA, ita FE ad ED, vt autem CB ad BG, ita FE ad EH; erit & vt quadratum ex AG ad rectangulum AGB, ita quadratum ex DH ad rectangulum DHE. ſed vt quadratum ex AG ad quadratum ex BC, ita quadratum ex DH ad quadratum ex EF: & vt quadratum ex BG rectangulum BCG, ita quadratum ex EH ad rectangulum EFH. ex æquali igitur vt rectangulum AGB ad rectangulum BCG, ita rectangulum DHE ad EFH rectangulum. C D E F

COMMENTARIVS.

Sit AB æqualis BC] *Græcus codex* ἔστω ἴση ἡ μὲν αβ τῇ γδ *lege* τῇ γβ. A

Ita FE ad EH] *Græcus codex* οὕτως ἡ θε πρὸς εζ. *lege* οὕτως ἡ ζε πρὸς εθ. B

Quonian enim vt CB ad BA, ita FE ad ED] *Ego potius legendum cenſeo. Quoniam vt* AB *ad* BC, *ita* DE *ad* EF; *& ita in Græco codice corrigendum.* C

Erit & vt quadratum ex AG ad rectangulum AGB, ita quadratum ex DH ad rectangulum DHE] *Quoniam enim vt* AB *ad* BC, *ita* DE *ad* EF, *& vt* CB *ad* BG, *ita* FE *ad* EH; *erit ex æquali vt* AB *ad* BG, *ita* DE *ad* EH: *& componendo vt* AG *ad* GB, *ita* DH *ad* HE. *Sed vt* AG *ad* GB, *ita quadratum ex* AG *ad rectangulum* AGB: *vt autem* DH *ad* HE, *ita quadratum ex* DH *ad* DHE *rectangulum. ergo & vt quadratum ex* AG *ad rectangulum* AGB, *ita quadratum ex* DH *ad rectangulum* DHE. D

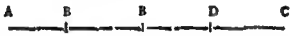
Sed vt quadratum ex AG ad quadratum ex BC, ita quadratum ex DH ad quadratum ex EF] *Erat enim vt* AG *ad* GB, *ita* DH *ad* HE; *& vt* GB *ad* BC, *ita* HE *ad* EF. *quare rurſus ex æquali vt* AG *ad* BC, *ita* DH *ad* EF, *& ideo vt quadratum ex* AG *ad quadratum ex* BC, *ita quadratum ex* DH *ad quadratum ex* EF. E 22. ſexti.

F Et vt quadratum ex BC ad rectangulum BGC, ita quadratum ex EF ad rectangulum EFH] *Namq; vt CB ad BG, ita erat FE ad EH. quare conuertendo, vt GB ad BC, ita HE ad EF, diuidendoque, & rurſus conuertendo, Vt BC ad CG, ita EF ad FH. ergo vt quadratum ex BC ad rectangulum BCG, ita quadratum ex EF ad EFH rectangulum.*

lem. 23. decimi.

LEM. X. THEOREMA CCXIV. PROPOSITIO CCXXX.

A Sit AB æqualis BC, & BD minor, quam BE. Dico rectangulum ADB ad rectangulum BCD minorem habere proportionem, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE.



B Quoniam enim AB eſt æqualis BC, & BD minor, quam BE; erit CD maior, quam
C AB. ergo & CE maior, quam AD. rectangulum igitur ADB minus eſt rectangulo
D CEB; & rectangulum BCD rectangulo BAE maius. quare rectangulum ADB ad re-
E ctangulum BCD minorem proportionem habet, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE.

COMMENTARIVS.

A Sit AB æqualis BC, & BD minor, quam BE. Dico rectangulum ADB ad rectangulum BCD minorem habere proportionem, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE] *Græcus codex mancus eſt, qui ſic habet.* ἐὰν ἴση ᾖ μὲν αβ τῇ βγ, ἐλάσσων δὲ ἡ βγ τῆς τῶν βγδ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ὑπὸ τῶν γεβ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν βαε *restitutus autem erit in hunc modum* ἐὰν ἴση ᾖ μὲν αβ τῇ βγ, ἐλάσσων δὲ ἡ βδ τῆς βε ἔτι τὸ ὑπὸ τῶν αδβ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν βγδ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ὑπὸ τῶν γεβ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν βαε.

B Erit CD maior, quam AB. ergo & CE maior, quam AD] *Nam cum ſint æquales AB BC, ſitque BD minor, quam BE, erit reliqua DC maior quam reliqua AE. quare addita vtriſque communi ED, fiet CE maior, quam AD.*

C Rectangulum igitur ADB minus eſt rectangulo CEB] *Eſt enim AD minor, quam CE, & DB minor, quam BE.*

D Et rectangulum BCD rectangulo BAB maius] *Nam CB eſt æqualis BA, & CD maior quam AB.*

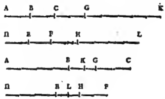
E Quare rectangulum ADE ad rectangulum BCD minorem proportionm habet quam rectangulum CBE ad rectangulum BAE] *Rectangulum enim ADB ad rectangulum BCD minorem proportionem habet, quam ad rectangulum BAE. ſed rectangulum ADB ad rectan-*

8. quinti. *gulum BAE ad hue minorem habet proportionem, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAB. rectangulum igitur ADB ad rectangulum BCD multo minorem proportionem habebit, quam CBB rectangulum ad rectangulum BAE. Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ δαβ πρὸς τὸ ὑπὸ βγδ. *legendum autem* τὸ ἄρα ὑπὸ αδβ πρὸς τὸ ὑπὸ βγδ.

LEM. XI. THEOREMA CCXV. PROPOSITIO CCXXXI.

Oſtendendum nunc ſit præcedentis conuerſum. Sit enim AB æqualis BC, & DE ipſi EF; ſitque vt rectangulum AGB ad rectangulum BCG, ita rectangulum DHE ad rectangulum EFH. Dico vt CB ad BG; ita eſſe FE ad EH.

Ponatur



B Ponatur rectangulo quidem A G B æquale rectangulum contentũ C G, A K, rectangulo autem D H E æquale id, quod F H, D L continetur. eſt igitur vt rectangulum contentum A K, C G ad rectangulum B C G, hoc eſt vt A K ad B C, ita rectangulum contentum D L, F H ad rectangulum E F H, hoc eſt ita D L ad E F. ſed & vt C B ad B A, ita F B ad B D. ergo A B, B C, C K reſpondent ipſis D E, E F, F L in eadem proportione, hoc eſt vt K C ad C B, ita L F ad F B. quoniam autem rectangulum A G B æquale eſt ei, quod A K, C G continetur; vtrumque eorum auferatur a rectangulo contento A K, B G. reliquum igitur rectangulum B G K eſt æquale contento A K, B C. ergo vt rectangulum contentum A K, B C ad quadratum ex B K, ita eſt rectangulum B G K ad quadratum ex B K. & eadem ratione vt rectangulum contentum D L, E F ad quadratum ex E L, ita rectangulum E H L ad quadratum ex E L. atque eſt vt rectangulum contentum A K, B C ad quadratum ex B K, ita rectangulum contentum D L, E F ad quadratum ex E L, ob analogiam ſimilium portionum. ergo & vt rectangulum B G K ad quadratum ex B K, ita rectangulum E H L ad quadratum ex E L, & ſunt eædem portiones B G, E H. eſt igitur vt G B ad B K ita H E ad E L; ac propterea vt G B ad B C, ita H E ad E F.

C
D
E
F
7. quinti.
G
H

C O M M E N T A R I V S.

Oſtendendum nunc ſit præcedentis conuerſum] *Videlicet conuerſum noni lemmatis.* A

Ponatur rectangulo quidem A G B æquale rectangulum contentum C G, A K] *Græcus codex κείσθω τὸ μὲν ὑπὸ αηβ ἴσον τῷ ὑπὸ γη, ακ ego potius legerem. κείσθω τῷ μὲν ὑπὸ αηβ ἴσον τὸ ὑπὸ γη αχ propterea, quæ ſequuntur.* B

Hoc eſt vt K C ad C B, ita L F ad F B] *Quoniam enim eſt vt C B ad B A, ita F B ad B D, erit componendo, conuertendoque vt B A ad A C, ita E D ad D F. Rurſus quoniam vt A K ad B C, ita D L ad E F; & vt C B ad B A, ita F B ad E D: ex æquali vt K A ad A B, ita erit L D ad D E. ſed vt B A ad A C, ita E D ad D F. ergo rurſus ex æquali, vt C A ad A C, ita L D ad D F: diuidendoque vt K C ad C A, ita L F ad F D: & conſequentium dimidia, vt K C ad C B: ita L F ad F B.* C

Vtrumque eorum auferatur a rectangulo contento A K, B G] *Græcus codex ἀμφότερον ἀφῃρήσθω ὑπὸ τοῦ ὑπὸ τῶν αχβ. ſed puto legendum ἀμφότερον ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ὑπὸ τῶν ακ, βη.* D

Reliquum igitur rectangulum B G K eſt æquale contento A K, B C] *Eſt enim rectangulum A G B vna cum rectangulo B G K æquale rectangulo contento A K, C G ex prima ſecundi elementorum, & ob eandem cauſſam rectangulum contentum A K, C G vna cum eo, quod A K B C continetur eſt æquale eidem rectangulo contento A K, B G. quare ſi a rectangulo contento A K, B G auferantur æqualia rectangula, videlicet A G B, & contentum A K, C G, relinquentur rectangula B G K, & contentum A K, B C, quæ etiam inter ſe æqualia erunt. Græcus codex. λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν βα, ηκ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ακ, βγ. ſed legendum vt opinor, λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν βη, ηκ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ακ, βγ.* E

Et eadem ratione vt rectangulum contentum D L, E F ad quadratum ex E L, ita rectangulum E H L ad quadratum ex E L] *Nam cum rectangulum D H E ponatur æquale rectangulo contento D L, F H, ſi eorum vtrumque auferatur a rectangulo contento D L, E H, erit reliquum rectangulum E H L æquale reliquo, quod D L, E F continetur. Græcus codex διὰ ταῦτα δὴ ἡ ὡς τὸ ὑπὸ τῶν αλ, εζ. lege τὸ ὑπὸ τῶν δλ, εζ.* F

Ergo vt rectangulum B G K ad quadratum ex E K, ita rectangulum E H L ad quadratum ex E L] *Græcus codex οὕτω τὸ ὑπὸ ηθα πρὸς τὸ ὑπὸ αε ſed legendum puto οὕτω τὸ ὑπὸ ηθλ πρὸς τὸ ἀπὸ θλ.* G

Et ſunt eædem portiones B G, E H. eſt igitur vt G B ad B K, ita H E ad E L, ac propterea vt G B ad B C, ita H E ad E F] *Quoniam enim vt rectangulum B G K ad quadratum ex B K, ita eſt rectangulum E H L ad quadratum ex E L, & proportio quidem rectanguli B G K ad quadratum ex B K componetur ex proportione G B ad B K, & proportione G K ad K B; pro-* H

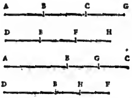
 portio-

portio autem rectanguli BHL *ad quadratum ex* BL *componitur ex proportione* HE *ad* EL, *&* *proportione* HL *ad* LB; *ſuntque eadem portiones* BG, EH, *&* GK, HL, *&* BK, BL: *erit vt* GB *ad* BK, *ita* HB *ad* BL. *ſed ſuperius demonſtratum eſt, vt* KC *ad* CB, *ita eſſe* LF *ad* FB. *quare componendo vt* KB *ad* BC, *ita eſt* LB *ad* BF. *erat autem vt* GB *ad* BK, *ita* HB *ad* BL *æquali igitur vt* GB *ad* BC, *ita* HB *ad* BF, *& conuertendo vt* CB *ad* BG, *ita* FB *ad* BH, *quod demonſtrandum proponebatur. Græcus codex* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ κβ πρὸς βα, οὕτως ἡ λβ πρὸς θβ. *legendum autem eſt.* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ηβ πρὸς βκ, οὕτως ἡ θβ πρὸς βλ.

LEM. XII.

THEOREMA CCXVI. PROPOSITIO CCXXXII.

A Sit AB æqualis BC, & DE æqualis EF, habeatque BC ad CG maiorem
B proportionem, quam EF ad FH. Dico in primo quidem caſu & AG ad BC, maiorem proportionem habere, quam DH ad EF: in ſecundo autem caſu minorem.



C Quoniam enim FC ad CG maiorem proportionem habet, quam EF ad FH, habe-
D bit in primo caſu CB ad BG minorem proportionem, quam FE ad EH: in ſecundo au-
E tem caſu maiorem, quare & AB ad BG in primo caſu minorem proportionem habet,
F quam DE ad EH. ſed in ſecundo caſu maiorem. ergo GA ad AB in primo caſu maiorem habet proportionem, quam HD ad DE, & in ſecundo caſu minorem. eſt autem
G vt AB ad BC, ita DE ad EF. ex æquali igitur in primo caſu AG ad BC maiorem proportionem habebit, quam DH ad EF: & in ſecundo caſu minorem.

COMMENTARIVS.

A Sit AB æqualis BC] *Græcus codex* ἔστω ἡ μὲν αβ τῇ βγ. *ego legendum puto* ἴση ἔστω ἡ μὲν αβ τῇ βγ.

B Dico in primo quidem caſu & AG ad BC maiorem proportionem habet, quam DH ad EF] *Græcus codex* ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως καὶ ἡ αη πρὸς τὴν ηγ. *lege* πρὸς τὴν βγ.

C Quoniam enim BC ad CG maiorem proportionem habet, quam EF ad FH] *Græcus codex* ἐπεὶ γὰρ ἡ βγ πρὸς γη μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ζε πρὸς εθ ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζων. *quo in loco multa deſiderari videntur; vt ita legendum ſit.* ἐπεὶ γὰρ ἡ βγ πρὸς γη μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ εζ πρὸς ζθ, ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἡ γβ πρὸς βη ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ζε πρὸς εθ, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζονα.

D Habebit in primo caſu CB ad BG minorem proportionem, quam FE ad EH, in ſecundo autem caſu maiorem] *Videlicet per conuerſionem rationis per 30. quinti libri elementorum ex editione noſtra.*

E Quare & AB ad BG in primo caſu minorem proportione habet, quam DE ad EH. ſed in ſecundo caſu maiorem] *Quoniam enim* AB *ad* BC *eſt vt* DE *ad* EF, *&* CB *ad* BG *minorem habet proportionem, quam* FE *ad* EH; *habebit ex æquali* AB *ad* BG *proportionem minorem, quam* DE *ad* EH, *quod a nobis demonſtratum eſt in commentarijs, in 52. quinti libri huius, & eodem modo in ſecundo caſu,* AB *ad* BG *maiorem habebit proportionem, quam* DE *ad* EH;

F Ergo GA ad AB in primo caſu maiorem habet proportionem, quam HD ad DE]

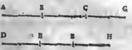
Cum

Cum AB *ad* BG *in primo caſu minorem proportionem habeat, quam* DE *ad* EH, *&* *componendo per 28. quinti elementorum ex editione noſtra,* AG *ad* GE *minorem habebit proportionem, quam* DH *ad* HE. *quare & per conuerſionem rationis per 30. eiuſdem* GA *ad* AB *habebit maiorem proportionem, quam* HD *ad* DE. *& ita in ſecundo caſu minorem habere demonſtrabitur.*

Ex æquali igitur in primo caſu AG ad BG maiorem proportionem habebit, quam DH ad EF & in ſecundo caſu minorem] *Ex demonſtratis a nobis in 52. quinti libri huius, ut dictum eſt.* G

THEOREMA CCXVII. PROPOSITIO CCXXXIII. LEM. XIII.

Sit rurſus AB æqualis BC, & DE ipſi EF: habeatque AG ad GB minorem proportionem, quam DH ad HE. Dico & BC ad CG minorem proportionem habere, quam EF ad FH. A



Quoniam enim per conuerſionem rationis, & diuidendo GB ad BA, hoc eſt ad BC maiorem proportionem habet, quam HE ad ED, hóc eſt ad EF, habebit per conuerſionem rationis, & diuidendo BC ad CG minorem proportionem, quam EF ad FH. B

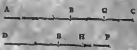
COMMENTARIVS.

Dico, & BC ad CG minorem proportionem habere, quam EF ad FH.] *Græcus codex* ὅτι καὶ ἡ βγ πρὸς γη μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ εζ πρὸς τὴν ζθ *ſed mendoſe, ut opinor, nam uidetur legendum.* ἐλάσσονα λόγον ἔχει. A

Quoniam enim per conuerſionem rationis & diuidendo, GB ad BA, hoc eſt ad BC maiorem proportionem habet, quam HE ad ED, hoc eſt ad EF] *Quoniam* AG *ad* GB *minorem proportionem habet, quam* DH *ad* HE, *habebit per conuerſionem rationis* GA *ad* AB *maiorem proportionem, quam* HD *ad* DE, *& diuidendo per 29. quinti ex editione noſtra* GB *ad* BA, *uidelicet ad* BC *maiorem, quam* HE, *ad* ED, *hoc eſt ad* EF. *Rurſuſque per conuerſionem rationis* BG *ad* GC *minorem habebit proportionem, quam* EH *ad* HF, *& rurſus diuidendo* BC *ad* CG *minorem, quam* EF *ad* FH. *Græcus codex etiam hoc loco corruptus eſt, in quo legitur* μείζονα λόγον ἔχει *cum legendum ſit* ἐλάσσονα λόγον ἔχει. B 30. quinti.

THEOREMA CCXVIII. PROPOSITIO CCXXXIV. LEM. XIV.

Sit AB æqualis BC, & DE ipſi EF, habeatque AG ad GB maiorem proportionem, quam DH ad HE. Dico BG ad GC minorem proportionem habere, quam EH ad HF. A



Quoniam enim diuidendo AB. hoc eſt CB ad BG maiorem proportionem habet, quam DE, hoc eſt FE ad EH, habebit per conuerſionem rationis, ac diuidendo BG ad GC minorem proportionem, quam EH ad HF. B

COM-

COMMENTARIVS.

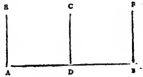
A Dico BG ad OC minorem proportionem habere, quam BH ad HF] *Græcus codex* ὅτι ἡ βη πρὸς ηγ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ εβ πρὸς τὴν θζ, *legendum* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ εθ πρὸς τὴν θζ.

B Quoniam enim diuidendo AB hoc eſt CB ad BG maiorem proportionem habet, quam DB, hoc eſt FE ad BH] *Græcus codex* ἐπεὶ γὰρ κατὰ διαίρεσιν ἡ αβ τουτέστιν ἡ βγ πρὸς τὴν γη *ſed legendum* τουτέστιν ἡ γβ τὴν βη.

IN LOCO AD SVPERFICIEM.

LEM. I. THEOREMA CCXIX. PROPOSITIO CCXXXV.

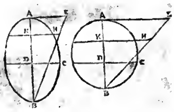
Si ſit recta linea AB, & CD rectæ lineæ poſitione datæ parallela ſit-
A que proportio rectanguli ADB ad quadratum ex DC data; punctum C conicam lineam continget.



B Si igitur recta linea AB poſitione priuetur; puncta AB data non ſint, fiat autem recta linea ad rectas lineas AE, FB poſitione datas, punctum C in ſublime eleuatum, erit ad ſuperficiem poſitione datum; hoc autem oſtenſum eſt.

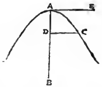
COMMENTARIVS.

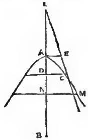
A Punctum C conicam lineam continget] *Sit recta linea* DC *ipſi* AB *parallela, vel igitur angulus* ADC *eſt rectus, vel non rectus, & quadratum ex* DC *vel eſt æquale rectangulo* ADB, *vel inæquale. Sit primum* ADC *angulus rectus & quadratum ex* DC *inæquale rectangulo* ADB, *erit punctum* CD *in ellipſi. Fiat enim vt quadratum ex* DC *ad rectangulum*

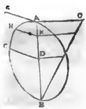


ADB, *ita recta linea* AB *ad ipſam* AE. *Itaque datis duobus rectis lineis terminatis* BA, AE *inueniatur ex 54. primi libri conicorum circa diametrum* AB *coni ſectio, ellipſis appellatur in eodem plano, in quo ſunt dicta lineæ, ita vt vertex ſit punctum* A *& rectum figuræ latus* AE: *ductæ vero a ſectione ad diametrum* AB *in angulo recto applicentur, & poſſint ſpatia adiacen-*

adiacentia ipſi AB, *quæ latitudines habeant rectas lineas interiectas inter ipſas, & punctum* A, *deficiantque figura ſimili, & ſimiliter poſita ei, quæ rectis lineis* EA, AB *continetur. Quoniam igitur quadratum ex* DC *ad rectangulum* ADB *eſt vt rectum figuræ latus* EA *ad tranſuerſum* AB, *erit ex 21. primi libri conicorum, punctum* C *in ellipſi: & ſimiliter ductis alijs lineis a ſectione ad* AB, *quæ ipſi* CD *ſint parallelæ vt* HK *habebit quadratum ex* HK *ad rectangulum* AKB *proportionem datam, videlicet eam, quam habet quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADB *quare ellipſis* AHCB *locum efficit. Si vero angulus* ADC *ſit rectus, & quadratum ex* DC *æquale rectangulo* ADB, *punctum* C *in circulo circumferentia erit. eſt enim* CD *media proportionalis inter* AD, DB: *& ſimiliter a circumferentia circuli ad diametrum ductis alijs lineis ipſi* DC *parallelis, velut* HK, *idem plane continget, vt ſcilicet quadratum ex* HK *ad rectangulum* AKB *eandem proportionem habeat, quam quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADB *& circumferentia* AHCB *locum efficiet. Sed fieri etiam poteſt, vt punctum* C *ſit in parabola. ſi ex 52. primi conicorum in ipſa* AD *inuenitur coni ſectio, quæ parabole appellatur, ita vt eius vertex ſit punctum* A, *& quæ a ſectione ad diametrum applicantur, parallelæ ipſi* DE, *poſſint rectangulum contentum recta linea, quæ eſt inter ipſum, & punctum* A, *& altera quadam data linea, quæ ſit æqualis* DB. *Sit præterea* AD *minor quam* DB, *vt in alia figura, productaque* DA *ad* L, *ſit* DL *ipſi* DB *æqualis, & vt quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADB, *hoc eſt ad rectangulum* ADL, *ita fiat recta linea* AE *ad* AL. *Datis igitur duabus rectis lineis terminatis* LA, AB *ex 53. primi libri conicorum inuenietur hyperbole, ita vt eius diameter ſit* LAD. *vertex punctum* A, *& rectum figuræ latus* AE, *quæ vero a ſectione ad diametrum in recto angulo applicantur, poſſint rectangula adiacentia ipſi* AB, *& latitudines habeant rectas lineas interiectas inter ipſas, & punctum* A, *excedantque figura ſimili, & ſimiliter poſita ei, quæ* EA, AB *continetur. Itaque quoniam quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADL *eſt vt figuræ rectum latus* EA *ad tranſuerſum* AL, *erit punctum* C *in hyperbola ex 21. primi conicorum: & a ſectione ad diametrum ductis alijs lineis, quæ parallelæ ſint ipſi* CD, *vt* MN, *habebit quadratum ex* MN *ad rectangulum* ANL *eandem proportionem, quam quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADL, *& linea* ACM *locum efficiet, Quod ſi angulus* ADC *non ſit rectus, ſiue quadratum ex* CD *ſit æquale rectangulo* ADB *ſiue inæquale, fiat vt quadratum ex* DC *ad rectangulum* ADB *ita recta linea quædam* OA *ad* AB, *quæ cum ipſa* AB *rectos angulos contineat: & ex 54. primi conicorum inuenietur ellipſis, cuius diameter* AB *& rectum figuræ latus* AO. *erit eadem ratione punctum* C *in ellipſi, & ducta alia linea a ſectione ad diametrum, quæ ipſi* CD *ſit parallela habebit quadratum ex* HK *ad rectangulum* AKB *eandem proportionem, quam quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADB, *& linea* AHC *locum efficiet. Si vero* AD *ſit minor, quam* DB *producta* DA *ad* L, *ita vt ſit* DL *ipſi* DB *æqualis, & quam proportionem habet quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADL, *habeat recta linea* OA *ad* AL, *quæ cum* AL *rectos contineat angulos. & rurſus ex 53. primi conicorum inuenietur hyperbole, cuius vertex punctum* A, *rectumque figuræ latus* OA, *& tranſuerſum* AL, *erit punctum* C *in hyperbola ex 21. primi conicorum, & a ſectione ad diametrum ducta alia linea* MN *ipſi* CD *parallela, erit quadratum ex* MN *ad rectangulum* ANL *vt quadratum ex*

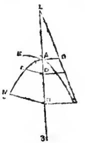






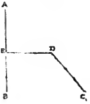
CD *ad*

CD ad rectangulum ADL, *& linea* ACM *locum efficiat neceſſe eſt, & ſi quidem angulus* ADC *ſit rectus, erunt* AB, AL *principales diametri ſectionum, nempe ellipſis, & hyperbole, ſi vero acutus vel obtuſus non erunt principales.*



B Fiat autem recta linea ad rectas lneas AB, FB. poſitione datas, punctum c in ſublime eleuatum erit ad ſuperficiem, poſitione datam; hoc autem oſtenſum eſt] *Græcus cod. hoc loco, vt opinor corruptus eſt, qui ſic habet. γίνεται δὲ προσθέσει εὐθεῖα ταῖς α ε, ε β τὸ γ μετεωρισθὲν γίνεται προσθέσει ἐπιφανείας. τοῦτο δὲ ἐδείχθη. fortaſſe autē hoc dicit. Si recta linea* DC *in ſublim conſtituta parallela ſit ipſis* AB, BF *poſitione datis, erit punctum* C *ad ſuperficiem poſitione datam, videlicet ad eam, in qua ſunt* BA, AB, BF, *& loci qui fiunt a ſectionibus, niſi fallor, erunt ij, qui ad ſuperficiem dicuntur.*

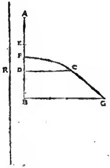
Si ſit recta linea AB *poſitione data, datumque punctum* C *in eodem plano, & ducatur* CD *& preterea ducatur* DE *parallela rectæ lineæ poſitione datæ; ſit autem data proportio ipſius* CD *ad* DE. *Dico punctum* D *poſitione contingere conicam ſectionem. oſtendetur autem ſit, præmiſſo huiuſmodi loco.*



LEM. III.

THEOREMA CCXX. PROPOSITIO CCXXXVI.

Datis duobus punctis AB, & perpendiculari DC, ſit proportio quadrati ex AD ad quadrata ex GD, DB data. Dico punctum C conicam ſectionem contingere, ſiue ſit proportio æqualis ad æquale, ſiue maioris ad minus, ſiue minoris ad maius.



Sit enim primum proportio æqualis ad
A æquale, & quoniam quadratum ex AD eſt æquale quadratis ex GD, DE, ſi ponatur ipſi BD æqualis DE, erit rectangulum BAE æquale quadrato ex DC. ſecetur AB bifariam in F punctum igitur F eſt datum.
B atque eſt AB dupla ipſius FD. quare rectangulum FAE eſt quod bis AB, FD continetur
C D eſt autem dupla ipſius AB data, quod igitur data linea, & FD continetur quadrato ex
E DC eſt æquale, & ideo punctum C poſitione contingit parabolen, quæ per punctum F tranſit.

Componetur autem locus hoc modo.

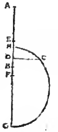
Sint data puncta AF: proportio autem ſit æqualis ad æquale. ſeceturque AB bifariam in F, & ipſius AF ſit dupla recta linea, in qua R. Quod cum linea FR poſitione
F data ſit, quæ terminatur ad punctum F, linea autem R ſit magnitudine data, circa axem

axem FB deſcribatur parabole FO, ita vt ſumpto in ipſa quouis puncto, veluti C, & ab eo ducta perpendiculari CO, rectangulum contentum recta linea K, & FD æquale ſit quadrato ex DC; & ducatur perpendicularis BC. Dico lineam ipſius parabole partem eſſe. Ducatur enim perpendicularis CD, & ipſi BD æqualis ponatur DF. Quo- G
niam igitur AB quidem dupla eſt ipſius BF, & EB dupla BD, & AB ipſius FD dupla: & rectangulum BAB æquale ei, quod bis AB, FO continetur, hoc eſt quadrato ex DC. commune apponatur quadratum ex BD, quod eſt æquale quadrato ex DB. totum igitur quadratum ex AD æquale eſt quadratis ex CO, OB, & propterea linea FCG locum efficit.

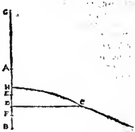
THEOREMA CCXXI. PROPOSITIO. CCXXXVII.

LEM. IV.

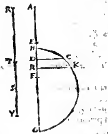
Sint rurſus duo puncta data AB: & ducatur DC perpendicularis: ſit H
autem quadrati ex AD ad quadrata ex CD, DB proportio data; in primo K
quidem caſu maioris ad minus, in ſecundo autem minoris ad maius. Dico punctum C contingere coni ſectionem, videlicet ellipſim in primo caſu, in ſecundo autem hyperbolen.



Quoniam enim proportio quadrati ex AO ad
quadrata ex CD, DB eſt data, fiat ipſi eadem L
proportio quadrati ex BO ad quadratum ex OB.
erit BO in primo caſu maior quam DB, in ſe-
cundo autem minor. Ponatur ipſi BD æqualis M
DF. & quoniam data eſt proportio quadrati ex
AD ad quadrata ex CD, OB, atque eſt eadem
proportio quadrati ex BD ad quadratum ex DB,
erit reliqua rectanguli FAB ad quadratum ex N
DC proportio data. Quod cum data ſit pro- O
portio ED ad OB, & proportio FB ad BD da- P
bitur cui eadem fiat proportio AB ad BO. ergo
& totius AF ad DG proportio data erit. Rur- Q
ſus quoniam data eſt proportio BD ad DB, ea-
dem fiat proportio AH ad HB. quare & AB ad R
BH proportio data eſt, & datum punctum H. S
reliqua igitur AB ad HO proportio erit data, T
& data proportio rectanguli FAB ad rectangu- V
lum HDG: rectanguli vero FAB ad quadratum X
ex CD proportio eſt data, quare & data pro- Y
portio rectanguli HOG ad quadratum ex DC. Z
ſuntque duo puncta data HG. ergo in primo
caſu punctum C ellipſim, in ſecundo autem
hyperbolen contingit.

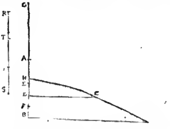


Componetur autem locus hoc pacto.



Sint duo puncta data AB. data autem proportio ſit quadrati ex RT ad quadratum ex TS, in primo quidem caſu maioris ad minus, in ſecundo autem minoris ad maius, & ipſi RT æqualis ponatur TY, fiatque vt YS ad ST, ita AB ad BG: vt autem RT ad TS, ita fiat AH ad HB, & circa axem HG deſcribatur in primo caſu ellipſis, in ſecundo autem hyperbole, ita vt ſumpto in ipſo quouis puncto, veluti C, & ducta perpendiculari CD, ſit proportio rectanguli HDG ad quadratum ex DC, compoſita ex pro-

portione, quam habet TS ad BY, & ex ea, quam habet TS ad SR, & ex data proportione, quæ eſt quadrati ex RT ad quadratum ex TS: & ducatur perpendicularis
ε BK. Dico lineam HK facere id, quod præcipitur. Agatur enim perpendicularis CD, & fiat vt AB quidem ad BG, ita FB ad BD, vt autem AH ad
η HB, ita HD ad DB, quare proportio quidem DG ad AF eadem erit, quæ proportio GB ad BA, hoc eſt TS ad SY proportio autem HD ad AB eadem, quæ TS ad SR. illud enim in reſolutione demonſtratum eſt. ergo rectanguli HDG ad rectangulum FAB proportio compoſita eſt ex proportione, quam habet TS ad SY, & ex ea, quam habet TS ad SR. ſed rectangulum HDG ad quadratũ ex DC propor-



θ tionem habet cõpoſitam ex proportione TS ad BY, & ex proportione TS ad SR, & ex data proportione, quæ quidem eſt quadrati ex RT ad quadratum ex TS. rectangulum autẽ HDG ad quadratum ex DC rurſus proportionem habet cõpoſitam ex proportione rectanguli HDG ad rectangulum FAB, & proportione rectanguli FAB ad quadratum ex CD. atque eſt proportio rectanguli HDG ad rectangulum FAB eadem, quæ com-
κ ponitur ex proportione TS ad SY, & ex proportione TS ad SR. reliqua igitur rectanguli FAB ad quadratum ex OC proportio eadem eſt, quæ proportio quadrati ex
λ μ RT ad quadratum ex TS, hoc eſt quadrati ex BD ad quadratum ex IF: & omnia ad
ν omnia. ergo vt quadratum ex AD ad quadrata ex CD, DB, ita quadratum ex RT ad quadratum ex TS; hoc eſt proportio data. quare HK pars ſectionis locum efficit.

COMMENTARIVS.

A Et quoniam quadratum ex AD eſt æquale quadratis ex CB, DB, ſi ponatur ipſi BD æqualis DB, erit rectangulum BAB æquale quadrato ex DC] *Cum enim CB biſariam ſecetur in D, atque et adiungatur AB; rectangulum BAB vna cum quadrato ex BD eſt æquale quadrato ex AD. ſed quadrato ex AD æqualia erunt quadrata ex CD, DB. ergo ablato vtrinque æquali, videlicet quadrato ex BD ex altera parte, ex altera autem quadrato ex DB, relinquitur rectangulum BAB quadrato ex CD æquale.* [6. ſecũdi.]

B Atque eſt AB dupla ipſius FD] *Eſt enim AB dupla ipſius BF, & EB dupla BD. ergo & reliqua AB reliquæ FD dupla erit.* [19. quinti.]

C Eſt autem dupla ipſius AB data] *Ex 2. libri datorum.*

D Quod igitur data linea, & FD continetur quadrato ex DC eſt æquale] *Ponatur recta linea in qua R dupla ipſius AB ergo vt recta linea R ad AB, ita eſt AB ad FD rectangulum igitur contentum ipſa R & FD eſt æquale rectangulo BAB, hoc eſt quadrato ex DC. Græcus codex τὸ ἄρα ὑπὸ δοθὲν καὶ τῆς βγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς δγ. legendum autem eſt vt opinor τὸ ἄρα ὑπὸ δοθείσης, καὶ τῆς ζδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς δγ.* [16. quinti.]

E Et ideo punctum C poſitione contingit parabolen, quæ per punctum F tranſit] *Ex 11. primi libri conicorum Apollonij eſt enim linea iuxta quam poſſunt, quæ à ſectione ad diametrum ordinatim applicantur. Græcus codex τὸ γ ἄρα ἅπτεται θέσει παραβολῆ ἐρχομένη διὰ τοῦ ζ. lege παραβολῆς ἐρχομένης διὰ τοῦ ζ.*

F Circa axem FB parabole FG deſcribatur, ita vt ſumpto in ipſa quouis puncto, velut C, & ab eo ducta perpendiculari BD] *Ex 52. primi libri conicorum. Græcus codex ὥστε ἐὰν ἐπ' αὐτῆς σημεῖον ληφθῇ ὡς τὸ γ. lege ἐὰν ἐν αὐτῆς.*

G Et ipſi ID æquale ponatur DE] *Græcus codex καὶ τῇ γδ ἴση κείσθω ἡ δε. lege καὶ τῇ βδ ἴση κείσθω ἡ δε.*

H Et ducatur DC perpendicularis] *Græcus codex καὶ ἤχθω ἡ δγ καὶ ὀρθή. ego legendum puto καὶ κατήχθω ὀρθὴ ἡ δγ Vel aliter in eandem ſententiam.*

K In primo quidem caſu maioris ad minus, in ſecundo autem minoris ad maius] *Græcus*

cus codex ὅτι μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἐλάσσων πρὸς μείζονα ὅτι δὲ τῆς δευτέρας μείζων πρὸς ἐλάσσονα, ſed mendoſe vt opinor legendum enim eſt, ὅτι μὲν τῆς πρώτης πτώσεως μείζων πρὸς ἐλάσσονα ὅτι δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσων πρὸς μείζονα niſi forte per proportionem datam intelligamus eius conuerſam, videlicet, quæ eſt quadratorum ex CD, DB *ad quadratum ex* AD, *quemadmodum inferius in ea, quæ ſequitur.*

Fiat ipſi eadem proportio quadrati ex BD ad quadratum ex DF. erit BD in primo caſu maior, quam DB, in ſecundo autem minor] *Iungatur* CB, *&* *vt* AD *ad* CB *ita fiet* BD *ad* DB *ex 2. huius erit igitur vt quadratum ex* AD *ad quadratum ex* CB, *hoc eſt ad quadrata ex.* CD, DB, *ita quadratum ex* BD *ad quadratum ex* DB *Græcus codex* ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τοῦ ἀπὸ βδ πρὸς τὸ ἀπὸ δε ὅτι μὲν ἂν τῆς πρώτης πτώσεως ἐλάσσων ἐστὶν ἡ βδ τῆς δε, ὅτι δὲ τῆς δευτέρας μείζων ἐστὶν ἡ βδ τῆς δε. *ſed legendum eſt.* ὁ τοῖς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τοῦ ἀπὸ εδ πρὸς τὸ ἀπὸ δβ ὅτι μὲν ἂν τῆς πρώτης πτώσεως μείζων ἐστὶν ἡ εδ τῆς δβ ὅτι δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσων ἐστὶν ἡ εδ τῆς δβ. L 22. ſexti

Ponatur ipſi ED æqualis DF] *Græcus codex* κείσθω ὅτι τῇ εδ ἴση ἡ δζ. *lege* κείσθω τῇ εδ ἴση ἡ δζ. M

Erit reliqua rectanguli FAB ad quadratum ex DC proportio data] *Eſt enim rectangulum* FAB *vna cum quadrato ex* BD *æquale ei, quod fit ex* AD *quadrato. ergo rectangulum* FAE *ad quadratum ex* DC *eſt vt quadratum* AD *ad quadrata ex* CD, DB, *vel vt quadratum ex* BD *ad quadratum ex* DB. *Græcus codex* καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ζαε *&c. lege* καὶ λοιποῦ ἄρα τοῦ ὑπὸ ζαε πρὸς τὸ ἀπὸ δγ λόγος ἐστὶ δοθείς. N 5. quinti.

Quod cum data ſit proportio ED ad DB, & proportio FB ad BD dabitur] *Quoniam enim* ED *ad* DB *hoc eſt* FD *ad* DB *datam habet proportionem, & ad reliquam* BF *datam proportionem habebit ex 5. libri datorum. quare ex 8. eiuſdem* FB *ad* BD *datam proportionem habeat neceſſe eſt, ita quidem argumentabimur in primo caſu, in ſecundo autem hoc modo. Quoniam* FD *ad* DB *datam habet proportionem, & reliqua* FB *ad* BD *proportionem datam habebit. Græcus codex* ἔσται δὲ λόγος ὁ τῆς εδ πρὸς δβ, καὶ τῆς ζδ πρὸς δβ, *ego legendum puto* καὶ τῆς ζβ πρὸς βδ. O 5. dator.

Cui eadem fiat proportio AB ad BG] *In ſecundo caſu ſumatur punctum* G *ad partes* A, *alioqui, quæ deinceps dicuntur vera non eſſent.* P

Ergo, & totius AF ad DG proportio data erit] *Quoniam enim eſt vt* FB *ad* BD, *ita* AB *ad* BG, *erit in primo caſu ex 12 quinti elementorum tota* AF *ad totam* DG, *vt* AB *ad* BG, *ſed in 2. caſu hoc modo. Quoniam tota* AB *ad totam* BG *eſt, vt pars* FB *ad partem* BD, *erit reliqua* AF *ad reliquam* DG, *vt* AB *ad* BG. *proportio igitur* AF *ad* DG *eſt data ex quibus manifeſte conſtat in ſecundo caſu punctum* G *ad partes* A *ſumi oportere. ſi enim ad alteras partes nullo modo ſequeretur* AF *ad* DG *ita eſſe, vt* AB *ad* BG, *quod quidem in compoſitione concludetur, vt apparebit, namque* AF *minor eſt, quam* AB. *ſed* DG *multo maior eſſet, quam* BG. Q

Rurſus quoniam data eſt proportio AD ad DB, eadem fiat proportio AH ad HB] *Diuidatur* AB *in datam proportionem, quæ eſt* BD *ad* DB *ex 10 ſexti elementorum. Græcus codex* πάλιν ἐπεὶ λόγος ἐστὶ δοθείς, ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τῆς αβ πρὸς βθ. *Nos autem perſpicuitatis cauſſa addidimus* ED *ad* DB. *ſed quæ ſequuntur ita legenda cenſemus* ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τῆς αθ πρὸς θβ. R

Quare & AB ad BH proportio data eſt, & datum punctum H] *Vtraque enim ipſarum* AH, HB *eſt data ex 7. libri datorum. ergo & earum proportio, & proportio totius* AB *ad* BH *dabitur ex prima & ſexta eiuſdem libri.* S

Reliqua igitur AB ad HD proportio erit data] *Namque vt* AH *ad* HB, *ita eſt* ED *ad* DB: *& componendo vt* AE *ad* BH, *ita* EB *ad* BD, *quare & reliqua* AE *ad reliquam* HD *eſt vt* AB *ad* BH. *data igitur erit proportio* AB *ad* HD. *Græcus codex* καὶ λοιπὸς τῆς αε πρὸς εδ *ſed legendum* καὶ λοιπὸς τῆς αε πρὸς θδ. T

Et data proportio rectanguli FAB ad rectangulum HDG] *Rectangulum enim* FAE *ad rectangulum* HDG *proportionem habet compoſitam ex datis proportionibus, videlicet ex proportione* AF *ad* DG *& proportione* AE *ad* HD. V

Rectanguli vero FAE ad quadratum ex CD proportio eſt data] *Ex antecedentibus.* X

Quare & data proportio rectanguli HDG ad quadratum ex DC] *Ex 8. libri datorum.* Y

Ergo in primo caſu punctum e ellipſim, in ſecundo autem hyperbolen contingit] *Eſt enim in primo caſu* HG *ellipſis diameter in ſecundo autem caſu* GH *eſt diameter hyperbolæ. quæ ex ipſa ſumitur,* Z

α Data autem propoſitio ſit quadrati ex RT ad quadratum ex TS] *Græcus codex ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς ρτ πρὸς τσ. Unde ne legendum ſit ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τοῦ ἀπὸ ρτ πρὸς τὸ ἀπὸ τσ. In ceſinatione enim data proportio erat quadrati ex* AD *ad quadrata ex* CD DB. *hæc autem eadem eſt, quam quadratum ex* RT *habet ad quadratum ex* TS, *vt deinceps apparebit.*

β In primo quidem caſu maioris ad minus, in ſecundo autem minoris ad maius] *Corrigendus etiam eſt hoc loco. Græcus codex, qui ſic habet. ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἐλάσσων πρὸς μείζονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζων πρὸς ἐλάσσονα. legendum enim eſt ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως μείζων πρὸς ἐλάσσονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσων πρὸς μείζονα.*

γ Et circa axem GH deſcribatur in primo quidem caſu ellipſis, in ſecundo autem hyperbole] *Deſcribatur in primo caſu ellipſis circa axem* HDG, *in ſecundo autem deſcribatur hyperbole circa axem* GH *productam, hoc eſt circa* HE, *ita vt punctum* H *ſit ipſius vertex.*

δ Ita vt ſumpto in ipſa quouis puncto veluti C &c.] *Hoc eſt ita vt* GH *tranſuerſum figuræ latus ad rectum compoſitam proportionem habeat ex proportione* TS *ad* SY, *& ex proportione* TS *ad* ST, *& ex data proportione, vt enim rectangulum* HDG *ad quadratum ex* DC *ita tranſuerſum figuræ latus ad rectum ex 21. primi libri conicorum.*

ε Quæ eſt quadrati ex RT ad quadratum ex TS] *Græcus codex ὅς ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ρσ πρὸς τὸ ἀπὸ τσ lege ὅς ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ρτ, &c.*

ζ Dico lineam HK facere id quod præcipitur] *Hoc eſt lineam* HCK, *quæ ſectionis pars eſt. Græcus codex ὅτι ἡ βκ ποιεῖ τὸ ἐπίταγμα ſed legendum arbitror λέγω ὅτι ἡ θκ, &c.*

η Quare proportio quidem DG ad AF eadem erit, quæ GB ad BA] *Ex hoc loco colligitur in ſecundo caſu punctum* G *ad partes* A *ſumendum eſſe, vt ſupra admonuimus.*

θ Et ex data proportione] *Hæc nos addidimus, quæ in Græco codice deſiderari videbantur, vt ita legendum ſit ἀλλ' ἐπεὶ τὸ ὑπὸ θδη πρὸς τὸ ἀπὸ δγ τὸν συνημμένον ἔχει λόγον ἔξ τε οὗ ἔχει ἡ τσ πρὸς συ, καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει ἡ τσ πρὸς σρ, καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει ὁ δοθεὶς λόγος καὶ ἔστιν ὁ δοθεὶς λόγος ὁ τοῦ ἀπὸ ρτ πρὸς τὸ ἀπὸ τσ quæ vero ſequuntur ἐλάσσων πρὸς μείζονα nos delenda cenſemus.*

κ Reliqua igitur rectanguli FAE ad quadratum ex DC proportio eadem eſt, quæ quadrati ex RT ad quadratum ex TS] *Græcus codex λοιπὸν ἄρα τοῦ ὑπὸ θδη πρὸς τὸ ἀπὸ δγ λόγος. legendum autem vt puto λοιπὸς ἄρα τοῦ ὑπὸ ζαε πρὸς τὸ ἀπὸ δγ λόγος.*

λ Hoc eſt quadrati ex BD ad quadratum ex DB] *Græcus codex τουτέστι τοῦ ἀπὸ εδ πρὸς τὸ ἀπὸ αβ lege πρὸς τὸ ἀπὸ δβ.*

μ Et omnia ad omnia] *Quoniam enim proportio rectanguli* FAE *ad quadratum ex* DC *eadem eſt, quæ quadrati ex* RT *ad quadratum ex* TS, *hoc eſt quadrati ex* BD *ad quadratum ex*
22.quinti DB; *erit omnium antecedentium ad omnia conſequentia eadem proportio, videlicet rectanguli*
5.ſecũdi. FAE *vna cum quadrato ex* ED, *hoc eſt quadrati ex* AD *ad quadrata ex* CD, DB.

ν Ergo vt quadratum ex AD ad quadrata ex CD, DB, ita quadratum ex RT ad quadratum ex TS] *Græcus codex ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὸ ἀπὸ βη. ſed legendum πρὸς τὰ ἀπὸ γδ, δβ.*

LEM. V.

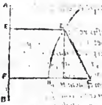
THEOREMA CCXXII. PROPOSITIO CCXXXVIII.

His ita habentibus tranſeamus ad id, quod initio proponebatur.

Sit recta linea poſitione data AB, & datum punctum C, in eodem plano, ducaturque CD, & perpendicularis DE. proportio autem data ſit CD ad DE. Dico punctum D coni ſectionem contingere, & ſi quidem proportio ſit æqualis ad æquale, erit ea ſectio parabole, ſi vero minoris ad maius, ellipſis; quod ſi maioris ad minus erit hyperbole.

Sit pri-

Sit primum proportio æqualis ad æquale, hoc eſt ſit primum e æqualis DB. oſtendendum eſt punctum D parabole contingere. Ducatur perpendicularis CF ipſi vero AB parallela ducatur DG. & quoniam quadratum ex ED æquale eſt quadrato ex DC, æqualis autem BD ipſi FG, & quadratum ex DC æquale quadratis ex DG, GC: erit quadratum ex FG quadratis ex DG, GC æquale; atque eſt recta linea FC data poſitione; A & duo puncta FC data; ergo punctum D parabolen contingit ex eo, quod ante demonſtratum eſt.



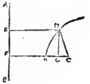
Componetur autem hoc modo.

Sit recta linea AB poſitione data, datumque punctum C, & ducatur perpendicularis CF. Itaque cum CF detur poſitione, & dentur duo puncta FC, inueniatur parabole DH, ita vt ſumpto in ea quouis puncto, veluti D, & data DG perpendiculari, B quadratum ex FG ſit æquale quadratis ex DG, GC. Dico lineam DH locum efficere. hoc eſt ducta quauis linea, vt CD, & perpendiculari DE, lineam CD ipſi DE æqualem eſſe, ducatur enim perpendicularis DG. Ergo propter parabolen quadratum ex FG eſt æquale quadratis ex DG, GC. atque eſt ipſi quidem FG æqualis ED, quadratis vero ex DG, GC æquale quadratum ex CD. ergo quadratum ex CD quadrato ex DE eſt æquale, ac propterea CD ipſi DE æqualis. linea igitur DH, quæ eſt pars ſectionis locum efficit.

COMMENTARIVS.

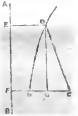
Atque eſt recta linea FC data poſitione] *Ex 30. libri datorum.* A

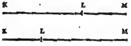
Inueniatur parabole DH, ita vt ſumpto in ea quouis puncto, &c.] *Ex ijs, quæ ſuperius tradita ſunt.* B



Deſideratur vt apparet, vltima pars huius theorematis quam nos ſupplere aggrediemur.

Sint eadem, quæ prius, & ſit proportio data CD ad DE minoris ad maius, vel maioris ad minus, hoc eſt ſit CD minor, quam DE, vel maior. Oſtendendum eſt punctum D in primo caſu ellipſim, in ſecundo autem hyperbolen contingere. fiant enim omnia, quæ ſuperius dicta ſunt, erit quadratum ex FG maius quadratis ex DG, GC, vel minus atque eſt FC poſitione data, & data puncta FC. punctum igitur D ex iam demonſtratis ellipſim, vel hyperbolen continget.





Compo-

Componetur autem in hunc modum.

Sit rurſus recta linea AB *poſitione data, & datum punctum* C. *ſit autem data proportio, quam habet* KL *ad* LM, *in primo caſu maioris ad minus, in ſecundo minoris ad maius ducaturque perpendicularis* CF. *& cum* CF *ſit poſitione data, & data puncta* FC, *inueniatur ex iam dictis, in primo quidem caſu ellipſis, in ſecundo autem hyperbole* DH, *ita vt ſumpto in ea quouis puncto* D, *& ducta perpendiculari* DG, *quadratum ex* FG *ad quadrata ex* DG, GC *eandem proportionem habeat, quam quadratum ex* KL *ad quadratum ex* LM, *Dico lineam* DH *locum efficere. Hoc eſt ſi ducatur quæuis recta linea, vt* CD, *& perpendicularis* DE, *lineam* CD *ad* DE *eam habere proportionem, quam* ML *ad* LK. *ducatur enim perpendicularis* DG. *ergo propter ellipſim vel hyperbolen quadratum ex* FG *ad quadrata ex* DG, GC *eſt vt quadratum ex* KL *ad quadratum ex* EA. *atque eſt* DE *æqualis* GF; *& quadratum ex* CD *quadratis ex* DG, GC *æquale, ergo quadratum ex* CD *ad quadratum ex* DE *eam habet proportionem, quam qudratum ex* ML *ad quadratum ex* LK, *& idcirco linea* CD *ad* DE *eandem proportionem habebit, quam* ML *ad* LK. *linea igitur* DH *locum efficiat, neceſſe eſt.*

SEPTIMI LIBRI FINIS.

PAP-

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

LIBER OCTAVVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

CVM mechanica contemplatio fili Hermodore multis, & magnis vitæ noſtræ rationibus conducat, iure optimo à philoſophis maxima laude digna exiſtimata eſt: & omnes mathematici non mediocri ſtudio in eam incumbunt; etenim fere prima phyſiologiam, quæ in elementorum mundi materia verſatur, attingit. nam cum ſtatum, & corporum lationem, motumque ſecundum locum in vniuerſo contempletur, horum quidem, quæ natura ſunt, cauſas reddit; illa autem à natura ſua decedere cogens extra propria loca in contrarios motus transferr, quod per ea theoremata, quæ ex ipſa materia decidunt, excogitat. Mechanice vero alteram partem rationalem eſſe, alteram manuum opera indigere, ſentit Hero mechanicus. & rationalem quidem partem ex geometria, & arithmetica, & aſtronomia, & ex phiſicis rationibus conſtare; eam vero, quæ manuum opera indiget, ex æraria, & ædificatoria & teſtonica, & pictura, & in omnibus manuum exercitatione. atque eum quidem in ſupradictis ſcientijs a prima ætate verſatus ſit, & prædictas artes calluerit, quiq; acri ſit ingenio, optimum fore, & inuentorem, & architectum mechanicorum operum, cum fieri non poſſit, vt quis tantopere in his diſciplinis excellat, ſimulque prædictas artes diſcat. præcipit autem ei, qui mechanica opera tractare velit, vt proprias artes ad manum habeat. quibus cum opus ſit, in ſingulis vtatur. & maxime omnium neceſſariæ artes ſunt ad vitæ vſus, mechanicæ poſt arctitectonicam: & ars manganorum, qui & ipſi mechanici ab antiquis appellati ſunt. magna enim pondera machinis adhibitis præter naturam in altitudinem tollunt, minori potentia mo-

uentes;

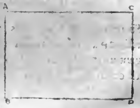
uentes: & ars conficiendi inſtrumenta ad bellum neceſſaria, quæ & mechanica vocantur. Sagittæ enim, & lapides, & tela, & his ſimilia emittuntur in longiſſima viæ ſpacia per catapultas, quæ ab ipſis conſtruuntur. ad hæc ars, eorum, qui μηχανοποιοὶ, hoc eſt machinas conficientes appellantur; ex multa enim profunditate aqua facilius attolitur, per inſtrumenta ad ipſam ex hauriendam excogitata. vocant autem mechanicos antiqui etiam eos, qui admirationem pariunt, quorum alij quidem per ſpiritus artem exercent, vt Hero πνευματικοῖς. alij per neruos, & funes animatorum motus imitari videntur. vt Hero ad τεμάτοις καὶ ζυγίοις. alij vero per ea, quæ in aqua vehuntur, vt Archimedes ὀχουμένοις; vel horologijs per aquam conſtructis. vt Hero ὑδρείοις. quæ etiam videntur communem habere rationem cum gnomonica contemplarione. Mechanicos inſuper vocant eos, qui nouerunt ſphæropæias conficere. a quibus imago cæli conſtruirur per æqualem, & circularem aquæ motum. Horum autem omnium cauſſam, & rationem cognouiſſe aiunt quidam ſyracuſanum Archimedem. is enim ſolus noſtris temporibus varia, & natura, & inrellegentia vſus eſt ad omnia perſcrutanda; quemadmodum, & Gemminus mathematicus aſſerit in libro de mathematicarum diſciplinarum ordine. Carpus autem antiochenſis quodam in loco dicit Archimedem ſyracuſanum vnum dumraxat librum mechanicum compoſuiſſe de ſphæropæia, hoc eſt de ſphæræ conſtructione. de alijs vero ſibi ſcribendum non exiſtimaſſe, quamuis apud multos ob mechanicam facultatem ſummo in honorem ſemper fuerit, & ad mirabilis magno quodam ingenio habitus ſit, adeo, vt adhuc apud omnes homines eius fama mirandum in modum celebretur. ſed de ijs quæ præcipua ſunt, & geometricam, aritmeticamque contemplationem continent, quamquam ea breuiſſima videantur eſſe, diligenter conſcripſit, tanto vt appareat, prædictarum ſcientiarum amore inflammatus, vt nihil extrinſecus in eas introducendum ſtatuerit. ipſe autem corpus, & alij quædam iure optimo vſi ſunt Geometria etiam ad aliquas artes, Geometria enim nihil læditur, quæ multas artes ſtabilire conſueuit, quando eis adiungatur. Itaque cum ſit tamquam mater artium non læditur, quod curam habeat organicæ, & architectonicæ. neque enim propterea quod ſimul ſit cum ea, quæ terras dimetitur, & cum gnomonica, & mechanica, & ſcenographia aliqua ex parte læditur. ſed contra potius videtur eas promouere, quod & honoretur, & ab ipſis pro dignitate ornetur. Cum igitur einſmodi ſit mechanica ſcientia ſimul, & ars, & in tot partes diuidatur, exiſtimaui recte ſe habere, ſi & breuius, & apertius conſcripſero ea, quæ ratione geometrica in contemplationem veniunt, & quæ, quod ad motum grauium attinent, maxime ſunt neceſſaria, & theoremata tam quæ apud veteres poſita, quam quæ a nobis vtiliter adinuenta ſunt, & magis exquiſita ratione, quam ea, quæ a prioribus conſcripta eſt. vt dato pondere a

dere a

dere a data potentia ducto in plano horizonti parallelo, & altero plano inclinato, quod à ſubiectum planum datum angulum efficiat, inuenire potentiam, a qua pondus in plano inclinato ducatur. hoc autem vtile eſt mechanicis manganarijs, addentes enim inuentæ potentiæ alteram quandam virorum potentiam confidenter in ſublime pondus attolunt, & datis duabus rectis lineis inæqualibus, duas medias proportionales in continua analogia inuenire. ex hoc enim theoremate omnis ſoleda figura data ſecundum datam proportionem & augetur, & minuitur, & quomodo fieri poſſit, vt tympano dato ſi & data multitudine ſcytularum ipſius, vel dentium apponatur ei tympanum datum habes dentium multitudinem, & appoſiti tympani diameter inueniatur, quod quidem tum ad multa vtile eſt, tum ad artem eorum, qui mechanicas conficiunt propter conſtitutionem ſcytulatorum tympanorum. Horum autem vnum quodque in proprio loco perſpicuum fiet, etiam cum alijs quæ architecto, & mechanico vtilia ſunt, ſi prius ea, quæ tractationem de centro grauium continent, explicauerimus. Quid igitur ſit graue, & quid leue, & quæ cauſſa ſit, cur corpora ſurſum, & deorſum ferantur: & hoc ipſum ſurſum, ac deorſum quo modo intelligatur, & quibus terminis circumſcribatur, nihil a nobis in præſentia in medium afferri oportet, quoniam hæc a Ptolomæo in mechanicis declarata ſunt. Centrum autem grauitatis vniuſcuiuſque corporis, quod eſt principium & elementum tractationis de centro grauium, ex quo & reliquæ mechanicæ partes dependent, quid nam ſit, & quid ſibi velit, dicendum, ex hoc enim vt opinor, & reliqua, quæ in hac tractatione conſiderantur, perſpicua erunt. Dicimus autem centrum grauitatis vniuſcuiuſque corporis eſſe punctum quoddam intra poſitum a quo ſi graue dependens mente concipiatur, dum fertur, quieſcit, & ſeruat eam, quam in principio habebat poſitionem, neque in ipſa latione circonuertitur.

PROBLEMA I. PROPOSITIO I.

Hæc autem punctum non ſolum in corporibus, quæ certum ſeruant ordinem, ſed etiam in ijs, quæ temere & caſu formata ſunt, inuenitur, ratione quadam perſuaſum huius modi.



Ponatur planum rectum A B C D ad mundi centrum vergens, in quo & corpora grauia prorſus inclinationem habere videntur, & ſit recta linea A B perpendicularis plano, in quo incedimus. ſi igitur aliquod corpus graue conſtituatur in A B recta linea, ita vt omnino a plano producto ſecetur, habebit aliquando poſitionem talem, vt maneat immotum, & non decidat, quod cum ita factum ſit, ſi intelligatur planum A B C D productum ſecabit vtique ſuper impoſitum corpus in duas

partes æqualium momentorum, quæ circa planum, veluti circa punctum ſuſpenſionis in libra, interſe æqueponderabunt. Rurſus tranſpoſitum corpus graue in altera parte attingat rectam lineam AB habebit circum actum aliquando poſitionem eam, vt dimiſſum maneat, & non decidat. Itaque ſi rurſus intelligatur planum ABCD productum in partes æqueponderantes corpus ſecabit, & priori plano ſecanti occurret. ſi enim non occurrat, eædem partes interſe, & æqueponderantes, & non æqueponderantes erunt, quod eſt abſurdum.

ALITER.



His autem explicatis rurſus intelligatur recta linea AB perpendicularis ad planum, in quo incedimus, videlicet ad ipſius mundi centrum vergens; & ſimiliter corpus graue in puncto A conſtituatur, recta linea AB tamquam baſi innixum ſtabit aliquando corpus in puncto, ita vt maneat, ſiquidem & in plano ipſius poterat quieſcere. Si igitur eo manente recta linea AB, producatur, aliqua pars ipſius in propoſita figura comprehendetur. Itaque intelligatur manens, & rurſus in alia parte corpus lineæ imponatur, ita vt quieſcat. Dico rectam lineam AB productam occurrere ei, quæ prius in figura fuerat comprehenſa. Si enim non occurret, poterunt quædam plana per vtramque earum ducta ſibi ipſis intra figuram non occurrere, & vnumquodquæ ipſorum diuidere corpus graue in partes æqueponderantes, & non æqueponderantes, quod eſt abſurdum. ergo dictæ lineæ intra figuram ſibi ipſis occurrent. Similiter, & ſi iuxta alias poſitiones corpus in puncto A ſtatuatur, ita vt maneat, producta recta linea AB occurret alijs prius intra figuram comprehenſis, quare conſtat rectas lineas ſi ita duci intelligantur, ſeſe in vno puncto ſecare. hoc autem punctum centrum grauitatis appellatur. conſtat præterea corpus graue, ſi ex centro appenſum mente concipiatur, non circumuerti, ſed manere, ſeruans in latione quacumque in principio habebat poſitionem. omnia enim, quæ per ipſum ducuntur plana in partes æqueponderantes corpus diuidunt. neque vlla conuerſionis cauſſa admitti poteſt, cum iuxta omnem poſitionem partes ipſius æqueponderantes ex vtraque parte centri conſtituantur. Hoc igitur eſt, quod tractationem de centro grauium maxime continet. addiſces autem ea, quæ ad elementa pertineat, per hanc demonſtrata, ſi legas Archimedis librum de æqueponderantibus, & Heronis mechanica. Sed quæ non ita multis cognita ſunt, deinceps conſcribamus, nempe hæc.

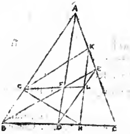
COMMENTARIVS.

A Habebit aliquando poſitionem talem, vt maneat immotum, & non decidat] *Corpora enim grauia deorſum feruntur ſecundum rectam lineam ad horizontem perpendicularem, quæ per centrum grauitatis eorum ducitur, quare corpus ſuper impoſitum plano ad horizontem recto tunc ſolum manebit, & non decidet, cum centrum grauitatis eius ſupra planum directe conſtiterit, quippe a quo vlterius deſcendere prohibentur. etenim aduertendum autem eſt, vt centrum grauitatis hoc modo inueniamus, non ſatis eſſe corpus graue plano bis componere: duorum etenim planorum communis ſectio eſt recta linea. Oportebit igitur & tertio idem efficere, & in quo puncto dicta linea a plano ſecetur, illud grauitatis eſſe centrum manifeſto apparebit.*

THEOREMA I. PROPOSITIO II.

Sit triangulum ABC cuius latera in eandem proportionem ſecentur à punctis CHK, ſitque AG ad GB, vt BH ad HC, & CK ad KA, & coniungantur GH, HK, KG. Dico triangulorum ABC, GHK idem eſſe grauitatis centrum.

Secentur



Secentor enim BC, CA biſariam in punctis DE; & AD, BE iungantur. ergo punctum F, in quo conueniunt, eſt centrum grauitatis trianguli ABC. nam ſi triangulum in aliquo plano recto constituatur ſecundum rectam lineam AD, in neutram partem vrget, quod triangulum ABD triangulo ACD ſit æquale. ſimiliter triangulum ABC. ſecundum rectam lineam BE in plano recto conſtitutum in neutram verget partem quod æqualia ſint triangula ABE, BCE. & cum in vtraque rectarum linearum AD, BE triangulum æqueponderet, cõmune ipſorum punctum F grauitatis centrum erit. oportet autem intelligere punctum F, vt antedictum eſt, in me- A
dio trianguli ABC quod ſcilicet æque craſſum, & æqueponderans ponitur, conſtat B
præterea AF ipſius FD duplam eſſe, & BF duplam FE & vt CA ad AB. ita eſſe AB ad
DE, & BF, ad FE, & AF ad FD: propterea quod triangula DFE, ABF æquiangula
ſunt. itemque æquiangula CDE, ABC. iungatur igitur DE, quæ ſecet HK in L, &
quoniam proportio BH ad HC compoſita eſt ex proportione BH ad HD, & proportio-
ne DH ad HC; eſt autem componendo vt BC ad CH, ita CA ad AK, & anteceden- C
tium dimidia vt DC ad CH, ita EA ad AK, & per conuerſionem rationis vt CD ad DH
ita AB ad BK, ſed CD ipſi DB eſt æqualis, & AB: erit vt BD ad DH, ita CE ad EK: &
componendo vt BH ad HD, ita CK ad KE. ergo, & proportio AG ad GB componitur D
ex proportione CK ad KE, & proportione DH ad HC. componitur autem ex eiſdem E
etiam proportio DL ad LE, atque eſt HL ipſi LK æqualis vt demonſtrabitur. quare &
vt AG ad GB, ita eſt DL ad LE. ſuntque parallelæ AB, DE: & iunctæ AD BE ſe mu-
tuo ſecant in F. ergo recta linea eſt, quæ per puncta GFL tranſit. hoc enim infra oſten- F
detur, quamquam parui ſit momenti. Itaque quoniam vt BF ad FE, ita GF ad FL, &
eſt BF dupla FE; erit & GF ipſius FL dupla. triangulum autem GHK latus HK bifa- G
riam diuiditur in L, eſtque GF dupla FL. punctum igitur F centrum eſt grauitatis H
trianguli GHK. erat autem & trianguli ABC centrum, quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Commune ipſorum punctum F grauitatis centrum erit] *Hoc idem Archimedis aliter demonſtrauit in libro de æqueponderantibus.* A

Conſtat præterea AF ipſius FD duplam eſſe, & BF duplam FE] *Quoniam enim* BC CA *in punctis* DE *bifariam ſecantur, erit vt* BD *ad* DC *ita* AB *ad* EC. *quare ducta* DE *ipſi* AB *parallela erit, & idcirco triangulum* CDE *ſimile eſt triangulo* CBA, *itemque* DFE *triangulum triangulo* AFB *ſimile. Cum igitur ſit vt* BC *ad* CD, *ita* BA *ad* DE, *erit* BA *ipſius* DE *dupla. ſed vt* BA *ad* DE, *ita* AF *ad* FD, *&* BF *ad* FE. *ergo* AF *dupla eſt* FD, *&* BF *ipſius* FE. *Hoc autem nos aliter demonſtrauimus in commentarijs in ſextam propoſitionem libri Archimedis de quadratura parabolæ.* B

Eſt autem componendo vt BC ad CH, ita CA ad AK] *Ponitur enim vt* BH *ad* HC *ita eſſe* CK *ad* KA. *quare, & componendo vt* BC *ad* CH, *ita* CA *ad* AK. C

Ergo & proportio AG ad GB componitur ex proportione CK ad KE, & proportione DH ad HC] *Ex antedictis ſequitur proportionem* BH *ad* HC *compoſitam eſſe ex proportione* CK *ad* KE, *& proportione* DH *ad* HC. *ſed vt* BH *ad* HC, *ita poſita eſt* AG *ad* GB *quare, &* AG *ad* GB *proportio ex eiſdem proportionibus componatur, neceſſe eſt.* D

Componitur autem ex eiſdem etiam proportio DL ad LE: atque eſt HL ipſi LK æqualis] *Hæc duo inferius demonſtrantur.* E

Ergo recta linea eſt, quæ per puncta GFL tranſit; hoc enim infra oſtendetur, quamquam parui ſit momenti] *Hoc quoque infra oſtendit Pappus. Græcus autem codex, vt arbitror, mendoſus eſt.* F

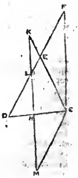
Trianguli autem GHK latus HK bifariam diuiditur in L] *Hunc locum nos ita reſtituimus. in Græco enim codice legebatur* τετμήσθω δὲ τῆ κθ κ διχοτομία τὸ γ. G

Punctum igitur F centrum eſt grauitatis trianguli GHK] *Ex ante demonſtratis.* H

THEOREMA II. PROPOSITIO VIII.

Quod autem ante poſitum eſt, ſic demonſtrabitur.

Sit enim vt CD ad DH, ita CE ad EK: & iungantur DE, HK ſeſe in puncto L ſecantes. Dico HL ipſi LK æqualem eſſe, & proportionem DL ad LE componi ex proportione DH ad HC, & proportione CK ad KE.



Ducatur .n. per C ipſi HK parallela CF, quæ lineę DE productæ occurrat in F. Quoniã igitur duæ rectæ lineæ ſunt DL, LE & extrinſecus aſſumitur LF. erit proportio OL ad LF cõpoſita ex proportione DL ad LF, & proportione FL ad LE. ſed proportio OH ad HC eadẽ
2. ſexti. eſt, quæ proportio OL ad LF, cum parallelæ ſint CF
A KH. proportio autem CK ad KE eadem eſt, quæ FL ad LE, quod triangula CEF, KEL æquiangula ſint. ergo proportio OL ad LE componitur ex proportione DH ad HC, & proportione CK ad KE. Eadem ratione oſtendetur proportio KL ad LH componi ex proportione KE ad EC, & proportione CD ad DH, ducta ſcilicet per C linea CM ipſi EO parallela; quæ lineæ KH productæ occurrat in M. Rurſus enim cum duæ rectæ lineæ ſint KL, LH, & extrinſecus aſſumatur LM, proportio KL ad LH componitur ex proportione KL ad LM, & proportione MI ad LH. ſed proportio KL ad LM eadem eſt, quæ KE ad EC, quod rurſus parallelæ ſint BD, CM, proportio autem ML ad LH eſt eadem, quæ CO ad DH, quoniam triangula DHL, CHM æquiangula ſunt. proportio igitur KL ad LH eadem eſt quæ componitur ex proportione KE ad EC, hoc eſt HD ad DC, & proportione CO ad DH, quæ quidem proportionem efficit æqualitatis. ergo & proportio KL ad LH æqualitatis proportio eſt, & ob id KL ipſi LH eſt æqualis.

COMMENTARIVS.

A Proportio autem CK ad KE eadem eſt, quæ FL ad LE, quod triangula CEF, KEL æquiangula ſint] *Eſt enim* CE *ad* EF, *vt* KE *ad* EL: *permutandoque* CE *ad* EK, *vt* FE *ad* EL: *&* *componendo* CK *ad* KE *vt* FL *ad* LE.

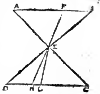
THEOREMA III. PROPOSITIO IV.

Sed quod reliquum, ita demonſtrabitur.

Sit AB parallela ipſi CD, & vt AF ad FB, ita CH ad HD: iunganturque AC, BD ſeſe in puncto E ſecantes. Dico lineam, quæ per FEH ducitur, rectam eſſe.

Si enim

Si enim non ſit FBG recta, & quoniam vt AF ad CG, ita FB ad EG; vt autem FB ad EG, ita FB ad GO: erit vt AF ad CG ita FB ad GO, & permutando vt AF ad FB, hoc eſt CH ad HD, ita CG ad GD, quod fieri non poteſt. linea igitur, quæ per FBH ducitur, neceſſario recta erit. A

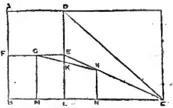


COMMENTARIVS.

Et quoniam vt AF ad CG ita FB ad EG] *Si enim FBG recta linea intelligatur erunt triangula ABF, CEG ſimilia: itemque ſimilia inter ſeſe triangula FEB, OBO.* A

PROBLEMA II. PROPOSITIO V.

Dato parallelogrammo rectangulo AC ducere rectam lineam DC, ita vt ſi trapezium ABCD ex puncto D ſuſpendatur, rectæ lineæ AD, BC parallelæ ſint horizonti.



Ponatur iam factum eſſe. ergo recta linea, quæ per D, & per centrum grauitatis trapezij ducitur ad horizontem, & ad ipſam BC eſt perpendicularis, ſit autem DL, quæ in E. biſariam ſecetur, itemque AB ſecetur biſariam in F: & FB, BC iungantur, ſecetur, præterea CB in H, ita vt CH dupla ſit ipſius HB, & BF biſariam ſecetur in G iunganturque GH ſecans DL in K, punctum igitur G eſt centrum grauitatis parallelogrammi BD, & H eſt centrum grauitatis trianguli CDL. quare totius trapezij grauitatis centrum eſt in recta linea GH. ſed eſt etiam in ipſa DL. ergo K trapezij ABCO grauitatis centrum erit. parallelogrammi autem BD centrum grauitatis eſt G: & trianguli OLC centrum H. vt igitur parallelogrammum BD ad triangulum DCL, ita eſt HK ad KG. Si enim contra intelligamus parallelogrammi quidem BD grauitatem in ipſo ita ſe habere, vt tota contrahantur ad G, trianguli vero DCL totam grauitatem contractam ad H; erit recta linea GH inſtar libræ, in cuius extremis partibus dictæ grauitates conſiſtunt, & ſi GH ſecetur in K, ita vt quam proportionem habet grauitatis in G ad grauitatem in H, hoc eſt parallelogrammum BD ad triangulum OCL, eandem habeat HK ad KG, iuxta proportionem diſtantiarum in libra: quæ ex contraria parte grauitatibus reſpondent: erit punctum K ex quo grauitates ipſæ æqueponderant, ergo & trapezium ABCD æqueponderat ex puncto K ſuſpenſum. Ducantur a punctis GH ad BC perpendiculares GM, HN. & quoniam vt BO parallelogrammum ad triangulum DCL, ita HK ad KG, vt autem parallelogrammum ad triangulum, ita BL ad dimidiam ipſius LC: & vt HK ad XO, ita NL ad LM, propterea, quod in lineas parallelas GM, ΚL, HN ductæ ſunt GKH, MLN: erit vt BL ad dimidium LC, ita NL ad LM, hoc eſt ad dimidium LB. Vt igitur BL ad LC ita NL ad duplam ipſius LM, hoc eſt ad LB; & idcirco quadratum ex BL æquale eſt rectangulo CLN. quare vt CL ad LB, ita BL ad LN. Sed vt CL ad LN, ita quadratum ex CL ad quadratum ex LB atque eſt CL tripla ipſius LN quoniam, & CB tripla eſt CH. eſt enim CH ipſius HB dupla. quadratum igitur ex CL triplum eſt quadrati ex LB. & ſunt data puncta BC. ergo & punctum L eſt datum: ac propterea datum punctum D. Itaque ſi BC ſecetur in L, ita vt quadratum ex CL triplum ſit quadrati ex LB, habebimus punctum D, videlicet ſuſpenſionis punctum.

Margin notes: A B (beside "Ponatur iam factum eſſe"); C (beside "DL in K"); D (beside "trum grauitatis"); E (beside "libra: quæ ex contraria"); 1. ſexti. (beside "ad triangulum, ita BL"); 16. ſexti. (beside "ad duplam ipſius LM"); F (beside "lo CLN"); G (beside "Itaque ſi BC").

COM-

COMMENTARIVS.

A Ponatur iam factum eſſe] *Hic incipit reſolutio problematis.*

B Ergo recta linea, quæ per D, & per centrum grauitatis trapezij ducitur ad horizontem, & ad ipſam BC eſt perpendicularis] *Eſt enim ſuſpenſionis punctum, & centrum grauitatis ſuſpenſi in eadem recta linea ad horizontem perpendiculari, quod nos demonſtrauimus in commentarijs in 6. propoſitionem libri Archimedis de quadratura parabolæ.*

C Punctum igitur G eſt centrum grauitatis parallelogrammi ND] *Ex nona primi libri Archimedis de æqueponderantibus.*

D Et H eſt centrum grauitatis trianguli DCL] *Ex ante demonſtratis.*

E Erit punctum K, ex quo grauitates ipſæ æqueponderant] *Ex octaua eiuſdem libri Archimedis.*

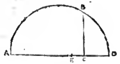
F Quare vt CL ad LB, ita BL ad LN] *Ex 14. ſexti, quamquam hoc breuius concludi poterat. cum enim demonſtratum ſit, vt BL ad LC, ita eſſe NL ad LB, erit conuertendo vt CL ad LB, ita BL ad LN.*

G Itaque ſi BC ſecetur in L, ita vt quadratum ex CL triplum ſit quadrati ex LB, habebimus punctum D, videlicet ſuſpenſionis punctum] *Compoſitio eſt problematis.*

PROBLEMA III. PROPOSITIO VI.

At vero linea BC in hunc modum ſecabitur.

Rectam lineam datam ita ſecare, vt maior ipſius pars minoris poteſtate ſit tripla.



Sit recta linea AD, quæ ſecetur in C, ita vt AC ſit tripla ipſius CD, & in AD deſcripto ſemicirculo ABD, ducatur CB ad rectos angulos ipſi AD, fiatque vt AC ad CB, ita AE ad BD. Dico AE ipſius BD poteſtate triplam eſſe. Quoniam enim BC media eſt proportionalis inter AC, CD, erit vt AC, ad CD, ita quadratum ex AE ad quadratum ex CB, hoc eſt quadratum ex AB ad id quod ex BD quadratum. ergo AB ipſius BD poteſtate eſt tripla. Similiter etiam in datam proportionem poteſtate ſecabitur AD, & omnis recta linea date.

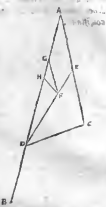
cor. 20. ſexti.

THEOREMA IV. PROPOSITIO VII.

Sint poſitione datæ rectæ lineæ AB, AC: datumque punctum B: & ducatur CD, quæ ſecet datam proportionem rectæ lineæ AC ad BD. demonſtrandum eſt centrum grauitatis trianguli ACD conſiſtere in recta linea poſitione data.

Diuidatur

Diuidatur AE bifariam in B, & iuncta D.B. ſecetur in F; ita vt EF tertia pars ſit ipſius ED erit C
F centrum grauitatis trianguli ACD, hoc enim
ſuperius demonſtratum eſt. ducatur FG parallela ipſi AB, & ſit lineæ AB tertia pars AH. eſt au- D
tem & AG tertia pars lineæ AD, quoniam, & EF E
ipſius ED eſt tertia. reliqua igitur HG tertia eſt
reliquæ BD; & data eſt proportio BD ad AC. F
itemq; proportio AC ad FG; eſt enim AC ipſius FG G
tripla, cũ AD ſeſquialtera ſit ipſius DG, hoc eſt AB
ſeſquialtera FG, & ſit CA ipſius AE dupla proportio igitur HO ad GF eſt data, & datus angulus ad H
G, quoniam & qui ad A. ideircoque angulus GHF K
eſt datus: & datum punctum H. ergo recta linea L
HF poſitione data erit. in qua quidem eſt pun- M
ctum F, videlicet grauitatis centrum.



COMMENTARIVS.

Datum punctum B] *Quoniam enim datur punctum B, recta linea AB non ſolum poſitione, ſed etiam magnitudine data erit ex 26. libri datorum. punctum vero C non eſt datum, namque AC datur poſitione tantum.* A

Quæ ſecet datam proportionem lineæ AC ad BD] *Hoc eſt quæ ſecet AB in D, ita vt AC ad BD quamcunque datam proportionem habeat.* B

Et iuncta DE ſecetur in F ita vt EF tertia pars ſit ipſius BD] *Hunc locum nos ita reſtituimus, nam in Græco codice legitur. καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ δε τετμήσθω κατὰ τὸ ζ, ὥστε τὴν εζ τρίτον μέρος εἶναι τῆς ζδ lege τῆς εδ. ſi enim EF tertia pars ſit ipſius FD, punctum F non erit centrum grauitatis trianguli ABC, quod ex ante demonſtratis perſpicue conſtat.* C

Ducatur FG parallela ipſi AE, & ſit lineæ AB tertia pars AH] *Hunc etiam locum nos reſtituimus. Græcus enim codex ſic habet ἤχθω δὲ τῇ αη παράλληλος ἡ ζη καὶ τῆς αε τρίτον μέρος ἔστω ἡ αθ lege ἤχθω δὴ τῇ αε παράλληλος ἡ ζη, καὶ τῆς αβ τρίτον μέρος ἔστω ἡ αθ.* D

Quoniam & EF ipſius ED eſt tertia] *In Græco codice etiam hoc loco mendoſe legebatur ἐπεὶ καὶ ἡ εζ τῆς ζδ lege τῆς εδ.* E

Et data eſt propoſitio BD ad AC] *In Græco codice nonnulla deſiderari videntur. Vt legendum ſit καὶ ὁ λόγος τῆς βδ πρὸς τὴν αγ δοθείς.* F

Itemque proportio AC ad FG: eſt enim AC ipſius FG tripla, cum AD ſeſquialtera ſit ipſius DG, hoc eſt AB ſeſquialtera FG, & ſit CA ipſius AE dupla] *Hæc etiam nos reſtituimus nam Græcus codex corruptus eſt; & mancus, in quo legitur; τῆς δὲ αγ πρὸς τὴν ζε, τριπλάσιον γὰρ αὐτῆς ἐστιν, ὅτι καὶ ἡ μὲν δε τῆς δη ἡμιολία ἐστι, τουτέστιν ἡ αε διπλῆ, ſed legendum puto τῆς δὲ αγ πρὸς τὴν ζη, τριπλάσιον γὰρ αὐτῆς ἐστιν, ὅτι καὶ ἡ μὲν δα τῆς δη ἡμιολία ἐστι, τουτέστιν ἡ αη τῆς ζη ἡμιολία, ἡ δὲ γα τῆς αε διπλῆ. At vero proportionem AC ad FG datam eſſe, manifeſte patet, Vt enim AD ad DG, ita AB ad FG, atque eſt AD ſeſquialtera DG. ergo & AB ipſius FG ſeſquialtera. Sed AC eſt dupla ipſius AB quare AC ipſius FG tripla erit.* G 4. ſext.

Proportio igitur HG ad GF eſt data] *Eſt enim BD tripla HG, & ſimiliter AC ipſius FG tripla: quod iam demonſtrauimus, vt igitur BD ad AC, ita eſt HG ad GF. Sed proportio BD ad AC eſt data. ergo etiam data erit proportio HG ad GF.* H

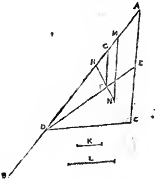
Ideircoque angulus GHF eſt datus] *Nam cum angulus HGF ſit datus, & data proportio HG ad GF, etiam triangulum FGH dabitur ſpecie, & propterea angulus GHF erit datus.* K 4. dator.

Et datum punctum H] *Eſt enim recta linea AB magnitudine data: quæ cum ad AH proportionem datam habeat, & ipſa AH, & punctum H detur neceſſe eſt.* L 2. dator.

Ergo recta linea HF poſitione data erit] *Ex 29. libri datorum. Itaque his demonſtratis problema conſtruere licebit huius modi.* M

Poſitio.

Poſitione datis rectis lineis A B, A C, *datoque puncto*, *&* *data proportione* K *ad* L, *quippe quam debet habere* B D *ad* A C, *ducere rectam lineam*, *in qua centra grauitatis triangulorum* A C D *conſiſtant*.



Sit recta lineæ A B *tertia pars* A H, *&* *inter* A *&* H *ſumpto quouis puncto* M *ducatur* M N *ipſi* A C *parallela*, *&* *quam proportionem habet* K *ad* L *habeat* H M *ad* M N, *iunctaque* H N *producatur*. *Dico in recta linea* H N *conſiſtere contra grauitatis triangulorum omnium* A C D *in quibus* C D *datam proportionem* B D *ad* A C *ſecet*. *ſumatur enim in recta linea* A B *punctum quodlibet* D, *&* *Vt* K *ad* L, *ita fiat* B D *ad* A C, *&* C D *iungatur*. *Deinde ſecta* A C *bifariam in* E, *ducatur* D E: *&* *in ea ſumatur punctum* F, *ita vt* E F *ſit tertia pars ipſius* E D. *erit* F *centrum grauitatis trianguli* A C D. *ducatur etiam per* F *recta linea* F G, *quæ ipſi* A C *ſit parallela*, *&* H F *iungatur angulus igitur* H G F *eſt æqualis angulo* H M N, *nam rectæ lineæ* G F M N *parallelæ ipſi* A C *etiam interſe parallelæ ſunt*, *Vt autem* B D *ad* A C, *hoc eſt Vt* K *ad* L, *ita* H G *ad* G F, *quod ſuperius demonſtratum fuit*, *&* *ita* H M *ad* M N. *ergo Vt* H M *ad* M N, *ita* H G *ad* G F: *ſuntque circa æquales angulos*. *triangulum igitur* H G F *ſimile eſt triangulo* H M N, *&* *angulus* G H F *angulo* M H N *æqualis*. *ergo Vna eademque linea eſt* H F N, *in qua centrum grauitatis trianguli* A C D *conſiſtit*. *Eodem modo etiam in alijs triangulis contingere demonſtrabimus*. *atque illud eſt*, *quod faciendum proponebatur*.

29. primi. 30.

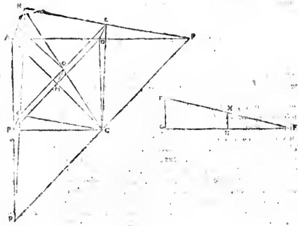
PROBLEMA IV. PROPOSITIO. VIII.

Hæc igitur, & ſimilia contemplationem habent. quæ vero transferri poſſunt ad vſum mechanicum talia ſunt.

Planum inclinare, ita vt ipſius inclinatio vergat in vnum punctum plani non inclinati, videlicet horizonti æquidiſtantis, in parallelogrammo, & inclinatio ſit in angulo dato.

Sit da-

Digitized by Google



Sit datum parallelogrammum prius æquilaterum ABCD, & datus angulus, in quo volumus planum inclinare EFG a punctis autem ABD ad rectos angulos ſubiecto plano ducantur AH, BK, DL; ſitque C punctum, in quod volumus inclinationem vrgere; & lineæ quidem AC iunctæ ponatur æqualis FO, ipſi vero FG ad rectos angulos ducatur GE, & ponatur AH æqualis GE. ſi igitur HC ductam intelligamus erit HCA angulus inclinationis planorum. Itaque a puncto B ad AC perpendicularis ducatur BMP & ponatur PN ipſi CM æqualis, ipſi vero FG ad rectos angulos NX. cui quidem ponatur æqualis vtraque ipſarum BK, DL: & iunctæ HL, HK producantur, vt cum rectis lineis AD, AB productis conueniant ad puncta PR. conuenient enim, cum angulos faciant duobus rectis minores. planum igitur HKL inclinatum eſt ad planum ABCD in angulo HCA, hoc eſt EFO. nam ſi intelligamus rectam lineam MO ipſi AH parallelam, & ductam OK, erit MO æqualis NX; propterea quod triangulum FNX ſimile eſt triangulo CMO; recta vero linea KO ipſi BM æqualis & parallela, parallelogrammumque KBMO ad ſubiectum planum rectum, & quoniam puncta PCR ſunt in duobus ſimul planis. videlicet in ſubiecto plano ABCD, in quo ſunt PR, & in plano KHLC, erunt PCR in vna recta linea, quæ eſt communis ſectio dictorum planorum. Eadem ratione & puncta KOL ſunt in communi ſectione plani KHLC, & plani, quod tranſit per KOL ipſi AB, CD plano parallelum, ita vt recta linea KOL parallela ſit ipſi PR. Quoniam igitur vt AP ad PD, ita eſt HA ad LD; vt autem AR ad RB, ita AH ad BK; atque eſt DL æqualis BK; erit & AP ipſi AR æqualis, & angulus APR angulo ARP æqualis. ſed PAC angulus æqualis eſt angulo RAC, ergo & reliquus ACP reliquo ACR æqualis, & ob id vterque ipſorum rectus, & linea PR bifariam, atque ad angulos rectos a linea AC ſecatur. eſt autem MO ad ipſam, & ad planum ABCD perpendicularis. quare & OC ad RP perpendicularis erit propter lemma ſphæricorum; & vterque angulorum ACP, OCP rectus. planum igitur KHLC inclinatum eſt ad planum ABCD in angulo EFG dato. ſed ſit AB maior, quam AD, & alia eadem ponantur. Dico angulum ACP acutum eſſe. Quoniam enim vt AP ad PD, ita eſt AG ad DL; vt autem AR ad RB, ita AH ad BK, & æqualis eſt DL ipſi KF; erit vt AP ad PD, ita AR, RB quare diuidendo vt AD ad DP, ita AB ad BR, & permutando vt AD ad AB, ita DP ad BR. ſed AD minor eſt, quam AB. ergo & DP quam BR eſt minor. tota igitur AP minor eſt, quam AR; & ideo angulus APR angulo ARP maior. angulus autem CAP maior eſt angulo CAR. quare trianguli CAP reliquus angulus ACP minor eſt reliquo ACR trianguli CAR acutus igitur eſt ACP angulus; & propterea dictorum planorum inclinatio ſit ad punctum, quod eſt inter C & F; ducta ſcilicet a puncto A ad CP perpendi-

A B C D E F G H K — 3. undec. 16. undec. 4. undec. 6 diffini. undec. 16 primi.

pendi-

Digitized by Google

pendiculari. Itaque conſtat fieri poſſe, vt planum in dato angulo ad aliud planum inclinetur. quare & inclinato plano, eius inclinationem inuenire licebit, hoc eſt in quo angulo inclinatum ſit ad planum horizonti parallelum.

COMMENTARIVS.

A A punctis autem ABD ad rectos angulos ſubiecto plano ducantur AH, BK, DL] *Per ſubiectum planum intellige planum horizonti parallelum; in quo eſt parallelogrammum* ABCD.

B Conuenient enim, cum angulos faciant duobus rectis minores] *Planum namque* HKCL *inclinatum ponitur ad ſubiectum planum, & propterea anguli* AHL, AHK *acuti ſunt.*

C Nam ſi intelligamus rectam lineam MO ipſi AH parallelam, & ductam OR, erit MO
æqualis NX] *Rectæ enim lineæ* AH, BK *cum ſint perpendiculares ad ſubiectum planũ, inter*
6. vndec. *ſe parallelæ ſunt: & ad omnes rectas lineas, quæ in eo plano exiſtentes ipſas contingunt, rectos*
efficiunt angulos. ergo angulus HAE *rectus eſt, itemque rectus* OMC; *quoniam* MO *ipſi* AH
parallela ponitur, ſed & rectus eſt EGF *angulus: lineaque* FG *æqualis* CA, *&* GE *ipſi* AH.
3. definit. *triangulum igitur* BGF *ſimile eſt triangulo* HAC: *& angulus* BFG *angulo* HCA *æqualis.*
vndec. *triangulorum vero* NXF, MOC *angulus* XNF *eſt æqualis angulo* OMC, *quod vterque rectus. &* XFN *angulus æqualis ipſi* OCM. *ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum*
6. ſexti. *triangulo ſimile erit, quare vt* CM *ad* MO, *ita* FN *ad* NX: *& permutando vt* CM *ad* FN, *ita*
MO *ad* NX. *ſed* CM, PN *poſitæ ſunt æquales. ergo &* MO, NR *æquales ſint, neceſſe eſt.*

D Recta vero linea KO ipſi EM æqualis, & parallela] *Nam cum parallelæ ſint* AH, BK
9. vndec. *itemque* AH, MO, BK *inter ſe ſunt parallelæ. ſunt autem & æquales. ergo &* KO, EM *æquales, & pallelæ erunt.*

E Parallelogrammumque KB, MO rectum ad ſubiectum planum] *Tranſit enim per* BK,
33. primi. *quæ ad dictum planum eſt perpendicularis.*

F Erit & AP ipſi AR æqualis] *Quoniam enim vt* AP *ad* PD, *ita eſt* HA *ad* LD, *& vt* AR *ad* RB, *ita* AH *ad* BK. *vt autem* HA *ad* LD, *ita* HA *ad* BK, *ſunt enim* LD, BK *æquales: erit vt* AP *ad* PD, *ita* AR *ad* RB: *& diuidendo vt* AD *ad* DP, *ita* AB *ad* BR: *permutandoque vt* DA *ad* AB, *ita* DP *ad* BR. *ſed* DA *eſt æqualis* AB, *ergo &* DP *ipſi* BR, *ac propterea tota* AP *toti* AR *æqualis erit. Vereor tamen ne hoc loco aliqua deſiderentur.*

G Sed PAC angulus æqualis eſt angulo RAC] *Triangulum enim* ACD *æquale eſt, & ſimile triangulo* ACB, *cum* AD, DC *ipſis* AB, BC *æquales ſint, &* AC *vtrique communis. angulus igitur* DAC, *hoc eſt* PAC *angulo* BAC *hoc eſt* RAC *eſt æqualis.*

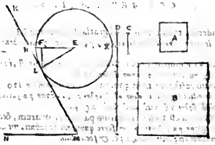
H Quare & OC ad RP perpendicularis erit propter lemma ſphæricorum] *Per lemma ſphæricorum, vt opinor, intelligit illud, quod in ſexto libro ſcriptum reliquit, propoſitione 42.*

K Angulus autem CAP maior eſt angulo CAR] *Quoniam enim* AB *maior eſt, quam* AD, *erit* CAD, *hoc eſt* CAP *angulus maior angulo* CAB; *hoc eſt angulo* CAR.

THEOREMA V. PROPOSITIO IX.

Dato pondere a data potentia ducto in plano horizonti parallelo, & altero plano inclinato, quod ad ſubiectum planum datum angulum efficiat, inuenire potentiam, a qua pondus in plano inclinato ducatur.

Sit ſub-



Sit ſubiectum planum per rectam lineam quidem M N tranſiens, per M K vero planum ad ipſum inclinatum in dato angulo K M N, & aliquod pondus A moueatur a potentia C in ſubiecto plano; intelligaturque per A ſphæra æque grauis circa G centrum, quæ ponatur in plano per K M, ipſum contingens in L. ergo ducta G L perpendicularis eſt ad planum, vt demonſtratum fuit in quarto theoremate ſphæricorum. & ideo perpendicularis ad ipſam K M. Ducatur per K M, G L planum, quod ſectionem faciat in ſphæra circulum L G X: per que centrum G ipſi M N parallela ducatur E H: & a puncto L ad E H ducatur perpendicularis L F. Quoniam igitur datus eſt angulus E H L, eſt enim angulo acuto dato K M N æqualis; erit & H L F angulus datus, æqualis ſcilicet angulo E H L, quod triangulum E L F triangulo E H L æquiangulum ſit. ergo triangulum E L F ſpecie datur, & data proportio E L, hoc eſt E G ad E F. quare & reliquæ F G ad E F proportio data erit. fiat vt G F ad F E, ita pondus A ad pondus B, & potentia C ad potentiam D; eſt autem ponderis A potentia C. ergo ponderis B in eodem plano potentia erit D. & quoniam vt recta linea G F ad F E, ita eſt pondus A ad pondus B, ſi pondera A B circa centra E G ponatur; æqueponderabunt ex puncto F ſuſpenſa, tamquam nixa baſi L F, quæ recta eſt ad horizontem. ponitur autem pondus circa E centrum; etenim pro ipſo eſt ſphæra. ergo pondus B circa centrum G poſitum æqueponderabit, ita vt ſphæra ob plani inclinationem deorſum non feratur, ſed ſtabilis permaneat, tamquam ſi in ſubiecto plano eſſet. mouebatur autem in ſubiecto plano a potentia C. quare in plano inclinato ab vtriſque mouebitur, videlicet a potentia C, & potentia ponderis B, hoc eſt a potentia D, & eſt potentia D data. Geometrica igitur problematis demonſtrata eſt. vt autem in exemplo, & conſtructionem & demonſtrationem faciamus. Sit pondus quidem A talentorum, verbi gratia, ducentorum du- A
ctum in plano horizonti parallelo a potentia C mouente, hoc eſt ſint homines mouentes quadraginta. angulus autem K M N, hoc eſt E H L ſit duarum tertiarum recti. erit reliquus F L H vnius tertiæ recti, ſed rectus eſt E L H angulus, ergo & duarum tertiarum recti eſt E L F; & quarum partium quattuor recti continent 360 earum angulus B
E L F contineat 60. quarum vero duo recti contineat 360. earum angulus E L F 120. C
quare deſcripto circa triangulum orthogonium E F L circulo, erit circumferentia, quam ſubtendit recta linea E F, 120. earum partium, quarum totus circulus eſt 360. & D
& ipſa F E recta linea eſt 104. fere earum partium, quarum E L circuli diameter eſt 120. hæc enim perſpicua ſunt ex tabula rectarum linearum, quæ in circulo deſcribuntur apud Ptolemæum in primo libro mathematicorum. proportio igitur rectæ lineę E
E L, hoc eſt E G ad E F eſt ea, quam habent 120. ad 104. & ideo reliquæ G F ad F E proportio eſt, quam habent 16. ad 104. eadem autem eſt ponderis D ad pondus B, & potentiæ C ad potentiam D. ſed pondus A eſt ducentorum talentorum, & potentia C mouens quadraginta hominum. ergo pondus quidem B erit mille & trecentorum talentorum, potentia vero D ducentorum, & ſexaginta hominum, vt enim 16. ad 104. ita 200. ad 1300. & 40. ad 260. Itaque cum primo pondus ducentorum talen- F
torum in plano horizonti parallelo moueatur a quadraginta hominibus, mouebitur idem pondus ab omnibus iam dictis, videlicet a trecẽtis hominibus in plano ad horizontem inclinatio ſecundum angulum K M N, qui duarum tertiarum recti eſſe ponitur.

COMMENTARIVS.

A Sit pondus quidem A talentorum, verbi gratia, ducentorum] *In Græcis codicibus mendoſe, vt opinor, legitur.* ταλάντων εἰ τύχῃ γφ, *nam pro* γφ *ſcribendum* σ, *& ita in ſequentibus.*

B Earum angulus E L F continet 60.] *Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur,* τούτων λα ἡ ὑπὸ ΕΛΖ. *legendum vero* τούτων ἡ ὑπὸ ΕΛΖ ξ.

C Quarum vero duo recti continent 360. earum angulus B L F 120.] *Hæc nos reſtituimus. nam in Græco codice legebatur* ὧν αἱ δ ὀρθαὶ τξ, τούτων ρκ *ſcribendum autem vt arbitror,* ὧν δὲ αἱ β ὀρθαὶ τξ τούτων ἡ ὑπὸ ΒΛΖ, ρκ.

D Et ipſa B F recta linea eſt 104. ferre earum partium, quarum, &c.] *In Græco codice pro* ρδ *perperam legitur* ρκ, *dixit autem ferre quoniam in tabulis Ptolemæi conſtat rectam lineam* ΕΖ *eſſe partium* 103. *minutorum* 55. *& ſecundum* 23.

E Apud Ptolemæum in libro primo mathematicorum] *In Græco codice legitur* ἐν τῷ δευτέρῳ τῶν μαθηματικῶν *ſed legendum puto* ἐν τῷ πρώτῳ τῶν μαθηματικῶν *vt intelligatur Ptolemæi liber, qui græce inſcribitur* μεγάλη σύνταξις *vulgo Almageſtum vocant.*

F Ergo pondus quidem B erit mille, & trecentorum talentorum, potentia vero D ducentorum, & ſexaginta hominum] *Græcus codex* ἔσται ἄρα καὶ τὸ μὲν β βάρος ταλάντων α τ͂ δὲ δ δύναμις ἀνθρώπων ωξ. *ſed legendum eſt* ταλάντων ατ ἡ δὲ δ δύναμις ἀνθρώπων σξ.

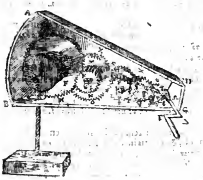
PROBLEMA VI. PROPOSITIO X.

Ad eandem contemplationem attinet. Datum pondus data potentia mouere.

Hoc enim eſt quadrageſimum inuentum mechanicum Archimedis, in quo fertur di-
xiſſe. Da mihi, inquit, vbi conſiſtam, & terram commouebo. Hero autem Alexan-
A drinus conſtructionem eius in libro, qui inſcribitur βαρούλκος manifeſtiſſime explicauit,
ſumpto lemmate, quod demonſtrauit in mechanicis. vbi etiam de quinque facultati-
bus diſſerit; videlicet de cuneo, vecte, cochlea, polyſpaſto, & axe. In libro quidem
περὶ τροχιοδίων, ideſt de Rotulis, pondus datum data potentia ſecundum vnamquam-
que facultatem mouetur. In eo autem, qui inſcribitur βαρούλκος, per appoſitionem
tympanorum dentatorum datum pondus mouetur data potentia, diametro tympani
B ad diametrum axis proportionem habente eandem, quam quinque ad vnum. & pon-
dus motum ponitur eſſe talentorum mille: potentia vero mouens talentorum quinque,
ſed nobis liceat in proportione dupla idem oſtendere. ſitque motum pondus talento-
rum centum ſexaginta pro mille, & potentia ipſum mouens talentorum quattuor pro
quinque, hoc eſt homo mouens poſſit per ſe abſque machina trahere talenta quattuor.
& ſit dictum ab ipſo Gloſſocomum A B C D; & in eo ad longos, & parallelos parietes ſit
axis E F, qui expedite vertatur. huic autem inſertum ſit tympanum dentatum radijs
quaſi dentibus G H habens diametrum duplam diametri axis E F iuxta tempora. ſit
enim quadratus circa medium ad tantam longitudinem, quanta eſt tympani craſſitudo,
C in quem tute inſeratur. rotundus autem quodammodo, vel diminutus ex vtriſque par-
tibus tympani. Si igitur ad pondus, quod attrahitur, alligari funes, qui arna vocantur,
per quoddam foramen, vel potius per ſectionem latam in pariete C B ingredientes cir-
ca axem E F ex vtraq; parte tympani G H conuoluantur; vertanturque G H tympanum:
D & hoc ſimul vertet inſertum axem, quæ circa extrema mouetur in digitis æreis, & py-
xidibus ſimiliter æreis, & poſitis in dictis parietibus A B C D: conuoluti autem funes ex
E pondere, quod vocatur φορτίον, pondus ipſum mouebunt. ſed vt moueatur tympanum
G H oportebit adhibere potentiam talentorum octoginta, quod diameter tympani dia-
metri axis ſit dupla, hoc enim problema demonſtratum eſt ab Herone in mechanicis.
& alia quam plurima problemata vtiliſſima, & vitæ noſtræ rationibus conducentia
F conſcripta ſunt. Quoniam igitur non habemus datam potentiam talentorum octo-
ginta, ſed talentorum quattuor, fiat alius axis K L, qui ponatur parallelus ipſi E F, ha-
beatque inſertum tympanum dentatum M N, ita vt eius dentes dentibus tympani G H
G congruant. hoc autem fiet ſi ſit, vt diameter tympani G H ad tympani M N diame-
trum,

Digitized by Google

trum, ita multitudo dentium G H ad multitudinem dentium M N, quod quidem qua ratione fiat, ex ſequentibus manifeſtum erit. datum eſt igitur etiam tympanum M N. ſed eidem axi K L inſertum ſit aliud tympanum X O diametrum habens duplam diametri tympani M N. quamobrem volenti mouere pondus per tympanum X O, neceſſe erit adhibere potentiam quadraginta talentorum, cum octoginta talenta talentorum A



quadraginta dupla ſint. Rurſus tympano X O dentato adiaceat aliud tympanum dentatum P R, alij axi inſertum: atque eidem axi inſeratur aliud tympanum S T, habens diametrum ſimiliter duplam diametri tympani P R, cuius dentes dentibus tympani M N non implicentur ergo potentia mouens pondus per tympanum S T talentorum viginti pondus attrahet. erat autem data potentia quattuor talentorum. neceſſe eſt igitur rurſus aliud tympanum dentatum Y φ tympano S T dentato coaptare: & axi tympani Y φ inſerere tympanum χ ψ dentatum, cuius diameter ad diametrum Y φ eam habeat proportionem, quam duo ad vnum. ergo potentia, quæ per tympanum χ ψ pondus mouet, erit talentorum decem. Rurſus tympano χ ψ accomodabimus aliud tympanum dentatum I Z & ipſius axi inſeremus tympanum α ϐ dentatum dentibus obliquis, cuius diameter ad diametrum I Z proportionem habeat eandem, quam decem talenta quattuor potentiæ datæ. His igitur conſtructis, ſi intelligamus gloſſocomum A B C D in ſublimi collocatum, ita vt dimoueri non poſſit: & ex axe qui quidem E F pondus appendamus: ex tympano autem α ϐ potentiam attrahentem quattuor talenta, neutram in partem inclinatio fiet, dummodo axes facile vertantur, & tympanorum appoſitio exquiſite congruat. ſed veluti in quadam libra quattuor talentorum potentia centum ſexaginta talentis æqueponderabit. ſi igitur vni ipſorum paruum aliquod pondus addatur, deorſum verget, & præponderabit ex ea parte, ad quam additio facta fuerit. ſi enim, verbi gratia, potentiæ quattuor talentorum addatur pondus vnius minæ, exuperabit ea, & pondus centum ſexaginta talentorum attrahet. ſed pro additione coaptetur tympano α ϐ cochlea Ω α habens helicem obliquis dentibus ipſius congruentem. hoc autem quomodo fieri oporteat, ſcriptum eſt ab Herone in mechanicis, & nos in ijs, quæ ſequuntur manifeſtius exponemus. Itaque vertetur cochlea expedite circa tormos exiſtentes in foraminibus rotundis, quorum alter H excedat in exteriorem partem gloſſocomi iuxta parietem C D, & exceſſus quadratus accipiat anſam Γ Δ. per quam apprehendentes, & vertentes cochleam, vertemus etiam tympanum α ϐ, & vna tympanum I Z ipſi coniunctum. ergo & appoſitum ei tympanum χ ψ vertetur. & huic coniunctum Y φ, & appoſitum ipſi S T. & rurſus coniunctum P R, & appoſitum X O: itemque coniunctum M N, & appoſitum G H. quare & ipſi coniunctus axis E F. circa quem conuoluentes ex pondere funes, pondus ipſum mouebimus. nam ipſum quidem moueri perſpicue conſtat, cum addita ſit altera potentia an K ſæ, deſcribens circulum, cuius perimeter maior eſt perimetro cochleæ. demonſtratum etenim eſt in libro Archimedis περὶ ζυγῶν id eſt de libra, & in mechanicis Philonis, & L Heronis circulos maiores exuperante minores, quando circa idem centrum conuerſio eorum fiat. Hæc igitur ſunt contemplationem mechanicam maxime continent.

COM-

COMMENTARIVS.

A In libro, qui inſcribitur βαρύλκον] *In Græco codice legitur ἐν τῷ καλλιλόγῳ βαρύλκῳ. ſed vt arbitror legendum ἐν τῷ καλουμένῳ βαρύλκῳ, vt vnicum ſit verbum & ita in ijs, quæ ſequuntur.*

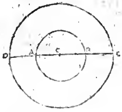
B Et pondus motum ponitur eſſe talentorum mille, potentia vero mouens talentorum quinque] *Græcus codex τοῦ κινουμένου βάρους ὑποκειμένου ταλάντων χιλίων ταλάντων ε. ſed puto legendum τοῦ κινουμένου βάρους ὑποκειμένου ταλάντων χιλίων, τῆς δὲ κινούσης δυνάμεως ὑποκειμένης ταλάντων ε.*

C Rotundus autem, quodammodo vel diminutus ex vtriſque partibus tympani] *In Græco codice ſic legitur στρογγύλος δὲ πως ἠλελεφαμένος ἐκ τῶν ἐφ' ἑκάτερα τοῦ τυμπάνου μερῶν. ergo ita legendum exiſtimo στρογγύλος δὲ πως, ἠλελοβωμένος axis enim debet ſi quadratus circa eius medium, vt poſſit in quod tympanum tuto inſeri poſſit. ſed ex vtraque parte quodammodo rotundus, vel diminutus, hoc eſt vt non ſit quadratus, ſed excisis angulis ad rotunditatem quandam accedens.*

D Et hoc ſimul vertet inſertum axem, qui circa extrema mouetur in degitis æreis, & pixidibus ſimiliter æreis, & poſitis in dictis parietibus A B C D] *In Græco codice legitur καὶ στραφῇ τὸ κθ τύμπανον, καὶ ἐπιστρέψει, καὶ τὸν συμφυῆ ἄξονα κινούμενον περὶ τὰ ἄκρα ἐν δακτυλίοις χαλκοῖς καὶ πυξίσιν ὁμοίως χαλκαῖς κινουμέναις, κειμέναις δ' ἐν τοῖς εἰρημένοις α β γ δ τοίχοις ſed legendum puto καὶ ἐπιστρέψει καὶ τὸν συμφυῆ ἄξονα. verbum autem illud κινουμέναις ſuperfluere videtur, nam pyxides, quæ in parietibus compinguntur, immobiles eſſe oportet.*

E Sed vt moueatur tympanum G H, oportebit adhibere potentiam talentorum octoginta, quod diameter tympani diametri axis ſit dupla, hoc enim problema demonſtratum eſt ab Herone in mechanicis] *In Græco codice, mendoſe legitur δυνάμει παραυχοῦν ταλάντων κ. ſed legendum ταλάντων π. quod ex ſequentibus manifeſte apparet. Heronis autem libri, in quibus problema illud demonſtratur ad manus noſtras non peruenerunt. ſed fortaſſe idem demonſtrari poterit in hunc modum.*

Sit diameter axis A B, cuius centrum C, & diameter tympani circa idem centrum D E, ſitque D E ipſius A B dupla. & iungatur recta linea D A C B E. vt ergo axis A B moueatur, indigebimus potentia centum ſexaginta talentorum, nam ſi ad A pondus ſexaginta talentorum & ad B totidem talentorum potentia intelligatur, æqueponderabunt ea interſeſe ex puncto C ſuſpenſa; cum diſtantiæ A C, C B æquales ſint. Rurſus ſi ex eodem centro intelligatur ad E pondus octoginta talentorum, æqueponderabit ponderi talentorum centum ſexaginta ad A poſito. Vt enim diſtantia E C ad C A, ita



eſt pondus ad A ad pondus ad E. ſed E C ſemidiameter tympani D E eſt dupla ipſius C A ſemidiametri axis A B, & pondus ad A eſt talentorum centum ſexaginta. ergo pondus octoginta talentorum, & eorumdem talentorum potentia ad E ipſi æqueponderabit.

Ex quibus perſpicuum eſt, octoginta talentorum potentiam adhibitam tympano D E ſuſtinere pondus centum ſexaginta talentorum, quod quidem ex axe A B dependens ponitur. ſimiliter idem oſtendetur data quacumque diametrorum proportione. Si enim diameter D E ſit quadrupla diametri A B, potentia quadraginta talentorum adhibita tympano D E, poterit datum pondus talentorum centum ſexaginta ſuſtinere. Eadem quoque ratio erit, ſi ſint duo tympana A B, D E, quæ vni & eidem axi inſerantur.

F Quoniam igitur non habemus datam potentiam talentorum octoginta, ſed talentorum quattuor] *Græcus codex ἐπεὶ οὖν οὐκ ἔχομεν τὴν δοθεῖσαν δύναμιν τὰ πάντα π, ἀλλὰ ταλάντων δ. ſed legendum puto τὴν δοθεῖσαν δύναμιν ταλάντων π ἀλλὰ ταλάντων δ.*

G Hoc autem fiet, ſi ſit vt diameter tympani G H ad tympani M N diametrum, ita multitudo dentium G H ad multitudinem dentium M N] *Græcus codex mancus eſt, quem nos ita reſtituendum cenſemus τοῦτο δὲ γίνεται ἐὰν ᾖ ὡς ἡ διάμετρος τοῦ τυμπάνου η θ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ μν, οὕτω τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ ηθ πρὸς τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ μν.*

H Itaque vertatur cochlea expedite circa tormos exiſtentes in foraminibus rotundis]

Græcus

Græcus codex τριβάδω δὲ ὁ κοχλίας ἐυλύτως περὶ τόρμας ἰμόντας ἐν τριμάσι στρογγύλοις. ſed fortaſſe legendum erit περὶ τόρμας ἰόντας per τορμοὺς autem, vt opinor, intelligit quos Hero Alexandrinus χνώδακας vocat. eo verbo vtitur etiam Vitruuius in libro 10. cap. 6. quamquam non cnodaces, ſed codaces in impreſſis codicibus legatur.

Nam ipſum quidem moueri perſpicue conſtat] *Græcus codex τὸ γὰρ κινήσεται δῆλον. ſed puto legendum ὅτι γὰρ κινήσεται δῆλον.* K

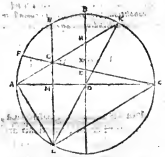
Demonſtratum etenim eſt in libro Archimedis περὶ ζυγῶν id eſt de libra, & mechanicis Philonis, & Heronis circulos maiores exuperare minores, quando circa idem centrum conuerſio eorum fiat] *Non extant hi libri. ſed illud apparet ex mechanicis Ariſtotelis, & Iordani, quamquam non Iordani, ſed alicuius docti viri ex Antiquis eſſe videntur.* L

PROBLEMA VII. PROPOSITIO XI.

Organicæ autem multæ ſunt ſpecies, & partes. alia enim a mechanica, & gnomonica, & ea tractatione, quæ circa aquas verſatur, ratione conſiderata, per inſtrumenta ab ipſa confecta demonſtrantur. multa vero, & ſeorſum a mechanicis extrinſecus ab ea perficiuntur. & nonnulla, quæ Geometricis rationibus non facile tractantur, aſſumens, inſtrumentis ad faciliorem conſtructionem perduxit. ſtatim igitur problema, quod deliacum appellatur, cum natura ſolidum ſit, fieri non poteſt, vt geometricis rationibus innixi conſtruamus; quoniam neque coni ſectionis facile eſt in plano deſcribere. Inſtrumentis autem mutatum in manuum operationem, & conſtructionem magis idoneam ea, quæ ab alijs expoſita eſt, ſic in reducetur propoſitum. Dico autem cubum cubi duplum inuenire. Non ſolum autem duplus. inuenitur per ſubiectum inſtrumentum, ſed etiam generaliter proportionem habens quamcumque datam.

Problem. Deliacū.

Non facile eſt coni ſectiones in plano deſcribere.

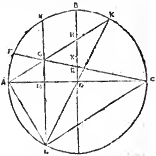


A

Deſcribatur enim ſemicirculus A B C, & a centro D ad rectos angulos ducatur D B: & moueatur regula quædam circa A punctum, ita vt vnus quidem eius terminus clauulo quopiam aptetur puncto A; reliqua vero pars circa clauulum, veluti circa centrum inter B C moueatur. His ita conſtructis propoſitum ſit duos cubos inuenire qui inter ſe datam proportionem habeant. fiat proportio B D ad D E eadem, quæ proportio data; & iuncta C E producatur ad F. moueatur autem regula inter B C, donec pars eius interiecta inter rectas lineas F E, E B æqualis ſit ei, quæ inter E B, & circumferentiam B K C interijcitur. hoc enim tentantes ſemper, & regulam transferentes facile aſſequemur. factum igitur iam ſit, & regula poſitionem habent A G H K, ita vt G H, H K interſe ſint æquales. Dico cubum factum ex linea B D ad cubum ex D H datum habere proportionem, quæ ſcilicet eſt B D ad D E. Intelligatur enim circulus completus, iunctaque K D producatur ad L, & L G iungatur. ergo L G parallela eſt ipſi B D, propterea quod & K H eſt æqualis H G, & K D ipſi D L. 3. ſexti. iungatur etiam A L, L C. Et quoniam angulus G A L in ſemicirculo rectus, & perpendicularis A M, erit vt quadratum ex L M ad quadratū ex M A, hoc eſt, vt C M ad M A, ita quadratum ex A M ad quadratum ex M G, etenim vt L M ad M A, ita A M ad M G. ergo

& vt

A & vt quadratum ex LM ad quadratum ex MA, ita quadratum ex AM ad quadratum ex MG, & CM ad MA c mmunis apponatur proportio AM ad MG. ergo proportio compoſita ex proportione CM ad ad MA, & proportione AM ad MG videlicet proportio CM ad MG eadē eſt, quæ componitur ex proportione quadrati ex AM ad quadratū ex MG, & ex proportione AM ad MG.



B Sed proportio compoſita ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG, & proportione AM ad MG, eadem eſt, quam habet cubus, qui fit ex AM ad cubum, qui ex MG. ergo & CM ad MG proportio eadem eſt, quam cubus ex AM habet ad cubum ex MG. vt autem CM ad MG, ita ED ad DB, hoc eſt BD ad DE: & vt AM ad MG, ita
4. ſexti. AD ad DH. ergo vt BD ad DE, quæ eſt proportio data, ita cubus ex BD ad cum, qui ſit ex DH cubum.

COMMENTARIVS.

A Ergo & vt quadratum ex LM ad quadratum ex MA, ita quadratum ex AM ad quadratum ex MG; & CM ad MA] *Rurſus quoniam angulus* ALC *in ſemicirculo rectus eſt, & perpendiculari* LM, *erunt tres rectæ lineæ* CM, ML, MA *in continua analogia proportionales. quare vt* CM *ad* MA, *ita quadratum ex* CM *ad quadratum ex* ML. *hoc eſt quadratum ex* LM *ad quadratum ex* MA.

cor. 8. ſexti. cor. 20. ſexti.

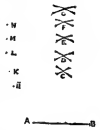
B Sed proportio compoſita ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG, & proportionem AM ad MG eadem eſt: quam habet cubus, qui fit ex AM ad cubum, qui ex MG:] *Priſmata namque omnia, & pyramides inter ſe proportionem habent compoſitam ex proportione baſium, & proportione altitudinum: quod nos in libro de centro grauitatis ſolidorum propoſitione vigeſima prima demonſtrauimus. eſt enim cubus priſma quoddam, cuius baſis latus ipſius altitudini eſt æquale. Hoc idem problema ponitur etiam in tertio libro.*

PROBLEMA VIII. PROPOSITIO XII.

Organica vero, quæ dicuntur in mechanicis problemata ſunt, quod fiunt ablata eis facultate geometrica, qualia ſunt, & quæ vno interuallo deſcribuntur: & id, quod ab architectis propoſitum eſt in cylindro ſecundum vtraſque baſes diminuto, volunt enim portione ſuperficiei recti cylindri data, cuius nulla pars in circumferentijs baſium integra ſeruatur, inuenire cylindri craſſitudinem, hoc eſt diametrum circuli, a quo cylindrus ipſe ortum habuit. Inuenitur autem methodo inueſtigata, hoc pacto.

Suman-

Sumantur in data ſuperficie duo puncta A B, & ex ipſis A B centris, atque interuallo quopiam ſignetur in dicta ſuperficie punctum C: & rurſus ex eiſdem centris A B, interualloque maiori primo ſignetur D: & alio interuallo ſignetur E, & alio F. & denique alio G. erunt quinque puncta C D E F G in vno plano. A
propterea quod recta linea coniungens vnumquodque ipſorum ad verticem trianguli æquicruris, & punctum medium ductæ lineæ A B, vt communis baſis triangulorum, ad ipſam A B, ſit perpendicularis, & quinque rectæ lineæ in vno ſint plano. videlicet ipſa C D E F G puncta. Hæc autem in plano hoc modo transferemus. Ex tribus quidem rectis lineis, B
quæ puncta C D E coniungunt, triangulum H K L in plano conſtituatur: ex tribus vero, quæ coniungunt D E F conſtituatur triangulum H K L in plano conſtituatur: ex tribus vero quæ coniungunt D E F conſtituatur triangulum K L M, & ex tribus coniungentibus E F G conſtituatur L M N. erunt triangula H K L, K L M, L M N pro ipſis C D E, D E F, E F G triangulis. ſi igitur circa punctum H K L M N C
ellipſim deſcribamus, minor ipſius axis erit diameter circuli, qui cylindrum perficit.



COMMENTARIVS.

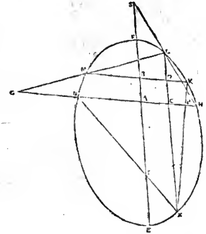
Erunt quinque puncta C D E F G in vno plano, propterea quod recta linea coniungens vnumquodque ipſorum ad verticem trianguli æquicruris, & punctum medium ductæ lineæ A B, vt communis baſis triangulorum ad ipſam A B ſit perpendicularis] A
Ductis enim ab ipſis C D E F G punctis, hoc eſt 4 triangulorum æquicrurium verticibus ad medium communis baſis A B, erunt hæ ad ipſam A B perpendiculares. & idcirco ex ſecunda propoſitione undecimi libri elementorum in vno, & eodem plano. puncta igitur C D E F G in vno plano conſiſtent. ſunt autem ea quidem in ſuperficie curua cylindri, ſed tamen omnia in eadem linea, quæ vel recta erit, vel curua, & ſi quidem recta, eſt cylindri latus. Si vero curua, portio eſt circuli, vel ellipſis. nam cum planum per ea tranſiens parallelum eſt plano baſis, ex ſectione ipſa circulus: cum vero non eſt parallelum, ellipſis efficitur, quæ omnia in primo libro Sereni demonſtrata ſunt.

Ex tribus quidem rectis lineis, quæ puncta C D E coniungunt, triangulum in plano conſtituatur] *Atqui non ſemper poſſunt ex his triangula conſtitui, quando ſcilicet ea puncta in recta linea, hoc eſt in cylindro latere collocantur.* B

Si igitur circa puncta H K L M N ellipſim deſcribamus, minor ipſius axis erit diameter circuli, qui cylindrum perficit] *Hoc demonſtratur a Sereno in 9. propoſitione primi libri, fieri tamen poteſt, quod proxime diximus, vt circa dicta puncta non ellipſis, ſed circumferentia circuli, qui eſt baſi æqualis, deſcribatur.* C

PROBLEMA IX. PROPOSITIO XIII.

Cum autem quæſitum ſit circa quinque data puncta H K L M N ellipſim deſcribere. Sit iam deſcripta: & iunctæ M K, N H primum ſint parallelæ, diuidanturque bifariam in punctis A B: & ducta A B ad E F puncta ellipſis producatur. eſt igitur E F ipſius diameter per diffinitionem conicorum poſitione data. etenim vnumquodque punctorum A B datum eſt poſitione. A B C



Ducatur per L ipſi EF parallela LX: & iunctæ XK, LM occurrant rectę lineæ HN
D perductæ in punctis PG. ergo datæ ſunt KM, HN cum vnumquodque punctorum
E KM, HN ſit datum. Et quoniam vt rectangulum XDL ad rectangulum MDK ita eſt
6. quinti. rectangulum XCL ad vtrumque rectangulorum OCP, NCH erit OCP rectangulum re-
F G ctangulo NCH æquale. atque eſt datum rectangulum NCH, vtraque enim NC, CH
H data eſt. ergo & P eſt datum. ſed & K. poſitione igitur KPX data erit. data autem
K eſt, & LCX. quare & punctum X dabitur, quod eſt in ellipſi. iungantur NX, LH:
L & diametro EF productæ occurrant in RS. erit rurſus vt rectanguli NCH ad rectan-
gulum XCL, ita rectangulum NAH ad vtrumque rectangulorum RAS, EAF, ac
6. quinti. propterea rectãgulum RAS eſt æquale ipſi ABF rectangulo, atq; eſt rectangulum RAS
M datum; datæ enim ſunt RA, AS. rectãgulum igitur BAF datum erit. Simili ratione
demonſtrabitur rectangulum quoque EBF datum, & dantur AB puncta. ergo & ipſa
N EF, vt deinceps oſtendemus, quare & EF diameter magnitudine data eſt; & diame-
ter ipſi coniugata, cum detur proportio tranſuerſi lateris EF ad rectum. eadem enim
eſt, quam rectangulum EAF habet ad id, quod fit ex AN quadratum. Quod autem
poſitum eſt, ſic demonſtrabitur.

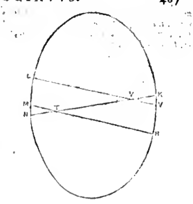
O Sit datum vtrumque rectangulorum ACB, ADB; & data CD puncta. dico puncta
AB datam eſſe.



P Sit enim rectangulo quidem ACB rectangulum ECB æquale; rectangulo autem
ADB æquale rectangulum CDF. erit vt CE ad EA, ita AF ad FE: nam ob conſtructio-
Q nem vtraque proportio eadem eſt ei, quæ CB ad BD, rectangulum igitur conten-
tum EC, FD æquale eſt rectangulo BAF, quare datum erit punctum A ſimiliter & ip-
ſum B datum.

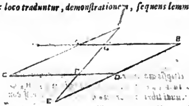
Sed non

Sed non ſint parallelę rectę lineę, quæ puncta N H, M K in ellipſi data coniungunt, & ductis N K, M H ſeſe in puncto T ſecantibus, ducatur per L recta linea L Y V ipſi M T H paralela. erit proportio rectanguli N Y K ad rectangulum L Y V data. eadem enim eſt, quæ rectanguli N T K ad rectangulum M T H, & datum eſt N Y K rectangulum. ergo & ipſum L Y V. ſunt autem puncta L Y data. datum igitur eſt punctunctum V, quare deuenimus ad illud, quod ante dictum eſt. nam cum paralleiæ ſint inter ſe M H, L V circa quinque data puncta N M L V H quemadmodum tradidimus, ellipſim deſcribemus.



COMMENTARIVS.

Ad eorum, quæ hoc loco traduntur, demonſtrationem, ſequens lemma præmittimus.



Sint duæ rectæ lineæ inter ſe parallelæ A B, C D, *in quas incidet recta linea* E F G H: *& a quibuslibet eius punctis* E H *ex altera quidem parte ducatur* H A C, *ex altera vero* H D B, *quæ eaſdem parallelas quomodocumque ſecent. Dico vt rectangulum* E G H *ad rectangulum* A G B, *ita eſſe rectangulum* E F H *ad* C F D *rectangulum.*

Rectanguli enim E G H *ad rectangulum* A G B *proportio compoſita eſt ex proportione* E G *ad* G B, *& proportione* H G *ad* G A. *Rurſus proportio rectanguli* E F H *ad rectangulum* C F D *componitur ex proportione* E F *ad* F D, *& proportione* H F *ad* F C. *Sed vt* E G *ad* G B, *ita eſt* E F *ad* F D, *ob ſimilitudinem triangulorum* B G E, E F D, *& ob ſimilitudinem triangulorum* A G H, C F H, *vt* H G *ad* G A, *ita eſt* H F *ad* F C. *cum igitur proportiones, ex quibus componuntur eadem ſint, habebit rectangulum* E G H *ad rectangulum* A G B *proportionem eandem, quam rectangulum* E F H *ad rectangulum* C F D. 23. ſexti.

Sit iam deſcripta] *Hoc eſt ponatur eſſe deſcripta, & eſt problematis reſolutio.* A

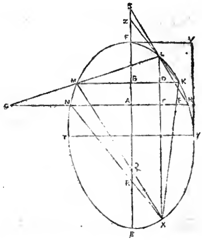
Eſt igitur E F ipſius diameter per definitionem conicorum poſitione data] *Per decimam ſcilicet definitionem conicorum Apollonii.* B

Etenim vnamquodque punctorum A B datum eſt poſitione] *Fruſtra additur poſitione, non enim alio modo punctum datur, niſi poſitione.* C

Ergo datæ ſunt rectæ lineæ K M H N cum vnumquodque punctorum, K M H N ſit datum] *Nos hæc ita reſtituimus, nam Græcus codex corruptus eſt, & mancus, vt opinor, qui ſic habet δοθὲν ἄρα τῶν κμ, θν. data autem ſunt* K M, H N *poſitione & magnitudine ex 26. libri datorum.* D

Et quoniam vt rectangulum X D L ad rectangulum M D K ita eſt rectangulum X C L ad vtrumque rectangulorum G C P, N C H] *Græcus codex* καὶ ἐπεὶ ὡς τὸ ὑπὸ ξδλ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν μδκ οὕτω τὸ ὑπὸ ξγλ πρὸς ἑκάτερον τῶν ὑπὸ κγπ, ργθ. *ſed legendum eſt* καὶ ἐπεὶ ὡς τὸ ὑπὸ ξδλ πρὸς τὸ ὑπὸ μδκ, οὕτω τὸ ὑπὸ ξγλ πρὸς ἑκάτερον τῶν ὑπὸ ηγπ ργθ. *Pri-* E

mum autem horum conſtat ex præcedenti lemmate. nam vt rectangulum XDL *ad rectangulum* MDK, *ita eſt rectangulum* XCL *ad* GCP *rectangulum. recta enim lineæ* MK, GP *parallelæ ſunt, & ipſas incidit* XL, *dicunturque* LMG, XPK, *quæ parallelas ſecant. Secundum vero ita demonſtrabitur.*



Sit recta linea TY *ellipſis diameter, ipſi diametro* EF *coniugato, & ducantur* FV, YV, *ſectionem contingentes in* FY. *erit* FV *parallela ipſis* MK, NH, *&* YV *parallela ipſi* EF *ex quinta propoſitione ſecundi libri conicorum. quare ex 17 tertij conicorum, vt quadratum ex*
11. quinti. YV *ad quadratum ex* VF, *ita eſt rectangulum* XCL *ad rectangulum* NCH, *Vt igitur rectangulum* XDL *ad rectangulum* MDK, *ita rectangulum* XCL *ad* NCH *rectangulum.*

F Et eſt datum rectangulum NCH] *Græcus codex* ἴσαι ἄρα ἴσον τὸ ὑπὸ ν γ η. *ſed videtur legendum* καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ὑπὸ ν γ θ.

G Vtraque enim NC, CH data eſt] *Nam cum data ſit* NH; *& ex 28. libri datorum, data*
25. dator. LCX, *quippe quæ per datum punctum* L *recta linea* EF *poſitione data parallela ducitur; erit & punctum* C *datum, in quo ſe mutuo ſecant: & propterea ipſa* NC, CH *dabuntur.*

H Ergo & P datum] *Quoniam rectangulum* GCP *æquale eſt rectangulo* NCH, *vt* GC *ad*
34. ſexti. CH, *ita erit* NC *ad* CP. *ſed proportio* GC *ad* CH *eſt data, cum vtraque data ſit, & data* NC.
1. da or. 2. *ergo & ipſa* CP, *& ob id punctum* P *dabitur ex 27. libri datorum.*

K Quare & punctum X dabitur] *Græcus codex* δοθὲν γὰρ τὸ ξ. *ſed puto legendum* δοθὲν ἄρα τὸ ξ. *Nam cum rectæ lineæ* KPX, LCX *poſitione dentur, & punctum in quo conueniunt inter ſe, videlicet* X *datum erit ex 25. libri datorum.*

L Erit rurſus vt rectanctulum NCH ad rectangulum XCL, ita rectangulum NAH ad vtrumque rectangulorum RAS, EAF] *Rurſus horum primum apparet ex lemmate antecedenti, nam recta linea* NH *incidit in duas parallelas* LX, SR, *& ductæ ſunt* HLS, NRX, *quæ eaſdem ſecant ſecundum vero eodem, quo ſupra, modo oſtendetur,*

M Simili ratione demonſtrabitur, rectangulum quoque BBF datum] *Iunctis enim* MX, KL, *quæ diametro* EF *productæ occurrant in punctis* QZ; *eodem modo demonſtrabitur vt rectangulum* MDK *ad rectangulum* XDL, *ita eſſe rectangulum* MBK *ad vtrumque rectangulorum* QBZ, EBF. *quare rectangulum* EBF *rectangulo* QBZ *eſt æquale, atque eſt rectangulum* QBZ *datum. igitur & ipſum* EBF.

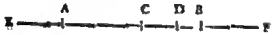
N Et diameter ipſi coniugata, cum detur proportio tranſuerſi lateris EF ad rectum. eadem enim eſt quam rectangulum EAF habet ad id quod fit ex AN quadratum] *Namque vt rectangulum* EAF *ad quadratum ex* AN, *ita eſt tranſuerſum figuræ latus ad rectum, ex 21. primi libri conicorum, ſed cum datum ſit rectangulum* EAF, *& quadratum ex* AN, *proportio*

portio quoque ipſorum data erit. & datum tranſuerſum latus, videlicet diameter BF. *ergo & latus rectum, & propterea diameter ipſi coniugata: hoc eſt ſecunda diameter, quæ ex definitione mediam proportionem habet inter figuræ latera; videlicet inter* EF, *& latus rectum dabitur enim proportio ipſius* BF *ad ſecundam diametrum. ex 34 libri datorum. Cum igitur per reſolutionem diameter ellipſis* BF *magnitudine data ſit, hoc eſt tranſuerſum figuræ latus. itemque latus rectum, facile erit ex 54. primi libri conicorum circa data puncta ellipſim deſcribere, quod ipſum facere oportebat.*

Sit datum vtrumque rectangulorum ACB, ADB] *Græcus codex* ἔστω δοθὲν ἐν ἑκάτερον τῶν ὑπὸ αβγ, αβδ *ſed legendum puto* ἔστω δοθὲν ἑκάτερον τῶν ὑπὸ αγβ, αδβ. O

Sit enim rectangulo quidem ACB rectangulum DCE æquale, rectangulo autem P
ADB æquale rectangulum CDF. erit vt CA ad EA, ita AF ad FD. nam ob conſtructionem, &c.] *Hæc nos reſtituimus nam Græcus codex, & corruptus eſt, & mancus, qui ſic habet.* ἔστω γὰρ τῷ μὲν ὑπὸ αβγ ἴσον τὸ ὑπὸ δγε. τῷ δὲ ὑπὸ αδβ ἴσον τὸ ὑπὸ γδζ πρὸς τὸ ελ, οὕτως ἡ αζ πρὸς ζδ διὰ τὴν κατασκευήν.

Rectangulum igitur contentum EC, FD æquale eſt rectangulo EAF. quare datum Q
erit punctum A ſimiliter & ipſum B datum] *Corruptus etiam eſt hoc loco Græcus codex in quo ſic legitur.* ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ βγδ τῷ ὑπὸ εδζ. ὥστε καὶ τὸ α σημεῖον ὁμοίως καὶ τὸ β. *ſed cum hæc demonſtratio obſcura nimis, & conciſa ſit, nos eam aperetiſſime, & planiſſima explicare conabimur. Sit datum vtrumque rectangulorum* ACB, ADB, *& data ſint* CD *puncta, Dico etiam puncta* AB *data eſſe.*



Rectangulo enim ACB *æquale ſit rectangulum* DCE, *& rectangulo* ADB *æquale rectangulum* CDF, *erit vt* BC *ad* CD, *ita* EC *ad* CA. *& per conuerſionem rationis vt* CB *ad* BD, *ita* CE *ad* EA. *Rurſus vt* AD *ad* DF, *ita erit* CD *ad* DB, *componendoq; vt* AF *ad* FD, *ita* CB *ad* BD. *quare* AF *ad* FD *eſt vt* CE *ad* EA, *idcirco rectangulum contentum* FD, *&* CE *æquale eſt rectangulo* EAF. *ſed rectangulum contentum* FD *&* CB *datum eſt, vtraque enim eſt data. ergo datum eſt etiam rectangulum* EAF, *quod quidem applicatur ad datam rectam lineam* EF, *deficiens figura quadrata. data igitur eſt* EA *ex 38. libri datorum, & data* AC. *Quod cum datum ſit rectangulum* ACB, *erit* CB *& tota* AB *neceſſario data.*

Eadem enim eſt, quæ rectanguli NTK ad rectangulum MTH] *Nam ex 17. tertij libri conicorum eodem modo, quo ſupra demonſtrabimus rectangulum* NYK *ad rectangulum* LYV *ita eſſe, vt rectangulum* NTK *ad* MTH *rectangulum.* R

Et datum eſt NYK rectangulum] *Quoniam data ſunt* NK. LV, *dabitur etiam punctum* Y, *in quo conueniunt ex 25. libri datorum. quare & ipſæ* NY, YK *rectangulum continentes.* S

Ergo & ipſum LYV] *Ex 2. libri datorum.*

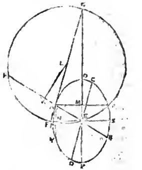
Datum igitur eſt punctum V] *Cum enim datum ſit rectangulum* LYV, *& data* IY, *dabitur quoque* YV *ex 55. libri datorum, quare &* V *punctum ex 27. eiuſdem.* T

PROBLEMA X. PROPOSITIO XIV.

Facile autem eſt inuentis quibuſcumque coniugationibus diametrorum ellipſis, axes eius organice inuenire, quod quidem hac ratione fiet,

Exponan-

Exponantur prius inuentæ diametri coniugatæ ellipſis, quæ ſint AB, CD ſeſe in puncto F bifariam ſecantes, & per A quidem ipſi CD parallela ducatur FG; quadrato autem ex DE æquale ponatur rectangulum EAH: & EH bifariã ſecetur in K, cum ſit DE maior, quam EA. deinde à puncto K ipſi HE ad rectos angulos ducatur KL quę rectã lineam FG in L ſecet & ex centro L per E circuli circumferentia deſcribatur, ſecans ipſam FG in FG punctis: iunctæq; EF, EG producantur, & ad ipſas agantur perpendiculares AM, AN. rectangulo autem GEM æquale ponatur vtrumque quadratorum ex EO, EP. &
A rectangulo FEN ponatur æquale vtrum-
B que quadratorum ex OR, OS. Inuenti igitur erunt axes ellipſis OP, RS. quorum minimus craſſitudini cylindri eſt æqualis: vt in principio dictum fuit.



COMMENTARIVS.

A Rectangulo autem GEM æquale ponatur vtrumque quadratorum, ex EO, ES. Et rectangulo FEN ponatur æquale vtrumque quadratorum ex ER, ES] *Græcus codex corruptus, & mancus eſt hoc loco, quem nos reſtituimus, ſic enim habet.* ἢ τὸ μὲν ὑπὸ ημ ἴσον κείσθω ἑκάτερον τῶν ἀπὸ εθ, επ, τῷ δὲ ὑπὸ ερ, θσ. *lege* καὶ τῷ μὲν ὑπὸ ηεμ ἴσον κείσθω ἑκάτερον τῶν ἀπὸ εο, επ, τῷ δὲ ὑπὸ ζεν ἴσον κείσθω ἑκάτερον τῶν ἀπὸ ερ, εσ.

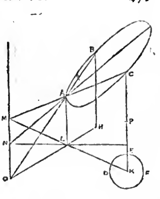
B Inuenti igitur erunt axes ellipſis OP, RS] *Producatur* AM *vſque ad* T, *ita vt* TM *ipſi* MA *ſit æqualis. producatur etiam* AN *vſque ad* Y *vt* YN *ſit æqualis* NA. *erunt puncta* TY *in ellipſi, ex ijs, quæ demonſtrata ſunt ab Apollonio in propoſitione 47. ſecundi libri conicorum. Sed* RS *parallela eſt ipſi* AT, *eſt enim angulus* GEF *in ſemicirculo rectus. quare &* OP *ipſi* AY *parallela erit. Quoniam igitur* CD *ad* AB *ordinatim eſt applicata, quæ per* A *ipſi* DC *parallela ducitur, videlicet* FG *ſectionem in puncto* A *continget. & cum* FG *ſectionem contingens diametro occurrat in* G, *&* AM *ordinatim applicetur, erit ex 37. primi libri conicorum, rectangulum* GEM *æquale quadrato ex* EO, *vel* EP. *Eadem quoque ratione cum* AN *ordinatim applicetur, rectangulum* FEN *quadrato ex* ER, *vel* ES *eſt æquale. ergo* OP, RS *ellipſis coniugati axes erunt, mirum autem eſt Pappum alioqui diligentiſſimum huius problematis demonſtrationem non attuliſſe.*

PROBLEMA XI. PROPOSITIO XV.

Sphæra ſublimi datam poſitionem habente ad ſubiectum planum, punctum inuenire, in quod cadit perpendiculariter demiſſa; & ſecundum quod cadit: & inuenire minimam lineam a perpendiculari abſciſſam, quæ inter duo puncta interijcitur. inter punctum ſcilicet quod in ſuperficiæ ſphæræ, & punctum, quod in plano continetur. præmittitur autem hoc.

Dato circulo ſublimi, non tamen in plano ad ſubiectum planum recto, communem ſectionem vtrorumque planorum, & eorundem inclinationem inuenire.

Sit cir-

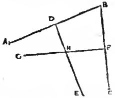


Sit circulus ſublimis in quo tria puncta
ABC ſumantur: & ab ipſis ducentur per-
pendiculares ad ſubiectum planum. du-
centur autem hoc modo. A puncto C re-
cta linea in ſubiectum planum incidens, vt
CD, admoueatur, & tangat planum in A
alijs duobus punctis EF. ſumaturque cir-
culi circa DEF centrum quod ſit K. ergo
quæ a puncto C perpendicularis ducitur,
in K punctum cadet, & data erit CK. de- B
mittantur etiam a punctis AB ſimiliter
perpendiculares BH, AL. iunctæque KL,
HL producantur, & fiat vt CK qui- C
dem ad AL, ita KM ad ML: vt autem
BH ad AL, ita HO ad OL. quare data e-
runt puncta MO. etenim in nobis erit eiuſ-
modi perpendiculares ſumere ita vt ipſa-
rum vna videlicet AL minima ſit. rectæ D
igitur lineæ ſunt MAC, OAB ſuntque in
plano circuli ABC, & idcirco communis
ſectio ipſius, & ſubiecti plani, eſt recta linea MO. ducatur a puncto L ad MO per- E
pendicularis LN, & AN iungatur erit, & AN ad MO perpendicularis. inuentus igitur F
erit angulus ANL, qui quidem eſt ipſorum planorum inclinatio.

COMMENTARIVS.

A puncto C recta linea in ſubiectum planum incidens, vt CD admoueatur, & tangat planum in alijs duobus punctis EF] *Cadat a puncto C in ſubiectum planum recta linea quadam CO ita vt ipſum in D contingat. Vel igitur CD in vno tantum puncto planum continget, vel in pluribus punctis. & ſi quidem in vno puncto tantum, erit CO ad ipſum perpendicularis, ſin minus, transferatur ita vt in alijs duobus punctis, planum contingat. cum enim punctum C a ſubiecto plano æquali diſtet interuallo, recta linea CO in circuli ambitu feretur, & coni rectì ſuperficiem deſcribet. quare ducta linea ab ipſo C ad circuli centrum, quæ eſt axis coni, ad dictum planum perpendicularis erit.* A

Sumaturque circuli circa DEF, centrum, quod ſit K] *Illud autem hoc modo fiet. Sint data puncta ABC, & iuncta AB bifariam ſecetur in D, atque ipſi ad rectos angulos ducatur DE. erit in recta linea DE ipſius circuli centrum, ex corollario prima tertij elementorum. Rurſus iuncta BC ſecetur bifariam in F, & per F ipſi BC ad rectos angulos ducatur FG, quæ ſecet DE in H. Dico punctum H eſſe centrum circuli, qui per puncta ABC. tranſit. eſt enim centrum in recta linea DE, vt oſtenſum eſt, & eadem ratione in ipſa FG, quare erit in puncto H, in quo ſcilicet ipſæ DE, FG conueniunt hoc autem nihil aliud eſt, niſi circa datum triangulum circulum deſcribere.* B



Et fiat vt CK quidem ad AL, ita KM ad ML] *Fiet autem hoc modo. Secetur CK in puncto P, ita vt PK ſit æqualis ipſi AL: & quam proportionem habet CP ad PK, habeat KL ad LM. erit enim componendo vt CK ad KP, hoc eſt ad AL, ita KM ad ML. & eodem modo fiet, vt BH ad AL, ita HO ad OL.* C 20. ſexti

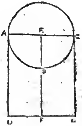
Rectæ igitur lineæ ſunt MAC, OAB] *Hoc nos demonſtrauimus in commentarijs in decimam propoſitionem ſecundi libri Archimedis de ijs, quæ in aqua vehuntur, videlicet in primo lemmate.* D

Ducatur a puncto L ad MO perpendicularis LN, & AN iungatur] *Addita hæc ſunt à nobis, quæ in Græco codice deſiderari videbantur.* E

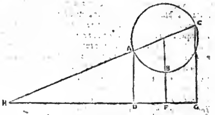
Erit & AN ad MO perpendicularis] *Ex 42. ſexti libri huius.* F

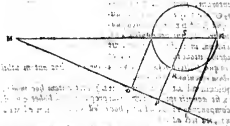
PROBLEMA XII. PROPOSITIO XVI.

Hoc præmiſſo, ſit ſphæra ſublimis, & propoſitum ſit inuenire punctum, in quod cadit perpendiculariter demiſſa in ſubiectum planum: & inuenire minimam lineam ex perpendiculari abſciſſam, quæ inter ſuperficiem ſphæræ, & dictum planum interijcitur.



Sit ſphæra ſublimis poſita circa centrum E, & in
ipſa maximus quædam circulus deſcribatur ABC. An
vero ſit in plano ad ſubiectum planum recto, an
A non, hoc modo cognoſcemus. Sumantur in circum-
ferentia circuli tria quæuis puncta, a quibus ad ſub-
B iectum planum perpendiculares ducantur, vt didi-
cimus, & ſi quidem puncta in quæ perpendiculares
cadunt, ſint in eadem recta linea, erunt plana ad
ſeſe recta, ſin minus inclinata. Sint autem primum
recta: & a punctis AC perpendiculares ducantur
AD, CG, quæ vel æquales erunt, vel inæquales. Sint
primum æquales & iuncta DG bifariam ſecetur in
F. erit igitur F punctum in plano, quod quærimus:
& punctum B circumferentiæ ABC medium, quod
in ſuperficie ſphæræ puncto F reſpondet: & BF perpendicularis minima, vt ante dictum eſt.

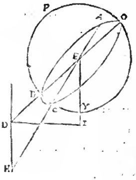


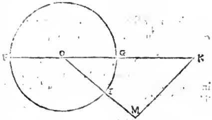


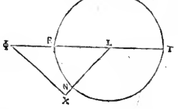
Sed non ſint æquales, ſitq; AD minor: & producta GD, fiat vt CG ad AD, ita GH ad HD, erit punctũ H, in quo recta linea a puncto C ad A ducta, ſubiecto plano occurrit, & tum recta linea AH, tum angulus AHD dabitur. His ita conſtitutis exponatur circulus circa diametrum KL, æqualis maximo circulo ABC: & producta KL adiungatur LM æqualis AH: anguloque AHD æqualis fiat angulus KMN. a punctis autem KL perpendiculares demittantur KN, LO, & a centro S perpendicularis SP, quæ circumferentia AB; & rectæ lineæ OP æqualis recta DF: quod idem eſt, ac ſi diceremus recta linea

linea D G bifariam ſecetur in F. erit igitur F punctum, in quod ſphæra demiſſa cadet; & punctum B in ſuperficie ſphæræ: & perpendicularis minima, quæ ipſi R P eſt æqualis.

Non ſit autem circulus A B C
in plano ad ſubiectum planum
recto: ſumaturque ipſorum
communis ſectio D H: & in cir-
culo A B C ſumantur puncta A C
ſecundum diametru oppoſita,
ita vt recta linea coniungens
puncta A C communi ſectioni
D H occurrat. quod quidem fa-
cile fieri poteſt, cum linea ſit
in circuli A B C plano. Itaque
occurrat in H, data igitur
erit A H, & angulus A H D da-
tus. ducatur a centro E ad D H
perpendicularis E B D, quæ qui-
dem ducetur hoc modo. Expo-
natur circulus F L G circa F G
diametrum maximo circulo
A B C æqualis: & adiungatur G K
æqualis C H, anguloque A H D
æqualis conſtituatur angulus
F K M: & a centro O perpendi-
cularis O L M. poſtea circumfe-
rentiæ G L æqualis abſcindatur circumferentia C B, & re-
ctæ lineæ K M æqualis recta
B D. ergo D B ipſi M L æqualis
erit; & ad H D perpendicula-
ris; ac producta in centrum E
cadet. hec enim ex ſimilitudi-
ne perſpicua ſunt. ducatur ipſi
D H ad rectos angulos in ſub-
iecto plano recta linea B I.
quare D I perpendicularis eſt
ad planum, quod per lineas E D I C
ducitur, ac propterea circulus
A B C ad dictum planum rectus D
eſt, planum igitur B D I produ-
ctum circulum faciet in ſphæra E
maximum, ad circulum A B C
rectum. quod quidem per po-
los ipſius & per puncta B O trã- F
ſibit. ergo ſi circuli A B C po-
polum ſumentes, qui ſit P; per G
P & per vtrumque ipſorum B O
circulũ deſcribemus: erit is in H
ſphæra maximus, & erit in pla-
no per O D I tranſeunte. Ita-
que deſcribatur, & ſit B P O:
rurſuſque expoſito circulo R N T circa R T diametrum, addatur R Φ æqualis B D, & angulo B D I æqualis fiat angulus R Φ X: & a centro L perpendicularis ducatur L N X. circumferentię vero R N ſumatur æqualis circumferentia B Y in B P O circulo. & rectę lineæ Φ X æqualis recta D I. ergo iuncta I Y æqualis erit ipſi X N, & producta in centrum E cadet: eritque ad ſubiectum planum, & ad rectam lineam D I perpendicularis. punctum igitur I eſt illud, in quod ſphæra cadit: & punctum Y ſecundum quod cadit. minima vero perpendicularium eſt ipſa Y I.







COMMENTARIVS.

A Sumantur in circuli circumferentia tria quæuis puncta, a quibus ad ſubiectum planum perpendiculares ducantur] *Græcus codex hoc loco deprauatiſſimus eſt, quem nos reſtituimus.*

B Vt didicimus] *In antecedente ſcilicet.*

C Quare DH perpendicularis eſt ad planum, quod per lineas BDI ducitur] *Ex 4. vndecimi elementorum. eſt enim DH perpendicularis ad ipſas DE, DC, quæ in puncto D ſe mutuo ſecant.*

D Ac propterea circulus ABC ad dictum planum eſt rectus] *Ex 18. vndecimi elementorum. Nam circuli ABC planum per DH tranſit, quippe qua communis ſectio eſt ipſius, & ſubiecti plani.*

E Planum igitur BDI productum circulum faciet in ſphæra maximum] *Ex 6. primi libri ſphæricorum Theodoſij, cum per centrum E tranſeat.*

F Quod quidem per polos ipſius, & per puncta BO tranſibit] *Ex 13. primi libri ſphæricorum eiuſdem.*

G Ergo ſi circuli ABC polum ſumentes, qui ſit P] *Circuli polum inueniemus ex 21. primi libri ſphæricorum.*

H Per P & per vtrumque ipſorum BO circulum deſcribemus] *Ex 19. eiuſdem libri.*

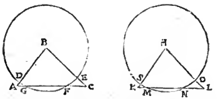
PROBLEMA XIII. PROPOSITIO XVII.

Sphæra poſita, & puncto extra ipſam dato, inuenire punctum, in quo recta linea a dato puncto ad centrum ſphæræ ducta circumferentiam ſecat.

Hoc autem perſpicuum eſt: ſi enim a dato puncto recta linea in circumferentiam incidens conuertatur, & ipſa circulum deſcribet: & polus ipſius erit punctum illud, quod quæritur.

PROBLEMA XIV. PROPOSITIO. XVIII.

Ponatur rurſus ſphæra, & duo puncta dentur, vtraque extra ſuperficiem eius, & oporteat ſumere puncta, in quibus recta linea data puncta coniungens ſphæræ, ſuperficiem ſecat.

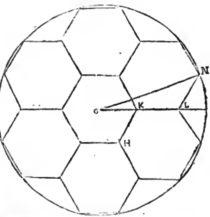


Ponatur enim ſphæra circa B centrum, & data puncta extra ſuperficiem eius ſint AC, puncta vero, in quibus rectæ lineæ a punctis AC ad centrum B ductæ ſuperficiei occurrunt DE. Deſcribatur maximus circulus DEFG. ergo datæ erunt AD, CE rectæ lineæ, & cum data ſit ſphærę ſemidiameter, totæ AB, CB dabuntur. itemque ea, quæ data puncta AC coniungit. Ex tribus igitur rectis lineis AB, AC, CB triangulum HKL conſti-

conſtituatur, & circa centrum H deſcribatur SMNO circulus; circulo DEFG æqualis. Si ergo is circulus ſecat KL, manifeſtum eſt rectam lineam, quæ puncta AC contingit, ſphæram ipſam ſecare, ſin minus non ſecare. Itaque circulus ſecet KL in MN punctis: & circumferentiæ SM æqualis abſcindatur circumferentia DG; circumferentiæ vero ON æqualis abſcindatur EF conſtat igitur puncta GF ea eſſe, in quibus recta linea contingens AC ſphæræ ſuperficiem ſecat.

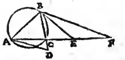
PROBLEMA XV. PROPOSITIO XIX.

Vtilia etiam ſunt, quæ proprie organica appellantur; & maxime quando ad id quod facile eſt a reſolutione manuducta experientiam proportione reſpondentem effugere poſſint. vt exempli gratia. In dato circulo ſeptem hexagona deſcribere, vnum quidem circa idem, quod eſt circirculi centrum: reliqua vero ſex a medijs lateribus, quæ oppoſita latera habent ad circuli circumferentiam aptata.



Sit datus circulus, cuius centrum G, & circa idem centrum ponatur latus hexagoni HK, ita vt hexagonum, quod ab HK deſcribitur, latus LN ad circuli circumferentiam aptatum habeat: & iungatur GK. ergo GK in eadem recta linea conſtituitur in qua latus hexagoni K, propterea quod angulus quidē GKH duas tertias recti, angulus vero HKL rectum, ac recti tertiam continet: & iuncta GN, cum GK, KL æquales ſint, erit GL dupla ipſius LN. eſtque angulus ad L datus, quippe qui continet rectum, ac recti tertiam. triangulum igitur GLN ſpecie datur. & datur proportio GN ad NL, ſed data eſt GN. ergo & NL, videlicet hexagoni latus, data erit.

Organicum vero hoc modo.

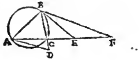


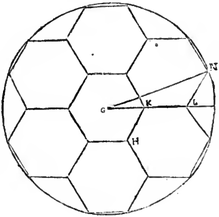
Exponatur rectæ lineæ, quæ eſt ex centro circuli, tertia pars AC, in qua circuli portio ABC deſcribatur, duarum tertiarum recti angulum ſuſcipiens, & quarum partium recta linea AB eſt nouem, earum quattuor abſcindatur CB: &

 BE con-

ʙᴇ contingens ducatur. Dico iunctam ᴀʙ hexagoni lateri ʜᴋ æqualem eſſe. producatur enim ʙᴄ, & ipſi ᴀʙ, ęqualis ponatur ʙᴅ. ergo triangulum ᴀʙᴅ æquicrure
A eſt: & recta linea ᴀꜰ æqualis eis, quæ eſt ex centro circuli. Quoniam igitur ᴀᴇ ad
ᴇᴄ eam habet proportionem, quam nouem ad quattuor, & quadratum ex ᴀʙ ad quadratum ex ʙᴄ hanc eandem proportionem habebit, quare ᴀʙ hoc eſt ʙᴅ ſeſquialtera eſt ʙᴄ, & ʙᴄ ipſius ᴄᴅ dupla. ſed & ꜰᴄ dupla eſt ᴄᴀ. ergo, & iuncta ʙꜰ ipſius ᴀᴅ, hoc eſt ᴀʙ dupla erit. ſed & ᴏʟ dupla eſt ʟɴ & æquales angulos continent. triangulum igitur ᴀʙꜰ ſimile eſt triangulo ɴʟɢ: & recta linea ᴀꜰ æqualis ɢɴ. ergo & ᴀʙ ipſi ɴʟ, vel ʜᴋ æqualis erit.

A L I T E R.





Idem aliter manifeſtius oſtendemus.

Sit ᴀꜰ æqualis ei, quæ eſt ex centro circuli dati: & abſcindatur ipſius tertia pars ᴀᴄ, in qua circuli portio ᴀʙᴄ deſcribatur, ſuſcipiens angulum duarum tertiarum recti, & quarum ᴀᴄ eſt quinque earum quattuor ponatur ᴄᴇ: ducaturque ᴇʙ portionem contingens, & iunctis ᴀʙ, ʙꜰ, ʙᴄ producatur ʙᴄ ad ᴅ, ita vt ʙᴅ ſit æqualis ʙᴀ, & ᴀᴅ iungatur. Quoniam igitur in circulum ductę ſunt ᴇᴄᴀ, ᴇʙ, quarum altera quidem ſecat, altera vero circulum contingit; erit rectangulum ᴀᴇᴄ æquale quadrato ex ᴇʙ: ergo vt ᴀᴇ ad ᴇʙ, ita ʙᴇ ad ᴇᴄ: proptereaque ᴄʙᴇ triangulum triangulo ᴀʙᴇ æ-
B quiangulum erit. & vt ʙᴀ ad ᴀʙ, ita ᴇʙ ad ʙᴄ, vt igitur quadratum ex ᴀᴇ ad qua-
C dratum ex ᴇʙ, ita quadratum ex ᴀʙ ad quadratum ex ʙᴄ. ſed vt quadratum ex ᴀᴇ ad quadratum ex ᴇʙ, ita ᴀᴇ ad ᴇᴄ, quare vt ᴀᴇ ad ᴇᴄ, ita quadratum ex ᴀʙ, hoc eſt ʙᴅ ad quadratum ex ʙᴄ. quadratum igitur ex ᴅʙ ad quadratum ex ʙᴄ propor-
D tionem habet eandem, quam nouem ad quattuor. & idcirco ᴅʙ ſeſquialtera eſt ipſius ʙᴄ: & ʙᴄ dupla ᴄᴅ. eſt autem & ꜰᴄ ipſius ᴄᴀ dupla. ergo vt ꜰᴄ ad ᴄᴀ, ita
E ʙᴄ ad ᴄᴅ. & anguli ad ᴄ æquales ſunt. angulus igitur ad ᴅ angulo ꜰʙᴄ: & angulus ad ꜰ angulo ᴄᴀᴅ eſt æqualis. quare vt ꜰʙ ad ʙᴄ, ita ᴀᴅ ad ᴅᴄ: & permutando vt

ꜰʙ ad

FB ad AD, ita EC ad CD. ſed EC eſt dupla ED. ergo & FB ipſius AD, hoc eſt AB dupla erit. angulus autem ad D eſt duarum tertiarum recti. quare, & duarum tertiarum recti eſt FBC: & totus ABF vnius recti, ac tertiæ. Itaque ſi habeamus circulum circa centrum G, cuius ſemidiameter ſit æqualis AF, a centro autem ipſius ducamus GL, quæ ſit æqualis FB, & ad rectam lineam GL, atque ad punctum G angulum conſtituamus GLN ipſi FBA æqualem, & iungamus GN: erit triangulum NLG triangulo AFB æquiangulum. eſtque AF æqualis GN ergo & NL ipſi AB æqualis erit. conſtat igitur deſcriptionem ſex hexagonorum in circulo fieri a recta linea ipſi AB æquali.

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur AB ad BC eam habet proportionem, quam nouem ad quattuor, & quadratum ex AB ad quadratum ex BC hanc candem proportionem habebit.] *Omnia hæc, & quæ deinceps ſunt, paulo poſt apertius explicabuntur.* A

Vt igitur quadratum ex AB ad quadratum ex EB, ita quadratum ex AB ad quadratum ex BC] *Quoniam enim vt EA ad AB, ita EB ad BC, erit permutando vt AB ad EB, ita AB ad BC; & ideo vt quadratum ex AB ad quadratum ex BE, ita quadratum ex AB ad quadratum ex BC.* B 22. ſexti.

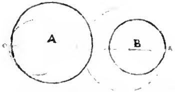
Sed vt quadratum ex AB ad quadratum ex EB, ita eſt AB ad BC] *Ex corollario 20. ſexti elementorum. nam vt AE ad EB, ita EB ad EC, quod ſuperius demonſtratum eſt.* C

Et idcirco DB ſeſquialtera eſt ipſius BC] *Vt enim nouem ad ſex, ita ſex ad quattuor, & cum quadratum ex DB ad quadratum ex BC ſit vt nouem ad quattuor, erit DB ad BC, vt nouem ad ſex; vel vt ſex ad quattuor. ergo DB ipſius BC ſeſquialtera erit.* D

Angulus igitur ad O æqualis eſt angulo FBC, & angulus ad F angulo CAD eſt æqualis] *Quoniam vt FC ad CA, ita BC ad CD, erit permutando vt FC ad CB, ita AC ad CD; atq; eſt angulus BCF æqualis ipſi DCA. triangulum igitur BCF ſimile eſt triangulo DCA: & ob id angulus FBC æqualis angulo ADC; anguluſque LFC angulo CAD æqualis.* E 15. primi. 6. ſexti.

PROBLEMA XVI. PROPOSITIO XX.

Quo autem modo ſupradictorum tympanorum appoſitio fiat, nunc dicemus.

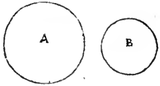


Sint duo tympana tornata, & ſibi ipſis appoſita AB: & ſit vt diameter tympani A ad diametrum tympani B, ita multitudo dentium A ad multitudinem dentium B. ſic enim tympanorum appoſitio ſeruatur: propterea quod vt circumferentia circuli ad circuli circumferentiam, ita eſt diameter ad diametrum; hoc enim infra demonſtrabitur.

THEO-

THEOREMA V. PROPOSITIO XXI.

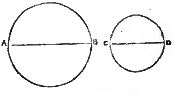
Ponatur tympanum quidem A dentium ſexaginta, tympanum vero B dentium quadraginta. Dico vt velocitas tympani A ad velocitatem tympani B, ita eſſe dentium B multitudinem ad multitudinem dentium A.



Quoniam enim tympana A B ſibi ipſis appoſita ſunt, quot dentes mouetur B, totidem mouebitur etiam ipſum A quando igitur B conuerſum integram reuolutionem fecerit, tunc A quadraginta dentes motum erit. & quando B integras reuolutiones ſexaginta fecerit, quanta eſt multitudo dentium A, tunc A motum erit, dentes 2400. quanta eſt multitudo dentium A in multitudinem dentium B ducta: ſimili ratione oſtendetur, & quando A integras reuolutiones quadraginta fecerit; quanta eſt multitudo dentium A, tunc B dentes 2400. motum eſſe, quanta eſt multitudo dentium B ducta in multitudinem dentium A. Quando igitur A integras reuolutiones fecerit quadraginta, quanta eſt multitudo dentium B, tunc & B integras reuolutiones ſexaginta fecerit, quanta eſt multitudo dentium A. ergo vt velocitas A ad velocitatem B, ita multitudo dentium B ad dentium A multitudinem.

THEOREMA VI. PROPOSITIO XXII.

Circumferentias autem circulorum interſe eſſe, vt eorum diametri, nunc oſtendemus.



Sint enim duo circuli A B, C D circa A B, C D diametros. Dico vt circuli A B circumferentia ad circumferentiam circuli C D, ita eſſe A B diametrum ad diametrum C D. Quoniam enim vt A B circulus ad circulum C D, ita quadratum diametri A B ad quadratum diametri C D. ſed circuli A B quadruplum eſt rectangulum, quod diametro A B, & A B circumferentia continetur. circuli vero C D quadruplum. eſt rectangulum, quod continetur diametro C D, & C D circumferentia; rectangulum enim contentum ſemidiametro circuli, & ipſius circumferentia duplum eſt circuli areæ, vt ab Archimede, & in commentario in primum mathematicorum, & a nobis vno theoremate de-

mon-

monſtratum eſt, vt igitur rectangulum, quod diametro AB, & AB circumferentia continetur, ad rectangulum contentum CD diametro & circumferentia CD, ita quadratum ex AB ad quadratum ex CD: permutandoque vt rectangulum contentum circumferentia AB & AB diametro ad quadratum ex AB, ita quod circumferentia CD, & CD diametro continetur ad quadratum ex CD. ergo vt circuli AB circumferentia ad diametrum AB, ita circumferentia circuli CD ad CD diametrum. hoc enim perſpicuum eſt, & in elementis ſumitur. quare & permutando vt AB circumferentia ad circumferentiam CD, ita diameter AB ad diametrum CD.

COMMENTARIVS.

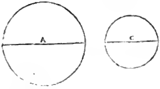
Quoniam enim vt AB circulus ad circulum CD ita quadratum diametri AB ad quadratum diametri CD] *Ex ſecunda propoſitione duodecimi libri elementorum.* A

Rectangulum enim contentum ſemidiametro circuli, & ipſius circumferentia duplum eſt circuli areæ] *Archimedes namque in libro de circuli dimenſione, propoſitione prima demonſtrante quemlibet circulum æqualem eſſe triangulo orthogonio, cuius ſemidiameter quidem vni laterum, quæ circa rectum angulum ſunt, circumferentia vero baſi eius eſt æqualis. Sed rectangulum contentum ſemidiametro circuli, & eius circumferentia dicti trianguli eſt duplum. quare ſequitur ipſius quoque circuli duplum eſſe.* B

Ergo vt circuli AB circumferentia ad diametrum AB, ita circumferentia circuli CD ad CD diametrum] *Eſt enim rectangulum contentum circumferentia circuli AB, & AB diametro ad quadratum ex AB, ita rectangulum contentum circumferentia circuli CD, & CD diametro ad quadratum ex CD. Sed vt rectangulum contentum circumferentia circuli AB, & AB diametro ad quadratum ex AB, ita eſt circumferentia circuli AB ad AB diametrum ex prima ſexti libri elementorum, habent enim eandem altitudinem, videlicet rectam lineam AB* 11. quinti *& ſimili ratione vt rectangulum contentum circumferentia circuli CD, & CD diametro ad quadratum ex CD, ita circuli CD circumferentia ad diametrum CD, quare vt circumferentia circuli AB ad AB diametrum, ita circumferentia circuli CD ad diametrum CD.* C

PROBLEMA XVII. PROPOSITIO XXIII.

Tympano dato, & data multitudine dentium ipſius, propoſitum ſit apponere ei tympanum datam habens dentium multitudinem, & appoſito tympani diametrum inuenire.

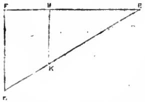


Sit tympanum A, cuius dentium multitudo ſit numerus B, vnitatum videlicet ſexaginta, & ipſi A apponatur tympanum C, cuius multitudo dentium ſit D numerus vnitatum quadraginta. Itaque oportet tympani C diametrum inuenire. Quoniam enim numerus B eſt multitudo dentium tympani A, & numerus D multitudo dentium tympani C eſtque multitudo dentium tympani C ipſius circumferentia: erit vt B numerus ad numerum D, ita circumferentia A ad circumferentiam C. ſed vt circumferentia ad circumferentiam, ita diameter ad diametrum. proportio autem numeri B ad D numerum eſt data; cum data ſit proportio ſexaginta ad quadraginta. ergo & diametri A ad diametrum C proportio eadem eſt, quæ ſexaginta ad quadraginta, & data

eſt dia-

eſt diameter A. ergo & diameter C dabitur. Oportebit enim facere, vt numerus ſexaginta ad quadraginta, ita diametrum A ad alium diametrum, circa quam circulus deſcriptus quæſito tympano æqualis erit.

Organice vero hoc modo.



Exponatur recta linea EF, diuiſa in tot partes æquales, quot dentes ſunt tympani A, hoc eſt in ſexaginta. atque ipſi ad rectos angulos ducta FG tympani A ad diametro æqualis ponatur: iungaturque EG: & quarum partium EF eſt ſexaginta, earum quadraginta ſumatur EH; quanta ſcilicet eſt multitudo dentium tympani C. deinde per H ipſi FG parallela ducatur HK. erit igitur HK tympano C æqualis. etenim demonſtratio manifeſta eſt.

A B

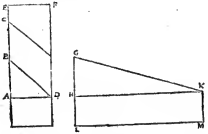
COMMENTARIVS.

A Atque ipſi ad rectos angulos ducta FG tympani A diametro æqualis ponatur] *Poteſt FG ad EF etiam in quocumque alio angulo aptari. idem namque ſequatur neceſſe eſt.*

B Etenim demonſtratio manifeſta eſt] *Ex quarta ſexti libri elementorum, triangula enim EFG, EHK ſimilia ſunt. quare vt EF ad FG, ita EH ad HK, & permutando vt FE ad EH, hoc eſt vt ſexaginta ad quadraginta, ita FG ad HK; hoc eſt ita diameter tympani A ad tympani C diametrum.*

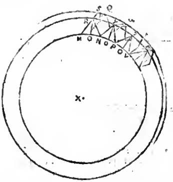
PROBLEMA XVIII. PROPOSITIO XXIV.

Quomodo autem conſtruatur cochlea, hælicem habens obliquis dentibus tympani dati congruenti, ita manifeſtum erit.

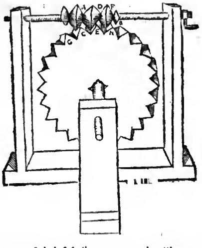


Intelligatur cylindrus æquali craſſitudine tornatus ad EF cuius latus AE, ſumaturque in ipſo interuallum helicis monoſtrophi AB: & fiat lamina ærea, cuius pars quidem GHK ſit triangulum orthogonium, rectum angulum habens ad H; reliqua vero parallelogrammum rectangulum HKLM. ſitque HG æqualis ipſi AB, & HK æqualis perime-

perimetro cylindri AD, BF. & circumflectatur lamina circa cylindrum, ita vt parallelogrammum HKLM etiam cylindrus fiat, contingens DE quando introductum fuerit. ponatur autem H in A, & G in B, & ſic per GK ſubtenſam angulo recto, atq; inflexam deſcribemus helicem, quæ monoſtrophos appellatur, vt BD. & rurſus tranſponentes laminam, vt H ponatur in B, & G in C, deſcribemus per GH alteram helicem monoſtrophon, ita vt tota diſtrophos ſit in quo enim tempore A ad B accedit. cum æqualiter moueatur, in hoc & AB mota in ſuperficie cylindri ad eundem locum reuertitur, & punctum, quod in recta linea AB ferri diximus helicem monoſtrophon deſcribet. id, quod demonſtrauit Apollonius Pergæus; ſi igitur, & vtramque linearum AB, BC, & eas, quæ deinceps ſunt vſque ad B bifariam ſecemus: & per puncta lamina deſcribamus helices monoſtrophos, ab ipſis autem profunditatem quamcumque voluerimus, ſumamus, & à profunditate reliquum deſcriptæ helicis, facile helicem lenticulari forma, cum polierimus, perfectam habebimus.



Rurſus in altera ſuperficie dati tympani circa tempus intelligatur circulus, cuius circumferentia RYTK, & centrum X, punctaque RYT æquali ſpacio inter ſeſe diſtantia, verbi gratia, cum totus circulus in viginti quattuor partes diuiſus fuerit. ab ipſis autem RYT punctis ad X centrum vergentes ducantur vſque ad circulum MN, PV circa X deſcriptum rectæ lineæ RO, YO, TO: & a punctis quæ circumferentias OO bifariam ſecant, ad RYT ducantur NR, MR, NY, PY, PT, VT: & in directum ipſi OR ducatur in connexa ſuperficie tympani RS vſque ad circumferentiam, quæ eſt in altera tympani ſuperficie circa tempus ſimiliter deſcripto circulo Qω. atque a puncto S medietati circumferentiæ RY vt obliquitatis, ponatur æqualis SQ. ipſi autem RYQω: & ita deinceps æqualem ponentes ωC ipſi YT, & reliquas, coniugenteſque RQ, Yω, TC habebimus dentium obliquitates. Quoniam igitur RY circulis circulo Qω eſt æqualis, deſcribemus etiam in altera ſuperficie tympani circa centrum oppoſitum puncto X, circulum æqualem circulo MN, & a punctis Qω ducemus ad ipſum rectas lineas, vergentes in centrum: atque eadem facientes ijs, quę in circumferentia circuli RYT, habebimus aliud latus tympani deſcriptum. poſtremo excidentes figuras, quæ inter lineas interijciuntur vt RNY, YPT, & ipſis oppoſitas, habebimus tympanum obliquis dentibus dentatum, vnuſquiſque autem eorum in helicem cochleæ ingreditur, quoniam, & interuallum inter RY æquale eſt interuallo AB helicis cochleę: & manifeſtum eſt ſecundum vnamquamque conuerſionem cochleæ vnum dentem deferri. Hoc enim Hero in mechanicis demonſtrauit, conſcribetur autem & a nobis, vt nihil extrinſecus inquiramus.



Intelligatur cochlea AB, & in ipſa helix AC, DE, FB. intelligantur etiam monoſtrophi dictę helices. tympanum autem appoſitum, & dentatum ſit GC, EH, dentes habens GC, CE, EH helici congruentes. reliqui igitur non congruunt in reliquas helices. Itaque ſi conuertamu cochleam, ita vt punctum E impellatur ad partes C, erit E in C, quando cochlea vnam integram reuolutionem fecerit. & habebit dens quidem CE poſitionem ipſius CG, dens vero EH poſitionem EC. & rurſus cum EH habuerit poſitionem CE in vna cochleæ conuerſione omnino deferetur. & in dentibus, qui deinceps ſunt eadem intelligere oportet; quam ob rem quot dentes habuerit tympanum, toties cochlea mota vnam integram tympani reuolutionem faciet.

De quinque facultatibus, per quas datum pondus data potentia mouetur.

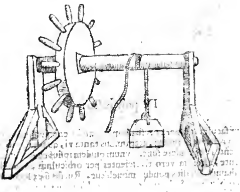
Hęc igitur de pondere dicta ſint. de quinque vero facultatibus iam dictis ex Herone expoſitionem breuiter faciemus, ad memoriam ſtudioſorum, addentes etiam de machina vnimembri, bimembri, trimembri, & quadrimembri ea quę neceſſario dicuntur. ne qui hęc quęrit aliquando laboret inopia librorum in quibus ſcripta ſunt. etenim nos in libros magna ex parte deprauatos, & tum principio tum fine carentes incidimus. Cum igitur quinque ſint facultates, per quas datum pondus data potentia mouetur, neceſſarium eſt figuras earum, & vſus; prætcrea etiam nomina exponere. Traditum autem eſt ab Herone, & a Philone qua de cauſa prædictæ facultates in vnam reducantur naturam, quamquam figuris multum inter ſe diſtantes. Nomina igitur hæc ſunt. Axis in peritrochio, vectis, polyſpaſton, cuneus, & præter hæc quæ appellatur infinita cochlea.

De Axe in peritrochio.

Axis igitur in peritrochio hoc modo conſtruitur. Lignum accipere oportet firmum, quadratum perinde, ac tignum: eiuſque extrema contorquentes rotunda facere, & choinicidas circumponere æreas coagmentatas axi, ita vt in iniectæ foramina rotunda in immoto quodam pegmate expedite vertantur, cum foramina habeant τυλβοὺς æreos choinicidibus ſubiectos. Vocatur autem id lignum, quod dictum eſt, axis & circa medium

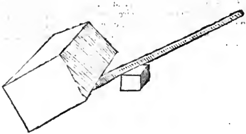
Digitized by Google

ſum axem circumponitur tympanum, habens foramen quadratum axi congruens, vt eodem tempore & axis, & peritrochium vertatur. Conſtructio igitur declarata eſt. Vſus autem eſt, qui dicetur. Cum enim volumus magna pondera minore vi mouere, alligatos ad pondus funes circumponimus circa depreſſas partes axis: & in foramina, quæ ſunt in peritrochio inijcientes ſcytalas, deducenteſque peritrochium conuertimus & ita facile pondus a minore potentia mouebitur, funibus circa axem e nuolutis, vel etiam ab aliquo recollectis, vt ne toti axi circumponantur. dicti autem inſtrumenti magnitudinem, quidem congruere oportet ijs, quæ mouenda ſunt, ponderibus, ſymmetriam vero ad rationem, quam habet motum pondus ad potentiam mouentem, vt deinceps oſtendetur.



De vecte.

Erat autem ſecunda facultas, quæ per vectem, & fortaſſe præmeditatio motus circa excedentia pondera; ſtatuentes enim quidam magna pondera mouere, quoniam primum a terra attollere oportet, anſas autem non habebant, quod omnnes partes baſis ipſius ponderis ſolo incumberent, paulum ſuffodientes, & ligni longi extremitatem ſubijcientes ſub onus, adducebant ex altera extremitate, ſupponentes ligno prope ipſum onus lapidem, qui hypomochlium appellatur. cumque illis viſus eſſet hic motus valde facilis, exiſtimauerunt fieri poſſe, vt hoc pacto magna pondera mouerentur. vocatur autem tale lignum Vectis, ſiue quadratum, ſiue rotundum ſit. & quanto propinquius oneri ponitur hypomochlium, tanto facilius pondus mouetur, vt deinceps oſtendemus.

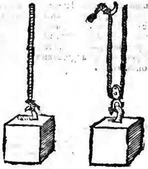


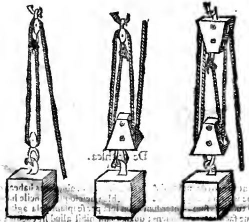
De polyſpaſto.

Tertia autem facultas eſt per polyſpaſtum, quando enim volumus aliquod pondus attrahere ab ipſo religantes funem, attrahimus tanta vi, quanta ponderi eſt æqualis, Si autem attrahentes ex pondere funem, vnum quidem ipſius caput ſuſpendamcs ex aliquo loco manente, alterum vero traijcientes per orbiculnm ad pondus religatum, etiam hoc attrahamus, facilius pondus mouebitur. Rurſus ſi ex loco manente ſuſpendamus alterum orbiculum, & ductum caput per orbiculum ſumentes attrahamus, multo facilius mouebitur pondus. & rurſus ſi ad pondus religauerimus alterum orbiculum, & ductum caput per ipſum ſumentes attrahamus, adhuc multo facilius pondus mouebitur. ſemperque orbiculum a manente loco, & pondere religantes, & viciſſim ductum caput traijcientes per orbiculos, facilius pondus mouebitur: & tanto facilius, in quanto piura membra funis inflectetur. oportet autem religatum caput ex aliquo loco manente ſuſpendi. ſed ſingulos orbiculos ſeorſum a manente loco, & a pondere religemus. orbiculi quidem, qui dicuntur in manente loco eſſe, in vnum lignun induntur, circa axes verſationes habentes, quod manganum appellatur, hoc autem per alterum funem ex manente loco ſuſpenditur. orbieuli vero, qui ſunt ad pondus in alterum manganum huic æquale induntur: quod rurſus ſolum a pondere religatur, atque ita oportet in manganis diſpoſitos eſſe orbieulos, vt ne membra inter ſe explicata difficulter moueantur. Quam autem ob cauſam cum plura ſint membra, facilitas mouendi ſubſequatur, oſtendemus, & cur alterum caput ex manente loco ſuſpendatur.

De cu-

Digitized by Google

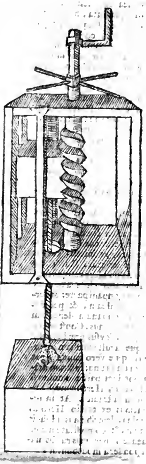




Digitized by Google

Si cylindri latus feratur in ſuperficie cylindri; a termino autem ipſius punctum aliquod ſimul in latere feratur, ita vt in eodem tempore, & latus vnam conuerſionem abſoluat, & punctum latus totum permeet; linea in ſuperficie cylindri a puncto facta helix eſt, quam cochleam appellant. Deſcribetur autem in cylindro hoc pacto.

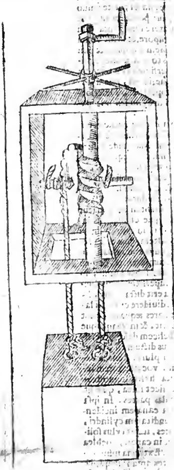




Si in plano duæ rectæ exponantur, ad rectos interſe angulos, quarum vna quidem dicto lateri cylindri ſit æqualis, altera vero æqualis circuli circumferentiæ, qui eſt baſis cylindri: & ad terminos dictarum linearum ducatur linea recto angulo ſubtenſa: ponatur autem ea, quæ eſt æqualis lateri cylindri, in ipſo cylindri latere; & altera, quæ circa rectum angulum conuoluatur in circuli circumferentia, & quæ recto angulo ſubtenditur, in cylindri ſuperficie conuoluetur, in qua erit dicta helix, licet autem diuidere cylindri latus in tot partes æquales, quot quis voluerit. & in vnaquaque ipſarum helicem deſcribere, ſicuti ſuperius dictum eſt, ita vt in cylindro plures helices deſcribantur. vocetur autem ſemel ſumpta helix monoſtrophos, videlicet linea, quæ fit circa ſingulas partes. In ipſa igitur linea canalem incidentes in profunditatem cylindri, & excidentes, ita vt tylus ſolidus aptetur in canali, cochlea ſic vtuntur. Extrema ipſius rotunda faciētes aptant in quędā diapegmata in rotūdis foraminibus, ita vt facile conuertantur ſupra cochleam vero accomodantes regulam, quę canalem ipſi parallelum habeat medium in ſuperiori ſuperficie. In hoc canali aptant ſupradictum tylum, ita vt alterum quidem ipſius tyli extremum in canali cochleæ aptetur, alterum vero in dicto canali, qui eſt regula. Quando igitur volunt per hoc inſtrumentum onus mouere, ſumentes funem, vnum ipſius caput a pondere religant, alterum vero à prædicto tylo: & cum foramina ſint in capite cochleæ ſcytalas inijcientes eam verſant, atque ita ab helice tylus deductus in canali funem, & per funem onus attrahit. licet etiam loco ſcytalarum manubrium quoddam circumponere cochleæ extremo, quod extra diapegma emineat, & ita verſantes cochleam onus attrahere. Helix autem, quæ eſt in cochlea interdum quadrata fit, interdum lenticularis: quadrata quidem, cum ea canalis rectas habet inciſiones, lenti-

cularis

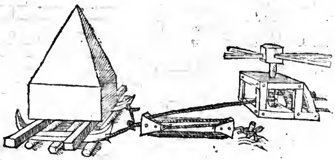
cularis vero cum obliquas; in vnam lineam deſinentes. quarum illa quadrata, hęc lenticularis vocatur. Itaque cum ipſa per ſeipſam cochlea agit, hanc habet conſtructionem. Fit etiam etiam alio modo. Aſſumentes enim alteram quãdam facultatem, videlicet conſtructionem axis in peritrochio vocati; intelligemus circa axem tympanum dẽtatum eſſe, cochleam vero quandam tympano adiacere ſiue rectam ad ſolum, ſiue ei parallelam; quæ helicem quidem tympani dentibus implicatam habeat, extrema vero, quæ in foraminibus rotundis, vertentur in quibuſdam pegmatibus, ſicuti ante dictum eſt, & cum extremum cochleæ emineat in partem exteriorem diapegmatis, vel anſam quandam circumponi per quam verſetur cochlea, vel foramina ita, vt iniectis ſcytalis ſimiliter verſetur. Rurſus funes, qui a pondere religantur, conuoluentes circa axem ex vtraque tympani parte: & verſantes cochleam, & per cochleam tympanum dentatum onus attrahemus. Conſtructiones igitur, & vſus prædictarum quinque facultatum iam oſtendimus. quæ vero cauſſa ſicut per vnamquamq; ipſarum magna pondera parua omnino ſi mouenatur, Hero in mechanicis demonſtrauit. At in ſequentibus ex tertio Heronis machinas deſcribemus ad facilitatem, & cõmoditatem conſtruentes, per quas rurſus magna pondera mouebuntur.



De ſi

De ijs, quæ in ſolo ducuntur.

Quæ igitur in ſolo ducuntur, vt inquit, in chelonis ducuntur. chelone autem machina eſt ex quattuor lignis compacta, quorum extrema ſunt reſima. his onera imponunt, & ad earum extrema ſiue polyſpaſta ſiue funium capita religantur. hæc autem vel manu trahuntur, vel in ergatas referuntur. quibus circumactis chelone in ſolo trahitur



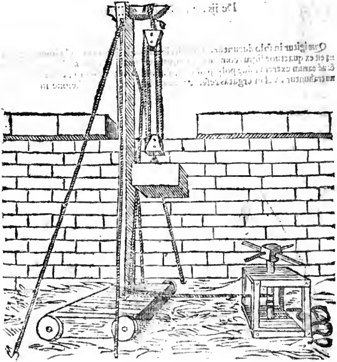
ſuppoſitis ſcytalis, vel ſanidibus. Si enim paruum ſit onus ſcytalis, ſi magnum ſanidibus vti oportet, propterea quod hæ non facile trahuntur. ſcitalæ enim conuerſæ periculum ſubeunt, cum onus impetum ſuſceperit. aliqui vero neque ſcytalis, neque ſanidibus vtuntur, ſed rotas ſolidas chelonis adhibentes agunt.

De ijs, quæ in altum tolluntur.

Sed in ijs oneribus, quæ in altum tolluntur, vt inquit, machinæ ſiunt, aliæ quidem vnimembres, aliæ bimembres, aliæ trimembres, aliæ vero quadrimembres. vnimembres igitur hoc modo. Lignum firmum ſumitur, altitudinem habens maiorem, quam quo volumus onus eleuare. & ſi ipſum quidem per ſe firmum fuerit, ſumentes funem circaque ipſum ſtringentes, & pertexentes iuxta conuolutionem conſtringunt, interuallum autem, quod inter conuolutiones interijcitur, non ſit maius quattuor palmis, & ita lignum firmius efficitur, & funis conuolutiones, tamquam gradus, vtiles erunt iis. qui agunt, & volunt in ſuperiorem partem onus eleuare. Si autem lignum non ſit firmum ex pluribus coagmentetur, & expendere oportet onera, quæ eleuari debent, vt ne membrum debilius ſit; ſtat enim membrum rectum in ligno aliquo: & ad extremam ipſius partem funes religantur tres, vel quattuor, & demiſſi referuntur ad aliqua

loca

Digitized by Google



loca permanentia, vt lignum quo quis impulerit, non cedat, ab extentis funibus contentum. ex ſuperiori autem ipſius parte polyſpaſta ſuſpenduntur,& ducentes ad vnum attrahunt, ſiue manu. ſiue ad ergatas referentes. & quando onus in ſublime eleuatum ſit, oporteatque lapidem parieti imponere,vel vbi quis voluerit, relaxantes vnum aliquem funem ex ijs, qui in extremo religantur, videlicet eum. qui eſt ad alteras partes oneris, membrum inelinant, vel ſcytalas ſupponentes oneri in ijs partibus, in quibus funda lapidi non obuoluitur, laxant agentia polyſpaſta, quouſque onus ſcytalis inſideat; deinde ſoluentes fundam, vectibus mouent onus, adeo vt in quem velint locum transferant; vel rurſus ſubiectum membro lignum funibus manu attrahentes ad alteram ædificij partem tandem adducunt, ſimul remittentes funes, & rurſus religantes vtuntur, ſicut ante dictum eſt.

OCTAVI LIBRI FINIS.

648818 BIBLIOTECA NAZIONALE V.E. III NAPOLI

REGISTRVM.

✠ A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z.

Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn Oo Pp Qq Rr Sſ Tt Vu Xx Yy Zz.

Aaa Bbb Ccc Ddd Eee Fff Ggg Hhh Iii Kkk Lll Mmm Nnn Ooo Ppp.

Omnes ſunt duerniones, præter ✠ & Ppp quæ ſunt terniones.

BONONIÆ, ex Typographia HH. de Ducijs. MDCLVIII.

SVPERIORVM PERMISSV.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google